

제 Yee 교시

수학 영역 (가형)

OH-GEE선다형

1. 세 벡터 $\vec{a} = (1, 1)$, $\vec{b} = (0, 2)$, $\vec{c} = (3, 0)$ 에 대하여 벡터 $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

2. $\cos 2\theta = \frac{1}{3}$ 일 때, $\cos^2 \theta$ 의 값은? [2점]

- ① 0 ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ 1

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 1}{x}$ 의 값은? [2점]

- ① -2 ② $-\ln 2$ ③ 1 ④ $\ln 2$ ⑤ 2

4. 좌표공간의 두 점 $A(1, 2, 3)$, $B(5, 4, 5)$ 에 대하여 선분 AB의 중점 M의 좌표가 (a, b, c) 일 때, abc 의 값은? [3점]

- ① 27 ② 36 ③ 45 ④ 54 ⑤ 63

5. $\int_0^1 ex^e dx$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{e+1}{e+2}$ ② $\frac{e}{e+1}$ ③ 1 ④ $\frac{e}{e-1}$ ⑤ $\frac{e-1}{e-2}$

6. 타원 $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 의 두 초점의 좌표가 $F(0, 1)$, $F'(0, -1)$ 일 때,

이 타원의 장축의 길이는? [3점]

- ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 2 ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ 4

7. 두 사건 A 와 B 가 서로 독립이고

$$P(A) = 3P(B), \quad P(A^C) + P(B^C) = 1$$

일 때, $P(A^C \cap B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{3}{16}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{5}{16}$

8. 직선 $2x-2=y-1=z-3$ 과 평면 $z=4$ 가 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\sin\theta$ 의 값은? [3점]

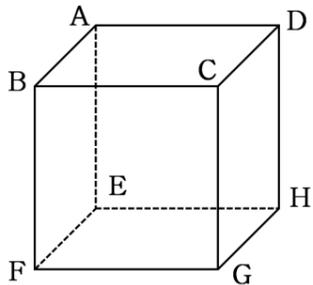
- ① $\frac{\sqrt{2}}{3}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{\sqrt{5}}{3}$ ⑤ $\frac{\sqrt{6}}{3}$

10. 함수 $f(x)=(1-x)\ln|x|$ 의 변곡점에서의 접선이 점 $(0, a)$ 를 지날 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

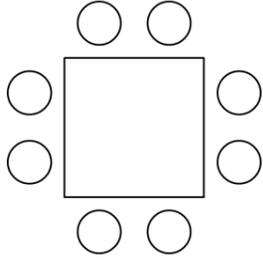
9. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정육면체 $ABCD-EFGH$ 가 있다. 삼각형 ACG 의 평면 $ABGH$ 위로의 정사영의 넓이는?

[3점]



- ① $\frac{\sqrt{2}}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

11. 그림과 같이 정사각형 탁자 주위에 8개의 의자가 있다. 8개의 의자 중 3개를 검은색으로 칠하는 모든 경우의 수는? (단, 회전해서 일치하는 경우는 같은 것으로 본다.) [3점]



- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

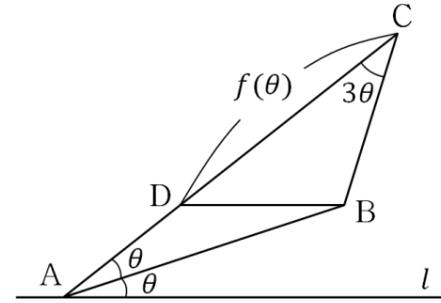
12. 두 곡선 $y = x^3\sqrt{x^2+1}$, $y = -x\sqrt{x^2+1}$ 과 두 직선 $x = \sqrt{3}$, $x = -\sqrt{3}$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ① 12 ② $\frac{62}{5}$ ③ $\frac{64}{5}$ ④ $\frac{66}{5}$ ⑤ $\frac{68}{5}$

13. 실수 t 에 대해, $0 < x \leq 2\pi$ 일 때 방정식 $\sin x = t$ 를 만족시키는 모든 서로 다른 실근의 합을 $f(t)$ 라 하자. $f(t) = k\pi$ 일 때, 가능한 모든 유리수 k 의 값의 합은? [3점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

14. 그림과 같이 직선 l 위에 점 A 가 있다. $\overline{AB} = 1$ 인 점 B 에 대하여 직선 AB 와 직선 l 이 이루는 예각이 θ 이고, 직선 l 위에 있지 않은 점 C 에 대하여 $\angle CAB = \theta$, $\angle ACB = 3\theta$ 이다. 점 B 를 지나고 직선 l 과 평행한 직선이 선분 AC 와 만나는 점을 D 라 할 때, $\overline{CD} = f(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} f(\theta)$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

6

수학 영역 (가형)

15. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 가속도

$$\vec{a} = \left(1, \frac{1}{\sqrt{t+1}} \right)$$

이다. 점 P가 (1, 2)를 지날 때의 속도가 (0, 2)이고 가속도가 (1, 1)일 때, P의 x좌표가 1에서 3까지 변하는 동안 P가 움직인 거리는? [4점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

