

수능을 위한

10-가

부분집합의 개수

1. 10이하의 자연수의 집합에서 1, 2, 3이 들어 있는 부분집합의 개수를 구하여라.

1)

조건을 정확히 알기

2. 다음 □안에 필요, 충분, 필요충분 중에서 알맞은 용어를 골라 넣어라.

단, A, B, C 는 집합이고, 그 외의 문자는 모두 실수이다.

- (1) $x=1$ 은 $x^2=1$ 이 되기 위한 □조건이다.
- (2) $x=1$ 은 $x^3=1$ 이 되기 위한 □조건이다.
- (3) $xyz=0$ 인 것은 $xy=0$ 이 되기 위한 □조건이다.
- (4) x, y 가 정수인 것은 $x+y, xy$ 가 정수이기 위한 □조건이다.
- (5) $x>0, y>0$ 인 것은 $x+y>0, xy>0$ 이기 위한 □조건이다.
- (6) $xy>x+y>4$ 인 것은 $x>2$ 이고 $y>2$ 이기 위한 □조건이다.
- (7) $a^2+b^2=0$ 은 $a=0$ 이고 $b=0$ 이기 위한 □조건이다.
- (8) $|a|+|b|=0$ 은 $a^2+b^2=0$ 이기 위한 □조건이다.
- (9) $(A \cap B) \subset (A \cup B)$ 인 것은 $A=B$ 이기 위한 □조건이다.
- (10) $A \cup B \cup C = C$ 인 것은 $A \cap B \cap C = A \cap B$ 이기 위한 □조건이다.
- (11) $A \cap (B \cap C) = A$ 는 $A \cup (B \cup C) = B \cup C$ 이기 위한 □조건이다.

2)

항등원 역원, 닫힘성

3. 실수의 집합 R 에서의 연산 \circ 을 다음과 같이 정의한다.

$$a \circ b = a + b + 1$$

- (1) 연산 \circ 에 대한 항등원이 있으면 구하여라.
- (2) 연산 \circ 에 대한 -2 의 역원이 있으면 구하여라.
- 3)

4. 서로 다른 세 개의 복소수로 된 집합 M 이 두 조건

- (i) $0 \notin M$
- (ii) $x \in M, y \in M$ 이면 $xy \in M$

을 만족시킬 때, 집합 M 을 구하여라.

4)

약수와 배수

5. 10800의 양의 약수의 개수와 이들 약수의 총합을 구하여라.

5)

6. $19^3 + 6 \cdot 19^2 + 12 \cdot 19 + 8$ 의 양의 약수의 개수는?

① 14 ② 16 ③ 20 ④ 24 ⑤ 32

6)

7. 세 자연수 2940, 2254, 1274를 자연수 d 로 나누었을 때, 그 나머지가 모두 같다고 한다. 이러한 d 중 최대값을 구하여라.

7)

유클리드의 호제법

8. 다음 두 정수의 최대공약수를 구하여라.

1558, 3854

8)

진법 문제의 활용

9. 십진법의 수 171을 팔진법의 수로 나타내어라.

9)

10. 십진법의 수 0.875를 이진법의 수로 나타내어라.

10)

11. 양의 정수 n 을 오진법으로 나타내면 121004_5 라고 할 때,

$[\frac{n}{5}] + [\frac{n}{5^2}] + [\frac{n}{5^3}] + [\frac{n}{5^4}] + [\frac{n}{5^5}]$ 의 값을 오진법으로 나타내어라. $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대정수를 나타낸다.

11)

12. 사진법으로 나타내면 16자리가 되는 정수를 팔진법으로 나타낼 때, 몇 자리 정수가 되는가?

12)

약수와 배수의 활용

13. $33! = 33 \times 32 \times 31 \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$ 을 다음과 같이 나타내었을 때, 일의 자리부터 올라가며 0이 연속해서 나타나는 개수를 구하여라.

- (1) 십진법의 수
- (2) 십이진법의 수

13)

일의자리 숫자에 관한 문제

14. 137^{153} 을 계산할 때, 일의 자리의 숫자는?

- ① 1 3 5 7 9

14)

식의 변형

15. $x + y = 1$, $x^3 + y^3 = 37$ 일 때, 다음을 구하여라.

- (1) xy
- (2) $x^2 + y^2$
- (3) $x^4 + y^4$

15)

16. $x + y = -1$, $xy = 1$ 일 때, 다음 식의 값을 구하여라.

- (1) $x^2 + y^2$
- (2) x^3
- (3) $x^4 + y^4$
- (4) $x^9 + y^9$
- (5) $x^{20} + y^{20}$

16)

17. $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = \frac{1}{2} \{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\}$ 임을 보여라.

17)

18. 세 실수 a, b, c 가 다음 두 조건을 만족시킬 때, a, b, c 의 값을 구하여라.

$$a^2 + b^2 + c^2 = 1, \quad a + b + c = \sqrt{3}$$

18)

19. $a - b = 5, \quad b - c = 4$ 일 때, $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca$ 의 값은?

- ① 58 61 71 75 78

19)

항등식의 활용

20. 등식 $(1-x+x^2)^{10} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{20}x^{20}$ 은 x 에 관계없이 항상 성립한다. 이 때 다음을 구하여라.

- (1) $a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_{20}$
- (2) $a_0 + a_2 + a_4 + \dots + a_{20}$

20)

21. $x-y=2$ 를 만족시키는 모든 x, y 에 대하여

$ax^2 + bxy + y^2 + x + cy - 6 = 0$ 이 성립할 때, abc 의 값은?

- ① -2 2 -3 3 -4

21)

22. $f(x) = ax^4 + bx^3 + 10$ 이 $(x-1)^2$ 으로 나누어 떨어지도록 상수 a, b 의 값을 정하여라.

22)

23. n 이 양의 정수일 때, 다음 각 수는 []안의 수로 나누어짐을 보여라.

- (1) $7^{2n}-1$ [8]
- (2) $9 \times 81^n + 1$ [10]

23)

결과식도 기억하세요.

24. 다음 물음에 답하여라.

(1) n 이 2이상인 자연수일 때, $x^n - a^n$ 을 $x - a$ 로 나눈 몫과 나머지를 각각 구하여라.

(2) n 이 2보다 큰 홀수일 때, $x^n + a^n$ 을 $x + a$ 로 나눈 몫과 나머지를 각각 구하여라.

24)

25. 다음 등식이 항등식일 때, $a_1 + a_2 + \dots + a_{10}$ 의 값을 구하여라.

$$\frac{1}{(x-1)(x-2)\times\cdots\times(x-10)} = \frac{a_1}{x-1} + \frac{a_2}{x-2} + \dots + \frac{a_{10}}{x-10}$$

25)

부분분수와 항등식

26. 다음 등식이 항상 성립하도록 상수 a, b, c 의 값을 정하여라.

$$(1) \frac{2}{x^2-1} = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{x+1}$$

$$(2) \frac{2x+3}{(x-1)(x-2)} = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{x-2}$$

$$(3) \frac{x^2+2}{x^3+1} = \frac{a}{x+1} + \frac{bx+c}{x^2-x+1}$$

26)

27. 다음 등식이 x 의 값에 관계없이 항상 성립하도록 상수 a, b, c 의 값을 정하여라.

$$(1) \frac{3x}{x^3+1} = \frac{a}{x+1} + \frac{bx+c}{x^2-x+1}$$

$$(2) \frac{x+1}{(x-1)^2(x-2)} = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{(x-1)^2} + \frac{c}{x-2}$$

27)

식의 값 계산하기

28. $x^2 - x + 1 = 0$ 일 때, 다음 분수식의 값을 구하여라.

(1) $x + \frac{1}{x}$

(2) $x^2 + \frac{1}{x^2}$

(3) $x^3 + \frac{1}{x^3}$

(4) $x^5 + \frac{1}{x^5}$

28)

29. 다음 물음에 답하여라.

(1) $abc = 1$ 일 때, 다음 분수식의 값을 구하여라.

$$P = \frac{a}{ab+a+1} + \frac{b}{bc+b+1} + \frac{c}{ca+c+1}$$

(2) $abc = -1$ 일 때, 다음 분수식의 값을 구하여라.

$$Q = \frac{a+b}{(a+1)(b+1)} + \frac{b+c}{(b+1)(c+1)} + \frac{c+a}{(c+1)(a+1)}$$

29)

식세우기 (속력, 농도, 비율)

30. 두 명의 자전거 선수가 l km 떨어진 곳에서 동시에 출발하였다. 같은 방향으로 달릴 때에는 r 시간 후에 만날 수 있고, 마주 보고 달릴 때에는 t 시간 후에 만날 수 있다고 한다. 이 때 느린 선수에 대한 빠른 선수의 속도비를 분수로 나타내어라.

30)

근호 사용

31. 다음 각 식을 간단히 하여라. 단, a 는 실수이다.

- (1) $\sqrt{(2-\sqrt{5})^2}$
- (2) $\sqrt{(a^2+2a+3)^2}$
- (3) $\sqrt{(-a)^2}$ ($a < 0$)
- (4) $a < 1$ 일 때 $\sqrt{(a-1)^2}$
- (5) $\sqrt{a^2-4a+4}$

31)

32. 다음 각 물음에 답하여라.

- (1) x 가 실수일 때, 다음 식을 간단히 하여라.

$$P = \sqrt{(x+\sqrt{x^2})^2} - \sqrt{(x-\sqrt{x^2})^2}$$

- (2) $x=3a+b^3$, $y=3b+a^3$, $ab=1$ 일 때, 다음 값을 구하여라.

$$Q = \sqrt[3]{(x+y)^2} - \sqrt[3]{(x-y)^2}$$

32)

33. x 가 실수일 때, 다음 식을 간단히 하여라.

$$P = \sqrt{(x+\sqrt{x^2})^2} - \sqrt{(x-\sqrt{x^2})^2}$$

33)

이중근호의 풀이

34. 다음 각 식을 간단히 하여라.

(1) $\sqrt{2+\sqrt{3}} - \sqrt{2-\sqrt{3}}$

(2) $\frac{1}{\sqrt{11+\sqrt{72}}} + \frac{1}{\sqrt{11-\sqrt{72}}}$

34)

35. $\sqrt{3+\sqrt{13+4\sqrt{3}}}$ 의 정수부분을 a , 소수부분을 b 라 할 때,

$\frac{1}{b} - \frac{1}{a+b}$ 의 값을 구하여라.

35)

36. $\sqrt{2a^2-1-2a\sqrt{a^2-1}}$ ($a^2-1 \geq 0$)의 이중근호를 풀어라.

36)

37. 다음 각 물음에 답하여라.

- (1) $x = \sqrt{3 - \sqrt{8}}$ 일 때, $x^3 + 3x^2 + 3x + 3$ 의 값을 구하여라.
(2) $x = \sqrt[3]{10 + \sqrt{108}} + \sqrt[3]{10 - \sqrt{108}}$ 일 때, $x^3 + 6x$ 의 값을 구하여라.

37)

38. $x = 3a + b^3$, $y = 3b + a^3$, $ab = 1$ 일 때,

$\sqrt[3]{(x+y)^2} - \sqrt[3]{(x-y)^2}$ 의 값을 구하여라.

