

# 고지우의 **난문현답**

---

## 제 17 일

1. 2016년 경찰대
2. 2008년 9월 평가원
3. 2011년 수능
4. 2012년 7월 교육청
5. 2017년 9월 평가원
6. 2010년 4월 교육청
7. 2014년 경찰대
8. 2008년 수능
9. 2010년 9월 평가원
10. 2009년 사관학교

1. 두 수열  $\{a_n\}, \{b_n\}$ 이

$$a_{n+1} = \frac{1}{2}|a_n| - 1, \quad a_1 = 1, \quad b_n = a_{n+1} + \frac{2}{3} \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

을 만족시킬 때, [보기]에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

ㄱ.  $n \geq 2$ 이면  $a_n < 0$ 이다

ㄴ.  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = -2$

ㄷ.  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n = \frac{1}{9}$

- ① ㄱ            ② ㄴ            ③ ㄱ, ㄴ  
④ ㄱ, ㄷ        ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

2. 두 다항함수  $f(x), g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,  $g'(0)$ 의 값을 구하시오.

(가)  $f(0)=1, f'(0)=-6, g(0)=4$

(나)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)g(x)-4}{x} = 0$

3. 최고차항의 계수가 1이고,  $f(0)=3$ ,  $f'(3)<0$ 인 사차함수  $f(x)$ 가 있다.

실수  $t$ 에 대하여 집합  $S$ 를

$$S=\{a \mid \text{함수 } |f(x)-t| \text{가 } x=a \text{에서 미분가능하지 않다.}\}$$

라 하고, 집합  $S$ 의 원소의 개수를  $g(t)$ 라 하자. 함수  $g(t)$ 가  $t=3$ 과  $t=19$ 에서만 불연속일 때,  $f(-2)$ 의 값을 구하시오.

4. 정수  $a, b, c$ 에 대하여 함수  $f(x)=x^4+ax^3+bx^2+cx+10$ 이 다음 두 조건을 모두 만족시킨다.

(가) 모든 실수  $\alpha$ 에 대하여  $\int_{-\alpha}^{\alpha} f(x)dx=2\int_0^{\alpha} f(x)dx$   
(나)  $-6 < f'(1) < -2$

이때, 함수  $y=f(x)$ 의 극솟값은?

- ① 5                      ② 6                      ③ 7  
④ 8                      ⑤ 9

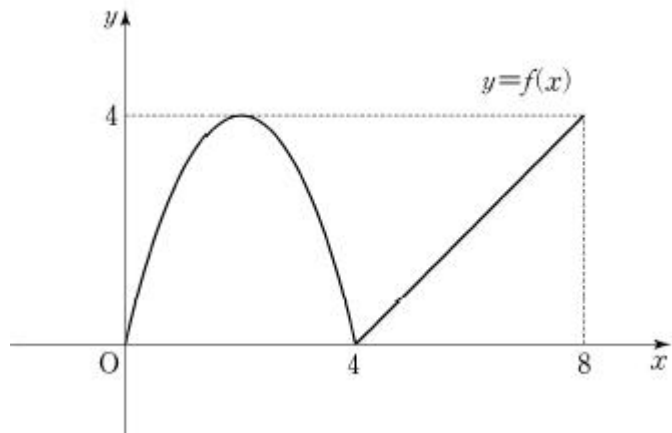
5. 구간  $[0, 8]$ 에서 정의된 함수  $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} -x(x-4) & (0 \leq x < 4) \\ x-4 & (4 \leq x \leq 8) \end{cases}$$

이다. 실수  $a$  ( $0 \leq a \leq 4$ )에 대하여  $\int_a^{a+4} f(x)dx$ 의 최솟값은  $\frac{q}{p}$

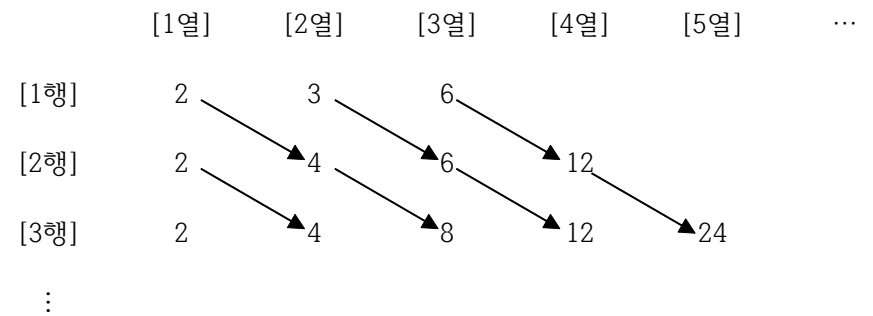
이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.)



