

수학 영역 (나 형)

짝수형

성명		수험 번호						—					
----	--	-------	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--	--

- 자신이 선택한 유형('가' 형/'나' 형)의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확히 쓰십시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

눈을 감으면 문득 그리운 날의 기억

- 답안지의 해당란에 성명과 수험번호를 쓰고, 또 수험번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오.
배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

제 2 교시

수학 영역(나형)

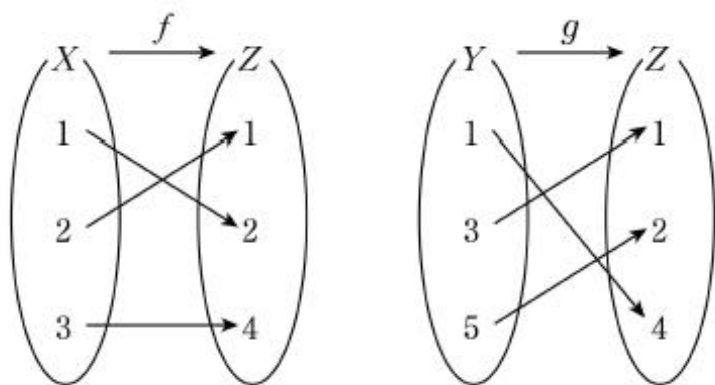
짝수형

5지선다형

1. 함수 $f(x) = 2x$ 에 대하여 $\int_0^1 2f(x)dx$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 그림은 두 함수 $f: X \rightarrow Z$, $g: Y \rightarrow Z$ 를 나타낸 것이다.



$(f^{-1} \circ g)(5)$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 알파벳 a, a, b, b를 나열하는 경우의 수는?(단, 서로 같은 알파벳끼리는 구분하지 않는다.) [2점]

- ① 12 ② 10 ③ 8 ④ 6 ⑤ 4

4. $f(x) = 2x^2 + ax$ 에서 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1-h)}{3h} = 6$ 을 만족시키는 a 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

5. $\log_4 k + \log_k 4 = 2$ 를 만족시키는 자연수 k 의 값은? [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

6. 서로 다른 7개의 과일을 2개의 묶음으로 나누어서 A , B 두 사람한테 나누어 주려고 한다. 나누어 줄 수 있는 경우의 수는? [3점]

- ① 63 ② 64 ③ 96 ④ 126 ⑤ 128

7. $a_1 = 8$, $a_6 = 23$ 인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^n a_k = b_n$ 이라 정의하자. 이때 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(4a_n + 5)}{2b_n - 4a_n}$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

8. $n(A)=16$, $n(B)=14$ 인 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A \cup B)=26$ 이다. 집합 $A \cap B$ 에서 $A \cap B$ 로 가는 함수 f 에 대하여 f^{-1} 이 존재하도록 하는 함수 f 의 가짓수는? [3점]

- ① 2 ② 6 ③ 24 ④ 64 ⑤ 120

9. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프는 표준정규분포 곡선을 나타낸다고 한다. 이때 $\int_a^{a+3} f(x)dx$ 의 값이 최대가 되기 위한 a 의 값은? [3점]

- ① -3 ② $-\frac{3}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 3

10. 유리함수 $y=\frac{1}{x-a}+b$ 가 지나지 않는 사분면이 적어도 하나 있도록 하는 a, b 에 대하여 점 (a, b) 를 원소로 갖는 점들의 집합 A 와, 함수 $f(x)=x^2-4x-5$ 를 좌표평면에 나타내었다. 이 때, 좌표평면 상에서 A 와 $f(x)$ 가 갖는 교점의 개수는? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