38)

39. $x^2 - 5x + 1 = 0$ 일 때, $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$ 의 값을?

- ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ $\sqrt{5}$ ④ $\sqrt{7}$ ⑤ $\sqrt{10}$

39)

40. n 을 양의 정수라 할 때, 다음 값을 구하여라.

$$\{(3+2\sqrt{2})^n + (3-2\sqrt{2})^n\}^2 - \{(3+2\sqrt{2})^n - (3-2\sqrt{2})^n\}^2$$

40)

복소수

41. a, b 가 실수일 때,

- | | |
|--------------------------|----------------------------------|
| (가) $a + bi = 0$ | (나) $a + b\sqrt{2} = 0$ |
| (다) $ a + b = 0$ | (라) $a^2 + 2b^2 = 0$ |
| (마) $a^2 - ab + b^2 = 0$ | (바) 모든 실수 x 에 대하여 $ax + b = 0$ |

중에서 $a^2 + b^2 = 0$ 이 성립할 필요충분조건인 것의 개수는?

- ① 1개 2개 3개 4개 5개

41)

42. a, b, c 를 복소수라 할 때, 다음은 옳은가? 옳은 것은 증명하고, 옳지 않은 것은 반례를 들어라.

- (1) ab, bc, ca 가 모두 0이면 a, b, c 는 모두 0이다.
- (2) $a + b, b + c, c + a$ 가 모두 실수이면 a, b, c 는 모두 실수이다.
- (3) $a^2 + b^2 + c^2 = 0$ 이면 a, b, c 는 모두 0이다.
- (4) $a + b + c = 0, ab + bc + ca = 0$ 이면 $a^3 = b^3 = c^3$ 이다.

42)

$x^3 = 1$ 의 이용

43. $\omega = \frac{1}{2}(-1 + \sqrt{3}i)$ 일 때, $\omega^{101} + \omega^{100} + 1$ 의 값은?

- ① -1 1 0 $-i$ i
43)

44. 방정식 $x^3 = 1$ 의 허근의 하나를 ω 라 할 때,

- (1) $\omega^{101} + \omega^{100} + 1$ 의 값을 구하여라.
(2) $1 + 2\omega + 3\omega^2 + 4\omega^3 + 5\omega^4 + 6\omega^5 + 7\omega^6$ 을 $a + b\omega$ (단, a, b 는 실수)
의 꼴로 나타내어라.

44)

45. $x^2 + x + 1 = 0$ 의 한 근을 ω 라 할 때, 다음 값을 구하여라.

- (1) $\omega^{20} + \omega^7$
(2) $1 + \omega + \omega^2 + \omega^3 + \dots + \omega^{18}$
(3) $\frac{\omega^{101}}{1 + \omega^{100}} + \frac{\omega^{100}}{1 + \omega^{101}}$
(4) $(2 + \sqrt{3})(2 + \sqrt{3}\omega)(2 + \sqrt{3}\omega^2)$
45)

방정식

46. 다음 방정식을 풀어라. 단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대정수

- (1) $x^2 - 3[x] + 2 = 0$
- (2) $2x^2 - [x] = 2 \quad (1 < x \leq 2)$

46)

방정식의 해의 개수

47. 연립방정식 $\begin{cases} 2x+5y=kx \\ 3x+4y=ky \end{cases}$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $k=0$ 일 때, 해는 $x=0, y=0$ 뿐이다.
- ② $k=6$ 일 때, $x=0, y=0$ 이외의 해를 가진다.
- ③ $k=7$ 일 때, $x=0, y=0$ 이외의 해를 가진다.
- ④ $k=-1$ 일 때, 무수히 많은 해를 가진다.
- ⑤ $k=7$ 일 때, $x>0, y>0$ 인 해가 존재한다.

47)

켤레근 등의 활용

48. 방정식 $x^3 + x^2 + px + q = 0$ 에 대해 다음에 답하여라.

- (1) 이 방정식의 한 근이 $1 - \sqrt{2}$ 일 때, 유리수 p, q 의 값 및 나머지 두 근을 구하여라.
- (2) 이 방정식의 한 근이 $1 - i$ 일 때, 실수 p, q 의 값 및 나머지 두 근을 구하여라.

48)

49. ω 가 사차방정식 $x^4 - x^3 + x^2 - x + 1 = 0$ 의 근일 때,

$\omega^{40} - \omega^{30} + \omega^{20} - \omega^{10} + 1$ 의 값은?

- | | | | | | |
|---|----|----|---|---|---|
| ① | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
|---|----|----|---|---|---|

49)

부정방정식

1. 정수, 자연수 조건

2. 실수조건

3. 유리수

4. 소수

50. 다음 조건을 만족시키는 x, y 를 구하여라.

- (1) $xy - 3x - 3y + 2 = 0$ 단, x, y 는 정수
- (2) $6xy + 4x - 3y - 7 = 0$ 단, x, y 는 정수
- (3) $(x^2 + 1)(y^2 + 4a^2) - 8axy = 0$ ($a \neq 0$) 단, x, y, a 는 실수

50)

51. a, b, c, d 가 서로 다른 정수일 때, 방정식

$(x-a)(x-b)(x-c)(x-d) - 4 = 0$ 은 정수근 r 를 갖는다. 이 때,
 $a+b+c+d$ 를 r 로 나타내어라.

51)

52. 다음 방정식을 만족시키는 자연수 x, y 를 구하여라.

- (1) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{3}$
- (2) $x^4y^4 - 10x^2y^2 + 9 = 0$
- (3) $xy = x^2 + y + 3$

52)

53. $17p+1$ 이 완전제곱수가 되는 소수 p 를 구하여라.

53)

근과 계수와의 관계

54. 삼차방정식 $x^3 - x^2 + 2x - 1 = 0$ 의 세 근을 α, β, γ 라 할 때, 다음 각 식의 값을 구하여라.

(1) $\alpha + \beta + \gamma$ (2) $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha$

(3) $\alpha\beta\gamma$ (4) $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\gamma}$

(5) $(1+\alpha)(1+\beta)(1+\gamma)$

54)

55. 삼차방정식 $x^3 - 3x + 5 = 0$ 의 세 근을 α, β, γ 라 할 때, 다음 각 식의 값을 구하여라.

(1) $(\alpha + \beta)(\beta + \gamma)(\gamma + \alpha)$ (2) $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2$

(3) $\alpha^2\beta^2 + \beta^2\gamma^2 + \gamma^2\alpha^2$ (4) $\alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3$

55)

56. 이차방정식 $x^2 + (p-3)x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때,

$(1+p\alpha + \alpha^2)(1+p\beta + \beta^2)$ 의 값은?

① -9 -3 0 3 9

56)

57. 이차방정식 $x^2 + (m-5)x - 18 = 0$ 의 두 근의 절대값의 비가 2 : 1이 되도록 실수 m 의 값을 정하여라.

57)

58. 다음 연립방정식을 풀어라.

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 3, \quad \frac{1}{xy} + \frac{1}{yz} + \frac{1}{zx} = 3, \quad \frac{1}{xyz} = 1$$

58)

정수근

59. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - (m+1)x + m + 3 = 0$ 이 양의 정수근 α, β 를 가질 때,
 $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값은?

- ① 5 13 18 20 25

59)

60. x 에 관한 다음 이차방정식의 두 근이 정수일 때, 정수 m 의 값 및 두 근을 구하여라.

$$x^2 - 2mx + 2m^2 - 2 = 0$$

60)

근의 이론

61. 이차방정식 $x^2 + 2(m-1)x - m + 3 = 0$ 이 다음 조건을 만족시키도록 실수 m 의 값 또는 그 범위를 구하여라.

- (1) 두 근이 모두 양
- (2) 두 근이 모두 음
- (3) 두 근이 서로 다른 부호
- (4) 한 근만이 0

61)

62. 사차방정식 $x^4 + (m+2)x^2 + m + 5 = 0$ 이 서로 다른 네 개의 실근을 갖기 위한 정수 m 의 값의 개수는?

- ① 0개 1개 2개 3개 4개

62)

부등식의 성질

63. 부등식 $(x+1)a^2 > x-a$ 가 x 의 모든 실수값에 대하여 성립할 때, 다음 중 실수 a 의 값이 속하는 집합은?

- ① $\{x|0 < x < 1\}$ $\{x|0 < x < 2\}$ $\{x|1 < x < 2\}$
② $\{x|1 < x < 3\}$ $\{x|2 < x < 3\}$

63)

64. 다음 □안에 알맞은 수를 써 넣어라.

$2 \leq x \leq 10$, $1 \leq y \leq 4$ 일 때,

- (1) $\square \leq x + y \leq \square$
(2) $\square \leq x - y \leq \square$
(3) $\square \leq xy \leq \square$
(4) $\square \leq \frac{x}{y} \leq \square$

64)

65. 실수 전체의 집합에 대한 부분집합 A, B, C, D 가 다음과 같다.

$$A = \{x | f(x) > 0\}, \quad B = \{x | g(x) > 0\},$$

$$C = \{x | f(x) = 0\}, \quad D = \{x | g(x) = 0\}$$

이때, 다음 부등식의 해집합을 A, B, C, D를 써서 나타내어라.

$$(1) f(x) > 0 \geq g(x)$$

$$(2) g(x) \geq 0 > f(x)$$

$$(3) f(x)g(x) < 0$$

$$(4) f(x) + g(x) > 0, \quad f(x)g(x) > 0$$

65)

66. $a < b < c$ 일 때, 다음 부등식을 풀어라.

$$|x - a| < |x - b| < |x - c|$$

66)

절대부등식

67. a, b 가 실수일 때, 다음 부등식을 증명하여라.

(1) $|a| + |b| \geq |a+b| \geq |a| \sim |b|$

(2) $\sqrt{a} - \sqrt{b} < \sqrt{a-b}$ ($a > b > 0$)

67)

68. 다음 부등식을 증명하여라. 단, 문자는 실수이다.

(1) $(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) \geq (ax + by)^2$

(2) $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$

68)

69. a, b 가 실수일 때, $a^2 + b^2 + 1 \geq ab + b + a$ 를 증명하여라.

69)

70. a, b, c, d 를 양수라 할 때, 다음 부등식을 증명하여라.

(1) $\frac{a+b+c}{3} \geq \sqrt[3]{abc}$

(2) $\frac{a+b+c+d}{4} \geq \sqrt[4]{abcd}$

70)

절대부등식을 이용한 최대최소

71. 다음 물음에 답하여라.

(1) $x > 0, y > 0$ 일 때, $(2x+3y)(\frac{8}{x} + \frac{3}{y})$ 의 최소값을 구하여라.

(2) $x > 0, y > 0$ 이고 $3x+2y=10$ 일 때, $\sqrt{3x} + \sqrt{2y}$ 의 최대값을 구하여라.

71)

72. $x > 0$ 일 때, $x + \frac{1}{x} + \frac{4x}{x^2+1}$ 의 최소값을 구하여라.

72)

73. $xy > 0$ 일 때, $2x^2 + \frac{y}{2x} + \frac{1}{xy}$ 의 최소값을 구하여라.

