

11일차 과제

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^x - 1) \ln(1+x)}{ax^2 + b} = 1$ 을 만족시키는 상수 a, b 에 대하여 $2a + b$ 의 값을 구하여라.

2. $x > 0$ 에서 정의된 함수 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} n(\sqrt[n]{x} - 1)$ 에 대하여 $f(e) + f\left(\frac{1}{e}\right)$ 의 값은? (단, n 은 자연수이다.)

- ① 0

② 1

③ e
- ④ $e + 1$

⑤ $2e$

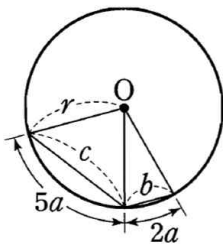
3. 오른쪽 그림과 같이 반지름의 길이가 r 인 원 O 에서 길이가 $2a, 5a$ 인 호에 대한 현의 길이를 각각 b, c 라 할 때, $\lim_{a \rightarrow 0^+} \frac{b+c}{a}$ 의 값은?

- ① 5

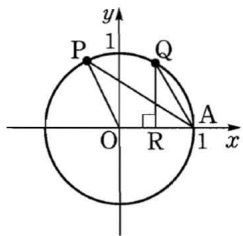
② $\frac{11}{2}$

③ 6
- ④ $\frac{13}{2}$

⑤ 7



4. 오른쪽 그림과 같이 좌표평면 위의 두 점 P, Q 가 점 $A(1, 0)$ 을 동시에 출발하여 원 $x^2 + y^2 = 1$ 위를 시계바늘이 도는 반대 방향으로 점 P 가 $2t$ 만큼 움직일 때 점 Q 는 t 만큼 움직인다. 점 Q 에서 x 축에 내린 수선의 발을 R 라 할 때, 삼각형 OAP 의 넓이가 삼각형 RAQ 의 넓이의 두 배가 될 때의 t 의 값을 구하여라.
(단, $0 < t < \frac{\pi}{2}$ 이고, O 는 원점이다.)



11일차 과제

5. 함수 $y = \cos^2 \theta + \sin \theta \cos \theta$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, Mm 의 값을 구하여라.

6. $0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$ 에서 함수 $f(x) = ax + a \cos 2x$ 의 최솟값이 $\frac{\pi}{2}$ 일 때, 최댓값을 구하여라. (단, $a > 0$)

7. 함수 $f(x) = xe^{-x}$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 의 변곡점에서 이 곡선에 그은 접선의 방정식을 $y = g(x)$ 라 할 때, $g(1)$ 의 값을 구하여라.

8. 함수 $f(x) = e^{\frac{1}{x}} - x$ 에 대한 설명 중 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

| 보기 |

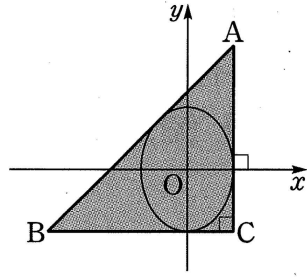
ㄱ. 함수 $f(x)$ 의 극값은 존재하지 않는다.
ㄴ. 0이 아닌 임의의 두 실수 x_1, x_2 에 대하여 $x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) < f(x_2)$ 이다.
ㄷ. 곡선 $y = f(x)$ 의 변곡점의 좌표를 (a, b) 라 하면 $a + b = \frac{1}{e^2}$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

11일차 과제

9. 오른쪽 그림과 같이 타원

$16x^2 + 9y^2 = 144$ 에 외접하는 직각 이등변 삼각형 ABC의 넓이를 구하여라.



11. 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t 에서의 속도가

$$v(t) = \sin 2t - 2 \sin t \quad (0 \leq t \leq \pi)$$

일 때, 원점과 점 P 사이의 거리의 최댓값을 구하여라.

10. 점 $A(a, 0)$ 에서 쌍곡선 $x^2 - 5y^2 = 15$ 에 그은 두 접선의 접점을 각각 P, Q라 하자. 삼각형 APQ가 정삼각형일 때, 양수 a 의 값을 구하여라.

12. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 t 에서의 위치 (x, y) 가

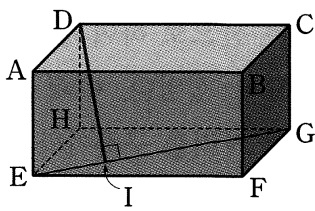
$$x = \sin t + \cos t, \quad y = \cos t - \sin t$$

로 주어질 때, $t=0$ 에서 $t=\pi$ 까지 점 P가 움직인 거리는?

- ① π ② $\sqrt{2}\pi$ ③ $\sqrt{3}\pi$
 ④ 2π ⑤ 3π

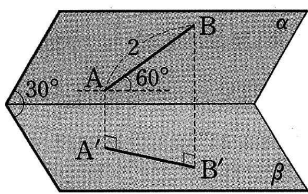
11일차 과제

13. 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}=2$, $\overline{AD}=\overline{AE}=1$ 인 직육면체의 꼭짓점 D 에서 밑면의 대각선 EG 에 내린 수선의 발을 I 라 할 때, $\overline{DI}$ 의 길이는?



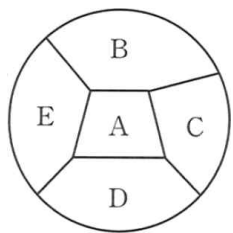
- ① $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ② $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ ③ $\sqrt{5}$
- ④ $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $\sqrt{3}$

14. 오른쪽 그림과 같이 두 평면 α, β 가 이루는 각의 크기가 30° 이고, 평면 α 위에 길이가 2인 선분 AB 가 있다. 두 평면 α, β 의 교선과 직선 AB 가 이루는 각의 크기가 60° 일 때, 선분 AB 의 평면 β 위로의 정사영인 선분 $A'B'$ 의 길이를 구하여라.



15. A, B, C 세 나라에서 각각 대표 3명씩을 뽑아 총 9명이 원탁에 앉아 회의를 하려고 한다. A, B 두 나라의 대표들만 자국의 대표끼리 이웃하게 앉는 방법의 수를 구하여라.

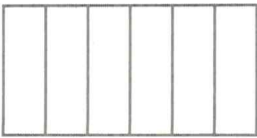
16. 서로 다른 5가지 색으로 오른쪽 그림을 칠하려고 한다. A, B, C, D, E의 영역에 같은 색을 중복하여 이용해도 좋으나 인접한 영역은 서로 다른 색으로 칠할 때, 칠하는 방법의 수를 구하여라.



- ① 160 ② 270 ③ 360
- ④ 420 ⑤ 540

11일차 과제

17. 오른쪽 그림과 같은 6개의 영역을 빨강, 파랑, 노랑 3가지 색을 모두 사용하여 칠하려고 한다. 이때 이웃하는 영역을 서로 다른 색으로 칠할 확률을 구하여라.



19. 집합 $\{1, 2, 3, \dots, 10\}$ 의 임의의 두 원소 m, n 에 대하여 $3^m + 4^n$ 이 5로 나누어떨어질 확률은?

- ① $\frac{1}{4}$
- ② $\frac{3}{10}$
- ③ $\frac{2}{5}$
- ④ $\frac{3}{25}$
- ⑤ $\frac{6}{25}$

18. 두 집합 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{4, 5\}$ 에 대하여 A 에서 B 로의 함수 f 를 만들 때, 이 함수가 $f(1)+f(2)+f(3)=14$ 를 만족시킬 확률은?

- ① $\frac{1}{8}$
- ② $\frac{1}{6}$
- ③ $\frac{1}{4}$
- ④ $\frac{1}{3}$
- ⑤ $\frac{3}{8}$

20. 서로 다른 세 개의 주사위를 동시에 던져서 나오는 눈의 수를 각각 a, b, c 라 할 때, $(a-b)(b-c)(c-a)=0$ 일 확률을 구하여라.