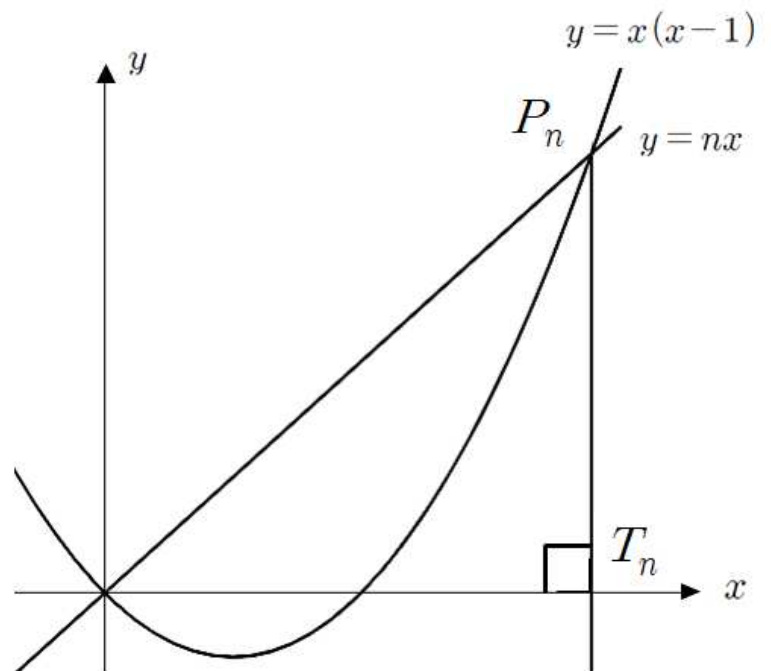
11. 함수 $f(x) = |x(x+2)(x-3)|$ 에 대하여, 함수 $g(x)$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$g(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\{f(x)\}^{n+1} - f(x)}{\{f(x)\}^n + 3f(x)}$$

이 때, 함수 $g(x)$ 가 불연속인 모든 x 의 값의 합은? [3점]

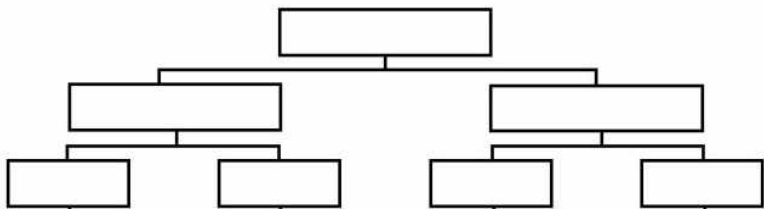
- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

12. 그래프 $y = x(x-1)$ 과 $y = nx$ 의 교점 중 원점이 아닌 것을 P_n 이라고 하자. P_n 에서 x 축에 수선을 내리고, 그 수선의 발을 T_n 이라고 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{P_n T_n}$ 의 값은? [3점]



- ① 2 ② 1 ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

13. 야인 사격 대회는 토너먼트 방식으로, 서로 매칭된 상대끼리 경기를 한 뒤, 이긴 사람들끼리 상위 레벨에 진출하는 구조이다. 현재 상하이 조, 심영, 김두한, 시라소니가 4강에 진출했다. 심영은 상하이 조에게 무조건 지며, 다른 사람을 만나면 $\frac{1}{3}$ 의 확률로 이긴다. 다른 사람들끼리는 승률이 $\frac{1}{2}$ 이다. 심영과 김두한이 결승에서 만날 확률은? [3점]



- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{5}{36}$ ③ $\frac{1}{9}$ ④ $\frac{1}{12}$ ⑤ $\frac{1}{18}$

14. 자연수 n 의 일의 자리 수를 $f(n)$ 이라고 하자. 이때 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_n = f(n^2) - f(n)$ 으로 정의된다. 이 때, $\sum_{k=1}^n a_k = S_n$, $a_n^2 = a_n$ 을 만족하는 n 을 크기가 작은 것부터 순서대로 나열한 수열을 b_n 으로 할 때, $S_{50} + b_{50}$ 의 값은? [4점]

