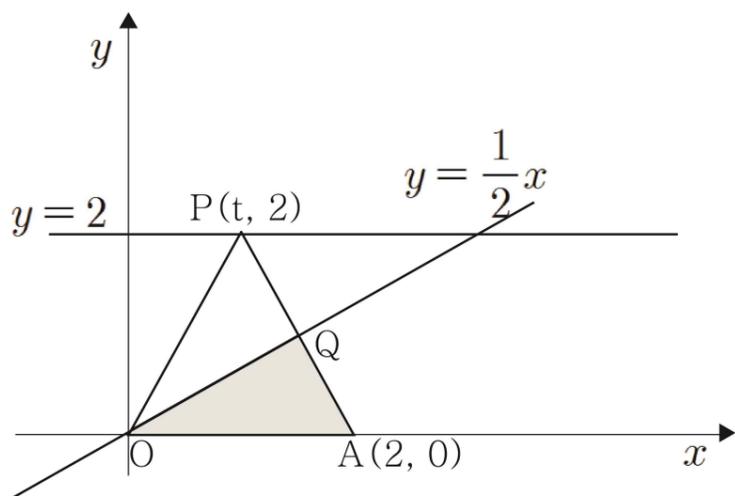


고지우의 **난문현답**

제 4 일

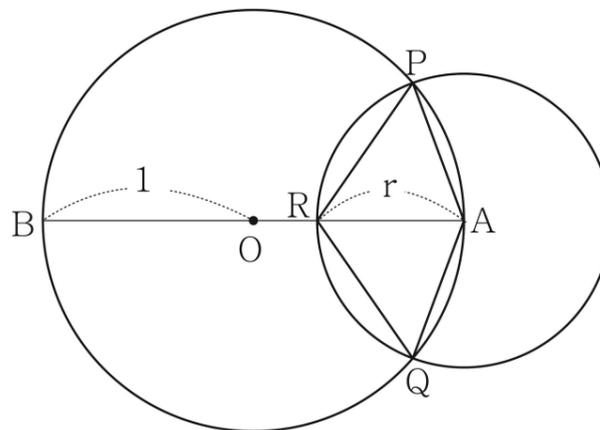
1. 1995년 수능
2. 2006년 4월 교육청
3. 2016년 수능
4. 2009년 사관학교
5. 2007년 9월 평가원
6. 2015년 11월 교육청
7. 2010년 수능
8. 2016년 경찰대
9. 2005년 9월 평가원
10. 2009년 수능

1. 좌표평면 위에 두 점 $O(0,0), A(2,0)$ 과 직선 $y=2$ 위를 움직이는 점 $P(t,2)$ 가 있다. 선분 AP 와 직선 $y=\frac{1}{2}x$ 가 만나는 점을 Q 라고 하자. $\triangle QOA$ 의 넓이가 $\triangle POA$ 의 넓이의 $\frac{1}{3}$ 일 때, t 의 값을 $t_1, \frac{1}{2}$ 일 때, t 의 값을 $t_2, \dots, \frac{n}{n+2}$ 일 때 t 의 값을 t_n 이라 하면 $\lim_{n \rightarrow \infty} t_n$ 의 값은?



- ① 0 ② 1 ③ 2
- ④ 3 ⑤ 4

2. 반지름의 길이가 1인 원 O 위에 한 점 A 가 있다. 점 A 를 중심으로 하고 반지름의 길이가 r 인 원이 원 O 와 만나는 점을 각각 P, Q 라 하고, 원 O 의 지름 AB 와 만나는 점을 R 이라 하자. 사각형 $APRQ$ 의 넓이를 $S(r)$ 라 할 때, $\lim_{r \rightarrow 2^-} \frac{S(r)}{\sqrt{2-r}}$ 의 값은? (단, $0 < r < 2$)



- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

3. 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f(-x) = -f(x), \quad g(-x) = g(x)$$

