수학영역(가형)

5지선다형

1. $\lim_{x\to\infty}\frac{x\ln(1+\frac{4}{x})}{2}$의 값은? [2점]

①1 ②2 ③3 ④4 ⑤5

2. $\cos\theta=\frac{1}{2}$일때, $\cos^2 2\theta$의 값은? [2점]

①$\frac{1}{16}$ ②$\frac{1}{4}$ ③1 ④4 ⑤16

3. 좌표 공간 위의 두점 A(−1, 5, 3), B(−7, 3, 1)에 대하여 선분 AB를 1:3으로 외분하는 점P의 좌표가 (a, b, c)이다. a+b+c의 값은? [2점]

①8 ②10 ③12 ④14 ⑤16

4. P(8, 3)의 값은? [3점]

①5 ②6 ③7 ④8 ⑤9

5. 함수 $y=3^{x}+k$의 그래프와 직선 $y=-3$이 한 점에서 만나고, 함수 $y=\log_{\frac{1}{2}}(5x+k)$의 그래프와 직선 $x=1$이 한 점에서 만나도록 하는 정수 k의 개수는? [3점]

①0 ②1 ③2 ④3 ⑤4

6. 좌표 공간에서 직선 $\frac{x-2}{2}=\frac{y-2}{3}=z-1$에 수직이고 점 (1, −5, 2)를 지나는 평면의 방정식을 $2x+ay+bz+c=0$이라 할 때, $a+b+c$의 값은? [3점]

①9 ②11 ③13 ④15 ⑤17

7. 가방에 빨간 맛, 오렌지 맛, 박하 맛 사탕이 각각 3개씩 들어 있다. 3명의 학생에게 모든 사탕을 똑같은 개수로 나누어 줄 때, 한 학생이 빨간 맛 2개, 박하 맛 1개를 받았을 경우, 나머지 사탕을 나누어 주는 경우의 수는? [3점]

①4 ②5 ③6 ④7 ⑤8

8. 함수 $f(x)=e^{x+3}-1$에 대하여 x축, y축, $y=f(x)$로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

①e^3+4 ②e^3+2 ③e^3-1 ④e^3-2 ⑤e^3-4

9. 사건 A, B에 대하여 $P(A^c)=\frac{2}{3}$, $P(B)=\frac{3}{4}$이고 $P(A\cap B)$의 값이 최소일 때, $P(A^c|B)$의 값은? [3점]

①$\frac{2}{9}$ ②$\frac{5}{9}$ ③$\frac{8}{9}$ ④$\frac{11}{27}$ ⑤$\frac{15}{27}$

10. 매개변수 t로 나타내어진 곡선 $x=t^3+t+1$, $y=t^2+2t$에서 $x=1$일 때, $\frac{dy}{dx}$의 값은? [3점]

①2 ②4 ③6 ④8 ⑤10

11. $\overline{AB}=6$, $\overline{BC}=5$인 삼각형 ABC가 있다. 선분 AB의 중점을 D라 하고 점 D에서 선분 BC에 내린 수선의 발을 E라 하자. $\overline{DE}=\sqrt{5}$일때, $\angle ABC=\alpha, \angle CDE=\beta$에 대하여 $\sin(\beta-\alpha)$의 값은? [3점]

① $-\frac{11\sqrt{14}}{42}$ ② $-\frac{\sqrt{14}}{42}$ ③ $\frac{\sqrt{70}}{42}$
④ $\frac{11\sqrt{14}}{42}$ ⑤ $\frac{\sqrt{14}}{42}$

12. 어느 고등학교 학생들의 하루 운동시간 X는 평균이 m분, 표준편차가 6분인 정규분포를 따른다고 한다. 이 고등학교 학생들을 대상으로 4명을 임의 추출하여 조사한 하루 운동시간의 표본 평균을 $\overline{X}$라 할 때, $P(X\le 126)+P(\overline{X}\le 117)=1$이 성립한다. $P(\overline{X}\ge 117)$의 값을 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

