

제 2 교시

2019학년도 TPN 모의고사 문제지

수학 영역 (가형)

배포용

성명

수험 번호

- 자신이 선택한 유형('가형' / '나'형)의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확히 쓰십시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

모두 최고가 될 수는 없지만 당신이 최고가 되지 말라는 법은 없다.

- 답안지의 해당란에 성명과 수험번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형 (홀수/짝수), 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

TPN 모의고사 제작진

TPN Team.
Prime
Number

Team.

Prime

Number

제 2 교시

수학 영역(가형)

배포용

5지선다형

1. $P(5,2) + S(5,2)$ 의 값은? [2점]

- ① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(e^{3n}-1)\sin n}{\ln(1+6n)n}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ 1

3. 타원 $\frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{25} = 1$ 의 두 초점을 F, F' 으로 둘 때, $|\overline{FF'}|$ 의 값은? [2점]

- ① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

4. $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \tan x dx$ 의 값은? [3점]

- ① $\ln \sqrt{3}$ ② $\ln 2$ ③ $\ln \sqrt{5}$
 ④ $\ln \sqrt{6}$ ⑤ $\ln \sqrt{7}$

5. 사건 A, B 가 서로 독립일 때, $P(A) = \frac{1}{2}$ 이고,

$P(A \cap B^C) = \frac{1}{6}$ 이다. $\frac{P(B)}{P(A)}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

6. $\vec{a} + \vec{b} = (3, 6)$, $3\vec{a} - 4\vec{b} = (2, 4)$ 일 때, $\vec{a}$ 와 $\vec{b}$ 의 크기의 합은? [3점]

- ① $\sqrt{5}$ ② $2\sqrt{5}$ ③ $3\sqrt{5}$ ④ $4\sqrt{5}$ ⑤ $5\sqrt{5}$

7. 매개함수 t 로 나타내어진 함수

$$\begin{cases} x = e^{t^2} + 3t \\ y = \ln(t^2 + t + 1) \end{cases}$$

에 대하여 $t = 1$ 일 때 $\frac{dy}{dx}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{e+2}$ ② $\frac{1}{2e+3}$ ③ $\frac{1}{3e+4}$

- ④ $\frac{1}{4e+5}$ ⑤ $\frac{1}{5e+6}$

8. 어느 군 납품 김장업체에서 100명의 부사관에게 김치의 만족도를 조사하였다. 50명의 부사관들이 김치가 '맛있다' 라고 대답하였고, 이들 중 30명이 남성 부사관이었다. 여성 부사관이 45명일 때, 임의로 뽑은 한 부사관이 여성이면서 김치가 '맛이 없다.' 라고 대답했을 확률은? (단, 만족도 조사는 '맛있다'와 '맛이 없다' 두 가지의 선택지만 있으며, 기권한 부사관은 없다.) [3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{10}$ ③ $\frac{7}{20}$ ④ $\frac{2}{5}$ ⑤ $\frac{9}{20}$

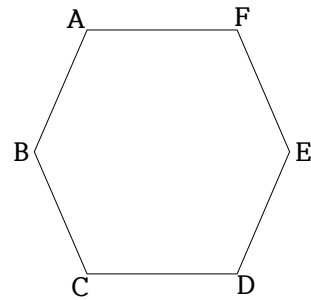
9. $\cos \theta = \frac{1}{4}$ 일 때, $\tan \frac{\theta}{2}$ 의 값은? (단, $\frac{3}{2}\pi < \theta < 2\pi$) [3점]

- ① $-\frac{\sqrt{15}}{5}$ ② $-\frac{4\sqrt{15}}{15}$ ③ $-\frac{\sqrt{15}}{3}$
 ④ $-\frac{2\sqrt{15}}{5}$ ⑤ $-\frac{7\sqrt{15}}{15}$

10. 다음과 같은 한 변의 길이가 1인 정육각형 ABCDEF에서 점 P가 다음을 만족한다.

$$\overrightarrow{AP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AE}$$

이때, A, B, C, P, F로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]



- ① $\frac{5\sqrt{3}}{6}$ ② $\frac{11\sqrt{3}}{12}$ ③ $\sqrt{3}$
 ④ $\frac{13\sqrt{3}}{12}$ ⑤ $\frac{7\sqrt{3}}{6}$

11. 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 모든 양의 실수 x 에 대해 다음이 성립한다.

