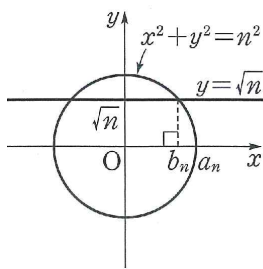


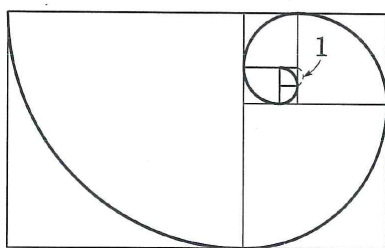
11일차 과제

1. 오른쪽 그림과 같이 2 이상의 자연수 n 에 대하여 원 $x^2 + y^2 = n^2$ 이 x 축과 만나는 점의 x 좌표 중 양수인 값을 a_n 이라 하자. 또 원 $x^2 + y^2 = n^2$ 이 직선 $y = \sqrt{n}$ 과 제1사분면에서 만나는 점의 x 좌표를 b_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n - b_n)$ 의 값은?



- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

2. 오른쪽 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형에 반지름의 길이가 1인 사분원이 그려져 있다. 이 정사각형에 한 변의 길이가 1인 정사각형을 이어 붙인 후 반지름의 길이가 1인 사분원을 그린다. 또 한 변의 길이가 2인 정사각형을 이어 붙인 후 반지름의 길이가 2인 사분원을 그린다. 이와 같은 시행을 한없이 계속할 때, n 번째 그려지는 사분원의 호의 길이를 a_n 이라 하면 $a_1 = \frac{\pi}{2}$, $a_2 = \pi$, $a_3 = \frac{3\pi}{2}$, ... 이다.



$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = c$ 일 때, c 의 값을 구하여라.

3. 수열 $\{(x-1)(3x-1)^n\}$ 과 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} (x^2 - x + 1)^n$ 이 모두 수렴하도록 하는 실수 x 의 값의 범위를 구하여라.

4. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때, $3a_n = 2S_n + 1$ 이 성립한다. 이때 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{S_n}{4^n}$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$
④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{4}{3}$

5. 곡선 $y = x^3 - ax^2 + 2ax + 2$ 는 실수 a 의 값에 관계없이 항상 두 점을 지난다. 이 두 점에서의 접선이 서로 수직이 되도록 하는 모든 실수 a 의 값의 곱은?

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{4}$
- ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

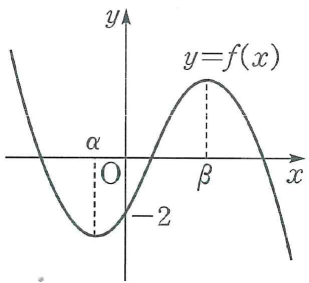
6. 두 함수 $f(x) = x^2 - 2x + 2$, $g(x) = -x^2 + 6$ 의 그래프는 서로 다른 두 점에서 만난다. 이때 제1사분면 위에서 만나는 점을 P라 하고, 점 P에서 두 곡선에 그은 접선을 각각 l , m 이라 할 때, 두 직선 l , m 과 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하여라.

7. 두 곡선 $y = x^3 - 4x$, $y = ax^2 + bx$ 가 $x = -1$ 에서 공통인 접선을 가질 때, 상수 a , b 에 대하여 $\frac{a}{b}$ 의 값은?

- ① -1 ② $-\frac{4}{5}$ ③ $\frac{2}{5}$
- ④ 2 ⑤ $\frac{7}{3}$

8. 함수 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 2$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 다음 중 그 값이 항상 양인 것은? (단, a, b, c, d 는 상수이고 $|\beta| > |\alpha|$ 이다.)

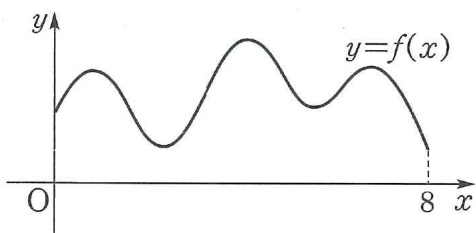
- ① a ② ab ③ abc
- ④ $a - c$ ⑤ $bc - a$



9. 미분가능한 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 $f(2)=g(2)$ 이고, 모든 실수 x 에 대하여 $f'(x)>g'(x)$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① $f(-2)>g(-2)$
- ② $f(0)>g(0)$
- ③ $f(1)>g(1)$
- ④ $f(3)>g(3)$
- ⑤ $f(5)=g(5)$

10. 미분가능한 함수 $y=f(x)$ ($0 \leq x \leq 8$)의 그래프가 다음 그림과 같다.