를 만족시킨다. 함수 $h(x) = f(x)g(x)$ 에 대하여

$$\int_{-3}^3 (x+5)h'(x)dx = 10$$

일 때, $h(3)$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

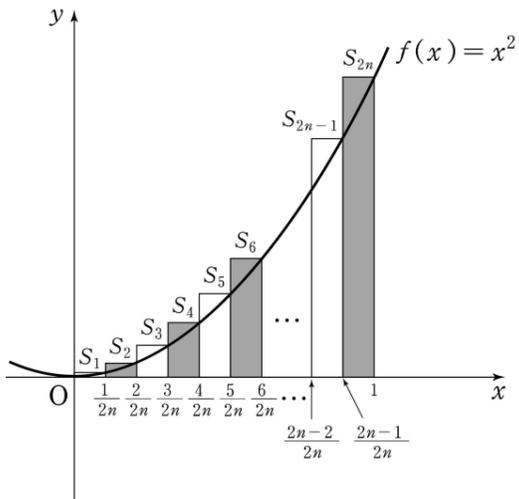
4. 양의 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 모든 자연수 n 에 대하여

$$\int_n^{n+1} f(x)dx = \frac{1}{n^2 + 2n}$$

를 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\int_1^n f(x)dx - \frac{3}{4} \right)$ 의 값은?

- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

5. 함수 $f(x)=x^2$ 에 대하여 그림과 같이 구간 $[0, 1]$ 을 $2n$ 등분한 후, 구간 $\left[\frac{k-1}{2n}, \frac{k}{2n}\right]$ 를 밑변으로 하고 높이가 $f\left(\frac{k}{2n}\right)$ 인 직사각형의 넓이를 S_k 라 하자. (단, n 은 자연수이고 $k=1, 2, 3, \dots, 2n$ 이다.)



$$\begin{aligned} \text{㉠. } & \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n S_k = \int_0^{\frac{1}{2}} x^2 dx \\ \text{㉡. } & \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n (S_{2k} - S_{2k-1}) = 0 \\ \text{㉢. } & \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n S_{2k} = \frac{1}{2} \int_0^1 x^2 dx \end{aligned}$$

- ① ㉠ ② ㉠, ㉡ ③ ㉠, ㉢
 ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

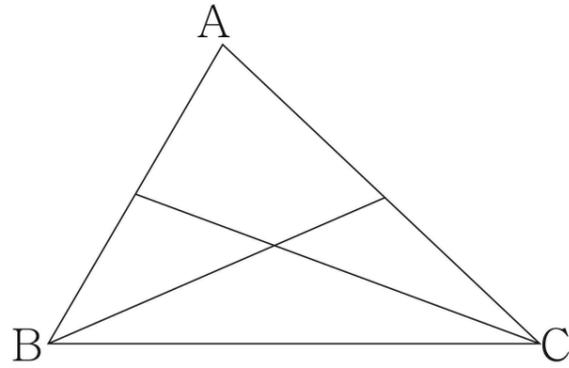
6. 수열 $\{a_n\}$ 을 다음과 같이 정의하자.

집합 $A_n = \{x | (x-n)(x-2n+1)\}$ 에 대하여
 $25 \in A_n$ 이면 $a_n = 1$ 이고, $25 \notin A_n$ 이면 $a_n = -1$ 이다.

$\sum_{k=1}^m a_k = -20$ 을 만족시키는 자연수 m 의 값을 구하시오.

7. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. 수열 $\{S_{2n-1}\}$ 은 공차가 -3 인 등차수열이고, 수열 $\{S_{2n}\}$ 은 공차가 2 인 등차수열이다. $a_2 = 1$ 일 때, a_8 의 값을 구하시오.

8. 삼각형 ABC 에서 \overline{AB} 의 n 등분점과 꼭짓점 C 를 잇고, \overline{AC} 의 n 등분점과 꼭짓점 B 를 잇는다. 이때, 만들어지는 삼각형 ($\triangle ABC$ 도 포함)의 개수를 a_n 이라 하자. 예를 들어 $n=2$ 인 다음 그림에서 $a_2 = 8$ 이다. a_5 의 값을 구하여라.

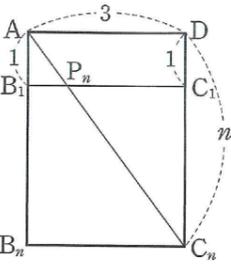


9. 표본공간 S 는 $S = \{1, 2, 3, \dots, 12\}$ 이고 모든 근원사건의 확률은 같다. 사건 A 가 $A = \{4, 8, 12\}$ 일 때, 사건 A 와 독립이고 $n(A \cap X) = 2$ 인 사건 X 의 개수를 구하시오.
(단, $n(B)$ 는 집합 B 의 원소의 개수를 나타낸다.)

