

제 2 교시

수학 영역(가형)

홀수형

5 지선 다형

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos x}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

2. 함수 $f(x) = x^2 \ln x$ 에 대하여 $f'(e)$ 의 값은? (단, e 는 자연로그의 밑이다.) [2점]

- ① 2 ② 3 ③ e ④ $2e$ ⑤ $3e$

3. $\int_0^{\ln 2} (e^x - e^{-x}) dx$ 의 값은? (단, e 는 자연로그의 밑이다.)

[2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

4. 부등식 $3^{2x+1} + 3 \leq 10 \times 3^x$ 을 만족시키는 정수 x 의 개수는? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

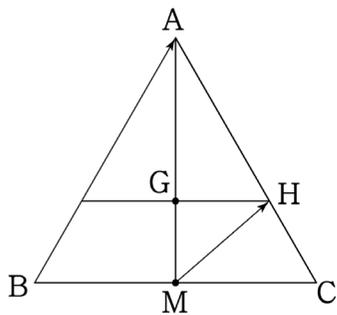
5. 닫힌 구간 $[0, 6]$ 의 모든 실수 값을 갖는 연속확률변수 X 가 있다. X 의 확률밀도함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{5a} & (0 \leq x \leq a) \\ \frac{1}{5} & (a < x \leq 6) \end{cases}$$

일 때, 상수 a 의 값은? (단, $0 < a < 6$) [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. 그림과 같이 한 변의 길이가 6인 정삼각형 ABC 에서 변 BC 의 중점을 M 이라 하고, 무게중심 G 를 지나고 직선 BC 와 평행인 직선이 변 AC 와 만나는 점을 H 라 하자. $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{MH}$ 의 값은? [3점]

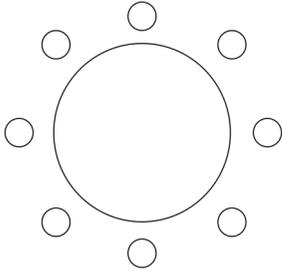


- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

7. $0 \leq x \leq \pi$ 에서 방정식 $\sin x + \cos x = \frac{\sqrt{6}}{2}$ 을 만족시키는 모든 x 의 값의 합을 θ 라 할 때, $\cos \theta$ 의 값은? [3점]

- ① -1 ② $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⑤ 1

8. 1학년 2명, 2학년 3명, 3학년 3명이 그림과 같이 8개의 자리가 있는 원탁에 앉으려고 할 때, 1학년 끼리는 이웃하지 않고 2학년은 모두 이웃하도록 앉는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 경우는 같은 것으로 본다.) [3점]



- ① 420 ② 432 ③ 444 ④ 456 ⑤ 468

9. 포물선 $y^2 = 4x$ 의 초점을 F라고 하자. 이 포물선 위의 두 점 A, B에 대하여 $|\overrightarrow{AF}|=5$, $|\overrightarrow{BF}|=2$ 일 때, $|\overrightarrow{AB}|^2$ 의 최솟값은? [3점]

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

10. 함수 $y=f(x)$ 에 대하여 $x=2\ln t$, $y=t^2+\frac{1}{t}$ 일 때,

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2h)-2}{h}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

11. $-1 \leq x \leq 4$ 에서 함수 $f(x) = a^{x^2-4x}$ 의 최댓값과 최솟값의 곱이 $\frac{1}{2}$ 일 때, $f(1)$ 의 값은? (단, $a > 0$, $a \neq 1$) [3점]

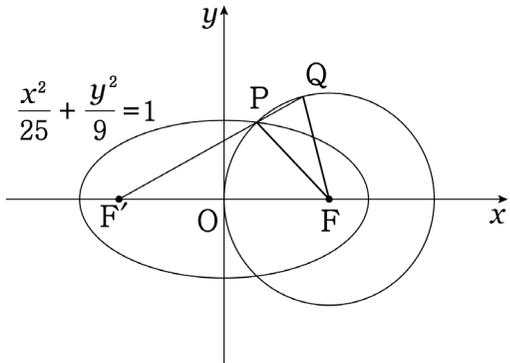
- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