$$f'(x) = \frac{2}{x} \left(\int_0^x f'(t) dt + f(0) \right), f(x) > 1$$

$$\ln f(x) = 2 \ln g(x) + C \quad (C \text{는 적분 상수})$$

$g(x)$ 의 일차항의 계수가 1일 때, $g(4)$ 의 값은? [3점]

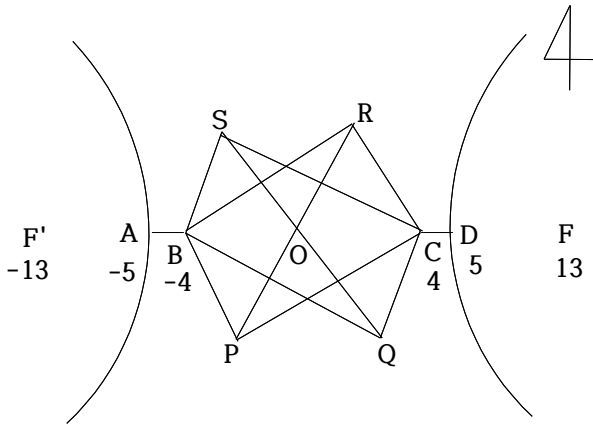
- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

12. 3학년 12반 학생들이 수시 원서 6장을 모두 제출했다. 이 중에 학생부 종합전형을 평균적으로 2장, 표준편차는 0.5장으로 냈다고 한다. 임의로 한 사람을 뽑았을 때, 이 학생이 학생부 종합전형을 1장 이상 3장 이하로 냈을 확률은?(단, 3학년 12반 학생은 정규분포를 따를 정도로 충분히 많다.) [3점]

z	$P(0 \leq z \leq Z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① 0.5328 ② 0.7845 ③ 0.8664 ④ 0.9104 ⑤ 0.9544

[13-14] 다음은 지점 O를 좌표평면상의 원점으로 두고, 동쪽과 북쪽을 각각 x축과 y축으로 보았을 때, 이웃마을 F, F', 각 지점이 O와 떨어진 거리와 도로망을 나타낸 것이다. 점 F', F, A, B, O, C, D는 x축 상에 위치하며 A, P, Q, D, R, S를 지나는 한 곡선은 초점이 B, C인 타원을 그리며, 양쪽의 곡선 도로망은 초점이 각각 F, F'인 쌍곡선을 그린다.



13. 어떤 여행자가 지점 A에서 지점 D로 가려고 한다. 서쪽으로 향하지 않는다고 할 때, 여행자가 이동한 경로로 가능한 모든 경우의 수와, 그 중에서 점 S, R, P, Q 중 어느 한 점을 지나면서 이동거리가 12가 되게 이동하는 경우의 수의 합은? [3점]

- ① 30 ② 32 ③ 34 ④ 36 ⑤ 38

14. 도로망과 마을이 아닌 부분을 평원이라고 하자. 두 사람이 각각 서쪽의 곡선 도로망의 어느 한 지점과, O에서 정북쪽으로 3만큼 떨어진 지점에서 같은 속도로 서로를 향해 평원을 직선으로 가로지른다. 곡선도로망에서 출발하는 사람의 지점에 따라서 이 둘이 만나는 지점이 결정되는데, 이 지점들의 자취는 동서방향을 X축, 남북방향을 Y축으로 두었을 때, 다음과 같다.

$$(y - \frac{3}{2})^2 = t(\frac{4x^2}{25} - 1) \quad (x \leq -\frac{5}{2})$$

이때, t의 값은? [4점]

- ① 4 ② 9 ③ 16 ④ 25 ⑤ 36

15. $y = \sin x, z = 0$ 그래프와 $z = \sin x, y = 0$ 의 그래프가 있다. 여기서 점 $(x, \sin x, 0)$ 과 $(x, 0, \sin x)$ 를 직선으로 이어서 곡면을 만든다. 이때, 구간 $[0, 4\pi]$ 까지 직선들로 만든 곡면과 xy 평면, xz 평면으로 둘러싸인 부분의 부피의 합은?

[4점]

- ① π ② 2π ③ 3π ④ 4π ⑤ 5π

16. 시간 t 를 매개로 하는 함수 $x = f(t), y = g(t)$ 가 있고, $g(0) = 2f(0) = 2$ 를 만족한다.

