

우주설 수학자료

WJSN

Dream your dream

미적분 I 편



by 우주설

2018.02.27
Coming Soon

-목차-

1.기출문제 분류 파일집 (기분파) 미적분1. 98년도~2017년도

1)수열의 극한

- 수열의 극한(1) 기본문제 (3 Page~) 69제
- 수열의 극한(2) 무한급수의 수렴 (13 Page~) 55제
- 수열의 극한(3) 무한등비급수 (24 Page~) 78제
- 수열의 극한(4) 식 세우기 (64 Page~) 90제
- 수열의 극한(5) 활용문제 (82 Page~) 80제
- 수열의 극한(6) ϵ - N 진위판별 (104 Page~) 16제

2)함수의 극한

- 함수의 극한(1) 기본문제 (109 Page~) 23제
- 함수의 극한(2) $\frac{f(x)}{g(x)}$ 꼴 (113 Page~) 28제
- 함수의 극한(3) 그래프 문제 (118 Page~) 32제
- 함수의 극한(4) 함수 추정하기 (127 Page~) 32제
- 함수의 극한(5) 도형 활용 (134 Page~) 19제
- 함수의 극한(6) ϵ - δ 진위판정 (140 Page~) 4제

3)함수의 연속

- 함수의 연속(1) 기본문제 (142 Page~) 24제
- 함수의 연속(2) 그래프 활용 (147 Page~) 39제
- 함수의 연속(3) 식의 구상 (160 Page~) 38제

4)미분

- 미분(1) 미분 가능성 (171 Page~) 27제
- 미분(2) 도함수의 정의 (179 Page~) 54제
- 미분(3) 최댓값, 최솟값 (188 Page~) 30제
- 미분(4) 활용문제 (194 Page~) 110제
- 미분(5) 속도 넓이 부피 (220 Page~) 23제

5)적분

- 적분(1) 개념 확인 기본문제 (227 Page~) 32제
- 적분(2) 부정적분, 정적분 (232 Page~) 54제
- 적분(3) 정적분의 정의 (245 Page~) 28제
- 적분(4) 그래프로 둘러싸인 넓이 (253 Page~) 27제
- 적분(5) 속도 가속도 (261 Page~) 14제

아래문제들의 저작권은 한국 교육과정 평가원 및 각 교육청
에게 있습니다.

수열의 극한(1) 기본문제

1. 무한급수 $\frac{2004}{13} + \frac{2004}{35} + \frac{2004}{57} + \dots$ 의 값은?

[2점][2004년 3월]

- ① 1002 ② 1004 ③ 2000 ④ 2002 ⑤ 2004

2. 극한 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2 - 2005} - n}{n - \sqrt{n^2 - 2004}}$ 의 값은?

[3점][2004년 3월]

- ① $-\frac{2005}{2004}$ ② $-\frac{2004}{2005}$ ③ $-\frac{1002}{2005}$
 ④ $\frac{2005}{2004}$ ⑤ $\frac{2004}{2005}$

3. 수열 a_n 이 $\lim_{n \rightarrow \infty} n a_n = \frac{1}{9}$ 을 만족할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n+1}{n^2 a_n}$ 의 값을 구하시오.

[3점][2004년 3월]

4. 두 수열 a_n, b_n 에 대하여

$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = -2, \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 2$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2a_n - b_n}{a_n b_n + 1}$ 의 값을 구하시오.

[3점][2004년 4월]

5. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{\sqrt{2n^2 - n} + \sqrt{n^2 - 1}}$ 의 값은?

[2점][2004년 6월]

- ① $\sqrt{2} - 1$ ② 1 ③ $\sqrt{2}$ ④ 2 ⑤ $\sqrt{2} + 1$

6. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3n)^3}{1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2}$ 의 값을 구하시오.

[3점][2004년 10월]

7. 무한급수

$\log_2 2 + \log_2 \sqrt{2} + \log_2 \sqrt[4]{2} + \log_2 \sqrt[8]{2} + \dots$ 의 합은?

[2점][2005년 3월]

- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 8 ⑤ 16

8. 수열 $\{a_n\}$ 이 $\lim_{n \rightarrow \infty} n a_n = 3$ 을 만족할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + 3n}{n^3 a_n}$ 의 값은?

[3점][2005년 3월]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 3

9. 무한급수 $\left(\frac{3}{2}-\frac{4}{3}\right)+\left(\frac{4}{3}-\frac{5}{4}\right)+\left(\frac{5}{4}-\frac{6}{5}\right)+\dots$ 의 합은?

[3점][2005년 5월]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ $\frac{3}{2}$

10. 무한급수 $a_1+\left(a_2-\frac{1}{2}\right)+\left(a_3-\frac{2}{3}\right)+\left(a_4-\frac{3}{4}\right)+\dots$ 가 수렴할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값을 구하시오.

[3점][2005년 5월]

11. 수렴하는 무한수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n-1}+20}{a_{n+1}-14} = 2$$

일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값을 구하시오.

[3점][2005년 10월]

12. 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{8}{n(n+2)}$ 의 합은?

[3점][2005년 10월]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

13. 다음 무한수열 중에서 수렴하지 않는 것은?

[3점][2006년 4월]

- ① $\left\{\left(\frac{1}{3}\right)^{2n}\right\}$ ② $\left\{\frac{n}{2n+1}\right\}$ ③ $\left\{\frac{(-1)^n}{n+1}\right\}$
 ④ $\left\{\frac{1-3^n}{1+3^n}\right\}$ ⑤ $\left\{\frac{1}{\log_2(n+4)-\log_2 n}\right\}$

14. 정수 a, b 에 대하여 $2^a \times 3^b = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+2)}$ 가 성립할 때, a^2+b^2 의 값을 구하시오.

[3점][2006년 4월]

15. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\frac{a_n-4}{a_n+3} = \frac{1^3+2^3+\dots+n^3}{n^4+1}$ 이 성립할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값은?

[3점][2006년 5월]

- ① $\frac{16}{3}$ ② $\frac{17}{3}$ ③ 6 ④ $\frac{19}{3}$ ⑤ $\frac{20}{3}$

16. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{kn+1}}{n(\sqrt{n+1}-\sqrt{n-1})} = 5$ 일 때, 상수 k 의 값을 구하시오.

[4점][2006년 9월]

17. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$2n-1 < na_n < 2n+4$$

를 만족할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값은?

[2점][2006년 10월]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

18. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n^2 + \frac{n}{2}} - n \right)$ 의 값은?

[3점][2007년 3월]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

19. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$3n^2 - 5n - 1 < a_n < 3n^2 + n + 2$$

를 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n^2 + 2n + 2}$ 의 값을 구하시오.

[3점][2007년 4월]

20. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 3n}{\left\{ \left(1 + \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{3}\right) \left(1 + \frac{1}{4}\right) \cdots \left(1 + \frac{1}{n}\right) \right\}^2}$ 의 값은?

[3점][2007년 5월]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

21. 수렴하는 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2a_n - 3}{a_n + 1} = \frac{3}{4}$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값은?

[3점][2007년 6월]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

22. 등차수열 $\{a_n\}$ 에서

$$a_1 = 4, \quad a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + a_5 = 28$$

일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n}$ 의 값을 구하시오.

[4점][2007년 6월]

23. 두 무한수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (2n-1)a_n = 3, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} (n^2 + 3n + 2)b_n = 2 \text{ 일 때,}$$

$\lim_{n \rightarrow \infty} (2n+1)^3 a_n b_n$ 의 값을 구하시오.

[4점][2008년 4월]

24. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + an + 3} - \sqrt{n^2 + bn + 2}) = 5$ 를 만족하는 두 실수 a , b 에 대하여 $a-b$ 의 값은?

[3점][2008년 4월]

- ① 2 ② 5 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

25. 무한급수 $\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{2}{3 \cdot 7} + \frac{3}{7 \cdot 13} + \frac{4}{13 \cdot 21} + \dots$ 의 합은?

[3점][2008년 4월]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1 ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

26. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3n+1)^3}{1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \dots + n(n+1)}$ 의 값을 구하시오.

[3점][2008년 5월]

27. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+2} - \sqrt{n}}{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}$ 의 값은?

[2점][2009년 3월]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ 1 ④ $\sqrt{2}$ ⑤ 2

28. 수렴하는 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_n + 2 < 3a_{n+1} < 2a_n + 1 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

이 성립할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값은?

[3점][2009년 3월]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

29. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n-1)^2}{2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + (2n)^2 + \dots + (4n)^2}$ 의 값은?

[3점][2009년 4월]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ 2

30. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^2 + bn + 5}{5n + 5} = 5$ 가 성립하도록 하는 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하시오.

[2점][2009년 4월]

31. 수렴하는 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6 + 2a_n}{3a_n - 1} = \frac{3}{2}$ 일 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값은?

[3점][2009년 10월]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

32. 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + 3) = 4, \sum_{n=1}^{\infty} b_n = -3$ 일

때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{24a_n + 2b_n^2}{2a_n - b_n^2}$ 의 값을 구하시오.

[3점][2009년 10월]

33. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n - \frac{1^3+2^3+3^3+\cdots+n^3}{n^4} \right)$ 이 수렴할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값은?

[3점][2010년 4월]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

34. 수열 $\{a_n\}$ 이 $3n-1 < na_n < 3n+2$ 를 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값은?