이때 충분히 작은 양수 h 에 대하여
 $m-h < x < m$ 이면 $\frac{f(x)-f(m)}{x-m} < 0$,
 $m < x < m+h$ 이면 $\frac{f(x)-f(m)}{x-m} > 0$
을 만족시키는 실수 m 의 개수는?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

11. 함수 $y = \frac{bx+2}{x+a}$ 의 그래프가 두 직선 $y=x+3$, $y=-x-2$ 에 대하여 대칭일 때, $2b-a$ 의 값은?
(단, a , b 는 상수이다.)

- ① $-\frac{3}{2}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0
- ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

12. $1 \leq x \leq 3$ 인 임의의 실수 x 에 대하여
 $ax+2 \leq \frac{2x+4}{x+1} \leq bx+2$
가 항상 성립할 때, a 의 최댓값과 b 의 최솟값의 합은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{5}{6}$
- ④ 1 ⑤ $\frac{7}{6}$

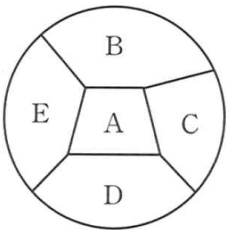
11일차 과제

13. 첫째항이 112, 공차가 정수인 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. S_8 의 값이 임의의 다른 S_n 의 값보다 클 때, 공차를 구하여라.

14. 첫째항과 공차가 같은 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. 자연수 k 에 대하여 $S_m = ka_m$ 을 만족시키는 m 의 값을 b_k 라 할 때, $b_1 + b_2 + b_3 + \cdots + b_{15}$ 의 값을 구하여라. (단, $a_1 \neq 0$)

15. A, B, C 세 나라에서 각각 대표 3명씩을 뽑아 총 9명이 원탁에 앉아 회의를 하려고 한다. A, B 두 나라의 대표들만 자국의 대표끼리 이웃하게 앉는 방법의 수를 구하여라.

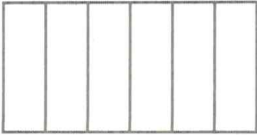
16. 서로 다른 5가지 색으로 오른쪽 그림을 칠하려고 한다. A, B, C, D, E의 영역에 같은 색을 중복하여 이용해도 좋으나 인접한 영역은 서로 다른 색으로 칠할 때, 칠하는 방법의 수를 구하여라.



- ① 160
 ② 270
 ③ 360
- ④ 420
 ⑤ 540

11일차 과제

17. 오른쪽 그림과 같은 6개의 영역을 빨강, 파랑, 노랑 3가지 색을 모두 사용하여 칠하려고 한다. 이때 이웃하는 영역을 서로 다른 색으로 칠할 확률을 구하여라.



19. 집합 $\{1, 2, 3, \dots, 10\}$ 의 임의의 두 원소 m, n 에 대하여 $3^m + 4^n$ 이 5로 나누어떨어질 확률은?

- ① $\frac{1}{4}$
 ② $\frac{3}{10}$
 ③ $\frac{2}{5}$
- ④ $\frac{3}{25}$
 ⑤ $\frac{6}{25}$

18. 두 집합 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{4, 5\}$ 에 대하여 A 에서 B 로의 함수 f 를 만들 때, 이 함수가 $f(1)+f(2)+f(3)=14$ 를 만족시킬 확률은?

- ① $\frac{1}{8}$
 ② $\frac{1}{6}$
 ③ $\frac{1}{4}$
- ④ $\frac{1}{3}$
 ⑤ $\frac{3}{8}$

20. 서로 다른 세 개의 주사위를 동시에 던져서 나오는 눈의 수를 각각 a, b, c 라 할 때, $(a-b)(b-c)(c-a)=0$ 일 확률을 구하여라.