73)

여러 가지 부등식

74. 두 개의 실수 x, y 에 대하여 $\max\{x, y\}$ 는

$x \geq y$ 일 때 $\max\{x, y\} = x$, $y \geq x$ 일 때 $\max\{x, y\} = y$

라 정의하고, 또, $\min\{x, y\}$ 는

$\min\{x, y\} = -\max\{-x, -y\}$ 라 정의한다.

이 때, $\max\{\min\{a, b\}, a\}$ 를 구하여라. 단, a, b 는 실수이다.

74)

75. 실수 x 에 대하여 $n \leq x < n+1$ 을 만족시키는 정수 n 을 $[x]$ 로 나타낼 때, 다음 방정식
또는 부등식을 만족시키는 x 의 집합을 구하여라.

(1) $[x]^2 - 3[x] + 2 = 0$

(2) $2[x]^2 - 9[x] + 4 < 0$

75)

76. 실수 x 에 대하여 $n - \frac{1}{2} \leq x < n + \frac{1}{2}$ 을 만족시키는 정수 n 을 $\{x\}$ 로 나타낼 때, 다음
식을 만족시키는 x 의 범위를 구하여라.

(1) $\{x\}^2 - 3\{x\} + 2 = 0$

(2) $2\{x\}^2 - 9\{x\} + 4 < 0$

76)

평균과 표준편차

77. 다음 물음에 답하여라.

(1) 10개의 변량 x_1, x_2, \dots, x_{10} 의 합이 10, 제곱의 합이 170일 때,

이 변량의 평균 m 과 표준편차 σ 를 구하여라.

(2) 변량 x_1, x_2, \dots, x_n 의 평균이 13, 표준편차가 5일 때, 변량

$2x_1^2, 2x_2^2, \dots, 2x_n^2$ 의 평균을 구하여라.

77)

78. 다음 자료들 중에서 표준편차가 가장 큰 것은?

① 1, 5, 1, 5, 1, 5, 1, 5, 1, 5 1, 5, 1, 5, 1, 5, 3, 3, 3, 3

② 2, 4, 2, 4, 2, 4, 2, 4, 2, 4 2, 4, 2, 4, 2, 4, 3, 3, 3, 3

③ 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4

78)

79. 변량 x_1, x_2, \dots, x_n 의 도수가 각각 f_1, f_2, \dots, f_n 일 때, 이 변량의 평균은 m , 표준편자는 σ 라 한다. 이 때 다음 변량의 평균 및 표준편차를 구하여라.

$$\frac{x_1 - m}{\sigma}, \frac{x_2 - m}{\sigma}, \frac{x_3 - m}{\sigma}, \dots, \frac{x_n - m}{\sigma}$$

79)

- 1) 128개
- 2) (1) 충분 (2) 필요충분 (3) 필요 (4) 충분 (5) 필요충분
 (6) 필요 (7) 필요충분 (8) 필요충분 (9) 필요 (10) 충분
- (11) 충분
- 3) (1) -1 (2) 0
- 4) $M = \left\{ 1, \frac{-1+\sqrt{3}i}{2}, \frac{-1-\sqrt{3}i}{2} \right\}$
- 5) 60개, 38440
- 6) ②
- 7) 98
- 8) 82
- 9) 253_8
- 10) 0.111_2
- 11) 13444_5
- 12) 11자리의 정수
- 13) (1) 7개 (2) 15개
- 14) ④
- 15) (1) -12 (2) 25 (3) 337
- 16) (1) -1 (2) 1 (3) -1 (4) 2 (5) -1
- 17) 생략
- 18) $a = b = c = \frac{\sqrt{3}}{3}$
- 19) ②
- 20) (1) 1 (2) $\frac{1}{2}(3^{10}+1)$
- 21) ②
- 22) $a=3, b=-4$
- 23) 생략
- 24) (1) 나머지 : 0, 몫 : $x^{n-1} + ax^{n-2} + \dots + a^{n-2}x + a^{n-1}$
 (2) 나머지 : 0, 몫 : $x^{n-1} - ax^{n-2} + \dots - a^{n-2}x + a^{n-1}$
- 25) 0
- 26) (1) $a=1, b=-1$ (2) $a=-5, b=7$ (3) $a=1, b=0, c=1$
- 27) (1) $a=-1, b=1, c=1$ (2) $a=-3, b=-2, c=3$
- 28) (1) 1 (2) -1 (3) -2 (4) 1
- 29) (1) 1 (2) 2
- 30) $\frac{r+t}{r-t}$
- 31) (1) $\sqrt{5}-2$ (2) a^2+2a+3 (3) $-a$ (4) $1-a$ (5) $2-a$
- 32) (1) $P=2x$ (2) 4
- 33) $2x$
- 34) (1) $\sqrt{2}$ (2) $\frac{6}{7}$
- 35) 1
- 36) $a \geq 1$ 일 때 $a - \sqrt{a^2 - 1}$, $a \leq -1$ 일 때 $\sqrt{a^2 - 1} - a$
- 37) (1) $2\sqrt{2}+2$ (2) 20
- 38) 4
- 39) ④
- 40) 4
- 41) ⑤
- 42) (1) 옳지 않다. $a=0, b=0, c=1$ (2) 옳다.
 (3) 옳지 않다. $a=0, b=i, c=1$ (4) 옳다.
- 43) ③
- 44) (1) 0 (2) $3 + (-2)\omega$
- 45) (1) -1 (2) 1 (3) -2 (4) $8 + 3\sqrt{3}$
- 46) (1) $x=\pm 1, \pm 2$ (2) $x = \frac{\sqrt{6}}{2}$

- 47) ②
 48) (1) $p = -7, q = -3, x = -3, 1 + \sqrt{2}$
 (2) $p = -4, q = 6, x = -3, 1 + i$
 49) ④
 50) (1) $(x, y) = (4, 10), (10, 4), (2, -4), (-4, 2)$
 (2) $(x, y) = (1, 1), (-2, -1)$ (3) $x = \pm 1, y = \pm 2\alpha$
 51) 4r
 52) (1) $(x, y) = (4, 12), (6, 6), (12, 4)$
 (2) $(x, y) = (1, 1), (1, 3), (3, 1)$
 (3) $(x, y) = (2, 7), (3, 6), (5, 7)$
 53) $p = 19$
 54) (1) 1 (2) 2 (3) 1 (4) 2 (5) 5
 55) (1) 5 (2) 6 (3) 9 (4) -15
 56) ⑤
 57) $m = 2, 8$
 58) $x = y = z = 1$
 59) ④
 60) $m = -1$ 일 때 $x = 0, -2$, $m = 1$ 일 때 $x = 0, 2$
 61) (1) $m \leq -1$ (2) $2 \leq m < 3$ (3) $m > 3$ (4) $m = 3$
 62) ①
 63) ②
 64) (1) 3, 14 (2) -2, 9 (3) 2, 40 (4) $\frac{1}{2}, 10$
 65) (1) $A \cap B^c$ (2) $(B \cup D) \cap (A \cup C)^c$
 (3) $[A \cap (B \cup D)^c] \cup [(A \cup C)^c \cap B]$ (4) $A \cap B$
 66) $x < \frac{a+b}{2}$
 67) 생략
 68) 생략
 69) 생략
 70) 생략
 71) (1) 49 (2) $2\sqrt{5}$
 72) 4
 73) 3
 74) a
 75) (1) $\{x | 1 \leq x < 3\}$ (2) $\{x | 1 \leq x < 4\}$
 76) (1) $\frac{1}{2} \leq x < \frac{5}{2}$ (2) $\frac{1}{2} \leq x < \frac{7}{2}$
 77) (1) $m = 1, \sigma = 4$ (2) 388
 78) ①
 79) 0, 1

수능을 위한

10 - 나

정석에서 뽑은 문제입니다.

우선 공식을 정리하세요.

1. 선분의 길이

2. 내분점

3. 외분점

4. 중점

5. 무게중심

1. 두 점 $A(-1,0)$, $B(2,1)$ 을 연결하는 선분 AB 를 $2 : 1$ 로 내분하는 점 P 와 외분하는 점 Q 의 좌표를 구하여라.

1)

2. $A(-2,3)$, $B(4,6)$, $C(1, -6)$ 인 $\triangle ABC$ 의 무게중심의 좌표를 구하여라.

2)

3. $AB=3$, $BC=6$ 인 직사각형 $ABCD$ 에서 대각선 AC 를 $1 : 2$ 로 내분한 점을 P 라 한다. BP 의 연장선이 변 AD 와 만난 점을 Q 라 할 때, $AQ : QD$ 를 구하여라.

3)

* 중선정리

4. $\triangle ABC$ 의 변 BC 의 중점을 M 이라 할 때, 다음 등식이 성립함을 증명하여라.

$$AB^2 + AC^2 = 2(AM^2 + BM^2)$$

4)

자취문제

5. 두 점 $A(3,0)$, $B(0,2)$ 에 대하여 $PA^2 - PB^2 = 5$ 를 만족시키는 점 P 의 자취의 방정식을 구하여라.

5)

* 직선의 방정식

6. 다음 조건을 만족시키는 직선의 방정식을 구하여라.

- (1) x 축의 양의 방향과 60° 의 각을 이루고, 점 $(2, 3)$ 을 지나는 직선
- (2) $3x + 4y - 2 = 0$ 에 수직이고, 점 $(1, 2)$ 를 지나는 직선
- (3) 두 점 $(2, 1), (3, 4)$ 를 지나는 직선에 평행하고, x 절편이 2인
직선
- (4) 직선 $2x + 4y + 1 = 0$ 에 평행하고, 두 직선 $x - 2y + 10 = 0,$
 $x + 3y - 5 = 0$ 의 교점을 지나는 직선

6)

7. 평면 위의 서로 다른 세 점

$$A(1, k), B(k, k-2), C(-k+1, k+4)$$

가 동일 직선 위에 있을 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

7)

* 두 직선의 위치

8. 다음 두 직선에 관하여 아래 물음에 답하여라.

$$ax - 6y - 5a + 3 = 0, \quad 2x + (a-7)y + 7a - 29 = 0$$

- (1) 이 두 직선의 교점이 $(20, 3)$ 일 때, a 의 값을 구하여라.
- (2) 이 두 직선이 평행할 때, a 의 값을 구하여라.
- (3) 이 두 직선이 일치할 때, a 의 값을 구하여라.
- (4) 이 두 직선이 서로 수직일 때, a 의 값을 구하여라.

8)

* 직선이 항상 지나는 점

9. 직선 $y = mx - m + 2$ 는 m 의 값에 관계없이 항상 일정한 점을 지난다. 그 점의 좌표를 구하여라.

9)

10. 다음 두 직선이 제 1사분면에서 만날 때, 상수 m 의 값의 범위를 구하여라.

$$y = -2x + 2, \quad y = mx - 2m + 4$$

10)

* 점과 직선 사이의 거리

11. x 축 위의 점 P 로부터 직선 $4x+3y+2=0$ 까지의 거리가 2이다. 이 때 P 의 좌표를 구하여라.