Z	P$(0\le X\le Z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

①0.6826 ②0.8413 ③0.8664
④0.9544 ⑤0.9772

13. 한 평면 위의 네 점 A, B, C, D에 대하여 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 8$, $|\overrightarrow{BD}| = |\overrightarrow{AC}| = 2$, $|\overrightarrow{CD}| = 4$ 일 때, 점 B의 자취의 길이는? [3점]

① $\frac{\pi}{4}$ ② $\frac{\pi}{2}$ ③ $\frac{3\pi}{4}$ ④ π ⑤ 2π

14. $\int_1^e ax\ln x dx = \frac{1}{4}$일 때, a의 값은? [4점]

① $\frac{1}{4(e^2+1)}$ ② $\frac{1}{2(e^2+1)}$ ③ $\frac{1}{e^2+1}$ ④ $\frac{1}{2e}$ ⑤ $\frac{1}{e}$

15. 1부터 8까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 8장의 카드가 있다. 이 카드의 모두 한번씩 사용하여 일렬로 배열할 때, 다음 조건을 만족시키는 경우의 수는? [4점]

> (가) 8은 5보다 오른쪽에 배열된다.
> (나) 소수는 작은 수부터 크기 순서로 왼쪽부터 배열된다.

①56 ②112 ③336 ④504 ⑤672

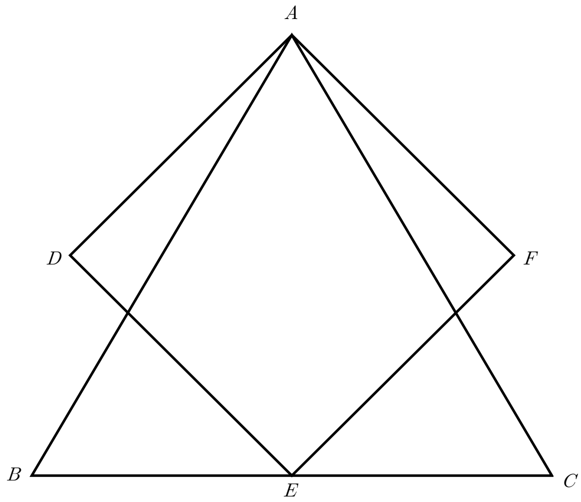
16. 점 $A(0,4)$가 중심인 원과 타원 $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$의 한 교점을 P라 하자. 두 점 $F'(-3,0)$, $F(3,0)$에 대하여 직선 PF'과 직선 AF가 수직일 때, $\overline{PF'}-\overline{PF}$의 값은? (단, $\overline{PF}>\overline{AP}$) [4점]

① $\frac{21}{10}$ ② $\frac{30}{13}$ ③ $\frac{27}{10}$ ④ $\frac{32}{13}$ ⑤ 3

17. 1부터 5까지 숫자가 적힌 카드가 각각 3장씩 들어있는 상자에서 임의로 3장의 카드를 뽑는다. 뽑은 3장의 카드의 숫자 중 가장 큰 수 와 가장 작은 수의 차가 소수일 때, 뽑은 3장의 카드의 숫자가 전부 다를 확률은? [4점]

① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{7}{16}$ ③ $\frac{21}{31}$ ④ $\frac{27}{35}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

18. 그림과 같이 정삼각형 ABC와 한 변의 길이가 $\sqrt{6}$인 정사각형 $ADEF$가 있다. 선분 DF와 선분 BC가 평행하고, 선분 AB와 선분 DE의 교점을 P, 선분 AC와 선분 EF의 교점을 Q라 할 때, $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AF}=k(\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{AQ})$ 에 대하여 k의 값은? [4점]



① $\frac{3+\sqrt{3}}{6}$ ② $\frac{3-\sqrt{3}}{6}$ ③ $\frac{9+\sqrt{3}}{6}$
④ $\frac{9-\sqrt{3}}{6}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{6}$

19. 검은 공 4개, 흰 공 3개가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 1개의 공을 꺼낼 때, 검은 공이면 시행을 중단하고, 흰 공이면 꺼낸 공을 버린 다음, 이 주머니에 검은 공 1개를 추가한다. 위의 시행을 반복할 때, 시행이 중단될 때까지 추가한 검은 공의 개수를 확률 변수 X라 하자. 다음은 확률 변수X의 평균 $E(X)$의 값을 구하는 과정이다.