- ① 140 ② 133 ③ 129 ④ 125 ⑤ 121

15. 가상화폐의 시세와 A사 항우울제의 판매량에 관한 조사를 실시한 결과, 가상화폐 시세가 오른 날에는 하루 판매량이 정규분포 $X \sim N(5400, 750^2)$ 를 따르고, 시세가 떨어진 날에는 하루 판매량이 정규분포 $Y \sim N(7200, 1200^2)$ 을 따른다는 것이 밝혀졌다. A사 항우울제가 하루 동안 6900개 이상 팔릴 때, 그 날 가상화폐 시세가 떨어졌을 확률을 다음 표준정규분포표를 이용하여 계산한 것은? (단 가상화폐 시세가 오를 확률과 떨어질 확률은 동일하며, 변동이 없는 경우는 무시하고 계산한다.) [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.25	0.10
0.50	0.19
0.75	0.27
1.00	0.34
1.50	0.43
2.00	0.48
2.50	0.49

- ① $\frac{30}{31}$ ② $\frac{69}{71}$ ③ $\frac{41}{49}$ ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ $\frac{24}{29}$

16. 다음 과정은 수렴하는 수열 $a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ 의 극한값이 2 이상 3 이하라는 것을 증명하는 과정이다.

a_k 에 대하여 식을 정리해 보면 이항 정리에 따라서

$$\begin{aligned} a_k &= \left(1 + \frac{1}{k}\right)^k \\ &= 1^k + {}_k C_1 \left(\frac{1}{k}\right)^1 1^{k-1} + {}_k C_2 \left(\frac{1}{k}\right)^2 1^{k-2} + \dots + {}_k C_k \left(\frac{1}{k}\right)^k \\ &= 1 + k \left(\frac{1}{k}\right) + \frac{k(k-1)}{2} \left(\frac{1}{k}\right)^2 + \frac{k(k-1)(k-2)}{6} \left(\frac{1}{k}\right)^3 + \dots \\ &\quad + \frac{k(k-1)(k-2)\dots 2 \cdot 1}{f(k)} \left(\frac{1}{k}\right)^k \end{aligned}$$

$$< 1 + 1 + \left(\frac{\frac{1}{2!}k^2}{k^2}\right) + \left(\frac{\frac{1}{3!}k^3}{k^3}\right) + \dots + \left(\frac{\frac{1}{k!}k^k}{k^k}\right)$$

$$< 1 + 1 + \left(\frac{\frac{1}{2}k^2}{k^2}\right) + \left(\frac{\frac{1}{2 \cdot 3}k^3}{k^3}\right) + \dots + \left(\frac{g(k)k^k}{k^k}\right)$$

$$= 1 + 1 + \sum_{j=1}^k \frac{h(k)}{j} - \frac{1}{j+1} < 3$$

즉, 임의의 k 에 대하여 $a_k < 3$

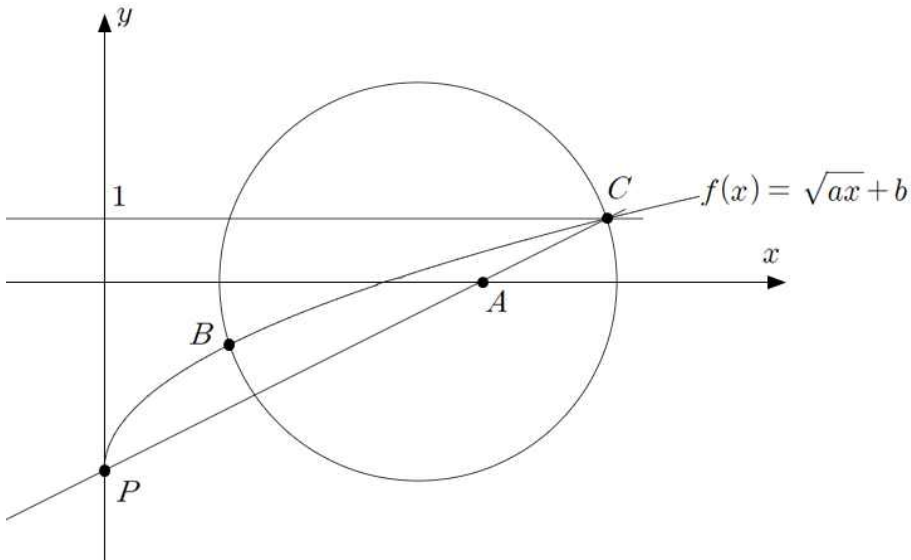
이때, $1 + k\left(\frac{1}{k}\right) = 2$ 이므로 $2 \leq a_k$