12. 한 개의 주사위를 n 번 던질 때, k 이하의 눈의 수가 나오는 횟수를 확률변수 X 라 하고 k 이상의 눈의 수가 나오는 횟수를 확률변수 Y 라 하자. $E(X) = 12$, $E(Y) = 16$ 일 때, $n+k$ 의 값은? (단, n 은 자연수, k 는 $1 \leq k \leq 6$ 인 자연수이다.) [3점]

- ① 24 ② 25 ③ 26 ④ 27 ⑤ 28

13. 그림과 같이 타원 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ 의 두 초점을 $F(c, 0)$,

$F'(-c, 0)$ ($c > 0$)라 하자. 중심이 점 F 이고 원점 O 를
지나는 원이 이 타원과 만나는 점 중 제1사분면의 점을
 P 라 하고, 직선 $F'P$ 와 원이 만나는 점 중 점 P 가 아닌
점을 Q 라 하자. 삼각형 PFQ 의 둘레의 길이는? [3점]



- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

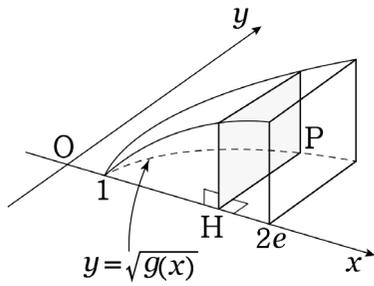
14. 이차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 와 함수

$$g(x) = \begin{cases} \frac{f(x)}{\ln(2x+1)} & (x \neq 0) \\ 2017f(0) & (x = 0) \end{cases}$$

가 있다. $g(x)$ 가 $x=0$ 에서 미분가능할 때, $f(4)g'(0)$ 의
값은? [4점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

15. $x \geq 0$ 에서 정의된 함수 $f(x) = (x+1)e^x$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 하고, 곡선 $y = \sqrt{g(x)}$ ($1 \leq x \leq 2e$) 위의 점 P에서 x 축에 내린 수선의 발을 H라 하자. 선분 PH를 한 변으로 하는 정사각형을 x 축과 수직으로 세워서 밑면이 xy 평면에 놓이는 입체를 만든다. 점 H가 (1, 0)에서 $(2e, 0)$ 까지 움직일 때 만들어지는 입체의 부피는? [4점]



- ① $e-2$ ② $e-1$ ③ e ④ $e+1$ ⑤ $e+2$

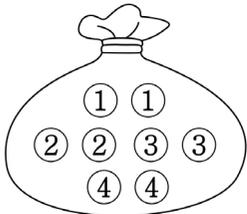
16. 좌표공간에서 두 점 $A(4, -3, 2)$, $B(6, 1, 3)$ 과 직선 $l: x = \frac{y+3}{2} = z-2$ 위의 점 $P(a, b, c)$ 에 대하여 삼각형 ABP의 무게중심을 Q라 하자. 두 벡터 \vec{OP} , \vec{OQ} 의 내적 $\vec{OP} \cdot \vec{OQ}$ 가 최소가 되도록 할 때, 점 P와 yz 평면 사이의 거리는? [4점]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

17. 주머니에 ①, ①, ②, ②, ③, ③, ④, ④와 같이 자연 수가 각각 하나씩 적힌 공이 8개 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 3개의 공을 동시에 꺼낼 때, 나오는 공에 적힌 수의 최댓값, 최솟값을 각각 M, m 이라 하자.

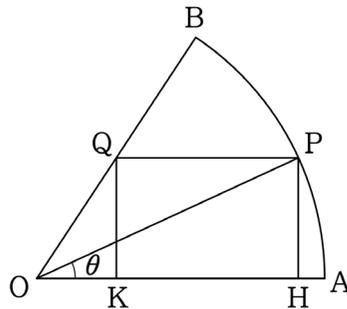
$$(M-3)(m-2) \neq 0$$

일 확률은? [4점]



- ① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{5}{8}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{3}{8}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

18. 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 α ($0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, α 는 상수)인 부채꼴 OAB 가 있고, 호 AB 위의 점 P , 선분 OA 위의 두 점 H, K , 선분 OB 위의 점 Q 를 꼭짓점으로 하는 직사각형 $QKHP$ 가 부채꼴에 내접하고 있다. 다음은 $\angle POA = \theta$ 라 할 때 직사각형 $QKHP$ 의 넓이가 최대인 경우 $\alpha = 2\theta$ 임을 설명하는 과정이다.