6. 그림과 같이 자연수를 다음 규칙에 따라 나열하였다.

[규칙 1] 1행에는 2, 3, 6의 3개의 수를 차례대로 나열한다.  
 [규칙 2]  $n+1$ 행에 나열된 수는 1열에 2, 2열부터는  $n$ 행에 나열된 각 수에 2를 곱하여 차례대로 나열한다.



10행에 나열된 모든 자연수의 합을  $S$ 라 할 때,  $S = p \times 2^9 - 2$ 이다. 이때,  $p$ 의 값을 구하시오.

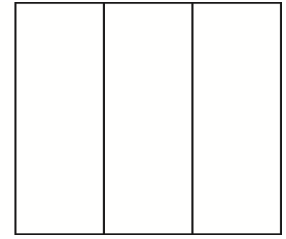
7. 이차방정식  $x^2 - x - 1 = 0$ 의 두 근을  $\alpha, \beta$ 라 할 때,  $\alpha^{11} + \beta^{11}$ 의 값은?

- ① 123      ② 144      ③ 150  
 ④ 175      ⑤ 199

8. 다음과 같이 정사각형을 가로 방향으로 3등분하여 [도형 1]을 만들고, 세로 방향으로 3등분하여 [도형 2]를 만든다.

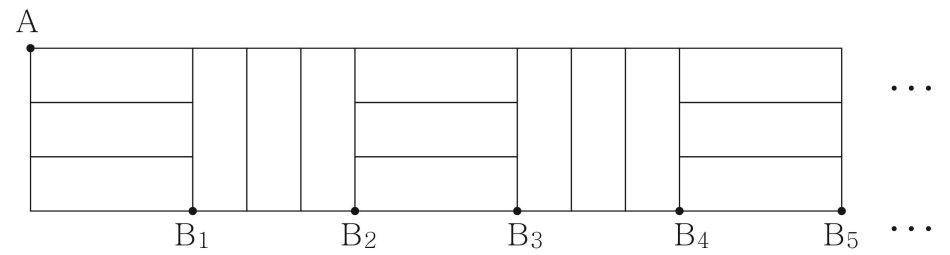


[도형 1]



[도형 2]

[도형 1]과 [도형 2]를 번갈아 가며 계속 붙여 아래와 같은 도형을 만든다. 그림과 같이 첫 번째 붙여진 [도형 1]의 왼쪽 맨 위 꼭지점을 A라 하고, [도형 1]의 개수와 [도형 2]의 개수를 합하여  $n$ 개 붙여 만든 도형의 오른쪽 맨 아래 꼭지점을  $B_n$ 이라 하자.



꼭지점 A에서 꼭지점  $B_n$ 까지 선을 따라 최단거리로 가는 경로의 수를  $a_n$ 이라 할 때,  $a_3 + a_7$ 의 값은?

- ① 26      ② 28      ③ 30  
 ④ 32      ⑤ 34

9. 1부터 9까지 자연수가 하나씩 적혀 있는 9개의 공이 주머니에 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 3개의 공을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 공에 적혀 있는 수  $a, b, c(a < b < c)$ 가 다음 조건을 만족시킬 확률은?

- (가)  $a+b+c$ 는 홀수이다.  
 (나)  $a \times b \times c$ 는 3의 배수이다.

- ①  $\frac{5}{14}$       ②  $\frac{8}{12}$       ③  $\frac{17}{42}$   
 ④  $\frac{3}{7}$       ⑤  $\frac{19}{42}$

10. 주사위 한 개를  $n$ 번 던지는 시행에서 나타나는 눈의 수들 중에서 가장 큰 수를  $a_n$ , 가장 작은 수를  $b_n$ 이라 하자. 예를 들면, 주사위를 한 번 던지는 시행에서 나타나는 눈의 수가 3이면  $a_1 = b_1 = 3$  이고, 주사위를 두 번 던지는 시행에서 나타나는 눈의 수가 4, 6이면  $a_2 = 6, b_2 = 4$ 이다.