정리하면 $2 \leq a_k < 3$ 이므로, $2 \leq \lim_{k \rightarrow \infty} a_k \leq 3$ 이다.

$f(4) + 120g(5) + h(6)$ 의 값은? [4점]

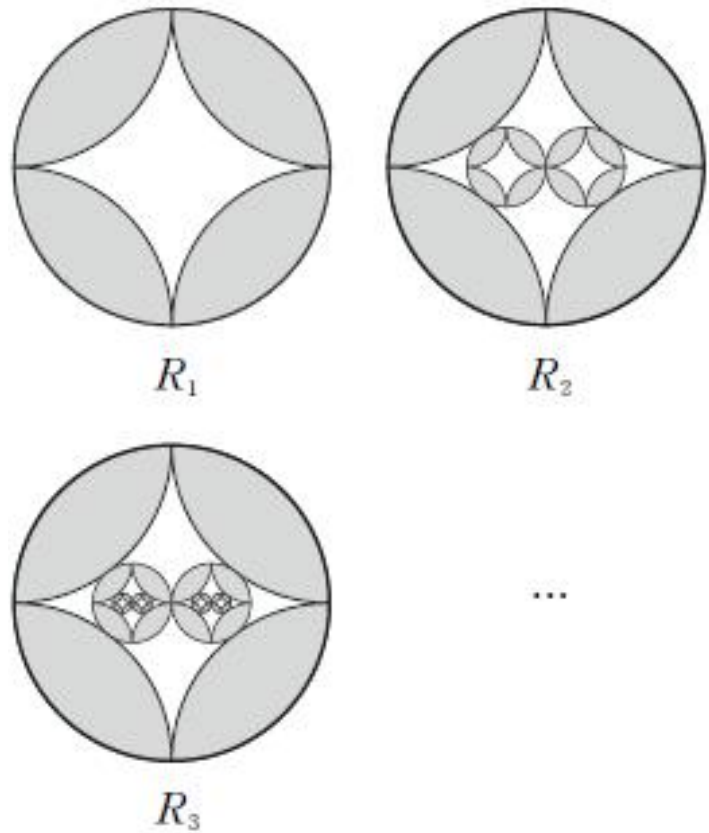
- ① 39 ② 36 ③ 35 ④ 34 ⑤ 33

17. 무리함수 $f(x) = \sqrt{ax+b}$ 와 원 $(x-5)^2 + y^2 = k$ 를 좌표 평면에 나타낸 모습은 다음과 같다. 선분 $\overline{BC}$ 는 원의 지름에 해당하며, 점 C 의 y 좌표는 1이다. 점 A 가 선분 $\overline{PC}$ 를 3:1로 내분할 때, $4k$ 의 값은? [4점]



