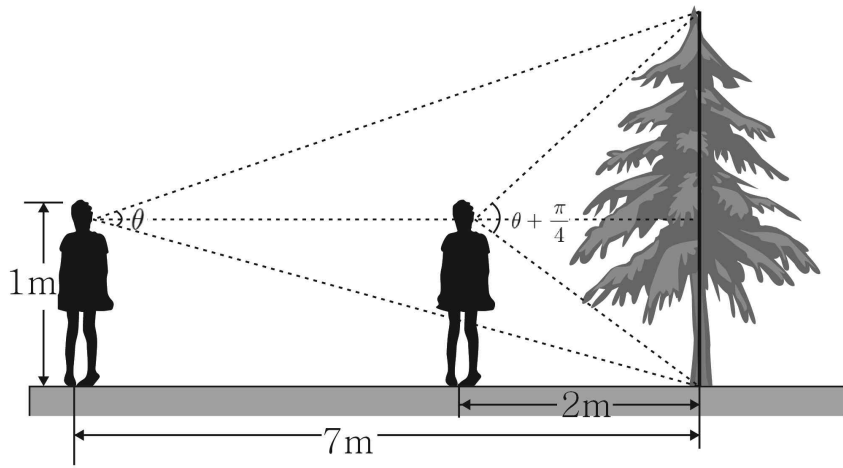


고지우의 **난문현답**

제 16 일

1. 2009년 6월 평가원
2. 2011년 3월 교육청
3. 2013년 5월 평가원
4. 2017년 수능
5. 2015년 3월 교육청
6. 2008년 사관학교
7. 2012년 9월 평가원
8. 2009년 4월 교육청
9. 2013년 경찰대
10. 2006년 사관학교

1. 눈높이가 1m인 어린이가 나무로부터 7m 떨어진 지점에서 나무의 꼭대기를 바라본 선과 나무가 지면에 닿는 지점을 바라본 선이 이루는 각이 θ 이었다. 나무로부터 2m 떨어진 지점까지 다가가서 나무를 바라보았더니 나무의 꼭대기를 바라본 선과 나무가 지면에 닿는 지점을 바라본 선이 이루는 각이 $\theta + \frac{\pi}{4}$ 가 되었다. 나무의 높이는 a (m) 또는 b (m)이다. $a+b$ 의 값은?



- ① 12 ② 14 ③ 16
- ④ 18 ⑤ 20

2. 실수 전체의 집합에서 정의된 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x, y 에 대하여

$$f(x+y) = f(x)f(y) + 4f(x) + 4f(y) + 12$$
 (나) $f(\ln 2) = 0, f'(0) = 2$

이때, $f'(\ln 2)$ 의 값을 구하시오.

3. 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $-1 \leq x < 1$ 일 때, $f(x) = \frac{(x^2-1)^2}{x^4+1}$ 이다.

(나) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+2) = f(x)$ 이다.

옳은 것만을 [보기]에서 있는 대로 고른 것은?

ㄱ. $\int_{-2}^2 f(x)dx = 4 \int_0^1 f(x)dx$

ㄴ. $1 < x < 2$ 일 때, $f'(x) > 0$ 이다.

ㄷ. $\int_1^3 x|f'(x)|dx = 4$

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

4. 함수 $f(x) = e^{-x} \int_0^x \sin(t^2)dt$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. $f(\sqrt{\pi}) > 0$

ㄴ. $f'(a) > 0$ 을 만족시키는 a 가 열린구간 $(0, \sqrt{\pi})$ 에 적어도 하나 존재한다.