[3점][2010년 4월]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 2 ④ 3 ⑤ 5

35. 수렴하는 무한수열만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

[4점][2010년 4월]

[보 기]

$$\neg. \left\{ \left(-\frac{1}{2} \right)^n \right\} \quad \neg. \left\{ \frac{5^{n+1}-3^n}{5^n+4^n} \right\} \quad \neg. \left\{ \frac{\sqrt{n^2+n}-n}{n} \right\}$$

- ① $\neg$ ② $\neg$ ③ $\neg, \neg$
④ $\neg, \neg$ ⑤ $\neg, \neg, \neg$

36. 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{2n+3} = 2$,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b_n}{3n+1} = 3$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n b_n}{n^2+4}$ 의 값을 구하시오.

[3점][2010년 7월]

37. 두 등식 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an+b}{n} = 2$, $\sum_{n=1}^5 (an+b) = 60$ 을 만족시키는 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은?

[3점][2010년 10월]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

38. 자연수 n 에 대하여 $f(n) = \frac{1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2}{3+5+7+\cdots+(2n+1)}$ 일 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{n}$ 의 값은?

[3점][2011년 4월]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{5}{12}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{7}{12}$

39. 수열 $\{a_n\}$ 과 $\{b_n\}$ 이

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (n+1)a_n = 2, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} (n^2+1)b_n = 7$$

을 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(10n+1)b_n}{a_n}$ 의 값을 구하시오. (단, $a_n \neq 0$)

[3점][2011년 9월]

40. 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 은 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \infty$$

$$(나) \lim_{n \rightarrow \infty} (2a_n - 5b_n) = 3$$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2a_n + 3b_n}{a_n + b_n} = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.)

[4점][2012년 3월]

41. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 3$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2a_n - 3}{a_n + 1}$ 의 값은?

[3점][2012년 3월]

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

42. 두 상수 a, b 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^2 + bn + 7}{3n + 1} = 4$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하시오.

[3점][2012년 6월]

43. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$ 이 $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{a_n + n} - \sqrt{n}) = 5$ 를 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{\sqrt{n}}$ 의 값을 구하시오.

[4점][2012년 7월]

44. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n - n}{n}$ 이 수렴할 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n + a_n}{5n - a_n}$ 의 값은?

[3점][2013년 3월]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1 ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

45. 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n} = 1, \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n}{n} = 2$ 일 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n + 4n}{b_n + 3n - 2}$ 의 값은?

[3점][2013년 3월]

- ① 1 ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{5}{3}$ ④ 2 ⑤ $\frac{7}{3}$

46. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 부등식

$$3n^2 + 2n < a_n < 3n^2 + 3n$$

을 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5a_n}{n^2 + 2n}$ 의 값을 구하시오.

[3점][2013년 6월]

47. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n+1} = 3$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+1)a_n}{3n^2}$ 의 값은?

[3점][2013년 7월]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

48. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3 - a_n}{2} = 1$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4na_n + 5}{n - 3}$ 의 값을 구하시오.

[3점][2013년 10월]

49. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n} = \frac{1}{3}$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{9n^2 + n} - n}{a_n}$ 의 값을 구하시오.

[3점][2014년 3월]

50. 실수 a 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + an} - n + 2a) = 10$$

일 때, a 의 값을 구하시오.

[3점][2014년 3월]

51. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$1 + 2\log_3 n < \log_3 a_n < 1 + 2\log_3(n+1)$$

을 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n^2}$ 의 값은?

[3점][2014년 4월]
 ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

52. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n - \frac{5n}{n+1}\right)$ 이 수렴할 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값을 구하시오.

[3점][2014년 6월]

53. 수렴하는 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4a_n + 3}{2 - a_n} = 2$ 일 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값은?

[3점][2014년 7월]

① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{7}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

54. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n - 7) = 2014$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값을 구하시오.

[3점][2014년 7월]

55. 수열 $\{a_n\}$ 이 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n - \frac{n}{2n+1}\right) = 2$ 를 만족시킬 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값은?

[3점][2014년 10월]

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

56. 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 4, \quad \sum_{n=1}^{\infty} b_n = 10$$

일 때, $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + 5b_n)$ 의 값을 구하시오.

[3점][2015학년도 수능]

57. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n - \frac{5n}{n+1}\right)$ 이 수렴할 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n + 3}{a_n - 1}$ 의 값은?

[3점][2015년 3월]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

58. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n - \frac{5n^2 + 1}{2n + 3}\right) = 4$ 일 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2a_n}{n+1}$ 의 값은?

[3점][2015년 3월]

- ① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

59. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n - \frac{3n+1}{n}\right)$ 이 수렴할 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값은?

[3점][2015년 4월]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

60. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a_n}{n+1} - \frac{1}{2}\right)$ 이 수렴할 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{4n+1}$ 의 값은?

[3점][2015년 4월]

- ① $\frac{5}{8}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{8}$

61. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{n}$ 이 수렴할 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n + 9n}{n}$ 의 값을 구하시오.

[4점][2015년 6월]

62. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{84}{(2n+1)(2n+3)}$ 의 값을 구하시오.

[3점][2015년 7월]

63. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 5$, $\lim_{n \rightarrow \infty} (b_n - 4) = 0$ 이 성립할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n b_n$ 의 값은?

[3점][2015년 7월]

- ① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

64. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n - 2) = 4$ 일 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(4a_n + \frac{3n^2 - 1}{n^2 + 1}\right)$ 의 값은?

[3점][2015년 7월]

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

65. 양수 a 와 실수 b 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{an^2 + 4n} - bn) = \frac{1}{5}$$

일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오.

[4점][2015년 9월]

69. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\frac{1+a_n}{a_n} = n^2 + 2$ 가 성

립할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 a_n$ 의 값은?

[3점][2016년 10월]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

66. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 = 4$, $a_4 - a_2 = 4$ 일 때, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{na_n}$ 의 값은?

[3점][2015년 9월]

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

67. 수열 $\{a_n\}$ 이 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a_n}{n} - \frac{2n}{n+3} \right) = 5$ 를 만족시킬 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5a_n - 2n}{a_n + 2n + 1}$ 의 값은?

[3점][2015년 10월]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

68. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(3a_n - \frac{1}{4} \right) = 4$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값은?

[3점][2016년 4월]

- ① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

수열의 극한(1) 기본문제 답

문 항	답	문 항	답	문 항	답	문 항	답	문 항	답
1	1	6	81	11	48	16	25	21	3
2	1	7	2	12	3	17	2	22	12
3	54	8	2	13	5	18	2	23	24
4	2	9	3	14	5	19	3	24	4
5	1	10	1	15	4	20	5	25	1

문 항	답	문 항	답	문 항	답	문 항	답	문 항	답
26	81	31	3	36	36	41	1	46	15
27	5	32	12	37	4	42	12	47	2
28	3	33	1	38	2	43	10	48	12
29	1	34	4	39	35	44	5	49	6
30	25	35	5	40	23	45	3	50	4

문 항	답	문 항	답	문 항	답	문 항	답
51	3	56	54	61	9	66	1
52	5	57	5	62	14	67	2
53	3	58	5	63	5	68	1
54	7	59	3	64	2	69	1
55	2	60	5	65	110		

수열의 극한(2) 무한급수의 수렴

1. 무한등비급수 $\sum_{n=1}^{\infty} r^n$ 이 수렴할 때, 다음 중 반드시 수렴한다고 할 수 없는 것은?

[1994학년도 수능 2차]

① $\sum_{n=1}^{\infty} (r^n + r^{2n})$

② $\sum_{n=1}^{\infty} (r^n - 2r^{2n})$

③ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{r^n + (-r)^n}{2}$

④ $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{r-1}{2}\right)^n$

⑤ $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{r}{2} - 1\right)^n$

2. 함수 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^{2n+4} + 2x}{x^{2n} + 1}$ 일 때, $f\left(\frac{1}{2}\right) + f(2)$ 의 값을 구하시오.

[2점][2002학년도 수능]

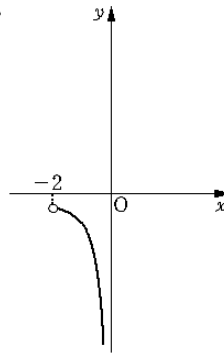
3. 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{1+(-1)^n}{3} \right\}^n$ 의 합을 S 라고 할 때, $20S$ 의 값을 구하시오.

[3점][2003학년도 수능]

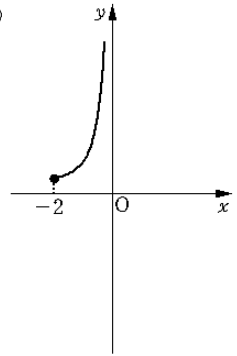
4. 무한급수 $1 + (x+1) + (x+1)^2 + \dots + (x+1)^{n-1} + \dots$ 가 수렴할 때, 그 합을 $f(x)$ 라고 하자. 이 때, $y = f(x)$ 의 그래프는?

[3점][2004년 4월]

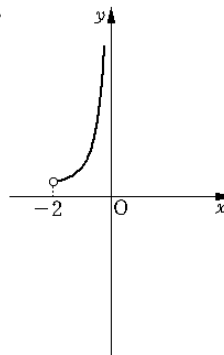
①



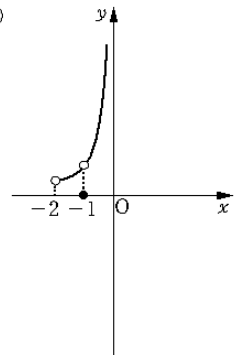
②



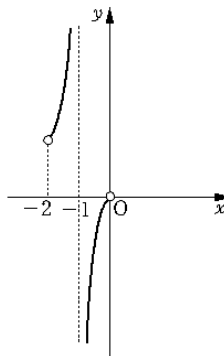
③



④



⑤



5. 다음 등식을 만족하는 소수 p 는 2개 존재한다.