11)

12. 좌표평면 위의 세 점 $A(3,8)$, $B(-2, -2)$, $C(3,0)$ 을 꼭지점으로 하는 $\triangle ABC$ 의 넓이를 직선 $y=a$ 가 이등분할 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

12)

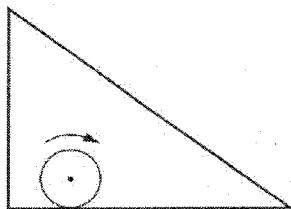
13. 좌표평면 위에 다음과 같은 네 점이 주어져 있다.

$$A(0,0), B(4,1), C(6,9), D(1,4)$$

이 때 $PA+PB+PC+PD$ 를 최소가 되게 하는 점 P 의 좌표를 구하여라.

13)

14. 세 변의 길이가 6, 8, 10인 직각삼각형의 내부에 반지름의 길이가 1인 원이 변에 내접하면서 한 바퀴 돌았다. 이 때 원의 중심 P 의 자취의 길이를 구하여라.



14)

* 원의 방정식

15. 다음 조건을 만족시키는 원의 방정식을 구하여라.

- (1) 중심이 $(2, -3)$ 이고, 반지름이 4인 원
- (2) 중심이 원점이고, 반지름이 5인 원

15)

16. 중심이 직선 $x+2y=9$ ($x>0, y>0$) 위에 있고, x 축 및 y 축에 접하는 원의 방정식을 구하여라.

16)

17. 중심이 직선 $y=x+2$ 위에 있고, 점 $(4, 4)$ 를 지나며, y 축에 접하는 원의 방정식을 구하여라.

17)

* 원의 접선의 방정식

18. 원 $x^2 + y^2 = 5$ 위의 점 (1, 2)에서의 접선의 방정식을 구하여라.

18)

19. 직선 $y = \sqrt{3}x - 5$ 에 평행하고, 원 $x^2 + y^2 = 16$ 에 접하는 직선의 방정식을 구하여라.

19)

20. 점 (0, 2)를 지나고, 원 $x^2 + y^2 = 1$ 에 접하는 직선의 방정식을 구하여라.

20)

* 원과 직선의 위치

21. 좌표평면 위에 원 $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 4$ 와 두 점 $A(-1,0)$, $B(1,0)$ 이 주어져 있다.
원 위의 한 점을 P 라 할 때, $PA^2 + PB^2$ 의 최소값을 구하여라.

21)

22. 직선 $y = x + a$ 가 두 원

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = 5, \quad (x-4)^2 + (y-2a)^2 = 6$$

의 넓이를 각각 이등분한다. a, b 가 상수일 때, $a+b$ 의 값은?

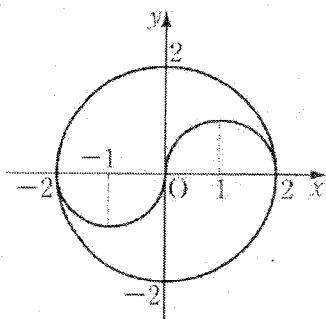
① 0 5 9 12 18

22)

23. 직선 $y = x + 1$ 이 원 $x^2 + y^2 = 4$ 에 의해서 잘린 현의 길이를 구하여라.

23)

24. 그림과 같이 좌표평면 위에 원과 반원으로 이루어진 태극문양이 있다. 태극문양과 직선 $y = a(x-1)$ 이 서로 다른 다섯 개의 점에서 만날 때, 상수 a 의 범위를 구하여라.



24)

* 원과 원의 위치

25. 두 원 $x^2 + y^2 = r^2$ ($r > 0$), $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 2$ 에 대하여 다음 물음에 답하여라.

- (1) 두 원이 외접할 때, r 의 값을 구하여라.
- (2) 이 때 접점에서의 두 원의 공통접선의 방정식을 구하여라.
- (3) 두 원이 서로 다른 두 점에서 만날 때, r 의 범위를 구하여라.

25)

26. 원점을 중심으로 하고, 원 $x^2 + y^2 - 6x + 8y + 16 = 0$ 에 접하는 원의 방정식을 구하여라.

26)

27. 원 $(x+8)^2 + (y-6)^2 = 10^2$ 위에 두 점 $A(-8, -4)$, $B(2, 6)$ 이 있다. $\triangle PAB$ 의 넓이가 최대가 되도록 하는 원 위의 한 점 P 와 원의 중심을 지나는 직선의 방정식을 구하여라.

27)

* 자취문제

28. 다음과 같은 두 직선이 있다.

$$mx - y + 2m - 2 = 0, \quad x + my - 4m - 6 = 0$$

- (1) m 이 변할 때, 두 직선의 교점의 자취의 방정식을 구하여라.
- (2) m 이 $m \leq 1$ 인 범위에서 변할 때, 두 직선의 교점의 자취를 그림으로 나타내어라.

28)

29. 점 $A(2,1)$ 과 원 $x^2 + y^2 + 4x + 2y + 1 = 0$ 위의 점 P 를 이은 선분 AP 의 중점을 Q 라 한다.

- (1) 점 Q 의 자취의 방정식을 구하여라.
- (2) 점 Q 에서 직선 $3x + 4y - 10 = 0$ 까지의 거리의 최소값을 구하라.

29)

30. 좌표평면 위에 원 $(x-1)^2 + (y-2)^2 = r^2$ 과 원 밖의 점 $A(5,4)$ 가 있다. 점 A 에서 원에 그은 두 접선이 수직일 때, 반지름의 길이 r 의 값은?

- ① $\sqrt{10}$ ② $\sqrt{11}$ ③ $\sqrt{12}$ ④ $\sqrt{13}$ ⑤ $\sqrt{14}$

30)

31. 두 점 $A(2,6)$, $B(5,2)$ 가 있다. 점 $P(x,y)$ 가 원 $x^2+y^2=4$ 위를 움직일 때, 다음 물음에 답하여라.

- (1) $\triangle PAB$ 의 넓이의 최소값을 구하여라.
- (2) $\triangle PAB$ 의 넓이의 최대값과 최소값의 차를 구하여라.

31)

32.

다음 두 원이 겹치는 부분의 넓이를 구하여라.

$$x^2+y^2=1, \quad x^2+y^2-2\sqrt{3}x-1=0$$

32)

33. 두 원 $x^2+y^2-9=0$, $x^2+y^2-4x-2y+3=0$ 의 교점을 지나는 원 중에서 x 축에 접하는 원의 방정식을 구하여라.

33)

* 변환 (평행이동)

34. $T : (x, y) \rightarrow (x+m, y+n)$ 은 원점을 점 $(-1, 3)$ 으로 옮기는 평행이동이라 한다.

- (1) T 에 의하여 원점 $O(0,0)$ 으로 평행이동되는 점의 좌표를 구하여라.
- (2) T 에 의하여 직선 $ax+2y+b=0$ 이 직선 $4x+2y+1=0$ 과 겹칠 때, 상수 a, b 의 값을 구하여라.

34)

35. 좌표평면 위의 두 집합

$$A = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 = 1\}, \quad B = \{(0, 1), (k, 2)\}$$

$$P = \{(a_1 + b_1, a_2 + b_2) \mid (a_1, a_2) \in A, (b_1, b_2) \in B\}$$

는 두 개의 원을 나타낸다.

이 두 원이 외접할 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

35)

36. 다음 두 도형이 서로 접할 때, 양수 r 의 값을 구하여라.

$$\{(x+3, y+4) \mid x^2 + y^2 = r^2\}, \quad \{(x, y) \mid x^2 + y^2 = 16\}$$

36)

* 변환 (대칭이동)

37. 직선 $4x + 3y - 5 = 0$ 을 다음 각 직선 또는 점에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식을 구하여라.

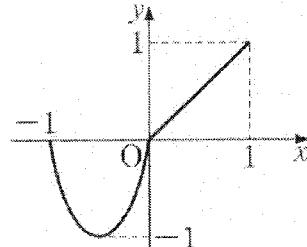
- (1) x 축
- (2) y 축
- (3) 원점
- (4) $y = x$

37)

38. $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 다음 각 그래프를 그려라.

- | | |
|----------------------|-----------------|
| (1) $y = f(x-1) - 1$ | (2) $y = 2f(x)$ |
| (3) $y = f(-x)$ | (4) $y = -f(x)$ |
| (5) $y = -f(-x)$ | (6) $x = f(y)$ |

38)



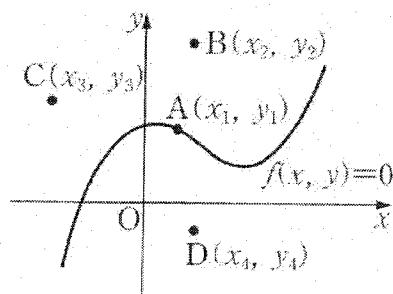
39. 평면 위에 두 점 $A(1,6)$, $B(7,0)$ 과 직선 $x + y = 3$ 이 있다. 직선 위에 한 점 P 를 잡아 $AP + BP$ 가 최소가 되게 할 때, 최소값 및 점 P 의 좌표를 구하여라.

39)

* 부등식의 영역

40. 그림과 같이 방정식 $f(x, y) = 0$ 의 그래프와 네 점 A, B, C, D 가 주어질 때, 기호 $>, \geq, <, \leq, =$ 중에서 알맞은 것을 골라 다음 □안에 써 넣어라.

- (1) $f(x_1, y_1) \cdot f(x_2, y_2) \square 0$
- (2) $f(x_2, y_2) \cdot f(x_3, y_3) \square 0$
- (3) $f(x_3, y_3) \cdot f(x_4, y_4) \square 0$



40)

41. 다음 집합 A, B, C 의 영역을 그림으로 나타내어라.

- (1) $A = \{(x, y) \mid y > -x + 1\}$
- (2) $B = \{(x, y) \mid y > x^2\}$
- (3) $C = \{(x, y) \mid y \leq x^2 - 1\}$

41)

42. 다음과 같은 두 집합 A, B 가 있다.

$$A = \{ (x, y) \mid \max(|x|, |y|) \leq 1 \}, \quad B = \{ (x, y) \mid x^2 + y^2 \leq r^2 \}$$

단, $\max(a, b)$ 는 a, b 중 작지 않은 쪽을 나타낸다.

(1) $A \subset B$ 이기 위한 양수 r 의 최소값을 구하여라.

(2) $B \subset A$ 이기 위한 양수 r 의 최대값을 구하여라.

42)

43. x, y 가 실수일 때, 다음 중 조건 p 가 조건 q 이기 위한 필요충분조건인 것은?

단, $\max\{a, b\}$ 는 a, b 중 작지 않은 쪽을 $\min\{a, b\}$ 는 a, b 중 크지 않은 쪽을 나타낸다.

① $p : x \geq 1$ 이고 $y \geq 1 \quad q : x + y \geq 2$

② $p : x \geq 1$ 또는 $y \geq 1 \quad q : x + y \geq 2$

③ $p : xy + 1 > x + y > 2 \quad q : x > 1$ 이고 $y > 1$

④ $p : x^2 + y^2 \leq 1 \quad q : |x| + |y| \leq 1$

⑤ $p : \max\{|x|, |y|\} \leq 1 \quad q : \min\{|x|, |y|\} \leq 1$

43)

44. 좌표평면에서 부등식 $(|x| - 1)^2 + (|y| - 1)^2 \leq 2$ 가 나타내는 영역의 넓이를 구하여라.

