

고지우의난문현답

제 14 일

1. 2016년 3월 교육청
2. 2011년 6월 평가원
3. 2007년 10월 교육청
4. 2009년 9월 평가원
5. 2010년 수능
6. 1996년 수능
7. 2012년 3월 교육청
8. 2011년 사관학교
9. 2010년 10월 교육청
10. 2016년 경찰대

1. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

집합 $A = \{x | x^2 - 1 < a < x^2 + 2x, x \text{는 자연수}\}$

가 공집합이 되도록 하는 자연수 a 를 작은 수부터 크기순으로 나열할 때, n 번째 수를 a_n 이라 하자.

예를 들어, $a=3$ 은 $x^2 - 1 < a < x^2 + 2x$ 를 만족시키는 자연수 x 가 존재하지 않는 첫 번째 수이므로 $a_1=3$ 이다.

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n}$ 의 값은?

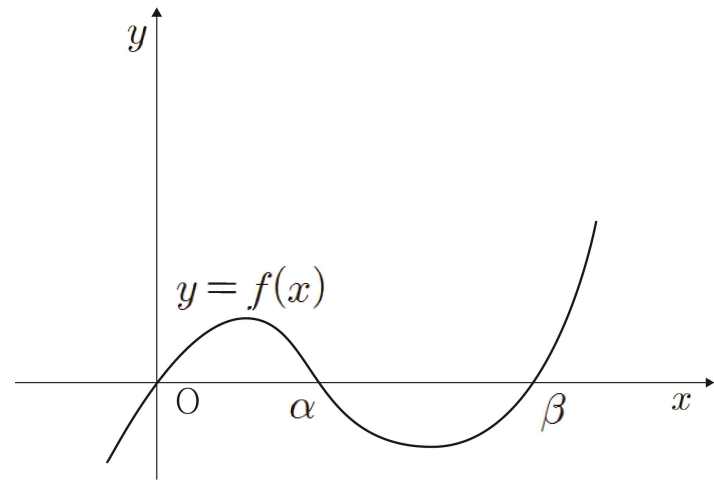
- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1
④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

2. 삼차함수 $f(x)=x(x-\alpha)(x-\beta)$ ($0 < \alpha < \beta$)와 두 실수 a, b 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x)=f(a)+(b-a)f'(x)$$

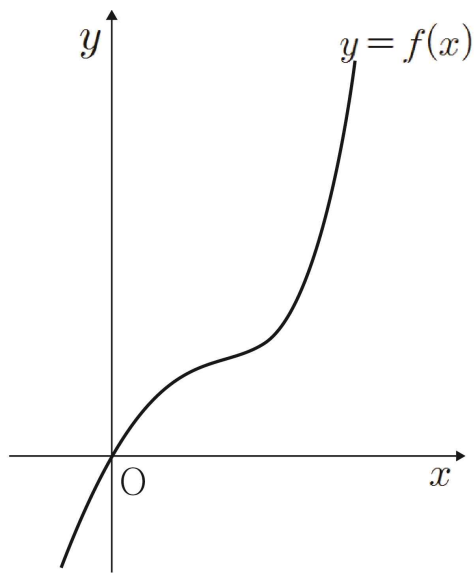
라고 하자. $a < 0$, $\alpha < b < \beta$ 일 때, 옳은 것만을 [보기]에서 있는 대로 고른 것은?

- ㄱ. x 에 대한 방정식 $g(x)=f(a)$ 는 실근을 갖는다.
ㄴ. $g(b) > f(a)$
ㄷ. $g(a) > f(b)$



- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

3. 오른쪽 그림은 삼차함수 $f(x)=x^3-3x^2+3x$ 의 그래프이다.



원점을 지나고 곡선 $y=f(x)$ 에 접하는 직선은 두 개다.
두 접선과 곡선 $y=f(x)$ 의 교점 중 원점이 아닌 점들의 x 좌표의 합을 S 라 하자. 이때 $10S$ 의 값을 구하시오.

4. 다항함수 $f(x)$ 가 다음 두 조건을 만족한다.

- (가) $f(0)=0$
(나) $0 < x < y < 1$ 인 모든 x, y 에 대하여 $0 < xf'(y) < yf'(x)$

세 수

$$A=f'(0), B=f(1), C=2\int_0^1 f(x)dx$$

의 대소 관계를 옳게 나타낸 것은?