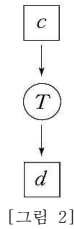
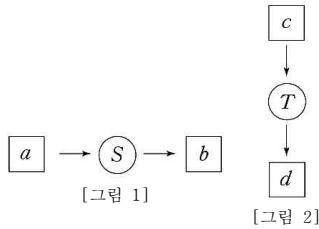
$$\frac{1}{p} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a}{6^{2n-1}} + \frac{b}{6^{2n}} \right) = \frac{a}{6} + \frac{b}{6^2} + \frac{a}{6^3} + \frac{b}{6^4} + \dots$$

(단, $0 \leq a < 6$, $0 \leq b < 6$, a 와 b 는 정수이다.)

위 등식을 만족하는 두 소수의 합을 구하시오.

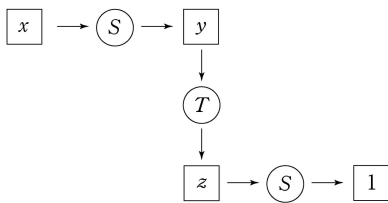
[4점][2004년 9월]

6. 실수 a ($a > 1$)에 대하여 $b = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{a} \right)^n$ 을 [그림 1]과 같이 나타내고, 실수 c 에 대하여 $d = 16^c$ 을 [그림 2]와 같이 나타내기로 한다.



아래 그림의 실수 x , y , z 에 대하여 $\frac{xz}{y}$ 의 값을 구하시오.

[4점][2005학년도 수능]



7. 무한등비급수 $\sum_{n=1}^{\infty} ar^{n-1}$ 의 합이 -1 일 때, 다음 중 상수 a 의 값이 될 수 있는 것은?

[3점][2005년 7월]

- ① $-\frac{7}{2}$ ② $-\frac{5}{2}$ ③ $-\frac{3}{2}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

8. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5 \cdot 3^{n+1} - 2^{n+1}}{3^n + 2^n}$ 의 값을 구하시오.

[3점][2006학년도 수능]

9. 수열 $\{a_n\}$ 은 첫째항 1, 공비 $\frac{1}{3}$ 인 등비수열이고, 수열 $\{b_n\}$ 은 첫째항 1, 공비 $\frac{1}{2}$ 인 등비수열이다. 수렴하지 않는 무한급수는?

[3점][2006년 9월]

- ① $\sum_{n=1}^{\infty} 2a_n$ ② $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n - b_n)$ ③ $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n b_n$
 ④ $\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n$ ⑤ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n}{a_n}$

10. 수열 $\left\{\left(\frac{2x-1}{4}\right)^n\right\}$ 이 수렴하기 위한 정수 x 의 개수를 k 라 할 때, $10k$ 의 값을 구하시오.

[3점][2007학년도 수능]

11. 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^{n+2} - 4^{n+2}}{6^n}$ 의 합을 구하시오.

[3점][2007년 3월]

12. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 \cdot 3^n - 3 \cdot 4^n}{2^{2n} + 3^n}$ 의 값은?

[3점][2007년 3월]

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 2

13. 수열의 극한 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{r^{n-1} - r + 2}{r^n + 1}$ ($r \neq -1$)에 대한 설명으로 옳은 것을 <보기>에서 모두 고르면?

[4점][2007년 5월]

<보 기>

- ㄱ. $|r| > 1$ 일 때, 발산한다.
 ㄴ. $r = 1$ 일 때, 극한값은 1이다.
 ㄷ. $|r| < 1$ 일 때, 극한값은 $2 - r$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

14. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = 2^n + 3^n$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{S_n}$ 의 값은?

[3점][2007년 9월]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

15. 첫째항이 1인 두 무한등비급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 이 모두 수렴하고, $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n) = \frac{8}{3}$, $\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n = \frac{4}{5}$ 가 성립한다. 이 때, 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)^2$ 의 합은?

[3점][2007년 10월]

- ① $\frac{64}{15}$ ② 5 ③ $\frac{32}{5}$ ④ $\frac{15}{2}$ ⑤ 10

16. 첫째항이 12, 공비가 $\frac{1}{3}$ 인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 의 값을 구하시오.

[3점][2007년 9월]

19. 무한등비급수 $\sum_{n=1}^{\infty} (x+1)\left(1-\frac{x}{4}\right)^{n-1}$ 의 합이 존재하도록 하는 모든 정수 x 의 합을 구하시오.

[3점][2008년 4월]

17. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n+2} + 2^{2n-1}}{4^n - 3^{n+1}}$ 의 값은?

[2점][2007년 10월]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

20. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+1} + 3^{-n+1}}{2^{n-1} + 3^{-n}}$ 의 값은?

[2점][2008년 4월]

- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ 4 ⑤ 6

18. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{4^n} = 2$ 일 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n + 4^{n+1} - 3^{n-1}}{4^{n-1} + 3^{n+1}}$ 의 값을 구하시오.

[3점][2008학년도 수능]

21. 함수 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^{n+2} - 6x + 2}{x^n + 1}$ 에 대하여 $f\left(-\frac{1}{2}\right) + f(4)$ 의 값을 구하시오.

[3점][2008년 5월]

22. 무한급수 $\frac{x+3}{5} + \frac{(x+3)(x-5)}{5^2} + \frac{(x+3)(x-5)^2}{5^3} + \dots$ 이 수렴하도록 하는 모든 정수 x 의 합을 구하시오.

[3점][2008년 5월]

23. 공비가 $\frac{1}{5}$ 인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 15$ 일 때, 첫째 항 a_1 의 값을 구하시오.

[3점][2008년 6월]

24. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^n - 2^n}{5^{n+1} + 3^{n+1}}$ 의 값은?

[2점][2008년 9월]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{3}{8}$ ⑤ 1

25. 공비가 같은 두 무한등비수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$a_1 - b_1 = 1$ 이고 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 8$, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n = 6$ 일 때, $\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n$ 의 값을 구하시오.

[3점][2009학년도 수능]

26. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+2^n}{3^n}$ 의 값은?

[2점][2009년 3월]

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

27. 함수 $f(x)$ 를 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^{2n-1} + x^{2n}}{x^{2n} + 2}$ 으로 정의할 때,

$f(-2) + f\left(\frac{1}{2}\right)$ 의 값은?

[3점][2009년 4월]

- ① -2 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 2

28. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^n a_n}{3^n + 1}$ 이 0이 아닌 상수일 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{a_{n+1}}$ 의 값은?

[3점][2009년 6월]

- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{4}{5}$ ③ $\frac{5}{3}$ ④ $\frac{9}{5}$ ⑤ $\frac{8}{3}$

29. 공비가 r 인 등비수열 $\{a_n\}$ 에서 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{a_n} = \frac{15}{14}$ 이다. r 의 값을 구하시오.

[3점][2009년 7월]

30. 등비수열 $\{a_n\}$ 이 $a_5 = 2^8$, $a_8 = 2^5$ 을 만족시킬 때, $\sum_{n=9}^{\infty} a_n$ 의 값을 구하시오.

[3점][2009년 9월]

31. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 + 3a_2 = 0$, $a_1 + a_2 + a_3 = 28$

일 때, $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 의 값을 구하시오.

[3점][2009년 10월]

32. 등비수열 $\{a_n\}$ 이 $a_2 = \frac{1}{2}$, $a_5 = \frac{1}{6}$ 을 만족시킨다.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n a_{n+1} a_{n+2} = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p, q 는 서로소인 자연수이다.)

[4점][2010학년도 수능]

33. 무한수열 $\{(x+2)(x^2-4x+3)^{n-1}\}$ 이 수렴하도록 하는 모든 정수 x 의 합을 구하시오.

[3점][2010년 4월]

34. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty} (3^n a_n - 2)$ 가 수렴

할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6a_n + 5 \cdot 4^{-n}}{a_n + 3^{-n}}$ 의 값을 구하시오.

[3점][2010년 6월]

35. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 \cdot 4^n - 3^n}{4^n + 3^n + 2}$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

[2점][2010년 6월]

36. 무한등비급수 $\sum_{n=1}^{\infty} 5 \left(\frac{3}{4} \right)^{n-1}$ 의 값은?

① 5

② 10

③ 15

④ 20

⑤ 25

[2점][2010년 10월]

37. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a \times 6^{n+1} - 5^n}{6^n + 5^n} = 4$ 일 때, 상수 a 의 값은?

① $\frac{1}{3}$

② $\frac{1}{2}$

③ $\frac{2}{3}$

④ $\frac{4}{3}$

⑤ $\frac{3}{2}$

[3점][2011학년도 수능]

38. 첫째항이 1인 무한등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 3$ 일 때,

$\sum_{n=1}^{\infty} (a_{3n-2} - a_{3n-1})$ 의 값은?

① $\frac{7}{19}$

② $\frac{8}{19}$

③ $\frac{9}{19}$

④ $\frac{10}{19}$

⑤ $\frac{11}{19}$

[3점][2011년 3월]

39. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^{n+1} + 2}{5^n + 3^n}$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

[2점][2012학년도 수능]

40. 무한등비급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3^a+1)^n}{6^{3n}}$ 이 수렴하도록 하는 자연수 a 의 개수는?