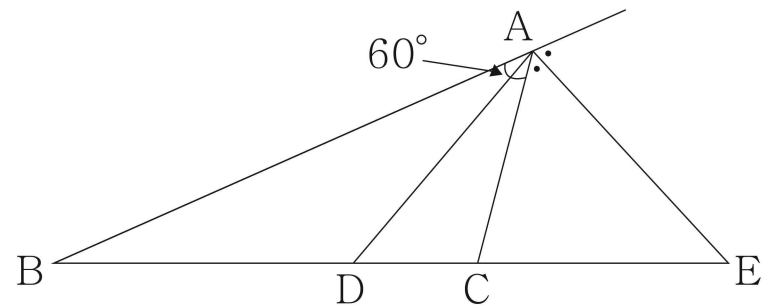
ㄷ. $f'(b) = 0$ 을 만족시키는 b 가 열린구간 $(0, \sqrt{\pi})$ 에 적어도 하나 존재한다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

5. 실수 t 에 대하여 좌표평면에서 원점을 지나고 기울기가 $\tan(\sin t)$ 인 직선과 원 $x^2 + y^2 = e^{2t}$ 이 만나는 점 중에서 x 좌표가 양수인 점을 P 라 하고, 점 P 가 나타내는 곡선을 C 라 하자. $t = \pi$ 일 때, 곡선 C 위의 점 P 에서의 접선과 x 축 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 $a \times e^{b\pi}$ 이다. $10(a+b)$ 의 값을 구하시오. (단, a 와 b 는 유리수이다.)

6. $\angle BAC = 60^\circ$ 이고 $\angle BCA > 90^\circ$ 인 둔각삼각형 ABC 가 있다. 그림과 같이 $\angle BAC$ 의 이등분선과 선분 BC 의 교점을 D , $\angle BAC$ 의 외각의 이등분선과 선분 BC 의 연장선의 교점을 E 라 할 때, [보기]에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은?

- ㄱ. $\vec{AB} + \vec{AC} = 2\vec{AD}$
- ㄴ. $\vec{AB} \cdot \vec{AD} > \vec{AC} \cdot \vec{AE}$
- ㄷ. $\vec{AB} \cdot \vec{AC} > \vec{AD} \cdot \vec{AE}$



- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

7. 좌표공간에 두 점 $A(0, -1, 1)$, $B(1, 1, 0)$ 이 있고, xy 평면 위에 원 $x^2 + y^2 = 13$ 이 있다. 이 원 위의 점 $(a, b, 0)$ ($a < 0$)을 지나고 z 축에 평행한 직선이 직선 AB 와 만날 때, $a+b$ 의 값은?

- ① $-\frac{47}{10}$ ② $-\frac{23}{5}$ ③ $-\frac{9}{2}$
 ④ $-\frac{22}{5}$ ⑤ $-\frac{43}{10}$

8. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 A 에서 A 로의 일대일 대응을 f 라 할 때, $|f(1) - f(2)| = 1$ 또는 $|f(2) - f(3)| = 1$ 을 만족하는 f 의 개수는?

- ① 48 ② 56 ③ 64
 ④ 78 ⑤ 84

9. 다음 다항식에서 x^{22} 의 계수는?

$$(x+1)^{24} + x(x+1)^{23} + x^2(x+1)^{22} + \dots + x^{22}(x+1)^2$$

- ① 1520 ② 1760 ③ 2020
④ 2240 ⑤ 2300

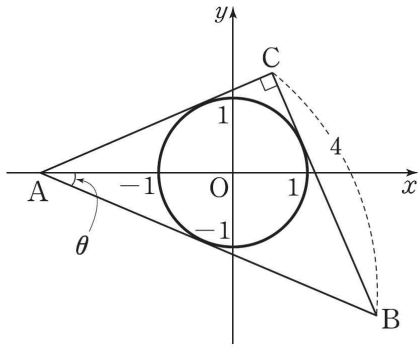
10. 사건 A가 1회의 시행에서 일어날 확률이 p 일 때, n 회의 독립시행에서 사건 A가 일어나는 횟수를 확률변수 X 라 하자. 확률변수 X 의 평균이 80이고 분산이 64라 할 때,

$\sum_{r=0}^n 5^r P(X=r)$ 의 값은?