직각삼각형 POH 에서 $\overline{OH} = \cos \theta$ 이고
 직각삼각형 QOK 에서 $\overline{QK} = \overline{OK} \tan \alpha$ 이므로
 직사각형 $QKHP$ 의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하면

$$S(\theta) = \left(\cos \theta - \frac{\text{(가)}}{\tan \alpha} \right) \times \text{(가)}$$

$S(\theta)$ 가 최대인 경우 $S'(\theta) = 0$ 임을 이용하자.
 $S(\theta)$ 를 θ 에 대하여 미분하면

$$S'(\theta) = \text{(나)} \times \left(1 - \tan^2 \theta - \frac{\text{(다)}}{\tan \alpha} \right)$$

한편 $\tan 2\theta = \tan(\theta + \theta) = \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta}$ 이므로
 $S'(\theta) = 0$ 인 경우 $\tan \alpha = \tan 2\theta$ 임을 알 수 있다.
 따라서

$$\alpha = 2\theta$$

 이다.

위의 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(\theta)$, $g(\theta)$, $h(\theta)$ 라 하자. $\tan \alpha = \frac{3}{4}$ 일 때, $\{f(\theta)\}^2 \times g(\theta) \times h(\theta)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{50}$ ② $\frac{1}{25}$ ③ $\frac{3}{50}$ ④ $\frac{2}{25}$ ⑤ $\frac{1}{10}$

19. 함수 $f(x) = x^2 - x - x \ln x$ 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, e 는 자연로그의 밑이다.) [4점]

— <보 기> —

- ㄱ. 곡선 $y = f(x)$ 는 점 $(1, f(1))$ 에서 x 축과 접한다.
 ㄴ. 함수 $f(x)$ 가 $x = a$ 에서 극대이면 $\frac{1}{e^2} < a < \frac{1}{e}$ 이다.
 ㄷ. 곡선 $y = f(x)$ 의 변곡점에서의 접선은 점 $(0, \frac{1}{4})$ 을 지난다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 좌표평면에서 점 $A(1, 2)$ 를 지나는 직선

$$l: \frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{-2} \text{ 위의 두 점 } B, C \text{ 와 직선}$$

$$m: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-3} \text{ 위의 점 } D \text{ 가}$$

$$\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{CD} = 25, \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$$

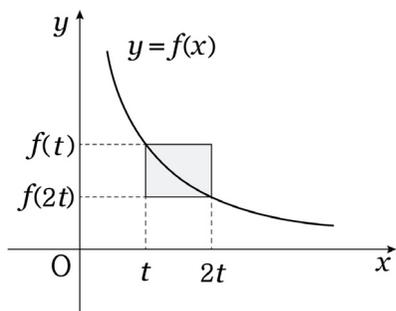
을 만족시킬 때, 삼각형 ABD 의 넓이는? [4점]

- ① 10 ② 15 ③ 20 ④ 25 ⑤ 30

21. 그림과 같이 모든 양의 실수 x 에 대하여

$$f(x) > 0, f'(x) < 0$$

인 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.



(가) 임의의 양의 실수 t 에 대하여 네 점 $(t, f(t)), (t, f(2t)), (2t, f(2t)), (2t, f(t))$ 를 꼭짓점으로 하는 사각형의 넓이가 2이다.

(나) $\int_1^2 \frac{f(x)}{x} dx = 2$

자연수 n 에 대하여 $S_n = \int_{2^{n-1}}^{2^n} \frac{f(x)}{x} dx$ 라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{5}{2}$ ② 3 ③ $\frac{7}{2}$ ④ 4 ⑤ $\frac{9}{2}$

단 답 형

22. $(x+2)(2x+1)^5$ 의 전개식에서 x^2 의 계수를 구하시오. [3점]

23. 좌표공간에서 구 $x^2 + y^2 + z^2 - 10x - 8y - 6z + 14 = 0$ 과 xy 평면이 만나서 생기는 도형의 넓이는 $S\pi$ 이다. S 의 값을 구하시오. [3점]