[3점][2012년 4월]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

41. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 \times 5^n - 3^n}{5^{n+1} + 2^n}$ 의 값은?

[2점][2012년 5월]

- ① 1 ② $\frac{4}{5}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{2}{5}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

42. 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+(-1)^n}{3^n}$ 의 합은?

[3점][2013년 3월]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

43. 무한등비수열 $\left\{ \left(\frac{2x-3}{5} \right)^n \right\}$ 이 수렴하도록 하는 모든 정수 x 의 합을 구하시오.

[3점][2013년 3월]

44. 수열 $\left\{ \left(\frac{2x-1}{5} \right)^n \right\}$ 이 수렴하도록 하는 모든 정수 x 의 값의 합은?

[3점][2013년 4월]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

45. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 \times 3^{n+1} + 5}{3^n}$ 의 값은?

[2점][2014학년도 수능]

- ① 10 ② 9 ③ 8 ④ 7 ⑤ 6

46. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = 1$ 이고 $2a_{n+1} = 7a_n$ ($n \geq 1$)을 만족시킬 때, 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10}{a_n}$ 의 값은?

[3점][2014년 3월]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

47. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(2 - \frac{a_n}{9^n} \right) = 1$$

일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{9^n}{2a_n + 1}$ 의 값은?

[3점][2014년 4월]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

48. 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_1 + a_2 = 20, \quad \sum_{n=3}^{\infty} a_n = \frac{4}{3}$$

를 만족시킬 때, a_1 의 값을 구하시오.

[3점][2014년 6월]

49. 첫째항이 3이고 공비가 3인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n+1} - 7}{a_n}$$
의 값은?

[3점][2014년 6월]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

50. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 = 3$, $a_2 = 1$ 일 때, $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n)^2$ 의 값은?

[3점][2015학년도 수능]

- ① $\frac{81}{8}$ ② $\frac{83}{8}$ ③ $\frac{85}{8}$ ④ $\frac{87}{8}$ ⑤ $\frac{89}{8}$

51. 자연수 k 에 대하여

$$a_k = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{6}{k}\right)^{n+1}}{\left(\frac{6}{k}\right)^n + 1}$$

이라 할 때, $\sum_{k=1}^{10} ka_k$ 의 값을 구하시오.

[4점][2015학년도 수능]

52. 두 양의 실수 $a, b (a > b)$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2a^n}{a^n + b^n}$ 의 값은?

[3점][2015년 3월]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

53. 공비가 3인 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{3^n} = 5$$

를 만족시킬 때, 첫째항 a_1 의 값은?

[3점][2015년 6월]

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

54. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 \times 9^n - 13}{9^n}$ 의 값을 구하시오.

[3점][2016학년도 수능]

55. 첫째항이 1이고 공비가 $r (r > 1)$ 인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{S_n} = \frac{3}{4}$ 이다. r 의 값을 구하시오.

[3점][2016학년도 수능]

수열의 극한(2) 답

문 항	답	문 항	답	문 항	답	문 항	답	문 항	답
1	5	6	40	11	93	16	18	21	21
2	17	7	3	12	1	17	1	22	42
3	16	8	15	13	4	18	16	23	12
4	3	9	5	14	4	19	27	24	2
5	12	10	40	15	1	20	4	25	16

문 항	답	문 항	답	문 항	답	문 항	답	문 항	답
26	4	31	27	36	4	41	4	46	4
27	4	32	19	37	3	42	2	47	2
28	3	33	2	38	3	43	10	48	16
29	15	34	4	39	4	44	5	49	3
30	32	35	3	40	3	45	5	50	1

문 항	답
51	33
52	2
53	2
54	3
55	4

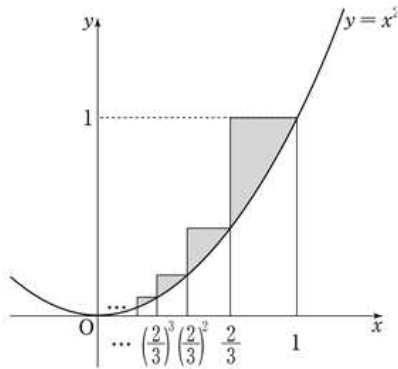
수열의 극한(3) 무한등비급수

1. 아래 그림과 같이 x 좌표가 각각

$$1, \frac{2}{3}, \left(\frac{2}{3}\right)^2, \left(\frac{2}{3}\right)^3, \dots, \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}, \dots$$

인 x 축 위의 점에서 y 축에 평행한 직선을 그어 곡선 $y = x^2$ 과 만나는 점을 한 꼭짓점으로 하는 직사각형을 한없이 만든다. 이 직사각형들이 곡선 $y = x^2$ 에 의하여 잘려진 윗부분들의 넓이의 합은?

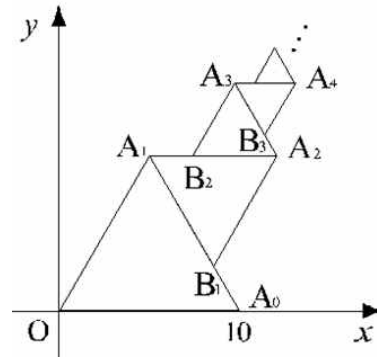
[3점][2004학년도 수능]



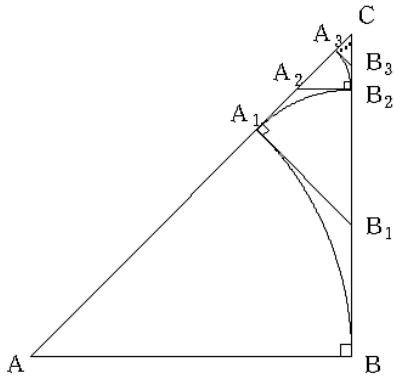
- ① $\frac{5}{57}$ ② $\frac{2}{19}$ ③ $\frac{7}{57}$ ④ $\frac{8}{57}$ ⑤ $\frac{3}{19}$

2. 아래 그림과 같이 원점 O 와 점 $A_0(10, 0)$ 에 대하여 제 1 사분면 위에 $\overline{OA_0}$ 를 한 변으로 하는 정삼각형 OA_0A_1 을 만들고 $\overline{A_0A_1}$ 을 1 : 2로 내분하는 점을 B_1 이라 한다. 또 $\triangle OA_0A_1$ 밖에 $\overline{A_1B_1}$ 을 한 변으로 하는 정삼각형 $A_1B_1A_2$ 를 만들고 $\overline{A_1A_2}$ 를 1 : 2로 내분하는 점을 B_2 라 한다. 이와 같은 과정을 한없이 반복하면 점 A_n 은 점 (a, b) 에 한없이 가까워진다. 이때 a 의 값을 구하시오.

[4점][2004년 3월]



3. 그림과 같이 직각이등변삼각형 ABC 에서 꼭짓점 A 를 중심, $\overline{AB}$ 를 반지름으로 하는 원을 그렸을 때, $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 A_1 , $\overline{AC} \perp \overline{A_1B_1}$ 이면서 $\overline{BC}$ 위에 있는 점을 B_1 , 다시 꼭짓점 B_1 을 중심, $\overline{A_1B_1}$ 을 반지름으로 하는 원을 그렸을 때, $\overline{CB_1}$ 과 만나는 점을 B_2 , $\overline{CB_1} \perp \overline{A_2B_2}$ 이면서 $\overline{A_1C}$ 위에 있는 점을 A_2 라고 정하기로 한다.



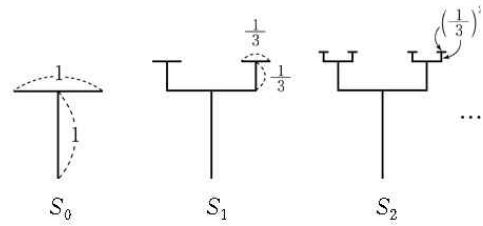
위와 같은 과정을 계속 반복해 나갈 때,
 $\overline{AB} + \overline{A_1B_1} + \overline{A_2B_2} + \dots$ 의 값은? (단, $\overline{AB} = 2$)

[4점][2004년 4월]

- ① $2 + \frac{\sqrt{2}}{2}$ ② $4 - \sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{2}$
 ④ $2 + \sqrt{2}$ ⑤ $2 + 2\sqrt{2}$

4. 그림과 같이 길이가 1인 선분 2개로 만든 'T' 모양의 도형을 S_0 이라 하자. 도형 S_0 의 위쪽에 있는 선분의 양끝에 길이가 $\frac{1}{3}$ 인 선분 2개로 만든 'T' 모양의 도형을 붙여 도형 S_1 을 만든다. 이와 같은 방법으로 도형 S_{n-1} 의 가장 위쪽에 있는 각 선분의 양끝에 길이가 $\left(\frac{1}{3}\right)^n$ 인 선분 2개로 만든 'T' 모양의 도형을 붙여 도형 S_n 을 만든다. 도형 S_n 을 이루는 모든 선분의 길이의 합을 l_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} l_n$ 의 값을 구하시오.