$a_n - b_n < 5$ 가 될 확률을  $p_n$ 이라 할 때,  $\sum_{n=1}^{\infty} p_n$ 의 값은?

- ① 7      ② 8      ③ 9  
 ④ 10      ⑤ 11

# 17일차 과제

1. 첫째항이 3이고 공차가 2인 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여 수열  $\{b_n\}$ 이

$$\log_2 b_n = \log_{\frac{1}{2}} a_n + \log_{\frac{1}{2}} a_{n+1} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

을 만족시킬 때,  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 의 값은?

- ①  $\frac{1}{8}$       ②  $\frac{1}{6}$       ③  $\frac{1}{4}$   
 ④  $\frac{1}{2}$       ⑤ 1

2. 급수  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{x-2}{3}\right)^n$ 이 수렴하도록 하는 모두 정수  $x$ 의 개수는?

- ① 4      ② 5      ③ 6  
 ④ 7      ⑤ 8

3. 함수  $f(x) = (x+3)(2x^2 - x + 4)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x^2) - xf(1)}{x-1}$$
의 값은?

- ① 11      ② 12      ③ 13  
 ④ 14      ⑤ 15

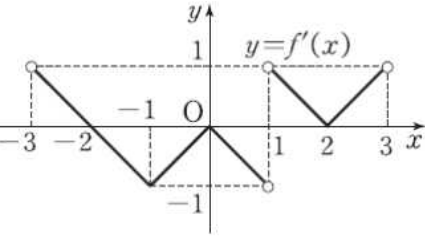
4. 두 다항함수  $f(x), g(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여 등식  $(x^2 - x + 1)f(x) = g(x)$ 를 만족시킨다.  $g(1) = 2, g'(1) = 6$ 일 때,  $f'(1)$ 의 값은?

- ① 2      ② 3      ③ 4  
 ④ 5      ⑤ 6



# 17일차 과제

5. 열린 구간  $(-3, 3)$ 에서 연속인 함수  $f(x)$ 의 도함수  $y=f'(x)$ 의 그래프가 그림과 같다. 함수  $f(x)$ 가  $x=a$ 에서 극대이고  $x=b$ 에서 극소일 때,  $a+b$ 의 값은?  
(단,  $-3 < a < 3$ ,  $-3 < b < 3$ )



- ① -2            ② -1            ③ 0
- ④ 1             ⑤ 2

7. 정적분  $\int_{-1}^1 x(x+1)^2 dx$ 의 값은?

- ①  $-\frac{4}{3}$             ②  $-\frac{2}{3}$             ③ 0
- ④  $\frac{2}{3}$              ⑤  $\frac{4}{3}$

6. 점  $P(0, -3)$ 에서 곡선  $y=kx^4$ 에 그은 두 접선이 서로 수직일 때, 양수  $k$ 의 값은?

- ①  $\frac{1}{256}$             ②  $\frac{1}{128}$             ③  $\frac{1}{64}$
- ④  $\frac{1}{32}$              ⑤  $\frac{1}{16}$

8. 두 곡선  $y = x^2$ ,  $y = |x| + 2$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는?

- ① 6                ②  $\frac{19}{3}$             ③  $\frac{20}{3}$
- ④ 7                ⑤  $\frac{22}{3}$

# 17일차 과제

9.  $f(x) = \int_1^x (t^2 + t)dt$ 일 때,  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+2h)}{h}$ 의 값은?

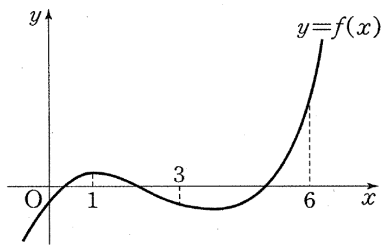
- ① 0                      ② 2                      ③ 4  
 ④ 6                      ⑤ 8

10. 그림과 같은 삼차함수

$y = f(x)$ 가

$$\int_0^1 f(x)dx = \int_1^3 f(x)dx$$

$$= \int_3^6 f(x)dx = 0$$



을 만족시킨다. 함수  $g(x) = \int_0^x f(t)dt$ 라 할 때, 방정식  $g(x) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는?

