

다항함수 $f(x)$ 가 다음 두 조건을 만족한다.

$$(가) f(0) = 0$$

$$(나) 0 < x < y < 1 \text{인 모든 } x, y \text{에 대하여 } 0 < xf(y) < yf(x)$$

세 수

$$A = f'(0)$$

$$B = f(1)$$

$$C = 2 \int_0^1 f(x) dx$$

의 대소 관계를 옳게 나타낸 것은? (4점)

① $A < B < C$

② $A < C < B$

③ $B < A < C$

④ $B < C < A$

⑤ $C < A < B$

▶ 알아야 할 기본 개념

곡선과 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이

곡선 $y=f(x)$ 와 x 축 및 $x=a, x=b (a \leq b)$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는 $f(x) \geq 0$ 일 때 $\int_a^b f(x) dx$ 이다.

▶ 접근방법

$0 < xf(y) < yf(x)$ 의 양변을 xy 로 나눈다.

▶ 풀이

$0 < xf(y) < yf(x)$ 의 양변을 xy 로 나누면

$$0 < \frac{f(y)}{y} < \frac{f(x)}{x}$$

즉, $\frac{f(y)-f(0)}{y-0} < \frac{f(x)-f(0)}{x-0}$ 이므로 $f(x)$ 의 그래프는

$0 < x < y < 1$ 에서 위로 볼록인 모양이다.