44)

45. x, y 에 관한 다음 부등식이 m 의 모든 실수값에 대하여 성립할 때, 점 (x, y) 의 존재 범위를 그림으로 나타내어라.

$$(x^2 + y^2)m + x + y > 4m$$

45)

46. 직선 $y = m(x - 3) + 2$ 가 두 점 $(-1, 2), (2, 5)$ 를 맺는 선분과 한 점에서 만날 때, m 의 범위를 구하여라.

46)

47. $x^2 + y^2 \leq a^2$ 이 $(x - 1)^2 + y^2 \leq 1$ 이기 위한 필요조건일 때, 실수 a 의 값의 범위는?

① $|a| \geq 2$ $|a| > 2$ $a \geq 2$

② $a > 2$ $|a| \leq 2$

47)

* 부등식의 영역과 최대 최소

48. 부등식 $-x \leq y \leq 2 - x^2$ 을 만족시키는 실수 x, y 의 값에 대하여 $y - x$ 의 최대값 및 최소값을 구하여라.

48)

49. 부등식 $(x-2)^2 + (y-2)^2 \leq 2$ 를 만족시키는 x, y 의 값에 대하여 다음 각 물음에 답하여라.

(1) $y - x$ 의 최대값 및 최소값을 구하여라.

(2) $x^2 + y^2$ 의 최대값 및 최소값을 구하여라.

49)

50. 부등식 $x \geq 0, y \geq 1, 2x + y \leq 2$ 를 동시에 만족시키는 x, y 에 대하여 $\frac{y}{x+1}$ 의 최대값은?

① 1 2 3 4 5

50)

* 함수

51. 두 집합 $X=\{a, b, c, d\}$, $Y=\{p, q, r, s\}$ 가 있다.

- (1) X 에서 Y 로의 함수는 모두 몇 개인가?
- (2) X 에서 Y 로의 일대일 대응은 몇 개인가?

51)

52. 두 집합 $X=\{-1, 0, 1, 2\}$, $Y=\{-1, 0, 1, 2, 3\}$ 에 대하여 함수 f 를 다음과 같이 정한다.

$$f : X \rightarrow Y, x \rightarrow x^2 - 1$$

- (1) 함수 f 의 그래프를 집합을 써서 나타내어라.
- (2) 함수 f 의 그래프를 곱집합 $X \times Y$ 그림 위에 나타내어라.
- (3) 함수 f 의 치역을 구하여라.

52)

* 함수값 정하기

53. $N = \{1, 2, 3, \dots\}$ 일 때, 함수 $f : N \rightarrow N \cup \{0\}$ 이

- (i) $f(1) = 0$
- (ii) p 가 소수이면 $f(p) = 1$
- (iii) $f(mn) = nf(m) + mf(n)$

을 만족시킨다고 한다. 이 때, $f(2^{1996})$ 의 값을 구하여라.

53)

54. 임의의 양수 x, y 에 대하여 항상

$$f(xy) = f(x) + f(y)$$

인 관계가 성립할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $f(1) = 0$ $f(6) = f(2) + f(3)$ $f(x^2) = f(2x)$
- ② $f(\frac{1}{x}) = -f(x)$ $f(x^3) = 3f(x)$

54)

55. 다음 각 물음에 답하여라.

(1) $f(\frac{2x}{x-1}) = \frac{1}{4}x^2 + 2x$ 일 때, $f(4)$ 를 구하여라.

(2) $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ 일 때, $f(f(x)) = \frac{1}{x}$ 을 만족시키는 x 를 구하여라.

55)

* 합성 함수

56. 세 개의 집합

$$X = \{1, 2, 3\}, Y = \{a, b, c\}, Z = \{4, 5, 6\}$$

에 대하여 일대일 대응인 함수 $f: X \rightarrow Y$ 와 함수 $g: Y \rightarrow Z$ 가

$$f(1) = a, g(c) = 6, (g \circ f)(2) = 4$$

를 만족시킬 때, $f(3)$ 과 $g(b)$ 를 구하여라.

56)

57. 다음과 같은 두 변환 f, g 가 있다.

$$f: (x, y) \rightarrow (x+3, y-1), \quad g: (x, y) \rightarrow (-y, x)$$

이 때 $g \circ f$ 에 의하여 직선 $y = -x + 2$ 가 옮겨진 도형의 방정식을 구하여라.

57)

58. 그림은 두 함수 $y = f(x)$ 와 $y = x$ 의 그래프이다.

다음 물음에 답하여라.

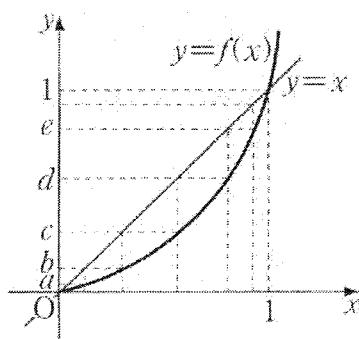
(1) $(f \circ f \circ f)(d)$ 의 값은?

① a ② b ③ c ④ d ⑤ e

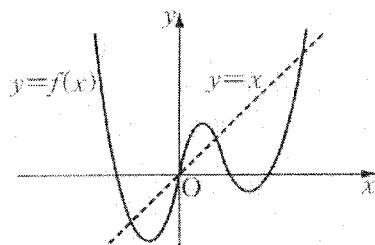
(2) $(f \circ f)(x) = b$ 를 만족시키는 x 의 값은?

① a ② b ③ c ④ d ⑤ e

58)

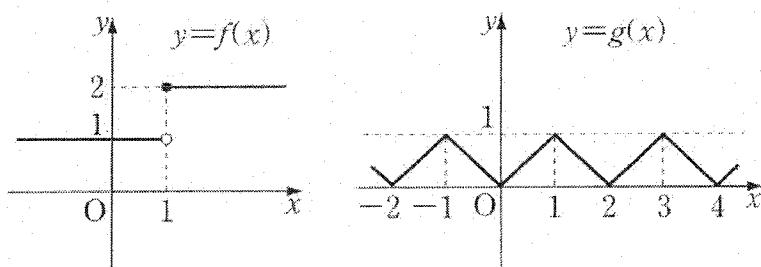


59. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 집합 $\{x \mid (f \circ f)(x)=f(x)\}$ 의 원소의 개수를 구하여라.
단, 점선은 $y=x$ 의 그래프이다.



59)

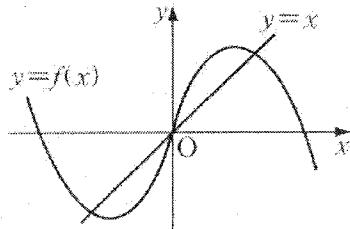
60. 두 함수 $y=f(x)$ 와 $y=g(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 합성함수 $y=(g \circ f)(x)$ 의 그래프를 그려라.



60)

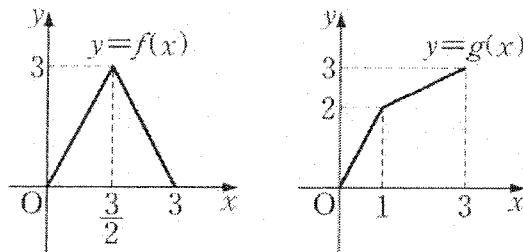
61. 그림은 두 함수 $y=x$, $y=f(x)$ 의 그래프이다. 이 때,
 $\{x \mid (f \circ f)(x)=f(x)\}$ 의 원소의 개수는?

- ① 3 ④ 4 ⑤ 5 ⑥ 6 ⑦ 9



61)

62. 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 함수 $y=(g \circ f)(x)$ 의 그래프의 개형을 그려라.



62)

*****기타*****

63. $X=\{-1, 0, 1\}$, $Y=\{-2, -1, 0, 1, 2\}$ 라 할 때, X 의 모든 원소 x 에 대하여 $xf(x)$ 가 상수가 되는 함수 $f: X \rightarrow Y$ 의 개수는?

- ① 1개 4개 5개 12개 15개

63)

64. 모든 실수 x 에 대하여 정의된 함수 $f(x)=[x]+[-x]$ 의 치역은? 단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대정수를 나타낸다.

- | | | |
|--------------|---------|--------|
| ① {0, -1} | {1, -1} | {0, 1} |
| ② {0, 1, -1} | {0} | |

64)

65. 실수 t 를 매개변수로 하는 다음 매개변수방정식의 그래프를 구하고, 이를 그림으로 나타내어라.

$$x = \frac{1}{1-t^2}, \quad y = \frac{1+t^2}{1-t^2}$$

65)

* 일차함수

66. $y=2mx-m+3$ 에 대하여 다음에 답하여라.

- (1) $-1 < x < 1$ 에서 y 가 항상 양이 되도록 m 의 범위를 정하여라.
- (2) $-1 \leq x \leq 1$ 에서 y 가 반드시 양, 음의 값을 갖도록 m 의 범위를 정하여라.

66)

67. 두 개의 방정식

$$|x| + 2|y| = 2, \quad y = mx - m + 1$$

의 그래프가 공유점을 갖지 않도록 m 의 값의 범위를 정하여라.

67)

68. 좌표평면 위의 두 점 $P(p_1, p_2)$, $Q(q_1, q_2)$ 에 대하여

$$d(P, Q) = |p_1 - q_1| + |p_2 - q_2|$$

로 놓자. 이제 점 Q 가 점 $A(0,0)$ 과 점 $B(10,2)$ 를 잇는 선분 AB 위를 움직일 때, 집합 $\{P \mid d(P, Q) \leq 2\}$ 의 넓이를 구하여라.

68)

* 이차함수

69. 포물선 $y = x^2 - 2kx + k^2 + 2k + 3$ 에 대하여 다음에 답하여라.

- (1) 꼭지점이 제 1사분면에 있을 때, 상수 k 의 범위를 구하여라.
- (2) 꼭지점이 직선 $y = x + 1$ 위에 있을 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

69)

70. 그림은 두 함수 $y = ax^2 + bx + c$, $y = mx + n$ 의 그래프이다.

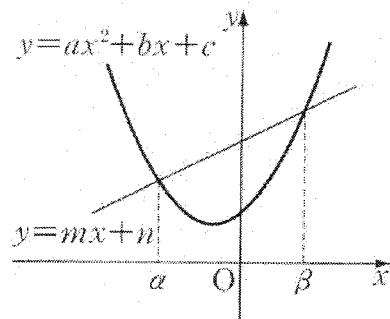
다음 룰음에 답하여라.

- (1) $am^2 + bm + c$ 의 부호를 조사하여라.
- (2) $b^2 - 4ac$ 의 부호를 조사하여라.
- (3) 다음 부등식을 만족시키는 x 의 범위
를 구하여라.

$$ax^2 + (b-m)x + c - n > 0$$

- (4) $\alpha + \beta$, $\alpha\beta$ 를 a, b, c, m, n 을 써서 나타내어라.

70)



71. 포물선 $y = x^2 - mx + m$ 과 x 축과의 공유점의 개수를 $f(m)$ 이라 할 때, 함수 $y = f(m)$ 의 그래프를 그려라.

71)

72. 포물선 $y = -x^2 + 2x$ 위의 점 중에서 직선 $y = -2x + 5$ 에 이르는 거리가 최소인 점의 좌표를 구하여라.