- ① 0                      ② 1                      ③ 2  
 ④ 3                      ⑤ 4

11. 수열  $\{a_n\}$ 은  $a_1 = 5$ 이고

$$a_{n+1} = \frac{a_n}{2a_n - 1} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

을 만족시킬 때,  $\frac{a_{15}}{a_{10}}$ 의 값을 구하시오.

12. 수열  $\{a_n\}$ 은  $a_1 = 1$ 이고

$$a_{n+1} = 2a_n + k \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

을 만족시킨다. 세 수  $a_3, (a_2)^2, a_4$ 가 순서대로 등차수열을 이룰 때, 양수  $k$ 의 값은?

- ①  $\frac{1}{2}$                       ② 1                      ③  $\frac{3}{2}$   
 ④ 2                      ⑤  $\frac{5}{2}$

# 17일차 과제

13. 함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$f(2x-1) = x^2 + 1$$

을 만족시킬 때,  $f(5)$ 의 값은?

- ① 10                      ② 12                      ③ 14
- ④ 16                      ⑤ 18

14. 모든 항이 양수인 수열  $\{a_n\}$ 이

$$a_{n+1} = 3a_n (n = 1, 2, 3, \dots)$$

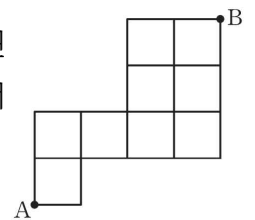
을 만족시킨다. 수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합  $S_n$ 에 대하여  $S_{10} - S_8 = (a_5)^2$  일 때,  $a_3$ 의 값은?

- ① 9                        ② 18                      ③ 27
- ④ 36                      ⑤ 45

15. 서로 다른 빵 5개와 같은 종류의 음료수 A가 2개, 같은 종류의 음료수 B가 3개 있다. 빵과 음료를 5명에게 남김없이 나누어 주려고 할 때, 각 사람이 빵과 음료를 각각 하나씩 받도록 나누어 주는 경우의 수는?

- ① 1100                    ② 1200                    ③ 1300
- ④ 1400                    ⑤ 1500

16. 그림과 같이 직사각형 모양으로 연결된 도로망이 있다. 이 도로망을 따라 A지점에서 B지점까지 최단거리로 가는 경우의 수는?



- ① 30                      ② 32                      ③ 34
- ④ 36                      ⑤ 38

# 17일차 과제

17. 7개의 문자  $a, b, c, c, d, d, d$ 를 일렬로 나열할 때,  $a$ 와  $b$ 가 서로 이웃하지 않는 경우의 수는?

- ① 200      ② 250      ③ 300
- ④ 350      ⑤ 400

18. 1부터 9까지의 자연수 중에서 서로 다른 두 수를 택할 때, 두 수의 합이 짝수인 경우의 수는?

- ① 15      ② 16      ③ 17
- ④ 18      ⑤ 19

19.  $a, b, c, d, e$ 의 문자를 중복사용하여 5개의 문자를 택해 일렬로 나열할 때, 사용된 문자의 종류가 3가지인 경우의 수는?

- ① 1100      ② 1200      ③ 1300
- ④ 1400      ⑤ 1500

20. 주머니 안에 1, 2, 3, 4, 5의 숫자가 하나씩 적혀 있는 5개의 공이 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내어 공에 적힌 숫자를 확인하고 주머니에 공을 되돌려 넣는 시행을 4번 반복할 때, 꺼낸 공에 적혀 있는 수를 차례로  $a, b, c, d$ 라 하자. 네 수  $a, b, c, d$ 가 세 식  $b^2 + c^2 = 20$ ,  $a \leq b$ ,  $c \leq d$ 를 모두 만족시킬 확률은?

- ①  $\frac{2}{125}$       ②  $\frac{4}{125}$       ③  $\frac{6}{125}$
- ④  $\frac{8}{125}$       ⑤  $\frac{2}{25}$