> 확률변수 X가 가질 수 있는 값은 0, 1, 2, 3이다.
> (i) $X=0$인 사건은 첫 번째 시행에서 검은 공이 나오는 경우이므로
>
> $P(X=0)=$ (가)
>
> (ii) $X=k(k=1,2,3)$ 인 사건은 k번째 시행까지는 흰 공이 나오고 $(K+1)$번째 시행에서 검은 공이 나오는 경우이므로
>
> $P(X=k)=$ (나) $\times \frac{4+k}{7}$
>
> 따라서 확률 변수 X의 평균 $E(X)$는
>
> $E(X)=\sum_{k=0}^{3}\{k\times P(X=k)\}=$ (다) 이다.

위의 (가), (다)에 알맞은 수를 각각 a, b라 하고 (나)에 알맞은 식을 $f(k)$라 할 때, $\frac{af(1)}{b}$의 값은? [4점]

① $\frac{4}{91}$ ② $\frac{12}{91}$ ③ $\frac{28}{65}$ ④ $\frac{4}{13}$ ⑤ $\frac{12}{13}$

20. 양의 실수 a와 함수 $f(x), g(x)$대하여

$$\frac{f(x)}{x}+f'(x)=3x\ (x\neq 0)$$

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (x<0) \\ \frac{2a}{g'(x)} & (x\geq 0)\end{cases}$$

이 성립한다.

두 함수 $f(x), g(x)$에 대하여 <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

(단, $xf(x)g(x)\leq 0$) [4점]

<보기>

ㄱ. $f(1)>1$이면 $x<0$ 일 때, $f(x)$는 증가함수이다.

ㄴ. $g(-2)=0$이면 $g'(x)$의 극댓값은 -6이다.

ㄷ. $\lim_{x\to 0}xg(x)=g(0)=0$이고

$h(x)=\int_0^x tg(t)+\sqrt{a}\,dt$일 때, $|h(x)|=m\ (m>0)$이 서로 다른 두 실근을 가지면 $f(5)g(25)=-32$이다.

①ㄴ ②ㄷ ③ㄱ,ㄴ ④ㄴ,ㄷ ⑤ㄱ,ㄴ,ㄷ

21. 구간 $[0, k]$에서 정의된 함수

$f(x)=\cos^n(\pi x)e^{-x^2+x}$ (n은 자연수)

에 대하여 어떤 자연수 k일 때 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $y=\lvert f(x)-1\rvert$ 과 $y=\lvert f(x)+1\rvert$ 의 미분불가능한 점의 개수가 같다.
(나) $f(x)$의 극값은 5개 이다.

$f(x)=t$를 만족시키는 x의 개수를 $g(t)$,

$h(t)=\ln f(x)+x^2-x$라 하자. $h'(\frac{1}{4})=\pi$일 때,

$n+g(\frac{1}{2k})$의 값은? (단, $2<e<3$) [4점]

①4 ②5 ③6 ④7 ⑤8

단답형

22. ${}_7C_3$의 값을 구하시오. [3점]

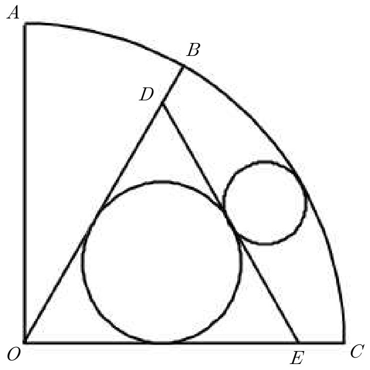
23. $\vec{a}=(-1,2), \vec{b}=(3,4)$에 대하여 $3\vec{a}+\vec{b}=(p,q)$이다. $p+q$의 값은? [3점]