이때, $t = 1$ 에서 $t = 2$ 까지의 이동거리를 a_1 , $t = 2$ 에서 $t = 3$ 까지의 속력의 변화량을 a_2 , $t = 3$ 에서 $t = 4$ 까지의 가속력의 변화량을 a_3 , ... 이런 방식으로 수열 a_n 을 정한다고 하자.

이 수열이 등비수열일 때, $\log(f(10)g(10))$ 의 정수부분이 18이라고 한다. $[f(1)]$ 의 값으로 가능한 모든 수의 합은? (단, $\log 2 = 0.3$ 으로 계산하며, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수를 의미한다.) [4점]

- ① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

17. 두 곡선 $y^2 = x^3 + ax + b$, $x^2 = y^3 + ay + c$ 가 있다. 두 곡선의 공통된 점 (α, β) 에 접하는 접선의 기울기가 두 곡선에서 동일할 때, 가능한 (α, β) 의 쌍이 2개 존재한다. 이때, $[100|b+c|]$ 의 가능한 값들의 합은? (단, (α, β) 는 실수이며, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수를 의미한다.) [4점]

- ① 55 ② 56 ③ 57 ④ 58 ⑤ 59

18. 다항함수나 상수항을 갖지 않는 함수 $f_n(x)$ 가 다음 조건들을 만족한다.

(가) $f_n(x)$ 는 구간 $(-1, \infty)$ 내의 n 으로 미분가능하고, $\lim_{x \rightarrow \infty} f_n(x)$ 는 n 에 대한 구간 $(2, 3)$ 내에서 연속이며 증가한다.

(나) $f_n(x)$ 는 전 구간에서 x 로 미분가능하다.

(다) $f_n(x)$ 를 x 로 미분한 함수를 $f'_n(x)$ 라고 하면, 아래 식이 성립한다.

$$f'_n(x) = -\frac{1}{x^{n-1}}(e^{-\frac{1}{x}} - x^{2n-2}e^{-x})$$

다음 중 옳은 것만을 보기에서 모두 고른 것은? [4점]

〈보기〉

ㄱ. $f_n(x)$ 가 구간 $(0, \infty)$ 내의 모든 실수 x 에 대해 $f_n(x) < 2017$ 을 만족하게 하는 모든 정수 n 의 합은 28이다.

ㄴ. 구간 $[-2017, 0]$ 내의 실수 n 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow \infty} f_n(x)$ 는 n 에 대해 미분불능인 점과, 구간 $[2, 2017]$ 내의 실수 n 에 대해 $\lim_{x \rightarrow \infty} f_n(x)$ 가 증가하지 않는 점의 수의 합은 1004이다.

ㄷ. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f_n(x)}{2f_{n-2}(x)} = {}_{n-1}C_2$ ($n > 2$, n 은 자연수)가 항상 성립한다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19. 정육면체 BFGC - OADC가 있고, O가 원점일 때 A(2, 0, 0), B(0, 2, 0), C(0, 0, 2)이다. I(1, 0, 1), J(1, 2, 1)일 때, 이 정육면체를 $\overline{IJ}$ 를 축으로 하여 +y쪽에서 볼 때 시계 방향으로 $\theta_1 (0 < \theta_1 < \frac{\pi}{2})$ 만큼 돌려서 만든 도형을 도형X라고 한다.

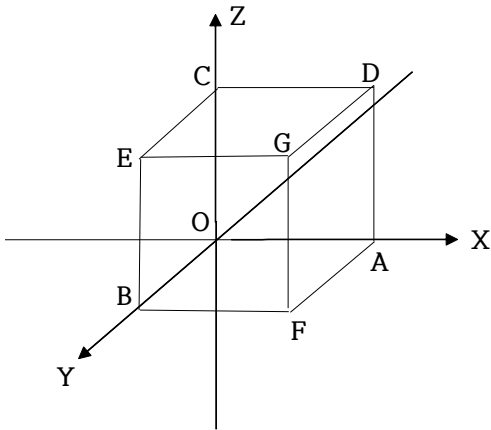
한편, 평면 P는 y축에 수직이고 (0, 1, 0)을 지난다. M(1, 1, 0), N(1, 1, 2)일 때, 평면 P를 $\overrightarrow{MN}$ 을 축으로 하여 -z쪽에서 볼 때 시계방향으로 $\theta_2 (-\frac{\pi}{6} < \theta_2 < \frac{\pi}{6})$ 만큼 돌려서 만든 평면을 평면Q라고 한다.