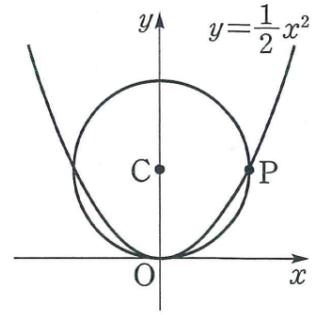
10. 어떤 모집단에서 임의로 100명을 추출하여 구한 모비율에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $\left[\frac{1}{10} - c, \frac{1}{10} + c\right]$ 이었다. 같은 모집단에서 n 명을 임의로 추출하여 구한 모비율에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $\left[\frac{1}{9} - s(n), \frac{1}{9} + s(n)\right]$ 이고 $s(n) = \frac{50}{81}c$ 이다. n 의 값을 구하시오. (단, Z 가 표준정규분포를 따를 때, $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ 이다.)

4일차 과제

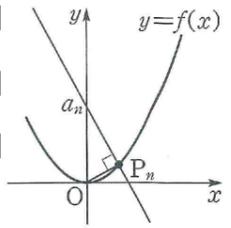
1. 오른쪽 그림과 같이 가로 길이가 3, 세로 길이가 n 인 직사각형 AB_nC_nD 에서 두 변 AB_n, DC_n 위에 $\overline{AB_1}=1, \overline{DC_1}=1$ 인 점을 각각 B_1, C_1 이라 하고, $\overline{B_1C_1}$ 과 $\overline{AC_n}$ 의 교점을 P_n 이라 하자. 이때 $\lim_{n \rightarrow \infty} \overline{AP_n}$ 의 값을 구하여라. (단, n 은 $n \geq 2$ 인 자연수이다.)



3. 오른쪽 그림과 같이 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프 위의 한 점 P와 원점 O를 지나며 중심이 y축 위에 있는 원 C가 있다. 점 P가 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 따라 원점 O에 한없이 가까워질 때, 원의 중심 C가 한없이 가까워지는 점의 y좌표를 구하여라.



2. 오른쪽 그림과 같이 자연수 n 에 대하여 $f(x) = x^2$ 의 그래프 위의 점 $P_n\left(\frac{1}{n}, f\left(\frac{1}{n}\right)\right)$ 을 지나고 직선 OP_n 에 수직인 직선의 y절편을 a_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값은? (단, O는 원점이다.)



4. 일차함수 $f(x)$ 에 대하여

$$\int_{-1}^1 xf(x)dx = 3, \int_{-1}^1 x^2f(x)dx = -2$$

가 성립할 때, $f(2)$ 의 값을 구하여라.

- ① 2 ② 1 ③ $\frac{1}{2}$
- ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{9}$

4일차 과제

5. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f(-x) = f(x), \int_0^1 f(x) dx = 5$$

일 때, 정적분 $\int_{-1}^1 (2x^3 - x - 1)f(x) dx$ 의 값을 구하여라.

7. 연속함수 $f(x)$ 에 대하여

$$\int_0^2 f(x) dx = A, \int_1^3 f(x) dx = B, \int_1^2 f(x) dx = C$$

일 때, $\int_0^3 f(x) dx$ 를 A, B, C 를 이용하여 나타내어라.

6. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) = -f(-x)$ 이고

$$\int_{-2}^3 f(x) dx = 3k - 1, \int_0^2 f(x) dx = -5, \int_0^3 f(x) dx = k$$

이다. 이때, 상수 k 의 값을 구하여라.

8. $f(x) = 4x^3 - x^2 + 3x - 2$ 일 때, $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x-1} \int_x^1 f(t) dt$ 의 값은?

- ① -4 ② -2 ③ 0
④ 2 ⑤ 4

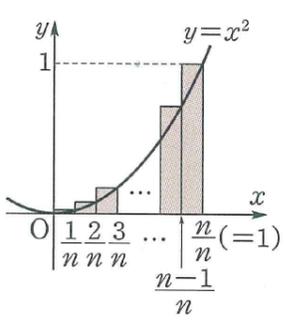
4일차 과제

9. 다음은 곡선 $y=x^2$ 과 x 축 및 직선 $x=1$ 로 둘러싸인 도형의 넓이를 구분구적법을 이용하여 구하는 과정이다.

구간 $[0, 1]$ 을 n 등분하면 양 끝 점과 각 분점의 x 좌표는 앞에서부터 차례대로

$$0, \frac{1}{n}, \frac{2}{n}, \dots, \frac{n-1}{n}, 1$$

이므로 오른쪽 그림의 직사각형의 넓이의 합을 S_n 이라 하면 구하는 넓이 S 는



$$S = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \boxed{} = \frac{1}{3}$$

위의 과정에서 □ 안에 알맞은 식은?