- ① $\left(\frac{9}{5}\right)^{400}$ ② $\left(\frac{7}{5}\right)^{450}$ ③ $\left(\frac{9}{5}\right)^{399}$
④ 2^{399} ⑤ 2^{400}

16일차 과제

1. 그림과 같이 꼭짓점 A가 x축 위에 있고 $\angle ACB = \frac{\pi}{2}$ 인 삼각형 ABC의 내접원의 방정식이 $x^2 + y^2 = 1$ 이다. $\overline{BC} = 4$ 이고 $\angle OAB = \theta$ 라 할 때, $\cot \theta$ 의 값은? (단, O은 원점이다.)



- ① 2 ② $\frac{17}{8}$ ③ $\frac{9}{4}$
- ④ $\frac{19}{8}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

2. 두 직선 $y = mx$, $y = (2m+1)x$ 가 이루는 예각의 크기를 θ 라 하자. $\tan \theta = \frac{1}{2}$ 일 때, 양수 m 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
- ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

3. 함수 $f(x) = \ln|x^2 - 3|$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) + f(-x)}{x-2}$ 의 값은?

- ① 2 ② 4 ③ 6
- ④ 8 ⑤ 10

4. 함수 $f(x) = x + e^x$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때,

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(1+h) - g(1-h)}{h}$$

의 값은?

- ① 1 ② $\frac{1}{2}e$ ③ 2
- ④ e ⑤ $e+1$

16일차 과제

5. 연속함수 $f(x)$ 가

$$\int_0^x tf(x-t)dt = -3\sin 2x + kx$$

를 만족시킬 때, 상수 k 의 값은?

- ① 2 ② 4 ③ 6
 ④ 8 ⑤ 10

6. 함수 $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ 에 대하여 등식

$$\int_{-1}^1 (3-x)f'(x)dx = kf(1)$$

을 만족시키는 상수 k 의 값을 구하시오.

7. n 이 자연수일 때, $a_n = \int_0^n (n^2 - x^2)dx$ 로 정의되는 수열 $\{a_n\}$

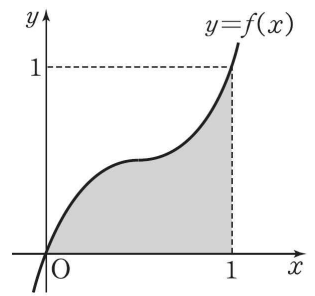
에 대하여 $a_1 + \frac{a_2}{2} + \frac{a_3}{3} + \dots + \frac{a_9}{9}$ 의 값을 구하시오.

8. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다. $f(0)=0$, $f(1)=1$ 이고 색칠한 부분의 넓이를 k 라 할 때, 정적분

$$\int_0^1 f'(\sqrt{x})dx$$

의 값을 k 로 나타낸 것은?

(단, k 는 상수이다.)



- ① $1-k$ ② $1-\frac{k}{2}$ ③ $2-2k$
 ④ $2-k$ ⑤ $2-\frac{k}{2}$

16일차 과제

9. 매개변수 t 로 나타내어진 곡선

$$x = \frac{3t}{2+t^2}, y = \frac{2-t^2}{2+t^2}$$

에 대하여 $t=2$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$ 의 값은?

- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ 2
 ④ $\frac{8}{3}$ ⑤ $\frac{10}{3}$

10. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 t 에서의 위치 (x, y) 가

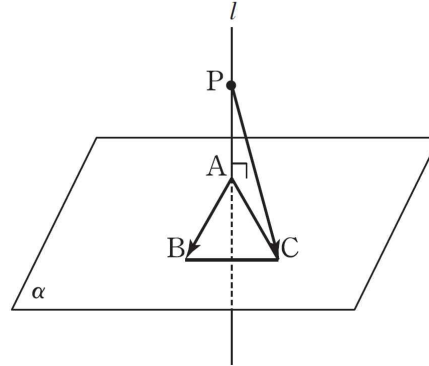
$$x = 2t^2 + \cos 2t, y = 3 - \frac{1}{2} \sin 2t$$

이다. $t = \frac{\pi}{4}$ 에서 점 P의 가속도의 크기는?