[4점][2004년 6월]

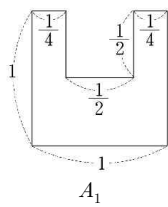


5. 아래 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형에서 한 변의 길이가 $\frac{1}{2}$ 인 정사각형을 잘라낸 후 남은凹 모양의 도형을 A_1 이라 하자. 한 변의 길이가 $\frac{1}{4}$ 인 정사각형에서 한 변의 길이가 $\frac{1}{8}$ 인 정사각형을 잘라낸 후 남은凹 모양의 도형 2개를 A_1 의 위쪽 두 변에 각각 붙인 도형을 A_2 라 하자. 한 변의 길이가 $\frac{1}{16}$ 인 정사각형에서 한 변의 길이가 $\frac{1}{32}$ 인 정사각형을 잘라낸 후 남은凹 모양의 도형 4개를 A_2 의 위쪽 네 변에 각각 붙인 도형을 A_3 이라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 얻은 n 번째 도형을 A_n 이라 하고 그 넓이를 S_n 이라 하자.

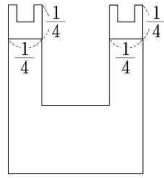
$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{q}{p}$ 라 할 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

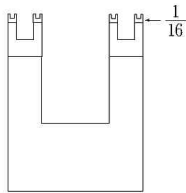
[4점][2005학년도 수능]



A_1



A_2



A_3

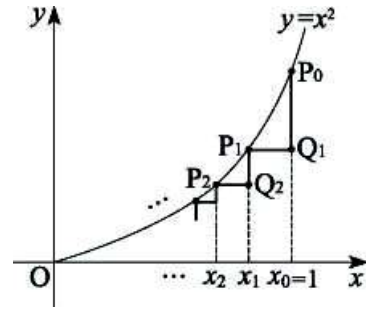
6. $x_0 = 1, x_1 = \frac{3}{4}, x_2 = \frac{5}{8}, \dots, x_n = \frac{2^n + 1}{2^{n+1}}, \dots$ 에 대하여 좌표

평면 위에 점 $P_0(1, 1)$ 과 $P_n(x_n, x_n^2), Q_n(x_{n-1}, x_n^2)$
($n = 1, 2, 3, \dots$)을 그림과 같이 나타낸다. 무한급수

$$\overline{P_0Q_1} + \overline{Q_1P_1} + \overline{P_1Q_2} + \overline{Q_2P_2} + \overline{P_2Q_3} + \dots$$

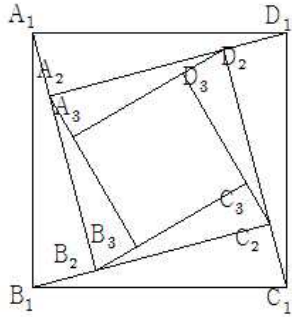
의 합을 S 라 할 때 $100S$ 의 값을 구하시오.

[4점][2005년 3월]



7. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 내부에 합동인 4개의 직각삼각형의 넓이의 합과 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 의 넓이가 같도록 만들고, 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 내부에 같은 방법으로 정사각형 $A_3B_3C_3D_3$ 을 만든다. 이와 같은 과정을 한없이 반복하여 만들어진 정사각형 $A_nB_nC_nD_n$ 의 넓이를 S_n 이라 할 때, 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 합은?

[3점][2005년 5월]



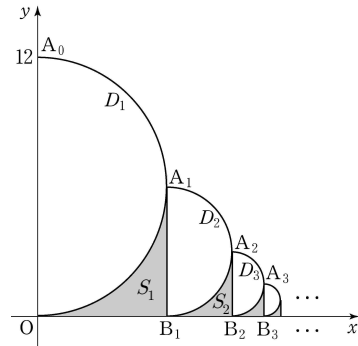
- ① 2 ② $\frac{9}{4}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{11}{4}$ ⑤ 3

8. 그림과 같이 원점과 점 $A_0(0, 12)$ 를 지름의 양 끝점으로 하는 원의 오른쪽 반원을 D_1 이라 하자. 원점을 지나고 기울기가 1인 직선이 D_1 과 제1사분면에서 만나는 점을 A_1 , 점 A_1 에서 x 축에 내린 수선의 발을 B_1 이라 하고, 반원 D_1 , x 축, 선분 A_1B_1 으로 둘러싸인 도형의 넓이를 S_1 이라 하자.

선분 A_1B_1 을 지름으로 하는 원의 오른쪽 반원을 D_2 라 하자. 점 B_1 을 지나고 기울기가 1인 직선이 D_2 와 제1사분면에서 만나는 점을 A_2 , 점 A_2 에서 x 축에 내린 수선의 발을 B_2 라 하고, 반원 D_2 , x 축, 선분 A_2B_2 로 둘러싸인 도형의 넓이를 S_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 도형의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은?

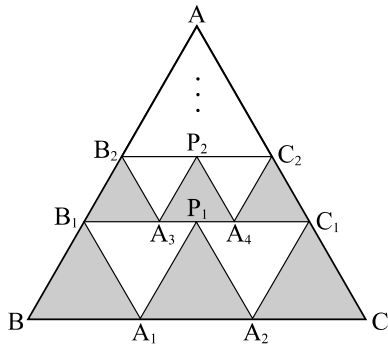
[4점][2005년 6월]



- ① $9(4-\pi)$ ② $12(4-\pi)$ ③ $15(4-\pi)$
④ $4(8-\pi)$ ⑤ $6(8-\pi)$

9. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정삼각형 ABC가 있다. 선분 BC의 삼등분 점을 A_1, A_2 라 하고 선분 BA_1, A_1A_2, A_2C 를 각각 한 변으로 하는 정삼각형 $B_1BA_1, P_1A_1A_2, C_1A_2C$ 를 만든다. 다시 삼각형 AB_1C_1 에서 선분 B_1C_1 의 삼등분 점을 A_3, A_4 라 하고 같은 방법으로 세 정삼각형 $B_2B_1A_3, P_2A_3A_4, C_2A_4C_1$ 을 만든다. 이와 같은 방법으로 계속하여 삼각형을 만들어 나갈 때, 어두운 부분의 넓이의 합은?

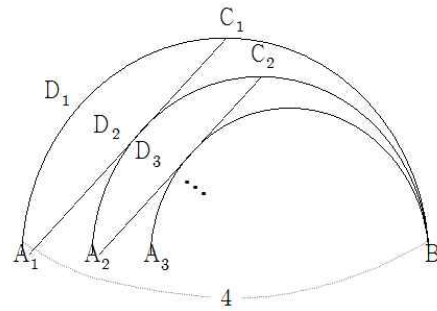
[4점][2005년 7월]



- ① $\frac{\sqrt{3}}{10}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{8}$ ③ $\frac{3\sqrt{3}}{20}$ ④ $\frac{\sqrt{3}}{6}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{3}}{16}$

10. 그림과 같이 길이가 4인 선분 A_1B 를 지름으로 하는 반원 D_1 이 있다. 호 A_1B 를 이등분하는 점을 C_1 , 점 B를 지나면서 선분 A_1C_1 과 접하고 중심이 선분 A_1B 위에 있는 반원을 D_2 , 반원 D_2 가 선분 A_1B 와 만나는 점을 A_2 라 하자. 호 A_2B 를 이등분하는 점을 C_2 , 점 B를 지나면서 선분 A_2C_2 와 접하고 중심이 선분 A_1B 위에 있는 반원을 D_3 , 반원 D_3 이 선분 A_1B 와 만나는 점을 A_3 이라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 얻은 반원 D_n 의 호의 길이를 l_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} l_n$ 의 값은?

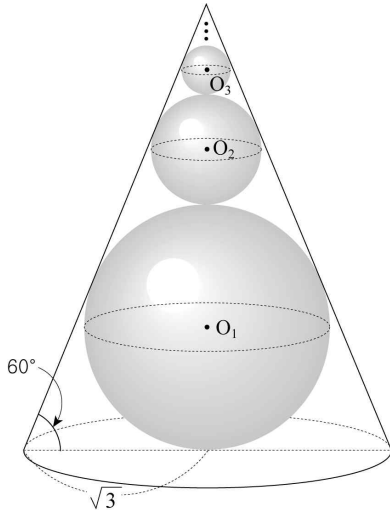
[4점][2006년 4월]



- ① $2(1+\sqrt{2})\pi$ ② $2(2+\sqrt{2})\pi$ ③ $2(3+\sqrt{2})\pi$
 ④ $2(2+2\sqrt{2})\pi$ ⑤ $2(3+2\sqrt{2})\pi$

11. 그림은 밑면의 반지름의 길이가 $\sqrt{3}$ 이고 밑면과 모선 사이의 각도가 60° 인 직원뿔이다. 구 O_1 이 직원뿔에 내접하고, 구 O_2 는 구 O_1 에 외접하고 직원뿔의 옆면과 접한다. 이와 같은 방법으로 $O_3, O_4, O_5, \dots$ 를 한없이 만들어 나갈 때, 구들의 부피의 합은?

[4점][2006년 5월]



- ① $\frac{16}{13}\pi$ ② $\frac{18}{13}\pi$ ③ $\frac{20}{13}\pi$ ④ $\frac{22}{13}\pi$ ⑤ $\frac{24}{13}\pi$

12. 그림과 같이 한 변의 길이가 a 인 정사각형 $OB_1C_1A_0$ 이 있다. 삼각형 OA_1D_1 이 $\angle D_1OA_1 = 30^\circ$ 인 이등변삼각형이 되도록 변 B_1C_1, A_0C_1 위에 각각 점 A_1, D_1 을 잡고 변 OA_1 의 길이를 l_1 이라 하자.