- ① $\sum_{k=1}^n \frac{k^2}{n^2}$ ② $\sum_{k=1}^n \frac{k^3}{n^2}$ ③ $\sum_{k=1}^n \frac{k^2}{n^3}$
 ④ $\sum_{k=0}^{n-1} \frac{k^3}{n^3}$ ⑤ $\sum_{k=0}^{n-1} \frac{k^2}{n^4}$

10. 정적분을 이용하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \left(1 + \frac{3k}{n}\right)^3 \cdot \frac{2}{n}$ 의 값을 구하여라.

11. $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 중 0, 1, 2의 값 중 어느 하나를 가진다.

$\sum_{i=1}^n x_i = 13, \sum_{i=1}^n x_i^2 = 23$ 일 때, $\sum_{i=1}^n x_i^5$ 의 값을 구하여라.

12. 첫째항부터 제 4항까지의 합이 24이고, 첫째항부터 제 10항까지의 합이 0인 등차수열이 있다. 이 수열의 첫째항부터 제 p 항까지의 합이 최대이고, 그때의 수열의 합이 q 일 때, $p+q$ 의 값을 구하여라.

4일차 과제

13. 연속하는 20 개의 자연수의 합이 530 일 때, 20 개의 자연수 중에서 가장 큰 수는?

- ① 30 ② 32 ③ 34
④ 36 ⑤ 38

14. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$b_{2k-1} = a_1 - 2a_3 + 3a_5 - \dots + (-1)^{k+1} \cdot ka_{2k-1},$$

$$b_{2k} = -a_2 + 2a_4 - 3a_6 + \dots + (-1)^k \cdot ka_{2k}$$

로 정의되는 수열 $\{b_n\}$ 이

$$b_1 + b_2 + b_3 + b_4 + b_5 + b_6 = 10$$

을 만족시킬 때, 수열 $\{a_n\}$ 의 공차는?

- ① -5 ② -4 ③ -3
④ -2 ⑤ -1

15. 한 평면 위에 있는 6개의 직선 중에서 어느 두 직선도 평행하지 않고 어느 세 직선도 한 점에서 만나지 않을 때, 6개의 직선으로 만들 수 있는 삼각형의 개수를 구하여라.

16. 지우와 헤리가 각각 오후 2시부터 오후 2시 30분 사이의 임의의 시간에 A 지점에 가서 10분 동안 기다리기로 하였다. 두 사람이 만나게 될 확률을 구하여라.

4일차 과제

17. 두 사건 A, B 에 대하여 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 골라라.

| 보기 |

- ㄱ. A, B 가 서로 배반사건이면 A, B 는 서로 독립이다.
- ㄴ. A, B 가 서로 독립이면 A, B^c 도 서로 독립이다.
- ㄷ. A^c, B^c 가 서로 독립이면 A, B 도 서로 독립이다.

18. 6개의 문자 a, b, c, d, e, f 중에서 임의로 한 개의 문자를 뽑을 때, b 를 뽑는 사건을 $[b]$, b 또는 c 를 뽑는 사건을 $[b, c]$ 라 하자. 사건 $[a, b, c, d]$ 와 서로 독립인 사건인 것만을 보기에서 있는 대로 골라라.

| 보기 |

- ㄱ. $[d, f]$
- ㄴ. $[c, d, e]$
- ㄷ. $[c, d, e, f]$

19. 표준편차가 5인 정규분포를 따르는 모집단의 평균을 신뢰도 99%로 추정할 때, 모평균 m 과 표본평균 \bar{X} 의 값 \bar{x} 의 차이가 $\frac{1}{2}$ 이하가 되도록 하려면 적어도 몇 개의 표본을 조사해야 하는가? (단, $P(|Z| \leq 3) = 0.99$)

- ① 100개
- ② 225개
- ③ 400개
- ④ 625개
- ⑤ 900개

20. 어느 도시의 주민 525명을 임의추출하여 자전거 사용률을 조사했더니 16%이었다. 이 도시 주민의 자전거 사용률 p 의 신뢰도 95%의 신뢰구간은? (단, $P(|Z| \leq 2) = 0.95$)

- ① $0.128 \leq p \leq 0.192$
- ② $0.132 \leq p \leq 0.188$
- ③ $0.136 \leq p \leq 0.184$
- ④ $0.140 \leq p \leq 0.180$
- ⑤ $0.144 \leq p \leq 0.176$