72)

* 우함수, 기함수

73. 다음 함수 중 우함수는 O표, 기함수는 △표, 우함수도 기함수도 아닌 함수는 X표를 하여라.

(1) $f(x) = x^4 + 2x^2 - 3$

(2) $f(x) = x^3 - 2x$

(3) $f(x) = \frac{3}{x^2 + 1}$

(4) $f(x) = 3x^2 - 4x + 1$

73)

74. 다음 중 옳은 것은?

- ① $y = x^3 + x$ 의 그래프는 x 축에 대하여 대칭이다.
- ② $y = x^2 + 2$ 의 그래프는 원점에 대하여 대칭이다.
- ③ $y = x^3 + 2$ 의 그래프는 점 $(0, 2)$ 에 대하여 대칭이다.
- ④ $y = x^2 + 2x + 1$ 의 그래프는 x 축과 서로 다른 두 점에서 만난다.
- ⑤ $y = x^3 + 2$ 의 그래프는 x 축과 서로 다른 두 점에서 만난다.

74)

75. 포물선 $y = x^2 - (a^2 - 4a + 3)x + a^2 - 9$ 와 직선 $y = x$ 와의 두 교점이 원점에 대하여 대칭일 때, a 의 값은?

- ① -4
- ② -2
- ③ 0
- ④ 2
- ⑤ 4

75)

* 절대부등식

76. 다음 식의 값이 x 의 모든 실수값에 대하여 항상 양이 되도록 실수 m 의 값의 범위를 정하여라.

$$y = (m+2)x^2 - 2(m+2)x + 4$$

76)

77. 부등식 $x^2 - 6x + p^2 > 0$ 이 절대부등식이 되기 위한 실수 p 의 값의 범위를 구하여라.

77)

78. 임의의 실수 x 에 대하여 $x^2 - 2ax + 1$ 의 값이 $2x + a$ 의 값보다 크게 되는 실수 a 의 값의 범위를 구하여라.

78)

79. 직선 $y = mx + m^2$ 이 m 의 값에 관계없이 항상 포물선 $y = ax^2 + b$ 에 접할 때, 상수 a, b 의 값을 구하여라.

79)

* 근의 이론

80. x 의 방정식 $|x^2 - 4| = a$ 가 서로 다른 네 개의 실근을 가질 때, 실수 a 의 값의 범위를 구하여라.

80)

81. 이차방정식 $x^2 - 2(m-4)x + 2m = 0$ 의 근에 대하여 다음 조건을 만족시키도록 실수 m 의 값의 범위를 정하여라.

- (1) 두 근이 모두 2보다 크다.
- (2) 2가 두 근 사이에 있다.

81)

82. 이차방정식 $2x^2 - 2(m-1)x + m-1 = 0$ 의 근에 대하여 다음 조건을 만족시키도록 실수 m 의 값의 범위를 정하여라.

- (1) 한 근이 -1과 1사이에 있고, 또 한 근은 1보다 크다.
- (2) 두 근이 모두 -1과 1사이에 있다.

82)

83. 방정식 $[x] - x|x| = 0$ 의 실근의 개수는?

단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대정수를 나타내고 중근은 한 개로 센다

- ① 2 3 4 5 무수히 많다.

83)

84. 포물선 $y = x^2 - ax + 3$ 과 직선 $y = x + 1$ 이 두 점에서 만나고, 직선 위의 점 $(1, 2)$ 가
두 점 사이에 있을 때, a 의 값의 범위는?

- ① $0 < a < 2$ $a < 3$ $a > 2$
② $a > 3$ $0 < a < 4$

84)

85. 포물선 $y = x^2 + 2ax + 2a$ 가 직선 $y = x + 2$ 의 $-2 \leq x \leq 2$ 의 부분과 서로 다른 두 점에서
만나도록 실수 a 의 값의 범위를 정하여라.

85)

* 분수함수, 무리함수

86. 다음 각 함수의 그래프를 그려라.

$$(1) \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1 \quad (2) y = \frac{1}{1+|x|} \quad (3) y = \frac{|x|-1}{|x-1|}$$
$$(4) xy + x + y = 1 \quad (5) xy - 4x - 3y + 15 = 0$$

86)

87. 다음과 같은 두 집합 A, B 가 있다.

$$A = \left\{ (x, y) \mid y = \frac{|x-1|}{x} \right\}, \quad B = \{ (x, y) \mid y = mx \}$$

- (1) $A \cap B = \emptyset$ 일 때, 실수 m 의 범위를 구하여라.
(2) $n(A \cap B) = 1$ 일 때, 실수 m 의 값을 구하여라.

87)

88. 다음과 같은 두 집합 A, B 가 있다.

$$A = \left\{ (x, y) \mid y = \frac{|x|}{x} \right\}, \quad B = \{ (x, y) \mid y = mx \}$$

$A \cap B = \emptyset$ 일 때, m 의 범위를 구하여라.

88)

* 무리 함수

* $y = \sqrt{4 - x^2}$ 의 그래프를 그려봅시다.

89. 다음 각 함수의 정의역과 치역을 구하여라.

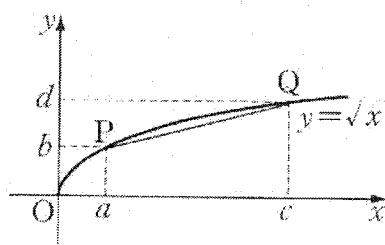
(1) $y = 1 - 2\sqrt{-2x - 4}$

(2) $y = \sqrt{4x + 8} + 1$

89)

90. 함수 $y = \sqrt{x}$ 의 그래프 위의 두 점 $P(a, b), Q(c, d)$ 에 대하여 $b + d = 2$ 일 때, 직선 PQ 의 기울기는? 단, $0 < a < c$ 이다.

- ① 1 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$



90)

* 역함수

91. 함수 $f(x) = \frac{x-1}{x-2}$ 의 역함수가 $f^{-1}(x) = \frac{ax+b}{x+c}$ 일 때, 상수 a, b, c 의 값을 구하여라.

91)

92. 임의의 양수 a, b 에 대하여 $f(a) + f(b) = f(ab)$ 를 만족시키는 함수 $f(x)$ 가 있다.

$f(2)=\alpha, f(3)=\beta$ 이고, 함수 f 의 역함수를 g 라 할 때, $g(\alpha+\beta)$ 의 값은?

- ① 2 3 4 5 6

92)

93. $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 하고, $g(0)=5$ 라 한다. 또, $f(2x+1)=h(x)$ 라 할 때, $h(x)$ 의 역함수를 $l(x)$ 라 할 때, $l(0)$ 의 값은?

- ① 0 2 4 6 8

93)

94. 함수 $f(x) = \frac{1}{4}x^2 + a$ ($x \geq 0$)의 역함수를 $g(x)$ 라 한다. 방정식

$f(x) = g(x)$ 가 음이 아닌 서로 다른 두 실근을 가질 때, 실수 a 의 값의 범위를 구하여라.

94)

* 최대, 최소

95. x, y, z 가 실수일 때, 다음 식의 최소값을 구하여라.

(1) $f(x, y) = x^2 + 2y^2 - 4x + 8y + 5$

(2) $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 15$

95)

96. x, y, z 가 실수일 때, 다음 식의 최대값을 구하여라.

(1) $2x - x^2 + 4y - y^2 + 3$

(2) $4x - x^2 - y^2 - z^2 + 5$

96)

97. $x - 1 = \frac{y-5}{3} = \frac{z+1}{2}$ 일 때, $x^2 + y^2 + z^2$ 의 최소값은?

- ① 9 11 13 15 17

97)

98. x, y 가 실수이고, $x^2 + y^2 = 4$ 일 때, $4x + y^2$ 의 최대값과 최소값을 구하여라.
98)

99. $x + y = 3$, $x \geq 0, y \geq 0$ 일 때, $2x^2 + y^2$ 의 최대값 및 최소값을 구하여라.
99)

100. $x \neq -1$ 인 x 의 모든 실수값에 대하여 $y = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 1}$ 의 값이 취할 수 없는 범위를 구하여라.

100)

101. $x > 0, y > 0$ 일 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $xy = 100$ 일 때, $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ 의 최소값을 구하여라.

(2) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1$ 일 때, $x + y$ 의 최소값을 구하여라.

101)

102. x 가 실수일 때, $y = x^2 + 3 + \frac{1}{x^2 + 3}$ 의 최소값을 구하여라.

102)

103. $f(x)$ 는 x , $x^2 - 4x + 4$, $-2x + 12$ 의 값 중에서 최소인 것을 나타내는 함수이다. 함수 $f(x)$ 의 최대값은?

- ① 1 2 4 6 10

103)

104. 세 점 $O(0,0)$, $A(2,0)$, $B(4,3)$ 에 대하여 $PO^2 + PA^2 + PB^2$ 을 최소로 하는 점 P 의 좌표와 최소값을 구하여라.

104)

105. 함수 $y = (x^2 - 2x + 3)^2 - 2(x^2 - 2x + 3) + 1$ 이 있다.

- (1) $x^2 - 2x + 3 = t$ 로 놓을 때, t 가 취하는 값의 범위를 구하여라.
(2) y 의 최소값을 구하여라.

105)

106. $-1 \leq x \leq 1$ 일 때, 부등식 $x + a \leq x^2 \leq 2x + b$ 가 항상 성립한다고 한다. 이 때 $b - a$ 의 최소값을 구하여라.

106)

107. 부등식 $1 \leq x^2 + y^2 \leq 2$ 를 만족시키는 x, y 가 있다.

- (1) $x + y$ 가 취하는 값의 범위를 구하여라.
(2) $(x + y)^2 + (x + y)$ 의 최대값 및 최소값을 구하여라.

107)

* 최대 · 최소의 응용문제

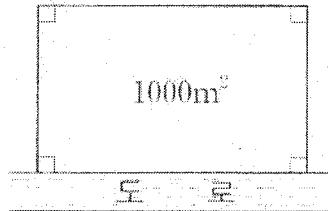
108. 어떤 상품이 새로이 과세되게 되어 정가를 종래의 x 를 올리게 되었다. 세율은 정가의 1할이며, 값을 올렸기 때문에 팔리는 양은 $\frac{1}{2}x$ 를 감소했다고 한다.

(1) 세금을 제외한 매상금액 y 원이 종래의 매상금액보다 적게 되지 않을 x 의 범위를 구하여라.

(2) 매상금액 y 를 최대가 되게 하는 x 의 값을 구하여라.

108)

109. 도로에 접한 땅에 면적이 $1000m^2$ 인 직사각형 모양의 담장을 세우려고 한다. 도로에 접한 담장을 세우는 데 드는 비용은 m 당 15000원, 나머지 담장을 세우는 데 드는 비용은 m 당 10000원이라 한다. 이 때 담장을 세우는 데 드는 최소비용을 구하여라. 단, $\sqrt{2} = 1.414$ 로 계산한다.