24. 중심이 C(0, 1, 1)이고 반지름의 길이가 $2\sqrt{2}$인 구와 직선 $\frac{x}{2}=y=-z$만나는 두 점을 A, B라 하자. 삼각형 CAB의 넓이를 S라 할 때, $\sqrt{3}$S의 값을 구하시오. [3점]

25. 함수 $f(x)=e^{3x-1}\ln x$에 대하여 $\lim_{x\to 1}\frac{3f(x)}{x^3-1}$의 값이 t일 때, $\ln t$의 값을 구하시오. [3점]

26. 좌표 공간에 $A(2,2,1)$와 평면 $\alpha: x+2y+2z-14=0$이 있다. 평면 α위의 점 P가 $\overline{AP}\le 5$를 만족시킬 때, 점 P가 나타내는 도형의 xy평면 위로의 정사영 넓이는 $k\pi$이다. k의 값을 구하시오. [4점]

27. 그림과 같이 반지름의 길이가 4인 사분원 OAC의 호 위에 점 B가 있다. 선분 OB위의 점 D, 선분 OC위의 점 E에 대하여 선분 DE와 선분 BC는 평행하다. 삼각형 ODE에 내접하는 원을 S, 선분 DE와 호 BC에 동시에 접하는 반지름의 길이가 최대인 원을 T라 하자. S의 반지름의 길이가 T의 반지름 길이의 2배이고, $\angle \mathrm{BOC}=\theta$, 원 S, T의 넓이를 각각 $S(\theta)$, $T(\theta)$라 하고, 삼각형 ODE의 둘레를 $R(\theta)$라 할 때, $\lim_{\theta \to 0+} \frac{R(\theta)\{S(\theta)+T(\theta)\}}{\theta^2} = m\pi$이다. m의 값을 구하시오. [4점]



28. 두 초점이 F, F'인 쌍곡선 $x^2 - \frac{y^2}{a} = 1$과 초점이 F인 포물선 $y^2 = bx\ (x>0)$가 두점 P, Q에서 만난다. 쌍곡선 $x^2 - \frac{y^2}{a} = 1$과 점 P에서 접하는 직선의 x절편을 t라 하자. $\overline{PQ} = 4\sqrt{6}$일 때, $at+b$의 값을 구하시오.

(단, 점 P의 x좌표는 점 F의 x좌표보다 크다.) [4점]

29. 점 O가 중심이고 반지름의 길이가 1인 구 S 위의 점 A, B, C, D와 평면 α, β가 있다. 점 A, B의 평면 α위로의 수선의 발을 A', B'라 할 때, 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $|\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}|=\sqrt{3}$, $|\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OA'}|=\sqrt{7}$
(나) 삼각형 OAB의 평면 α위로의 정사영의 넓이는 $\frac{\sqrt{3}}{4}$이다.
(다) 점 C, D는 평면 β위에 존재하고, 평면 α, β가 이루는 이면각 θ에 대하여 $\tan\theta=\frac{1}{2}$이다.

점 O 와 평면 β사이의 거리가 $\frac{\sqrt{15}}{4}$이고, $(\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD})\cdot(\overrightarrow{OA'}+\overrightarrow{OB'})$이 최솟값을 가질 때, $\overrightarrow{A'C}\cdot\overrightarrow{B'D}$ 의 최댓값k에 대하여 $16k$의 값을 구하시오. [4점]

30. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$에 대하여 $y=|f(x)-t|$ 의 변곡점의 개수를 $g(t)$라 하자. 모든 실수 x에 대하여 $y=f(x)g(x)$가 연속이고, $f'(x)=0$이면 $|f(x)|>1$ 이다. $f(x)g(x)=g(x)$는 서로 다른 두 실근 α, β만을 갖는다. $h(x)=\frac{f(x)}{x+2}$에 대하여 $h(x)=0$의 모든 실근의 합이 -6일 때, $g(\frac{\alpha+\beta}{2})\times\int_{-2}^{2}g(x)h(x)dx$의 값을 구하시오. [4점]