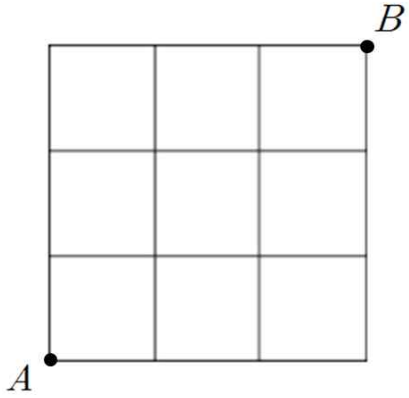
- ① 29 ② 40 ③ 53 ④ 68 ⑤ 85

18. 그림과 같이 반지름의 길이가 1인 원의 내부에 원과 반지름의 길이가 같은 사분원 4개를 겹치지 않게 그리고, 각 사분원에 아래 그림과 같이 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라고 하자. 그림 R_1 에 반지름의 길이가 같고 서로 외접하는 두 원이 각각 사분원 2개에 접하도록 그리고, 새로 그려진 각 원에 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 만들어지는 두 개의 도형에 같은 방식으로 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라고 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라고 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{16}{7}(\pi-2)$ ② $\frac{33}{14}(\pi-2)$
 ③ $\frac{17}{7}(\pi-2)$ ④ $\frac{7}{2}(\pi-2)$
 ⑤ $\frac{18}{7}(\pi-2)$

19. 그림과 같은 정사각형 모양으로 이루어진 도로망에서 갑은 A에서 출발해서 B로, 을은 B에서 출발해서 A로, 최단 거리 경로가 되도록 이동한다고 한다.



갑, 을 두 사람이 동시에 출발하며 서로 같은 일정한 속도로 이동할 때, 두 사람이 이동하면서 만날 확률 p 를 구하려고 한다. 각 갈림길에서 이동할 방향이 선택될 확률이 같을 때 p 의 값을 p_1 , 최단거리로 가는 전체 경로의 수에서 각 경로가 선택될 확률이 같을 때 p 의 값을 p_2 라고 할 때, $|p_1 - p_2|$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{39}{400}$ ② $\frac{37}{400}$ ③ $\frac{9}{100}$ ④ $\frac{7}{80}$ ⑤ $\frac{33}{400}$

20. 두 삼차함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- 가) $f(1) = 4$
 나) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) + f(4-x) = 2g(2)$ 이다.
 다) 모든 실수 x 에 대하여 $f(1+x) + g(1-x) = 2$ 이다.

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

보기

ㄱ. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$

ㄴ. 방정식 $f(x) = g(x)$ 는 서로 다른 두 실근을 가진다.

ㄷ. 두 그래프 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 에 둘러싸인 영역의 넓이는 8이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 다음 두 조건을 만족하는 모든 $\log_a b$ 의 값을 원소로 하는 집합을 A 라 하자.

- (가) 자연수 a, b 가 $1 < a < b < a^2 < x$ 을 만족한다.
(나) $\log_a b$ 는 유리수이다.

x 의 값에 따른 집합 A 의 원소들의 총합을 $f(x)$ 라고 할 때, $30 < x < 3000$ 에서 $\lim_{x \rightarrow p-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow p+} f(x)$ 를 만족시키는 k 개의 p 에 대하여 가장 작은 것부터 순서대로 $p_1, p_2, \dots, p_k$ 라고 하자. 이때, $k \left\lceil \log_2 \frac{p_k}{p_1} \right\rceil$ 의 값은? (단, $[c]$ 는 c 보다 크지 않은 최대의 정수를 의미한다). [4점]

- ① 8 ② 9 ③ 12 ④ 16 ⑤ 18

단답형

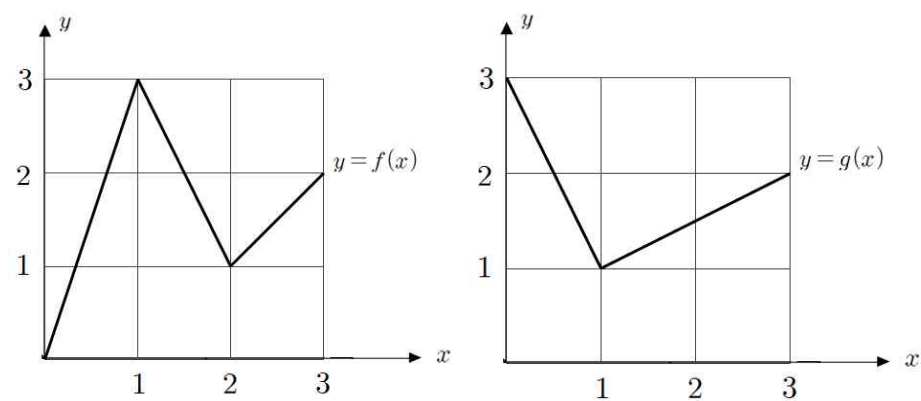
22. 집합 $A = \{1, 2, 6\}$ 와 집합 $B = \{x | x \text{는 } 10 \text{의 양의 약수}\}$ 에 대하여, $n(B) - n(A)$ 의 값을 구하시오.. [3점]