109)

110. 차량들이 도로를 차선의 변경없이 모두 같은 속도 $v(m/\text{초})$ 를 유지하면서 달리고 있다 고 하자. 제동거리를 고려한 최소 차간거리는

$$f(v) = \frac{1}{20}v^2 + \frac{1}{2}v + 5(m)$$

로 나타낼 수 있다. 60초 동안 한 차선의 일정 지점을 통과할 수 있는 차량의 수는 최대 몇 대인가? 단, 차량의 길이는 무시한다.

110)

* 삼각함수

부채꼴의 호의 길이 넓이

111. 중심각 θ , 반지름 r , 호의 길이 l , 넓이가 S 인 부채꼴이 있다.

- (1) $r=2(cm)$, $\theta=2(rad)$ 일 때, l 과 S 를 구하라.
- (2) $r=3cm$, $l=6cm$ 일 때, θ 와 S 를 구하여라.
- (3) $\theta=30^\circ$, $S=3\pi(cm^2)$ 일 때, r 과 l 을 구하여라.
- (4) $l=2\pi(cm)$, $S=6\pi(cm^2)$ 일 때, r 과 θ 를 구하여라.

111)

* 일반각의 표시

112. θ 가 $\sin\theta<0$, $\cos\theta>0$ 을 동시에 만족시킬 때, $\frac{\theta}{2}$ 의 동경의 존재범위를 단위원 내부에 그림으로 나타내어라.

112)

* 일반각의 삼각함수

113. 좌표평면 위의 원점을 중심으로 하고, 반지름의 길이가 1인 원을 10등분하여 각 분점을 차례로 P_1, P_2, \dots, P_{10} 이라 한다.

$\angle P_1OP_2 = \theta$ 라 하고, $P_1(1, 0)$ 이라 할 때, 다음 물음에 답하여라.

- (1) $\sin\theta + \sin 2\theta + \sin 3\theta + \dots + \sin 10\theta$ 의 값을 구하여라.
- (2) $\cos\theta + \cos 3\theta + \cos 5\theta + \cos 7\theta + \cos 9\theta = a$ 일 때,
 $\cos 2\theta + \cos 4\theta + \cos 6\theta + \cos 8\theta$ 의 값을 구하여라.

113)

114. 좌표평면 위의 원점을 중심으로 하고 반지름의 길이가 1인 원을 12등분하여 각 분점을 차례로 $P_1, P_2, P_3, \dots, P_{12}$ 라 한다.

$\angle P_1OP_2 = \theta$, $P_1(1, 0)$ 이라 할 때,

$\cos\theta + \cos 2\theta + \cos 3\theta + \dots + \cos 11\theta + \cos 12\theta$ 의 값을 구하여라.

114)

* 식의 변형

115. $270^\circ < \theta < 360^\circ$ 일 때,

$|\sin\theta + \cos\theta + \tan\theta + \sqrt{\sin^2\theta} + \sqrt[3]{\cos^3\theta} + \sqrt[4]{\tan^4\theta}|$ 을 간단히 한 것은?

- ① $\sin\theta$ $2\sin\theta$ $\cos\theta$
② $2\cos\theta$ 2

115)

116. 이차방정식 $2x^2 - x + a = 0$ 의 두 근이 $\sin\theta, \cos\theta$ 일 때,

$\frac{\sin\theta}{1 - \cot\theta} + \frac{\cos\theta}{1 - \tan\theta}$ 의 값을 구하여라.

116)

117. 다음 각 물음에 답하여라.

- (1) $\sin 50^\circ = a$ 일 때, $\sin 40^\circ$ 의 값을 구하여라.
(2) $\sin 70^\circ + \tan 100^\circ + \cos 160^\circ + \cot 190^\circ$ 의 값을 구하여라.
(3) $\sin^2(\theta + 20^\circ) + \sin^2(\theta - 70^\circ)$ 의 값을 구하여라.
(4) $\tan(\theta + 30^\circ)\tan(\theta - 60^\circ)$ 의 값을 구하여라.

117)

118. $\triangle ABC$ 에서 $\sin^2 \frac{A}{2} + 4 \cos \frac{A}{2} = 2$ 일 때, $\sin\left(\frac{B+C-2\pi}{2}\right)$ 의 값을?

- ① $2 - \sqrt{3}$ $\sqrt{3} - 2$ $2 - \sqrt{2}$
② $\sqrt{2} - 2$ $\sqrt{2} - 1$

118)

* 삼각함수의 그래프

119. $0 \leq x \leq 4$ 에서 다음 함수의 그래프를 그려라.

단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대정수를 나타낸다.

(1) $y = \sin \pi x$

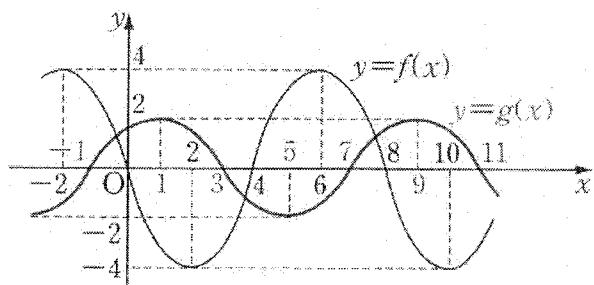
(2) $y = [\sin \pi x]$

119)

120. 그림은 주기가 8인 두 삼각함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 그래프이다. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $f(44) = 0$ $g(52) < 0$ $f(4) = g(-61)$

② $f(3) = 2g(32)$ $f(5) = 2g(0)$

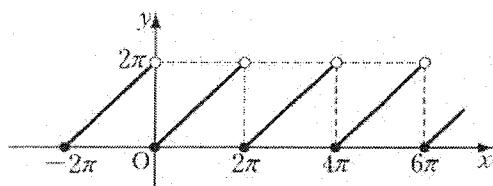


120)

121. 함수 $f(x) = \sin x$ ($0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$)의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, $\cos g(x)$ 를 구하여라.

121)

122. 실수 전체에서 정의된 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다. $g(x) = \sin x$ 일 때,
 $y = (g \circ f)(x)$ 의 그래프를 그려라.



122)

* 삼각방정식과 삼각부등식

123. 다음 방정식을 풀어라. 단, $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$ 이다.

- (1) $2\cos^2x - \sin x - 1 = 0$
- (2) $\sin^4x + \sin^2x = \cos^4x + \cos^2x + 1$
- (3) $\tan x - \sqrt{3} \cot x + 1 - \sqrt{3} = 0$

123)

124. x 의 이차방정식 $x^2 + 2x + 2\cos\theta = 0$ ($0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$)에 대하여 다음 각 물음에 답하 여라.

- (1) 이 방정식이 중근, 실근, 허근을 갖도록 θ 의 값 또는 그 범위를 각각 정하여라.
- (2) 이 방정식의 두 근이 모두 음이 되도록 θ 의 값의 범위를 정하 여라.

124)

* 삼각함수의 치환

125. $f(x) = \frac{2\sin^2 x + 1}{\sin x}$ ($0 < x < \pi$)의 최소값은?

- ① 1 $\sqrt{2}$ 2 $2\sqrt{2}$ 4
125)

126. 임의의 실수 x 에 대하여 함수 $a\sin^2 x + b\cos^2 x + c$ 의 값이 양이 되기 위한 조건을 구하여라.

126)

127. 부등식 $\cos^2 \theta - 3\cos \theta - a + 9 \geq 0$ 이 모든 θ 에 대하여 항상 성립할 때, 실수 a 의 범위를 구하여라.

127)

128. x 의 이차방정식 $2x^2 + 3x\cos \theta - 2\sin^2 \theta + 1 = 0$ ($0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$)의 두 근 사이에 1이 있도록 θ 의 범위를 정하여라.

128)

129. x 의 삼각방정식 $4\cos^2 x + 2a\cos x - 1 = 0$ 을 만족시키는 근이 $0 < x < \frac{\pi}{2}$ 의 범위에 존재하도록 a 의 범위를 정하여라.

129)

* 삼각방정식의 근의 개수

130. 다음 방정식의 근의 개수를 구하여라.

(1) $\sin \pi x = \frac{3}{10}x$

(2) $\sin x = \frac{1}{10\pi^2}x^2$

130)

* 사인법칙, 코사인제1, 제2법칙

131. 다음 조건을 만족시키는 $\triangle ABC$ 의 꼴은 무엇인가?

(1) $\cos^2 B + \cos^2 C - \cos^2 A = 1$

(2) $a\sin^2 A = b\sin^2 B$

131)

132. $a=6$, $b=5$, $c=4$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\cos A$ 의 값을 구하여라.

132)

133. $\triangle ABC$ 의 세 변 AB, BC, CA 의 길이 c, a, b 사이에
 $a^2 + b^2 = c^2$, $b = \sqrt{3}a$ 인 관계가 있을 때, $\tan B$ 의 값을 구하라.

133)

* 삼각형의 넓이, 평행사변형의 넓이

134. 평행사변형에서 이웃하는 두 변의 길이가 a, b 이고, 그 사이각의 크기가 θ 일 때, 그 넓이를 구하여라.

134)

135. 세 변이 3cm, 4cm, 5cm인 삼각형의 내접원의 반지름 및 외접원의 반지름을 구하여라.
135)

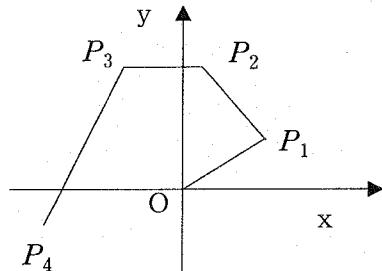
* 삼각형과 삼각함수 응용 문제

136. 그림에서 $OP_1 = 1$, $P_1P_2 = P_2P_3 = a$, $P_3P_4 = 2a$, $\angle XOP_1 = \theta$,
 $\angle OP_1P_2 = \theta + \frac{\pi}{3}$, $\angle P_1P_2P_3 = \angle P_2P_3P_4 = \frac{2\pi}{3}$ 라 한다.

단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 이다.

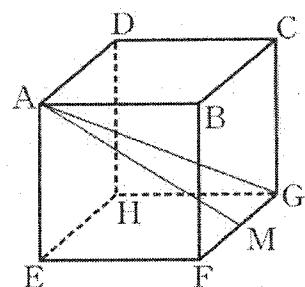
(1) 점 P_4 의 좌표를 a, θ 로 나타내어라.

(2) 점 P_4 의 좌표가 $(-2, 0)$ 이 되게 하는 a, θ 의 값을 구하여라.



136)

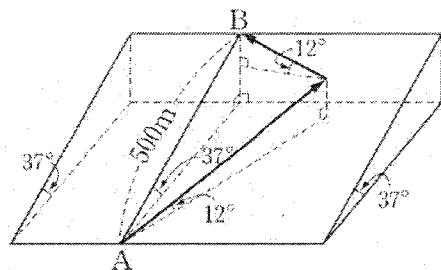
137. 그림과 같은 정육면체에서 $\angle MAG$ 의 크기를 θ 라 할 때, $\cos \theta$ 의 값을 구하여라. 단,
 M 은 선분 FG 의 중점이다.



137)

138. 그림과 같이 직선 거리가 $500m$ 이고, 경사도가 37° 인 두 지점 A, B 를 연결하는 우회 도로를 만들려고 한다. 우회도로의 경사도가 12° 일 때, 이 도로의 길이를 구하여라.