도형 X와 평면 Q의 교점을 잇는 선분 중 가장 긴 선분을 연장하여 직선 I라고 하자. 직선 I와 정육면체 BFGC - OADC의 두 교점 사이의 거리를 x라고 할 때, x^2 의 평균 m은 다음과 같다.

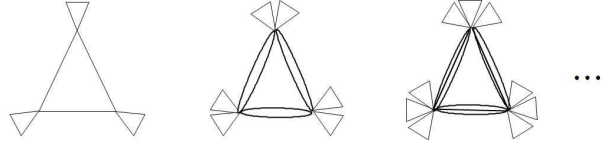
$$m = a\left(\frac{b + \sqrt{3}}{\pi}\right) - c \quad (\text{단, } a, b, c \text{는 정수})$$

이때, $a + b + c$ 의 값은? [4점]

- ① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16



20. 다음과 같은 규칙으로 늘어나는 도형이 있다.



n번째 도형을 가운데의 삼각형의 세 꼭짓점 중 어느 한 곳에서 시작해 한붓그리기를 할 경로의 수를 $f(n)$ 이라고 하자. 다음은 $f(n)$ 을 구하는 과정이다.

처음 그리기를 시작하는 점에서 시계방향으로 삼각형의 각 점을 A, B, C라 하면

$f(n) = (A \text{ } n+1 \text{ 개, } B \text{ } n \text{ 개, } C \text{ } n \text{ 개를 같은 알파벳끼리는 이웃하지 않고 양 끝에 A가 오는 경우의 수}(=a_n)) \times (A, B, C \text{가 나열되었을 때 도형의 선을 선택해 그리는 경우의 수}(=b_n))$

a_n 은 A $n+1$ 개를 나열한 뒤 A사이의 공간 n 개에 B, C를 알파벳끼리 겹치지 않게 하나 이상 배열하는 경우의 수와 같다.

각각의 공간에 배열된 B와 C의 개수의 합이 홀수 개인 공간의 개수를 $2k$ 라 하면 $(0 \leq k \leq [\frac{n}{2}], k \text{는 자연수})$

$a_n(k) = (\text{가})$

$$\text{즉 } a_n = \sum_{k=0}^{[\frac{n}{2}]} (\text{가})$$

한편 b_n 은 나열된 A, B, C로 가운데 삼각형의 변을 따라 움직이는 경우의 수가 (나) 이고, 도중 각 꼭짓점 바깥에 있는 삼각형을 지나가는 경우의 수가 (다)이므로

$$b_n = (\text{나}) \times (\text{다})$$

따라서, $f(n) = a_n \times b_n$ 이다.

(가)를 $g_n(k)$, (나)를 $h_1(n)$, (다)를 $h_2(n)$ 이라 할 때, $\left[\frac{g_8(3) + h_1(5) + h_2(3)}{10^6} \right]$ 의 값은? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수를 의미한다.) [4점]

- ① 220 ② 221 ③ 222 ④ 223 ⑤ 224

21. 모든 실수 x 에서 정의되어 있고, 최고차항이 1인 삼차 함수 $f(x)$ 와 미분가능한 함수 $g(x)$ 가 있다. $g(1)=0$ 이고, $g'(x)>0$ 일 때, 함수 $f(x), g(x)$ 는 다음 조건을 만족한다.

<가> $f(x)g(x)=(x-1)f'(x)g(x)$ 를 만족하는 x 값은 오직 1 뿐이다.

<나> $g(|f(x)|)=k$ 를 만족하는 x 값이 오직 1개인 k 는 존재하지 않는다.

<다> $g(|f(x)|)$ 의 극값이 n 개일 때, 극값을 가지게 되는 x 값을 크기 순으로 $a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, \dots, a_2, a_1$ 으로 두자. 이때, $a_n - a_1 = n - 1$ 이다.