16. 표와 같이 총 7가지 '세대'에 각각 3가지 '타입'의 포켓몬이 있다. 각 '세대'에서 1마리씩 총 7마리의 포켓몬을 고를 때, 3가지 '타입'의 포켓몬이 모두 적어도 1마리씩 포함되는 경우의 수는? (단, '2세대'의 '풀타입' 포켓몬은 고르지 않는다.) [4점]

세대 타입	1세대	2세대	3세대	4세대	5세대	6세대	7세대
풀타입	이상해씨	치코리타	나무지기	모부기	주리비얀	도치마론	나물빼미
불타입	파이리	브케인	아차모	불꽃송이	뚜꾸리	푸호꼬	냐오불
물타입	꼬부기	리아코	물짱이	팽도리	수맹이	개구마르	누리공

- ① 602 ② 903 ③ 1204 ④ 1505 ⑤ 1806

17. 좌표평면에 원점 O , 점 $A(1,0)$ 와 곡선 C 가 있고, 곡선 C 위의 임의의 점 P 에 대하여

$$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{PA} = |\overrightarrow{OP}|$$

이다. 곡선 C 위의 점 Q 에서 그은 접선이 $(4,0)$ 을 지날 때, $|\overrightarrow{AQ}|$ 의 값은? [4점]

- ① $2\sqrt{5}$ ② $\sqrt{21}$ ③ $\sqrt{22}$ ④ $\sqrt{23}$ ⑤ $2\sqrt{6}$

18. 다음은 임의의 짝수 n 에 대해

$$\sum_{k=1}^{n-1} ({}_{2n}C_k)^2 (-1)^k = p({}_{2n}C_n)$$

를 만족시키는 이차함수 $p(x)$ 를 찾아내는 과정이다.

n 이 짝수일 때, 등식

$$(x^2 - 1)^{2n} = (x-1)^{2n} (x+1)^{2n}$$

의 좌변에서 x^{2n} 의 계수는 $\boxed{\text{(가)}}$ 이고,

우변에서 x^{2n} 의 계수는

$${}_{2n}C_0 \times {}_{2n}C_{2n} - {}_{2n}C_1 \times {}_{2n}C_{2n-1} + \dots + {}_{2n}C_{2n} \times {}_{2n}C_0$$

$$= 2 \times \{({}_{2n}C_0)^2 - ({}_{2n}C_1)^2 + \dots - ({}_{2n}C_{n-1})^2\} + \boxed{\text{(나)}}$$

이다. 따라서

$$\boxed{\text{(가)}} = 2 + 2 \sum_{k=1}^{n-1} ({}_{2n}C_k)^2 (-1)^k + \boxed{\text{(나)}}$$

이므로 임의의 짝수 n 에 대해 주어진 식을 만족시키는

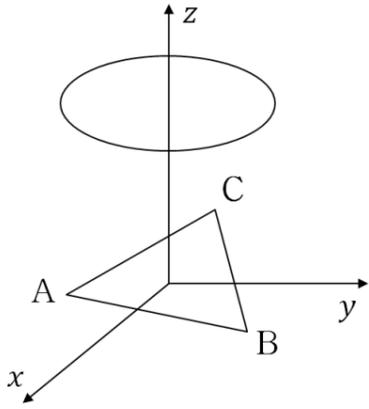
이차함수 $p(x) = \boxed{\text{(다)}}$ 이다.

위의 (가), (나), (다)로 알맞은 식을 각각 $f(n), g(n), h(x)$ 라 할 때, $f(4) + g(2) + h(5)$ 의 값은? [4점]

- ① 81 ② 88 ③ 95 ④ 102 ⑤ 109

19. 좌표공간에서 xy 평면 위에 무게중심이 원점이고 한 변의 길이가 6인 정삼각형 ABC가 있고, 원 $x^2+y^2=12$, $z=t$ ($t>0$) 위에 세 점 D, E, F가 있다. 세 삼각형 ABD, BCE, CAF가 합동일 때, 세 평면 ABD, BCE, CAF의 교점의 z 좌표의 값을 k 라고 하자. 실수 k 의 값의 범위가 $k \leq \alpha$ 또는 $k \geq 2$ 일 때, $t-\alpha$ 의 값은? [4점]

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20



20. 함수 $f(x) = k \tan x$ ($-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$)에 대해 다음 조건을 만족시키는 점 P가 나타내는 도형의 넓이를 $g(k)$ 라고 하자.

- (가) $y = f(x)$ 위의 어떤 점에서의 접선이 점 P를 지난다.
 (나) 점 P의 y 좌표의 값을 a 라 할 때 $\pi \leq a \leq 2\pi$ 이다.