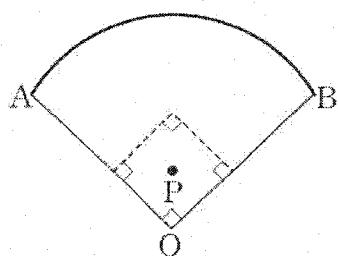
단, $\sin 12^\circ = 0.2$, $\sin 37^\circ = 0.6$ 으로 계산한다.



138)

139. 그림과 같이 야구장의 내부에 한 점 P 를 잡아 이를 중심으로 하는 원형 홈런 울타리를 만들었다. $OA = OB = 100m$ 일 때, 홈 (O)에서 홈런 울타리에 이르는 거리의 최대값을 구하여라.

단, $OP = 50m$, $\angle AOB = 90^\circ$ 이고, $\sqrt{2} = 1.4$, $\sqrt{2.2} = 1.5$ 로 계산한다.

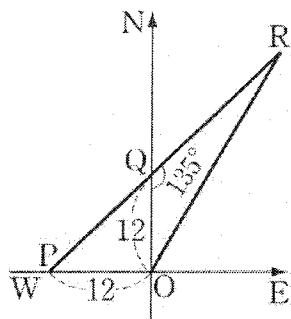


139)

140. A 지점에서 한 비행기를 볼 때, 그 방위는 정북이고, 바라보는 각은 45° 이었다. 또, A 지점에서 서쪽 $500m$ 의 B 지점에서 이 비행기를 동시에 볼 때, 그 바라보는 각은 30° 이었다. 이 비행기의 높이를 구하여라.

140)

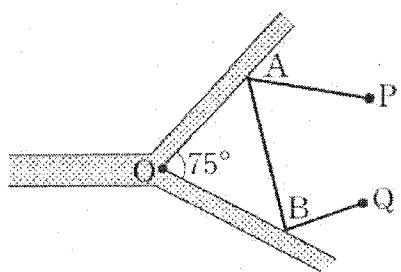
141. 반 시간 전에 서쪽 12km의 지점에서 A 선이 일정한 속력으로 진행하여 지금 그 항구 북쪽 12km 해상을 지나고 있다. 지금 이 항구에서 B 선이 매시 48km의 속력으로 A 선을 따라 만나려면 북에서 동쪽으로 몇 도의 항로를 잡아야 하는가?



141)

142. 그림과 같이 75° 의 각을 이루면서 점 O 에서 만나고 있는 두 개의 강 사이에 두 마을 P, Q 가 있다. $OP = OQ = 30\text{km}$, $\angle POQ = 30^\circ$ 일 때, 다음 물음에 답하여라.

- (1) P, Q 사이의 거리를 구하여라.
- (2) 강변의 두 점 A, B 를 잡아 P, A, B, Q 를 연결하는 도로 PA, AB, BQ 를 만들 때, $PA + AB + BQ$ 의 최소값을 구하여라.
- (3) P, A, B 를 연결하는 도로를 만들 때, $PA + AB + BP$ 의 최소값을 구하여라.



142)

답안

- 1) $P(1, \frac{2}{3})$, $Q(5, 2)$
- 2) (1, 1)
- 3) 1 : 1
- 4) 생략
- 5) $3x - 2y = 0$
- 6) (1) $y = \sqrt{3}x - 2\sqrt{3} + 3$ (2) $4x - 3y + 2 = 0$ (3) $y = 3x - 6$ (4) $x + 2y - 2 = 0$
- 7) $k = 2$
- 8) (1) $a = 1$ (2) $a = 4$ (3) $a = 3$ (4) $a = \frac{21}{2}$
- 9) (1, 2)
- 10) $1 < m < 4$
- 11) (2, 0), (-3, 0)
- 12) $a = 8 - 2\sqrt{10}$
- 13) $P(2, 3)$
- 14) 12
- 15) (1) $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 4^2$ (2) $x^2 + y^2 = 5^2$
- 16) $(x-3)^2 + (y-3)^2 = 9$
- 17) $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 4$, $(x-10)^2 + (y-12)^2 = 100$
- 18) $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$
- 19) $y = \sqrt{3}x \pm 8$
- 20) $y = \pm\sqrt{3}x + 2$
- 21) 20
- 22) ④
- 23) $\sqrt{14}$
- 24) $0 < a < \frac{\sqrt{3}}{3}$
- 25) (1) $r = \sqrt{2}$ (2) $x + y = 2$ (3) $\sqrt{2} < r < 3\sqrt{2}$
- 26) $x^2 + y^2 = 4$, $x^2 + y^2 = 64$
- 27) $y = -x - 2$
- 28) (1) $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 25$ 단, 점 (-2, 4)는 제외 (2) 생략
- 29) (1) $x^2 + y^2 = 1$ (2) 1
- 30) ①
- 31) (1) 8 (2) 10
- 32) $\frac{7}{6}\pi - \sqrt{3}$
- 33) $x^2 + y^2 - 6x - 3y + 9 = 0$
- 34) (1) (1, -3) (2) $a = 4, b = 3$
- 35) $k = \pm\sqrt{3}$
- 36) $r = 1, 9$
- 37) (1) $4x - 3y - 5 = 0$ (2) $4x - 3y + 5 = 0$ (3) $4x + 3y + 5 = 0$
 (4) $3x + 4y - 5 = 0$
- 38) 생략
- 39) $2\sqrt{26}$, $P(2, 1)$
- 40) (1) = (2) > (3) <
- 41) 생략
- 42) (1) $\sqrt{2}$ (2) 1
- 43) ③
- 44) $4\pi + 8$
- 45) 원 $x^2 + y^2 = 4$ 중 직선 $y = -x$ 의 윗부분이다.

- 46) $-3 \leq m \leq 0$
 47) ①
 48) $\frac{9}{4}, -4$
 49) (1) 2, -2 (2) 18, 2
 50) ②
 51) (1) 256개 (2) 247개
 52) (1) $\{(-1, 0), (0, -1), (1, 0), (2, 3)\}$ (2) 생략 (3) $\{-1, 0, 3\}$
 53) $499 \cdot 2^{1997}$
 54) ③
 55) (1) 5 (2) -1
 56) $f(3) = c, g(b) = 4$
 57) $y = x + 4$
 58) (1) ① (2) ④
 59) 12개
 60) 생략
 61) ⑤
 62) 생략
 63) ③
 64) ①
 65) $G = \{(x, y) \mid y = 2x - 1, x \geq 1, x < 0\}$
 66) (1) $-3 \leq m \leq 1$ (2) $m < -3, m > 1$
 67) $-1 < m < 0$
 68) 48
 69) (1) $k > 0$ (2) $k = -2$
 70) (1) $am^2 + bm + c > 0$ (2) $b^2 - 4ac < 0$ (3) $x < a, x > \beta$
 (4) $a + \beta = \frac{b - m}{a}, a\beta = \frac{c - n}{a}$
 71) 생략
 72) (2, 0)
 73) (1) O (2) △ (3) O (4) X
 74) ③
 75) ④
 76) $-2 \leq m < 2$
 77) $p > 3, p < -3$
 78) $-3 < a < 0$
 79) $a = -\frac{1}{4}, b = 0$
 80) $0 < a < 4$
 81) (1) $8 \leq m < 10$ (2) $m > 10$
 82) (1) $m > 3$ (2) $\frac{1}{3} < m \leq 1$
 83) ③
 84) ③
 85) $0 \leq a < \frac{3}{2}, \frac{3}{2} < a \leq 2$
 86) 생략
 87) (1) $m < 0$ (2) $m = 0$
 88) $m \leq 0$
 89) (1) $\{x \mid x \leq -2\}, \{y \mid y \leq 1\}$ (2) $\{x \mid x \geq -2\}, \{y \mid y \geq 1\}$
 90) ②
 91) $a = 2, b = -1, c = -1$
 92) ⑤
 93) ②
 94) $0 \leq a < 1$
 95) (1) $x = 2, y = -2$ 에서 최소값 -7
 (2) $x = 1, y = 2, z = 3$ 에서 최소값 1

- 96) (1) 8 (2) 9
 97) ③
 98) 8, -8
 99) 최대값 18 ($x=3$ 일 때), 최소값 6 ($x=1$ 일 때)
 100) $-1 < y < 3$
 101) (1) $\frac{1}{5}$ (2) 4
 102) $\frac{10}{3}$
 103) ③
 104) $P(2,1)$, 최소값 14
 105) (1) $t \geq 2$ (2) 1
 106) $\frac{13}{4}$
 107) (1) $-2 \leq x + y \leq 2$ (2) 6, $-\frac{1}{4}$
 108) (1) $\frac{10}{3} \leq x \leq \frac{20}{3}$ (2) $x = 5$
 109) 1414000원
 110) 40대
 111) (1) $l = 4\text{cm}$ $S = 4(\text{cm}^2)$ (2) $\theta = 2(\text{rad})$ $S = 9(\text{cm}^2)$
 (3) $r = 6(\text{cm})$, $l = \pi(\text{cm})$ (4) $r = 6(\text{cm})$, $\theta = \frac{\pi}{3}(\text{rad})$
 112) 생략
 113) (1) 0 (2) $-(a+1)$
 114) 0
 115) ④
 116) $\frac{1}{2}$
 117) (1) $\sqrt{1-a^2}$ (2) 0 (3) 1 (4) -1
 118) ②
 119) 생략
 120) ④
 121) $\cos g(x) = \sqrt{1-x^2}$
 122) 생략
 123) (1) $30^\circ, 150^\circ, 270^\circ$ (2) $60^\circ, 120^\circ, 240^\circ, 300^\circ$
 (3) $60^\circ, 135^\circ, 240^\circ, 315^\circ$
 124) (1) 중근 : $60^\circ, 300^\circ$, 실근 : $60^\circ \leq \theta \leq 300^\circ$,
 허근 : $0^\circ \leq \theta < 60^\circ, 300^\circ < \theta \leq 360^\circ$
 (2) $60^\circ \leq \theta < 90^\circ, 270^\circ < \theta \leq 300^\circ$
 125) ④
 126) $b+c > 0, a+c > 0$
 127) $a \leq 7$
 128) $120^\circ < \theta < 180^\circ, 180^\circ < \theta < 240^\circ$
 129) $a > -\frac{3}{2}$
 130) (1) 7개 (2) 6개
 131) (1) $A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 (2) $a=b$ 인 이등변삼각형
 132) $\frac{1}{8}$
 133) $\sqrt{3}$
 134) $absin\theta$
 135) 1cm, 2.5cm

$$136) \quad (1) \ P_4\left(\cos\theta - \frac{5}{2}a, \sin\theta - \frac{\sqrt{3}}{2}a\right) \quad (2) \ a=1, \theta = \frac{\pi}{3}$$

$$137) \quad \frac{5\sqrt{3}}{9}$$

$$138) \quad 1500m$$

$$139) \quad 125m$$

$$140) \quad 250\sqrt{2}m$$

$$141) \quad \text{북 } 30^\circ \text{동}$$

$$142) \quad (1) \ 15(\sqrt{6}-\sqrt{2})km \quad (2) \ 30\sqrt{3}km \quad (3) \ 15(\sqrt{6}+\sqrt{2})km$$