이때, $\int_2^4 f(x)dx + (2-n)a_2a_{n-1}$ 의 값은? [4점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

단답형

22. $y = \log_2(x+a)$ 는 $y = 2^x - a$ 와 한 점에서 만나며, 원점에서 그 교점까지의 거리가 $8\sqrt{2}$ 이다. a 의 값은? (단, $x+a > 0$ 이다.) [3점]

23. 흰 돌 6개와 검은 돌 4개가 있다. 이 돌들을 일렬로 배열하되, 반드시 양쪽 끝에는 서로 같은 색의 돌이어야 한다. 배열가능한 모든 경우의 수는? (단, 같은 색의 돌끼리는 구분하지 않는다.) [3점]

24. 좌표공간 내의 점 $(5,2,5)$ 와 점 $(2,5,2)$ 를 1:3으로 외분하는 점 P의 좌표는 (e,y,a) 이다. $2(e+y+a)$ 의 값은?

[3점]

25. $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ 일 때, $\lim_{\sin x \rightarrow 0} \frac{2}{\sin x} \ln\left(\frac{\tan x + x^2}{x}\right)$ 의 값은?

[3점]

26. 근하가 넓이가 무한인 원 모양의 과녁에 화살을 쏜다. 과녁의 중심(원의 중심)으로부터 γ 만큼 떨어진 거리 내에

화살이 맞을 확률은 $\int_0^\gamma \frac{a}{6\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-3)^2}{72}} dx$ ($\gamma \geq 0$)이다. 근하

가 화살을 쏘았을 때, 화살이 맞은 곳과 과녁의 중심 사이의 거리가 6 이하일 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값은? (단, 정규분포

또 $N(m, \Delta^2)$ 을 따르는 확률변수 X 의 확률밀도함수는

$g(X) = \frac{1}{\Delta\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(X-m)^2}{2\Delta^2}}$ 이며, $P(x \geq c) = 0.5 - \int_m^c g(x) dx$

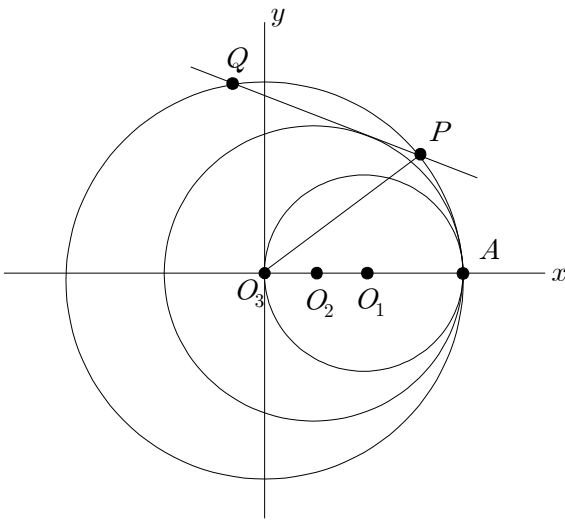
이다. 또한, p, q 는 서로소인 자연수이며, a 는 유리수이다.)

[4점]

Z	$P(0 \leq z \leq Z)$
0.5	0.2
1.0	0.35
1.5	0.43
2.0	0.48

27. 다음과 같은 원 3개가 점 A 에서 만나는 도형이 있다. O_1, O_2, O_3 이 각각의 원의 중심이고, $\overline{O_2O_1}=1$ 이며, $\overline{O_3O_1}=2$ 일 때, O_3 에서 θ 의 각도로 그은 직선이 원 O_3 에 닿는 지점을 P 라고 하자. 또한, 그 P 에서 원 O_2 로 그은 접선이 원 O_3 에 닿을 때, y 값이 큰 접점을 Q 라고 하자. Q 의 x 좌표를 $f(\theta)$ 라 하고, 호 O_3AP 의 넓이를 $S(\theta)$ 라고 할 때,

$\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{S(\theta)^2}{4\cos\theta - f(\theta)}$ 의 값은? [4점]



28. 2018학년도 수능특강은 다음과 같이 출판되었다.