24. 두 초점 사이의 거리 l 이 6보다 큰 쌍곡선 $x^2 - y^2 = a$ 위의 점 $(b, 1)$ 에서의 접선이 점 $(5, 7)$ 을 지난다. $l+a+b$ 의 값을 구하시오. (단, l, a, b 는 상수이다.) [3점]

25. 한 개의 주사위를 3번 던져서 나오는 눈의 수를 차례

대로 a_1, a_2, a_3 이라 할 때, $\sum_{k=1}^3 |a_k - 3| = 2$ 일 확률은 $\frac{q}{p}$

이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [3점]

26. 어느 방송국에서 진행하고 있는 프로그램에 대하여 이 프로그램이 계속 방영되어야 하는지 중단되어야 하는지를 전국적으로 18세 이상의 성인 600명을 임의추출하여 조사하였더니 이들 중 k 명이 이 프로그램이 계속 방영되는 것을 찬성하였다. 이 프로그램이 계속 방영되어야 한다고 생각하는 성인 전체의 비율 p 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $a \leq p \leq b$ 이고 $b-a=0.0784$ 일 때, k 의 값을 구하시오. (단, $k \geq 300$ 이고, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때 $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ 로 계산한다.) [4점]

27. 함수 $f(x) = \frac{1}{3^{x-1} + 1}$ 에 대하여

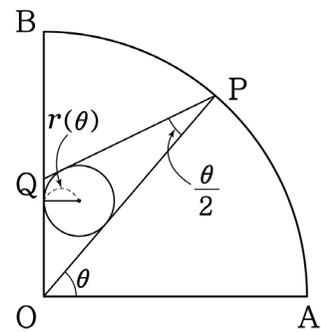
$$a = f(x) + f(2-x), \quad b = \int_{-1}^3 f(x) dx, \quad c = \sum_{k=1}^{19} 2f\left(\frac{k}{10}\right)$$

일 때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 그림과 같이 중심각 $\angle AOB = \frac{\pi}{2}$ 이고 반지름의 길이 $\overline{OA} = 1$ 인 부채꼴 OAB 의 호 위에 $\angle AOP = \theta$ 가 되는 점 P 를 잡고, 선분 OB 위에 $\angle OPQ = \frac{\theta}{2}$ 가 되는 점 Q 를 잡는다. 삼각형 OPQ 의 내접원의 반지름의 길이를 $r(\theta)$ 라 할 때,

$$\lim_{\theta \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{r(\theta)}{\frac{\pi}{2} - \theta} = \alpha$$

이다. 60α 의 값을 구하시오. [4점]



29. 좌표공간에 세 개의 구

$$S_1: x^2 + y^2 + (z-12)^2 = 16$$

$$S_2: x^2 + y^2 + z^2 = 16$$

$$S_3: x^2 + y^2 + (z+12)^2 = 64$$

가 있다. 두 구 S_1, S_3 에 동시에 접하는 평면 α 가 구 S_2 와 만나서 생기는 도형을 C 라 하고, 두 구 S_2, S_3 에 동시에 접하는 평면 β 는 구 S_1 과 만난다고 하자. 도형 C 의 평면 β 위로의 정사영의 넓이의 최댓값이 $(a\sqrt{6} + b)\pi$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 자연수이다.) [4점]

30. t 가 실수일 때, $x \geq \frac{1}{e^2}$ 에서 함수

$$f(x) = x \{2(\ln x)^2 + t \ln x + t\}$$

의 최솟값을 $g(t)$ 라 하자. 함수 $y = g(t)$ 의 그래프와 직선 $y=0$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이가 $a - \frac{b}{e^c}$ 일 때, 자연수 a, b, c 에 대하여 $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값을 구하시오. (단, e 는 자연로그의 밑이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

2018학년도 1월 이장규 모의고사 문제지 1회

1. ④	2. ⑤	3. ①	4. ③	5. ②
6. ⑤	7. ③	8. ②	9. ④	10. ②
11. ④	12. ④	13. ②	14. ④	15. ③
16. ②	17. ③	18. ③	19. ⑤	20. ①
21. ④	22. 90	23. 27	24. 19	25. 13
26. 360	27. 22	28. 30	29. 20	30. 36