고지우의 난문현답

제 15 일

1. 2011년 사관학교
2. 2013년 4월 교육청
3. 2005년 6월 평가원
4. 2011년 10월 교육청
5. 2007년 수능
6. 2012년 11월 교육청
7. 2006년 3월 교육청
8. 2010년 6월 평가원
9. 2011년 경찰대
10. 2009년 7월 교육청

1. $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n+3}{n(n+1)(n+2)}=\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 서로소인 자연수이다.)

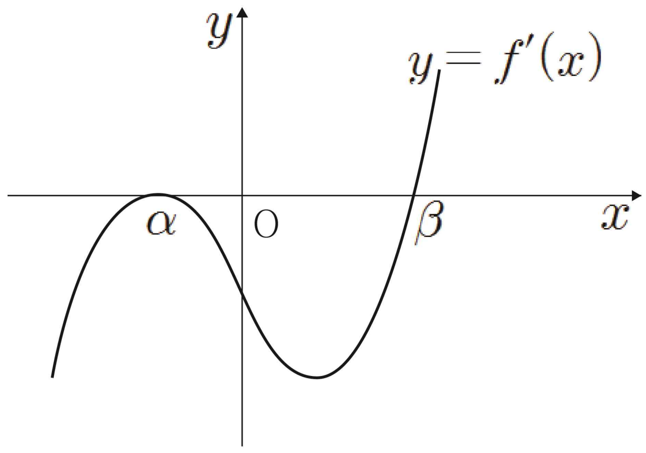
2. 곡선 $y=\dfrac{1}{2}x^4-2x^3+8\,(x>0)$ 위의 점에서 그은 접선 중에서 기울기가 최소인 접선과 x축, y축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하시오.

3. 이차함수 $y=f(x)$의 그래프 위의 한 점 $(a, f(a))$에서의 접선의 방정식을 $y=g(x)$라 하자. $h(x)=f(x)-g(x)$라 할 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

ㄱ. $h(x_1)=h(x_2)$를 만족시키는 서로 다른 두 실수 x_1, x_2가 존재한다.
ㄴ. $h(x)$는 $x=a$에서 극소이다.
ㄷ. 부등식 $|h(x)|<\frac{1}{100}$의 해는 항상 존재한다.

① ㄱ　② ㄴ　③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ　⑤ ㄱ, ㄷ

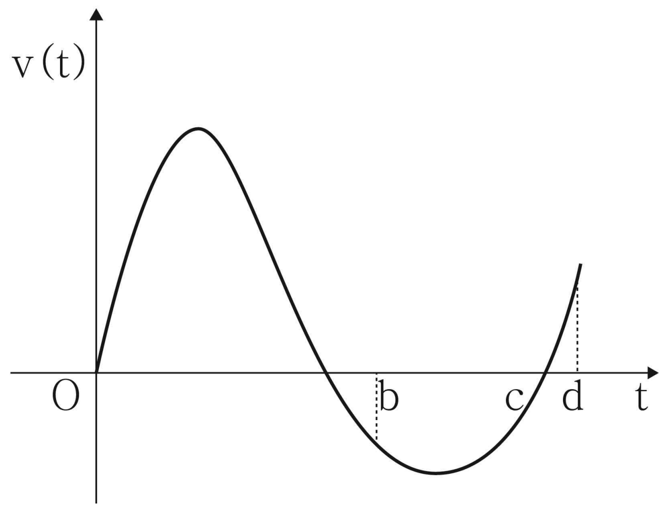
4. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$에 대하여 방정식 $f(x)=0$이 서로 다른 두 실근 $p, q(p<q)$를 갖고, $y=f'(x)$의 그래프는 그림과 같다. 옳은 것만을 [보기]에서 있는 대로 고른 것은?



ㄱ. 함수 $f(x)$의 최솟값은 $f(\beta)$이다.
ㄴ. 방정식 $f'(x)-f(x)=0$의 실근의 개수는 1이다.
ㄷ. $x \geq \alpha$에서 함수 $S(x)=\int_{\alpha}^{x} f(t)dt$의 최솟값은 $S(q)$이다.

① ㄱ　② ㄱ, ㄴ　③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

5. 다음은 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(0 \le t \le d)$에서의 속도 $v(t)$를 나타내는 그래프이다.



$\int_0^a |v(t)|dt = \int_a^d |v(t)|dt$일 때, [보기]에서 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $0 < a < b < c < d$이다.)

> ㄱ. 점 P는 출발하고 나서 원점을 다시 지난다.
> ㄴ. $\int_0^c v(t)dt = \int_c^d v(t)dt$
> ㄷ. $\int_0^b v(t)dt = \int_b^d |v(t)|dt$

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

6. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 f가

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{2x+3}{x-2} & (x > 3) \\ \sqrt{3-x}+a & (x \le 3) \end{cases}$$

일 때, 함수 f는 다음 조건을 만족시킨다.

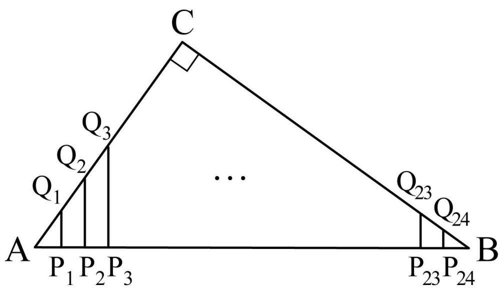
> (가) 함수 f의 치역은 $\{y | y > 2\}$이다.
> (나) 임의의 두 실수 x_1, x_2에 대하여 $x_1 \ne x_2$이면 $f(x_1) \ne f(x_2)$이다.

$f(2)f(k) = 40$일 때, 상수 k의 값은? (단, a는 상수이다.)

① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{5}{2}$ ③ $\frac{7}{2}$
④ $\frac{9}{2}$ ⑤ $\frac{11}{2}$

7. 그림과 같이 $\overline{AC}=15$, $\overline{BC}=20$이고 $\angle C=90^\circ$인 직각삼각형 ABC가 있다. 변 AB를 25등분하는 점 $P_1, P_2, \cdots, P_{24}$를 지나 변 AB에 수직인 직선을 그어 변 AC 또는 변 CB와 만나는 점을 각각 $Q_1, Q_2, \cdots, Q_{24}$ 라 하자.

$\overline{P_1Q_1}+\overline{P_2Q_2}+\overline{P_3Q_3}+\cdots+\overline{P_{24}Q_{24}}$의 값을 구하시오.



8. 50 이하의 자연수 n 중에서 $\sum_{k=1}^{n} {}_nC_k$ 의 값이 3의 배수가 되도록 하는 n의 개수를 구하시오.

9. 다항식 $(x^3+3x^2+3x+a)^4$의 전개식에서 x^7의 계수가 $2^3\times3^5$일 때, 상수 a의 값은?

① 9　② 18　③ 27
④ 36　⑤ 45

10. 어느 배구선수의 공격이 성공하는 횟수를 확률변수 X라 하면, n번 공격했을 때 k번 성공할 확률은 다음과 같다.

$$\mathrm{P}(\mathrm{X}=k)={}_n\mathrm{C}_k\left(\frac{1}{2}\right)^n$$

이때, $\sum_{k=0}^{n}(k+1)^2\cdot\mathrm{P}(\mathrm{X}=k)=451$을 만족하는 n의 값을 구하시오.