23. 1부터 6까지의 숫자가 적힌 주사위를 n 개 던졌을 때, 주사위의 눈의 합이 3이 될 확률을 p_n 이라고 하자. $\frac{p_1}{p_3}$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{n} \sum_{k=1}^n \left(1 + \frac{2k}{n}\right)^3$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. $\left(x + \frac{1}{x^n}\right)^{10}$ 의 전개식에서 상수항이 존재하도록 하는 모든 자연수 n 의 합을 구하시오. [4점]

26. 정의역과 공역이 $\{x | 0 \leq x \leq 3\}$ 인 두 함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여 함수의 그래프가 다음과 같다.



이때, $(f \circ g)(x) = f(x)$ 를 만족하는 x 의 개수를 구하시오. [4점]

27. 수열 $a_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ 에 대하여, 원소가 k 개인 집합 $A_k = \{a_1, a_2, \dots, a_k\}$ 의 모든 부분집합의 원소의 합을 S_k 라고 하자. 이때, $\sum_{k=1}^4 S_k$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 다항함수 $f(x)$ 는 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^5} = 0$ 을 만족하며, $x = -1$ 과 $x = 5$ 에서 서로 같은 극솟값 0을 가진다. 이 함수가 $x = a$ 에서 극댓값을 가지며, 점 $(-1, 0)$ 과 $(a, f(a))$ 를 이은 직선의 기울기가 1일 때, 최고차항 계수는 $\frac{1}{b}$ 라고 한다. 이때 $a+b$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 좌표평면 상에서의 영역 $\{(x, y) \mid |x| \leq 1, |y| \leq 1\}$ 위에서 서로 다른 점을 n 개 택할 때, 이 중에서 함수 $y = x^2$ 에 접선을 그을 수 없는 점의 개수를 확률변수 P_n 이라 하자. $\lim_{n \rightarrow \infty} E\left(\frac{P_n}{n}\right) = a$ 이며, $P\left(\frac{3}{10} \leq \frac{P_n}{n} \leq \frac{13}{30}\right) \geq 0.78$ 을 만족시키는 n 의 최솟값을 b 라고 할 때, $30a + b$ 의 값을 아래 표준정규분포표를 이용하여 구하시오. [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.25	0.10
0.50	0.19
0.80	0.29
1.00	0.34
1.25	0.39
1.50	0.43
1.80	0.46
2.00	0.48
2.40	0.49

30. 등비수열 $\{a_n\}$ 의 일반항은 $a_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{r-3}$ 이며, 급수

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 의 부분합은 $\sum_{k=1}^n a_k = S_n$ 으로 표기한다고 하자. 삼차함수 $f(x)$ 는 다음 조건들을 만족한다.

(가) $|f'(x)| = m$ 의 실근의 합은 $0 < m < 8$ 에서 8, $m = 8$ 에서 6이다.

(나) $f(x) = 0$ 의 근 α, β, γ 에 대하여 $\alpha\beta\gamma = 0$ 이다.

함수 $g(x) = \begin{cases} f(x) & (0 \leq x < S_1) \\ f(2^n x - 2^n S_n) & (S_n \leq x < S_{n+1}) \end{cases}$ 는

$0 \leq x < 8$ 에서 정의되며, $\int_0^x g(t) dt = k$ 를 만족하는 실수

x 의 개수는 41이다. 이를 작은 것부터 차례대로 배열한

것을 $x_1, x_2, \dots, x_{41}$ 이라고 할 때, $\left(\sum_{i=1}^{41} g(x_i)\right) - \log_2 k$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.