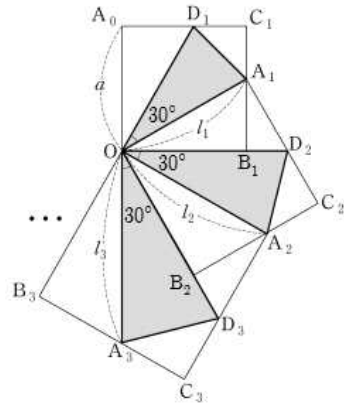
선분 OA_1 을 한 변으로 하는 정사각형 $OB_2C_2A_1$ 에서 삼각형 OA_2D_2 가 $\angle D_2OA_2 = 30^\circ$ 인 이등변삼각형이 되도록 변 B_2C_2, A_1C_2 위에 각각 점 A_2, D_2 를 잡고 변 OA_2 의 길이를 l_2 라 하자.

선분 OA_2 를 한 변으로 하는 정사각형 $OB_3C_3A_2$ 에서 삼각형 OA_3D_3 이 $\angle D_3OA_3 = 30^\circ$ 인 이등변삼각형이 되도록 변 B_3C_3, A_2C_3 위에 각각 점 A_3, D_3 을 잡고 변 OA_3 의 길이를 l_3 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 얻은 이등변삼각형 OA_nD_n 에서 변

OA_n 의 길이를 l_n 이라 하자. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{l_n} = \sqrt{3}$ 일 때, a 의 값은?

[4점][2006년 6월]



- ① $\sqrt{3}$ ② $1 + \sqrt{3}$ ③ $2 + \sqrt{3}$
④ $3 + \sqrt{3}$ ⑤ $6 + \sqrt{3}$

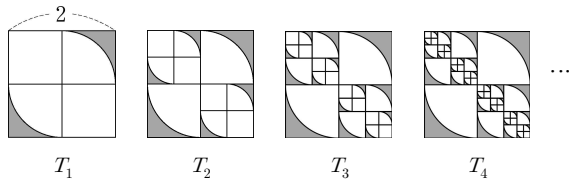
13. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형을 넓이가 같은 4개의 정사각형으로 나누고 반지름의 길이가 1인 사분원 2개의 외부(어두운 부분)를 잘라낸 후 남은 도형을 T_1 이라 하자.

T_1 에서 한 변의 길이가 1인 정사각형 2개를 각각 넓이가 같은 4개의 정사각형으로 나누고 반지름의 길이가 $\frac{1}{2}$ 인 사분원 4개의 외부(어두운 부분)를 잘라낸 후 남은 도형을 T_2 라 하자.

T_2 에서 한 변의 길이가 $\frac{1}{2}$ 인 정사각형 4개를 각각 넓이가 같은 4개의 정사각형으로 나누고 반지름의 길이가 $\frac{1}{4}$ 인 사분원 8개의 외부(어두운 부분)를 잘라낸 후 남은 도형을 T_3 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 도형을 T_n 이라 하고 그 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은?

[4점][2006년 9월]



- ① $\frac{\pi}{2}$ ② $\frac{2}{3}\pi$ ③ $\frac{3}{4}\pi$ ④ π ⑤ $\frac{5}{4}\pi$

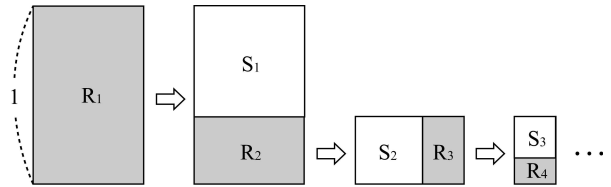
14. 직사각형 중에서 짧은 변을 한 변으로 하는 정사각형을 잘라내고 남은 직사각형이 처음의 직사각형과 서로 닮음이 되는 것을 황금직사각형이라고 한다.

그림과 같이 긴 변의 길이가 1인 황금직사각형 R_1 에서 짧은 변을 한 변으로 하는 정사각형 S_1 을 잘라내고 남은 직사각형을 R_2 , 직사각형 R_2 에서 정사각형 S_2 를 잘라내고 남은 직사각형을 R_3 이라고 하자. 이와 같은 방법으로 직사각형 $R_4, R_5, R_6, \dots$ 을 한없이 만들어 간다.

직사각형 R_n ($n=1, 2, 3, \dots$)의 둘레의 길이 l_n 에 대하여

$\sum_{n=1}^{\infty} l_n = k l_1$ 일 때, 상수 k 의 값은?

[4점][2006년 10월]



- ① $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$ ② $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$ ③ $\frac{5-\sqrt{5}}{2}$
④ $3-\sqrt{5}$ ⑤ $3+\sqrt{5}$

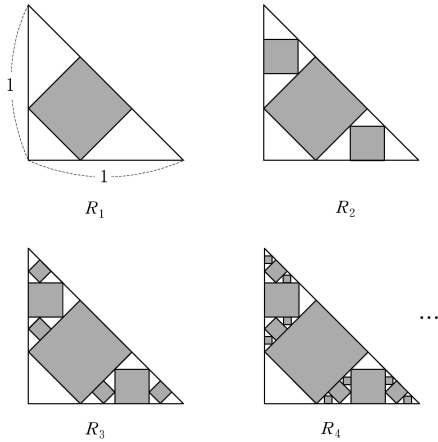
15. 아래와 같이 직각을 낀 두 변의 길이가 1인 직각이등변삼각형이 있다. 이 직각이등변삼각형의 빗변에 2개의 꼭짓점이 있고, 직각을 낀 두 변에 나머지 2개의 꼭짓점이 있는 정사각형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 합동인 2개의 직각이등변삼각형의 각 빗변에 2개의 꼭짓점이 있고, 직각을 낀 두 변에 나머지 2개의 꼭짓점이 있는 2개의 정사각형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

그림 R_2 에서 합동인 4개의 직각이등변삼각형의 각 빗변에 2개의 꼭짓점이 있고, 직각을 낀 두 변에 나머지 2개의 꼭짓점이 있는 4개의 정사각형에 색칠하여 얻은 그림을 R_3 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 모든 정사각형의 넓이의 합을 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은?

[4점][2007학년도 수능]



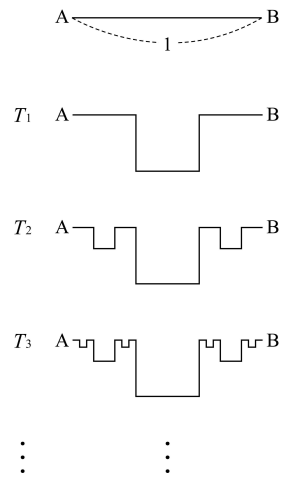
- ① $\frac{3\sqrt{2}}{20}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{5}$ ③ $\frac{3}{10}$ ④ $\frac{\sqrt{3}}{5}$ ⑤ $\frac{2}{5}$

16. 길이가 1인 선분 AB가 있다.

그림과 같이 선분 AB를 3등분한 다음, 가운데 선분을 한 변으로 하는 정사각형을 그리고, 가운데 선분을 지워 만든 도형을 T_1 이라 하자. T_1 의 선분 중 원래의 선분 AB에서 남아 있는 두 선분을 각각 3등분한 다음, 가운데 선분을 한 변으로 하는 정사각형을 그리고, 가운데 선분을 지워 만든 도형을 T_2 라 하자. T_2 의 선분 중 원래의 선분 AB에서 남아 있는 네 선분을 각각 3등분한 다음, 가운데 선분을 한 변으로 하는 정사각형을 그리고, 가운데 선분을 지워 만든 도형을 T_3 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속 반복하여 n 번째 만든 도형을 T_n 이라 하고,

T_n 에 있는 모든 선분의 길이의 총합을 a_n 이라 하자. 이때 a_{20} 의 값은?



[4점][2007년 3월]

- ① $3\left\{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{20}\right\}$ ② $3\left\{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{21}\right\}$ ③ $3\left\{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^{19}\right\}$
 ④ $3\left\{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^{20}\right\}$ ⑤ $3\left\{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^{21}\right\}$

17. 반지름의 길이가 1인 원 C 가 있다.

원 C 를 사분원으로 나누어 한 사분원에 내접하는 원을 C_1 ,

원 C_1 을 사분원으로 나누어 한 사분원에 내접하는 원을 C_2 ,

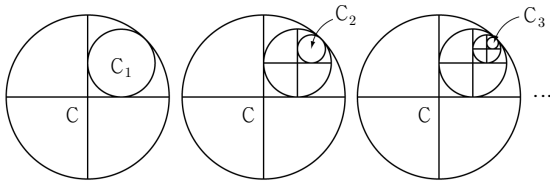
원 C_2 를 사분원으로 나누어 한 사분원에 내접하는 원을 C_3 ,

$\vdots$

이와 같은 과정을 계속하여 얻어진 원 C_n 의 반지름의 길이를 r_n

이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n r_k$ 의 값은?

[4점][2007년 4월]



- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1+\sqrt{2}}{4}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$
 ④ $\frac{2+\sqrt{2}}{4}$ ⑤ 1

18. 그림은 단계별로 만들어지는 어떤 입체를 위에서 본 모양과 앞에서 본 모양을 나타낸 것이다.

[1단계] 한 모서리의 길이가 1인 정육면체를 평면 위에 놓는다.