$\frac{1}{\pi^2} \sum_{k=1}^5 g'(k)$ 의 값은? [4점]

- ① $-\frac{73}{36}$ ② $-\frac{71}{36}$ ③ $-\frac{23}{12}$ ④ $-\frac{67}{36}$ ⑤ $-\frac{65}{36}$

21. 양수 a 에 대해 $f(0) = \sqrt{a}$ 인 이차함수 $f(x)$ 가 있다. $x \geq 0$ 인 모든 x 에서 정의된 연속함수 $g(x)$ 가 역함수 $g^{-1}(x)$ 를 가지며, $g^{-1}(x)$ 의 정의역에 포함되는 모든 실수 x 에 대해

$$\sqrt{g^{-1}(x)} = f(x)$$

이다. 연속함수

$$h(x) = \begin{cases} g(x) & (x \geq 0) \\ -\{f(x)\}^2 - a & (x < 0) \end{cases}$$

와 임의의 실수 k 에 대해 $h(x) = k$ 의 서로 다른 실근이 최대 4개 일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $f(-2a) = 0$ 이다.

ㄴ. $g(x)$ 는 양수 전체의 집합에서 증가한다.

ㄷ. $h(-a) = -a$ 이면 $\int_{-a}^a |h(x)| dx = 4a^2$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

DAMN답형

22. ${}_4H_2 + {}_2H_4$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x) = 2x^{\frac{5}{4}}$ 에 대해 $f'(16)$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 좌표공간에서 점 $(1, 2, \sqrt{3})$ 과 평면 $3x+2y+\sqrt{3}z+6=0$ 사이의 거리를 구하시오. [3점]

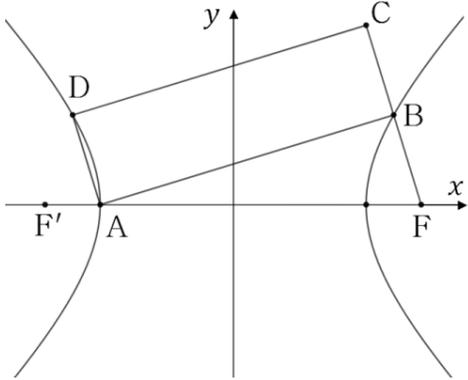
25. $0 \leq a < \frac{\pi}{2}$ 일 때, 곡선 $\sin^2 x = \tan y$ 위의 점 $(\frac{\pi}{4}, a)$ 에서의 접선의 기울기는 $\frac{q}{p}$ 이다. p^2+q^2 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [3점]

26. 평균이 9, 표준편차가 a 인 정규분포를 따르는 확률변수 X 와 평균이 a , 표준편차가 9인 정규분포를 따르는 확률변수 Y 에 대해

$$\frac{P(X \geq 15)}{P(X \geq 3)} = \frac{P(Y \leq 0)}{P(Y \leq 2a)}$$

일 때, a^2 의 값을 구하시오. [4점]

27. 그림과 같이 두 점 $F(6, 0)$, $F'(-6, 0)$ 을 초점으로 하고 점 $A(-a, 0)$ 을 지나는 쌍곡선이 있다. 쌍곡선 위의 두 점 B, D 와 제1사분면 위의 점 C 에 대해 직사각형 $ABCD$ 의 두 대각선의 교점은 y 축 위에 있고, 직선 BC 가 점 F 를 지난다. 선분 BC 의 길이가 3일 때, 양수 a 에 대해 a^2 의 값을 구하시오. [4점]



28. 네 사람 A, B, C, D 가 다음과 같은 게임을 한다.

(가) A, B, C, D 중 x 명은 공을 2개 가지고, 나머지는 공을 1개 가진다. (x 는 4 이하의 자연수)

(나) A, B, C, D 의 순서대로 각자 자신의 공 1개를 나머지 세 사람 중 임의로 선택한 1명에게 준다.

게임을 1번 한 뒤, 공을 가지고 있지 않은 사람이 존재할 확률을 $f(x)$ 라고 하자. $f(1)+f(2)=\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

29. 좌표평면에서 중심이 O , 반지름이 5인 구 S 위의 점 A 에 대해 xy 평면과 이루는 각이 $\frac{\pi}{3}$ 인 직선 l 이 점 A 에서 구 S 에 접한다. 직선 l 에 수직인 한 평면과 구 S 가 만나서 생기는 원 C 에 대해 원 C 의 xy 평면으로의 정사영이 직선 l 의 xy 평면으로의 정사영과 접할 때, 원 C 위의 점 중 직선 l 까지의 거리가 최소가 되는 점을 점 P 라고 하자. $|\overrightarrow{AP}|=2\sqrt{5}$ 일 때, 평면 APO 와 xy 평면이 이루는 각 θ 에 대해 $120\cos\theta$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 와 이계도함수가 연속인 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 실수 x 에 대해 $g''(f(x))=x$ 이다.
 (나) $k=0, 1$ 일 때, $\lim_{x \rightarrow f(k)} \frac{\ln g(x)}{x-f(k)}=2k-1$ 이다.
 (다) $f(0)$ 의 값은 0보다 큰 짝수이다.

$\int_0^1 f(x)dx=4$ 일 때, $\int_0^1 \{f(x)\}^2 dx$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

○ 자신의 멘탈을 확인하시오.