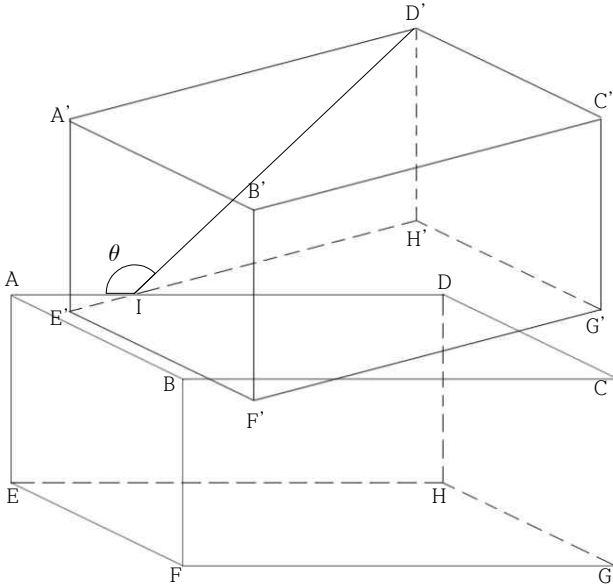
과목	색깔	권수
제2외국어	빨강	9권
영어	주황	3권
국어	노랑	3권
수학	초록	4권
과학탐구	파랑	8권
사회탐구	보라	9권
한국사	갈색	1권

어떤 학생이 수능특강을 구입할 때, 다음과 같은 조건으로 구매하려 한다.

- <조건 1> 국어, 영어, 수학, 한국사는 반드시 1권 이상 구매한다.
- <조건 2> 학생은 사회탐구, 과학탐구 중 하나만을 골라 한 권 이상을 구매해야 하며, 사회탐구를 구매할 경우에만 제2외국어도 구입이 가능하다.
- <조건 3> 책을 같지 않도록 6권 구입한다.

구입한 책을 임의의 순서대로 배열했을 때, 색이 순차적으로 변하는 경우가 한 차례도 없었다. 가능한 경우의 수는? (단, 순차적 변화란 빨강-주황-노랑-초록-파랑-보라-갈색-빨강에서 이웃한 두 색이 배열에서 붙어있는 경우를 말한다. 또한, 똑같은 색의 책끼리는 구분을 하지 않는다.) [4점]

29.



그림과 같이 두 개의 직육면체 $ABCDEFGH$ 와 $A'B'C'D'E'F'G'H'$ 를 $ABCDEFGH$ 가 밑에 가도록 포개어 놓았다. 길이가 12인 $\overline{AD}$ 를 1:3으로 내분하고, 길이가 15인 $\overline{E'H'}$ 를 1:4로 내분하는 점을 I 라고 하고, $\angle AID' = \theta$ 라고 하자. $\overline{AE} = \overline{D'H'} = 6\sqrt{2}$, $\overline{A'B'} = \overline{AB} = 6$ 일 때, $|\overline{A'H'}| \cos \theta = |\overline{EF'}|$ 를 만족하는 최소의 $\cos \theta$ 는 $-\sqrt{\frac{q}{p}}$ 이다. $p+q$ 의 값은? (단, p, q 는 서로소인 자연수이며, 중력의 영향은 고려하지 않는다.) [4점]

30. 다음은 실수 전체에서 정의된 연속함수 $f(x), g(x), h_n(x)$ 에 관한 정보이다.

함수	정의	실근의 개수	미분가능성
$f(x)$	$f(x) = \left(\sum_{k=1}^{2u+1} z_k x^k\right) - 1$		전 구간에서 미분 가능
$g(x)$	$\{g(x)\}^2 = f(x) $	m	전 구간에서 미분 가능
$h_n(x)$	$h_n(x) = \frac{ f(x) }{(x-t_n)^n}$ (단, t_n 은 상수)	l	a_n 이 홀수이면 전 구간에서 미분 가능
$g(x) - t_n$		a_n	
$g'(x)$		p	

기타 사항 : n, u 는 자연수이고, z_k 는 실수이다.

홀수인 a_n 의 수와 l 이 최대이고 $p = I(m) + J(\alpha)$ (I, J 는 함수, α 는 정의역이 자연수인 m 과 독립적인 변수)로 나타낼 때, $2u+1$ 의 최솟값은 $b_m(\alpha)$ 이다. $\sum_{\alpha=1}^{10} b_8(\alpha)$ 의 값은? [4점]

* 확인사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

Team.

TPN 모의고사는 19학번이 될 후배들을 위한 무료 모의고사입니다. 이 모의고사는 상업적/비상업적 사용 여부와 관계없이 원작자를 밝히면 누구나 자유로이 배포/수정이 가능하며, 정답지에서 이해가 되지 않는 부분에 대한 질문은 가급적이면 다음 메일 주소로 질문해주시면 빠르게 답변 드리도록 하겠습니다.

rsacrypto@naver.com

Team. Prime Number

Number

이 면은 여백입니다.