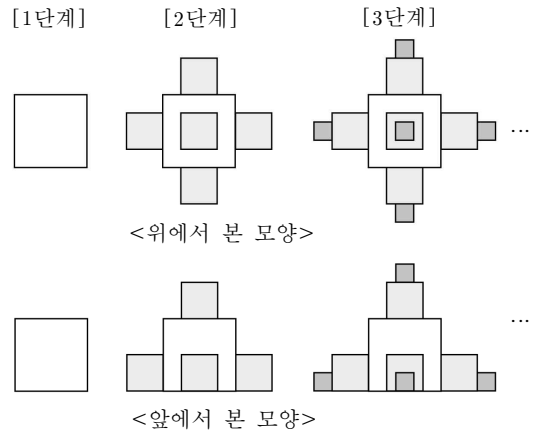
[2단계] [1단계] 입체에 한 모서리의 길이가 $\frac{1}{2}$ 인 정육면체를 위, 왼쪽, 오른쪽, 앞, 뒤에 각각 1개씩 붙인다.

[3단계] [2단계] 입체에 한 모서리의 길이가 $\frac{1}{2^2}$ 인 정육면체를 위, 왼쪽, 오른쪽, 앞, 뒤에 각각 1개씩 붙인다.

$\vdots$

이와 같은 과정을 계속하여 [n단계]에서 얻어진 입체의 부피를 V_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} V_n$ 의 값은?

[4점][2007년 4월]



- ① $\frac{8}{7}$ ② $\frac{9}{7}$ ③ $\frac{10}{7}$ ④ $\frac{11}{7}$ ⑤ $\frac{12}{7}$

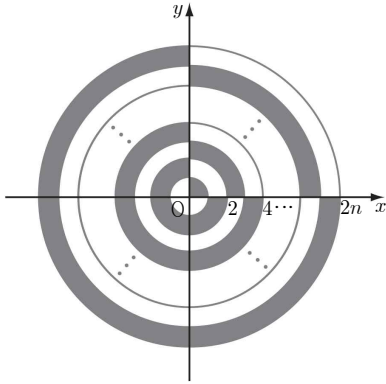
19. 중심이 원점이고 반지름의 길이가 1, 2, 3, ..., $2n$ 인 동심원이 있다.

<1단계> 반지름의 길이가 1인 원 내부의 1사분면에 검은색을 칠하고, 반지름의 길이가 1인 원과 반지름의 길이가 2인 원 사이의 2, 3, 4사분면에도 검은색을 칠한다.

<2단계> 반지름의 길이가 2인 원과 반지름의 길이가 3인 원 사이의 1사분면에 검은색을 칠하고, 반지름의 길이가 3인 원과 반지름의 길이가 4인 원 사이의 2, 3, 4사분면에도 검은색을 칠한다.

⋮

< n 단계> 반지름의 길이가 $2n-2$ 인 원과 반지름의 길이가 $2n-1$ 인 원 사이의 1사분면에 검은색을 칠하고, 반지름의 길이가 $2n-1$ 인 원과 반지름의 길이가 $2n$ 인 원 사이의 2, 3, 4사분면에도 검은색을 칠한다.



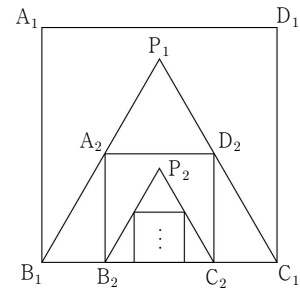
이와 같이 n 단계까지 검은색으로 칠한 넓이의 합을 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{n^2}$ 의 값은?

[4점][2007년 5월]

- ① $\frac{3}{4}\pi$ ② π ③ $\frac{4}{3}\pi$ ④ $\frac{3}{2}\pi$ ⑤ 2π

20. 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 이 있다. 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 의 내부에 선분 B_1C_1 을 한 변으로 하는 정삼각형 $P_1B_1C_1$ 을 만든다. 다시 선분 B_1C_1 위에 정삼각형 $P_1B_1C_1$ 에 내접하는 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 를 만든다. 이와 같은 방법으로 만들어지는 정사각형 $A_nB_nC_nD_n$ 의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은?

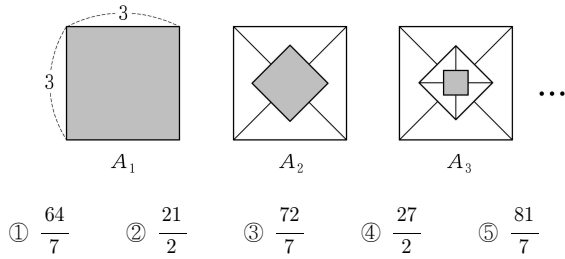
[4점][2007년 7월]



- ① $4\sqrt{3}+15$ ② $5\sqrt{3}+10$ ③ $5\sqrt{3}+25$
④ $6\sqrt{3}+5$ ⑤ $6\sqrt{3}+10$

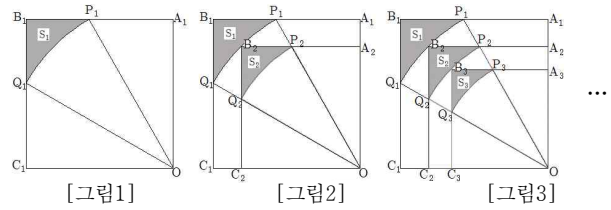
21. 그림과 같이 한 변의 길이가 3인 정사각형을 A_1 , 그 넓이를 S_1 이라 하자. 정사각형 A_1 에 대각선을 그어 만들어진 4개의 삼각형의 무게중심을 연결한 정사각형을 A_2 , 그 넓이를 S_2 라 하자. 같은 방법으로 정사각형 A_2 에 대각선을 그어 만들어진 4개의 삼각형의 무게중심을 연결한 정사각형을 A_3 , 그 넓이를 S_3 이라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 $(n-1)$ 번째 얻은 정사각형을 A_n , 그 넓이를 S_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은?

[4점][2007년 9월]



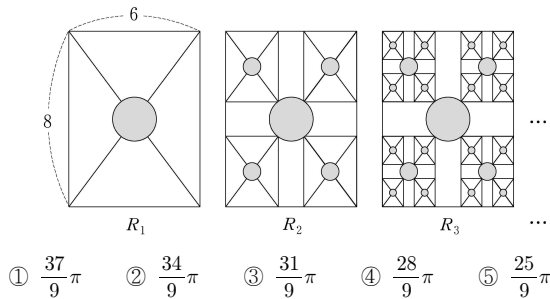
22. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 $OA_1B_1C_1$ 에서 $\angle O$ 의 3등분선이 $\overline{A_1B_1}$, $\overline{B_1C_1}$ 과 만나는 점을 각각 P_1 , Q_1 이라 하자. 점 O 가 중심이고 $\overline{OP_1}$ 을 반지름으로 하는 부채꼴 OP_1Q_1 을 그린다. [그림1]에서 도형 $B_1Q_1P_1$ 의 넓이를 S_1 이라 하자. 호 P_1Q_1 의 중점 B_2 , $\overline{OA_1} \parallel \overline{C_2B_2}$ 인 $\overline{OC_1}$ 위의 점 C_2 , $\overline{OC_1} \parallel \overline{A_2B_2}$ 인 $\overline{OA_1}$ 위의 점 A_2 , 점 O 를 꼭짓점으로 하는 정사각형 $OA_2B_2C_2$ 를 그린다. $\overline{OP_1}$ 과 $\overline{A_2B_2}$ 가 만나는 점을 P_2 , $\overline{OQ_1}$ 과 $\overline{B_2C_2}$ 가 만나는 점을 Q_2 라 하자. 점 O 가 중심이고 $\overline{OP_2}$ 를 반지름으로 하는 부채꼴 OP_2Q_2 를 그린다. [그림2]에서 도형 $B_2Q_2P_2$ 의 넓이를 S_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은?

[4점][2007년 10월]

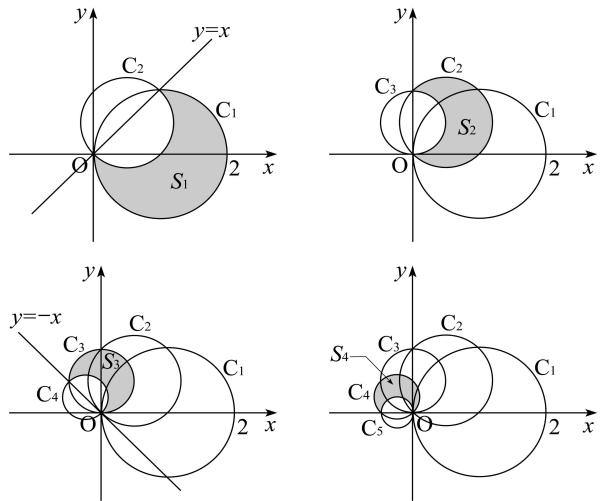


23. 아래와 같이 가로 길이가 6이고 세로 길이가 8인 직사각형 내부에 두 대각선의 교점을 중심으로 하고, 직사각형 가로 길이의 $\frac{1}{3}$ 을 지름으로 하는 원을 그려서 얻은 그림을 R_1 이라 하자. 그림 R_1 에서 직사각형의 각 꼭짓점으로부터 대각선과 원의 교점까지의 선분을 각각 대각선으로 하는 4개의 직사각형을 그린 후, 새로 그려진 직사각형 내부에 두 대각선의 교점을 중심으로 하고, 새로 그려진 직사각형 가로 길이의 $\frac{1}{3}$ 을 지름으로 하는 원을 그려서 얻은 그림을 R_2 라 하자. 그림 R_2 에 있는 합동인 4개의 직사각형 각각에서 각 꼭짓점으로부터 대각선과 원의 교점까지의 선분을 각각 대각선으로 하는 4개의 직사각형을 그린 후, 새로 그려진 직사각형 내부에 두 대각선의 교점을 중심으로 하고, 새로 그려진 직사각형 가로 길이의 $\frac{1}{3}$ 을 지름으로 하는 원을 그려서 얻은 그림을 R_3 이라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 있는 모든 원의 넓이의 합을 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? (단, 모든 직사각형의 가로와 세로는 각각 서로 평행하다.)