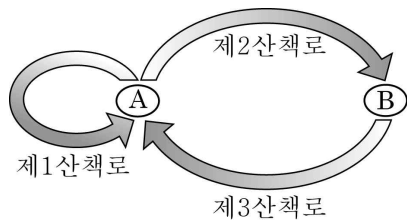
- ① $A < B < C$ ② $A < C < B$ ③ $B < A < C$
④ $B < C < A$ ⑤ $C < A < B$

5. 삼차함수 $f(x)=x^3-3x-1$ 이 있다. 실수 $t(t \geq -1)$ 에 대하여 $-1 \leq x \leq t$ 에서 $|f(x)|$ 의 최댓값을 $g(t)$ 라고 하자.

$\int_{-1}^1 g(t)dt = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로 소인 자연수이다.)

6. 다항식 $g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $g(g(x))=x$ 이고, $g(0)=1$ 일 때, $g(-1)$ 의 값을 구하시오.

7. 어느 공원에서 아래 그림과 같이 A지점에서 출발하여 A지점으로 돌아오는 제 1산책로, A지점에서 출발하여 B지점으로 이어지는 제 2산책로, B 지점에서 출발하여 A지점으로 이어지는 제 3산책로가 있고, 각 산책로의 거리는 1km이다.



이 산책로들을 따라 다음과 같은 규칙으로 산책한 거리가 n km 일 때, A 지점에서 출발하여 A 지점에 도착하는 방법의 수를 a_n , A 지점에서 출발하여 B 지점에 도착하는 방법의 수를 b_n 이라 하자.

- (가) 각 산책로에서는 화살표 방향으로만 진행해야만 한다.
 (나) 같은 산책로를 반복할 수 있다.
 (다) 지나지 않는 산책로가 있을 수 있다.

$a_7 + b_7$ 의 값은? (단, n 은 자연수이다.)

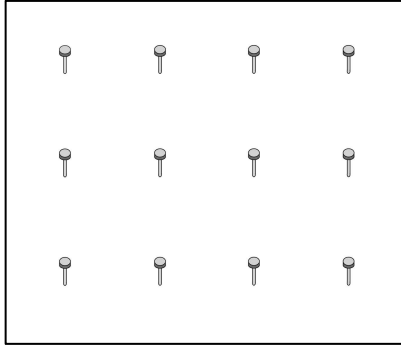
- ① 21 ② 29 ③ 34
 ④ 42 ⑤ 55

8. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에서 집합 $Y = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 로의 함수 중에서 다음 세 조건을 만족 시키는 함수 f 의 개수는?

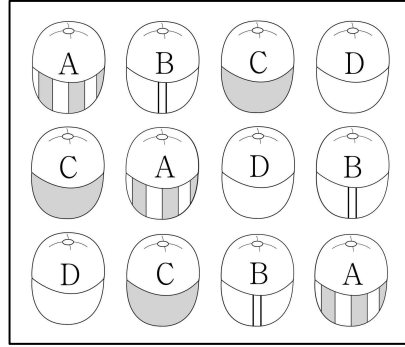
- (가) 집합 X 의 임의의 두 원소 x_1, x_2 에 대하여
 $x_1 \neq x_2$ 이면 $f(x_1) \neq f(x_2)$ 이다.
 (나) 합성함수 $f \circ f$ 가 정의된다.
 (다) $(f \circ f)(1) = 1$ 이다.

- ① 24 ② 30 ③ 36
 ④ 42 ⑤ 48

9. 서로 다른 네 종류의 모자 A,B,C,D가 각각 3개씩 모두 12개 있다. 12개의 모자를 [그림1]과 같이 일정한 간격으로 배열된 12개의 모자걸이에 각각 걸려고 한다. 이때, 모든 가로 방향과 모든 세로 방향에 서로 다른 종류의 모자가 걸리도록 하려고 한다. [그림2]는 이와 같은 방법으로 모자를 건 예이다.



<그림1>



<그림2>

이와 같은 방법으로 12개의 모자를 모자걸이에 걸 수 있는 방법의 수를 모두 구하시오. (단, 같은 종류의 모자끼리는 서로 구별하지 않는다.)

10. 10명의 순경이 세 구역을 순찰하려고 한다. 각 구역에는 적어도 한 명이 순찰하고, 각 구역의 순찰 인원은 5명 이하가 되도록 인원수를 정하는 경우의 수는? (단, 한 명의 순경은 하나의 구역만 순찰하고, 순경은 서로 구분하지 않는다.)

- ① 16 ② 18 ③ 20
④ 22 ⑤ 24