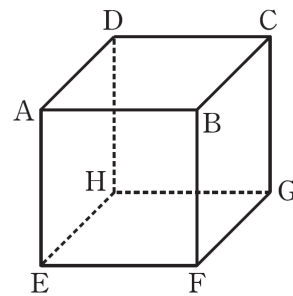
- ① $2\sqrt{3}$ ② $\sqrt{14}$ ③ 4
 ④ $3\sqrt{2}$ ⑤ $2\sqrt{5}$

11. 평면 α 위에 한 변의 길이가 1인 정삼각형 ABC가 있고, 점 A를 지나고 평면 α 와 수직인 직선 l 이 있다. 직선 l 위의 점 P에 대하여 $AP=1$ 일 때, $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{PC}$ 의 값은?

- ① 0 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$
 ④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⑤ 1



12. 한 모서리의 길이가 1인 정육면체 ABCD-EFGH가 있다.



두 점 P, Q가 이 정육면체의 면 또는 모서리 위를 움직일 때, 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

| 보기 |

ㄱ. $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AQ} \geq 0$
 ㄴ. $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AQ} \leq 3$
 ㄷ. $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{GQ} \leq 0$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

16일차 과제

13. 좌표공간에서 직선 $\frac{x}{2} = \frac{y}{a} = z+1$ 이 직선

$1-2x = 2y = bz$ 와 평행하고 직선 $\frac{x+2}{3} = \frac{y}{c} = \frac{3-z}{2}$ 와 수직일 때, 세 상수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c$ 의 값은? (단, $abc \neq 0$)

- ① -4 ② -3 ③ -2
 ④ -1 ⑤ 0

14. 좌표공간에서 두 구

$$S_1 : x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 2z + 1 = 0,$$

$$S_2 : x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 8y - 6z + 25 = 0$$

이 만나서 생기는 원의 xy 평면 위로의 정사영의 넓이가 $\frac{q}{p}\pi$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

15. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f : X \rightarrow X$ 의 개수는?

$$f(1) \times f(2) \times f(3) \times f(4) \times f(5) = 4$$

- ① 11 ② 12 ③ 13
 ④ 14 ⑤ 15

16. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f : X \rightarrow X$ 의 개수는?

- (가) $f(4)$ 는 홀수이다.
 (나) $x < 4$ 이면 $f(x) \leq f(4)$ 이다.
 (다) $x > 4$ 이면 $f(x) > f(4)$ 이다.

- ① 388 ② 393 ③ 398
 ④ 403 ⑤ 408

16일차 과제

17. $f(x-1) = 1 + x + x^2 + \dots + x^{10}$ 에 대하여
 $f(t) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + \dots + a_{10}t^{10}$ ($a_0, a_1, a_2, \dots, a_{10}$ 은 상수)일 때,
 a_7 의 값은?

- ① 159 ② 161 ③ 163
- ④ 165 ⑤ 167

18. $\left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + \left(x - \frac{1}{x}\right)^4 + \left(x - \frac{1}{x}\right)^5$ 의 전개식에서 x^3 의 계수는?

- ① -10 ② -8 ③ -6
- ④ -4 ⑤ -2

19. 자연수 n 에 대하여 이항분포 $B\left(n, \frac{1}{2}\right)$ 을 따르는 확률변수
 X 가 $P(X=1) = 12P(X=n)$ 을 만족시킬 때, $E(X) + V(X)$ 의 값은?

- ① 9 ② 10 ③ 11
- ④ 12 ⑤ 13

20. 한 개의 주사위를 두 번 던져서 나오는 눈의 수 중 작지 않은 수를 확률변수 X 라 하자. $E(36X)$ 의 값을 구하시오.