[4점][2008학년도 수능]



24. 그림과 같이 원점 O 와 점 $(2, 0)$ 을 지름의 양 끝으로 하는 원을 C_1 이라 하자. 또, 원 C_1 과 직선 $y=x$ 가 만나는 두 점을 지름의 양 끝으로 하는 원을 C_2 , 원 C_2 와 y 축이 만나는 두 점을 지름의 양 끝으로 하는 원을 C_3 이라 하자. 또, 원 C_3 과 직선 $y=-x$ 가 만나는 두 점을 지름의 양 끝으로 하는 원을 C_4 , 원 C_4 와 x 축이 만나는 두 점을 지름의 양 끝으로 하는 원을 C_5 라 하자.



이와 같은 방법으로 중심이 차례로 직선 $y=x$, y 축, 직선 $y=-x$, x 축, ... 위에 있는 원 $C_6, C_7, C_8, C_9, \dots$ 를 한없이 만들어 갈 때, 원 C_n 의 내부와 원 C_{n+1} 의 외부의 공통부분(어두운 부분)의 넓이를 S_n ($n=1, 2, 3, \dots$)이라 하자.

이때 $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은?

[4점][2008년 3월]

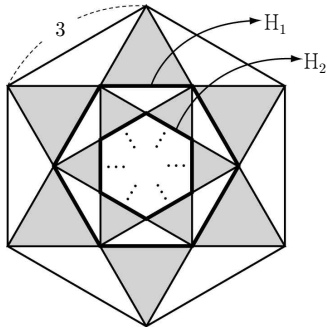
- ① $\pi+1$ ② $\frac{3}{2}\pi$ ③ $\frac{5}{4}(\pi+1)$
 ④ $\frac{3}{2}(\pi+1)$ ⑤ 2π

25. 그림과 같이 한 변의 길이가 3인 정육각형의 각 꼭짓점에서 짧은 대각선을 그려서 만들어진 정육각형을 H_1 이라 하고, H_1 의 외부에 새로 만들어진 정삼각형을 어둑게 칠한다.

H_1 의 각 꼭짓점에서 짧은 대각선을 그려서 만들어진 정육각형을 H_2 라 하고, H_2 의 외부에 새로 만들어진 정삼각형을 어둑게 칠한다.

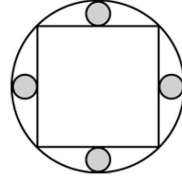
이와 같은 과정을 한없이 계속할 때, 어둑게 칠해진 모든 정삼각형의 넓이의 합은?

[4점][2008년 4월]



- ① $\frac{19}{4}\sqrt{3}$ ② $\frac{21}{4}\sqrt{3}$ ③ $\frac{23}{4}\sqrt{3}$
 ④ $\frac{25}{4}\sqrt{3}$ ⑤ $\frac{27}{4}\sqrt{3}$

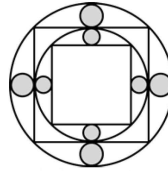
26. 그림과 같이 반지름의 길이가 1인 원에 내접하는 정사각형을 그린다. 원의 내부와 정사각형의 외부에 모두 접하는 가장 큰 원 4개를 그려 어둑게 칠한다.



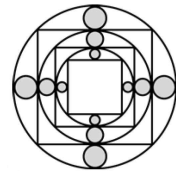
여기에 아래의 과정을 반복한다.

<과정>

- ㄱ. 안에 있는 정사각형에 내접하는 원을 그리고 그 원에 내접하는 정사각형을 그린다.
 ㄴ. 새로 그려진 원의 내부와 정사각형 외부에 모두 접하는 가장 큰 원 4개를 어둑게 칠한다.



[$n = 2$ 일 때]



[$n = 3$ 일 때]

정사각형의 개수가 모두 n 일 때, 어두운 부분의 넓이를 S_n 이라 하자. 이 때 $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은?

[4점][2008년 5월]

- ① $(\sqrt{13} - 2\sqrt{3})\pi$ ② $(2\sqrt{3} - \sqrt{11})\pi$
 ③ $(\sqrt{11} - \sqrt{10})\pi$ ④ $(\sqrt{10} - 3)\pi$
 ⑤ $(3 - 2\sqrt{2})\pi$

27. 그림과 같이 길이가 8인 선분 AB가 있다.

선분 AB의 삼등분점 A_1, B_1 을 중심으로 하고 선분 A_1B_1 을 반지름으로 하는 두 원이 서로 만나는 두 점을 각각 P_1, Q_1 이라고 하자.

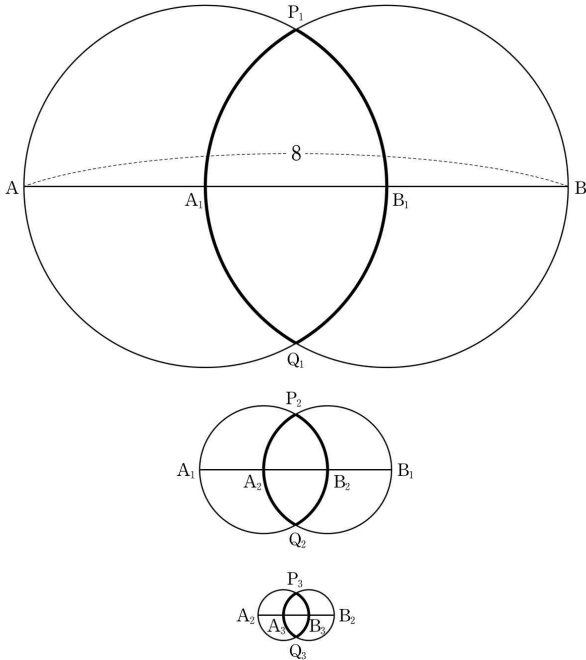
선분 A_1B_1 의 삼등분점 A_2, B_2 를 중심으로 하고 선분 A_2B_2 를 반지름으로 하는 두 원이 서로 만나는 두 점을 각각 P_2, Q_2 라고 하자.

선분 A_2B_2 의 삼등분점 A_3, B_3 를 중심으로 하고 선분 A_3B_3 을 반지름으로 하는 두 원이 서로 만나는 두 점을 각각 P_3, Q_3 이라고 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 두 호 $P_nA_nQ_n, P_nB_nQ_n$

의 길이의 합을 l_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} l_n$ 의 값은?

[3점][2008년 6월]



- ① $\frac{10}{3}\pi$ ② 4π ③ $\frac{14}{3}\pi$ ④ $\frac{16}{3}\pi$ ⑤ 6π

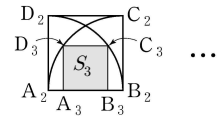
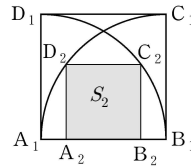
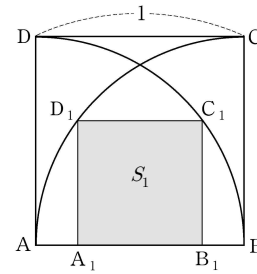
28. 한 변의 길이가 1인 정사각형 ABCD가 있다. 그림과 같이 정사각형 ABCD 안에 두 점 A, B를 각각 중심으로 하고 변 AB를 반지름으로 하는 2개의 사분원을 그린다. 이 두 사분원의 공통부분에 내접하는 정사각형을 $A_1B_1C_1D_1$ 이라 하자.

정사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 안에 두 점 A_1, B_1 을 각각 중심으로 하고 변 A_1B_1 을 반지름으로 하는 2개의 사분원을 그린다. 이 두 사분원의 공통부분에 내접하는 정사각형을 $A_2B_2C_2D_2$ 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 정사각형 $A_nB_nC_nD_n$ 의

넓이를 S_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은?

[4점][2008년 9월]



- ① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{9}{16}$ ③ $\frac{4}{5}$ ④ $\frac{9}{8}$ ⑤ $\frac{23}{16}$

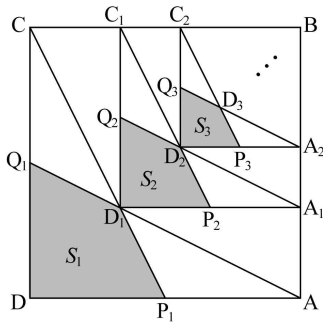
29. 한 변의 길이가 4인 정사각형 ABCD가 있다. 그림과 같이 두 선분 AD, DC의 중점을 각각 P_1 , Q_1 이라 하고, 두 선분 AQ_1 , CP_1 의 교점을 D_1 이라 하자. 이때, 사각형 $DP_1D_1Q_1$ 의 넓이를 S_1 이라 하자.

선분 BD_1 을 대각선으로 하는 정사각형을 $BC_1D_1A_1$ 이라 하자. 두 선분 A_1D_1 , D_1C_1 의 중점을 각각 P_2 , Q_2 라 하고, 두 선분 A_1Q_2 , C_1P_2 의 교점을 D_2 라 하자. 이때, 사각형 $D_1P_2D_2Q_2$ 의 넓이를 S_2 라 하자.

선분 BD_2 를 대각선으로 하는 정사각형을 $BC_2D_2A_2$ 라 하자. 두 선분 A_2D_2 , D_2C_2 의 중점을 각각 P_3 , Q_3 이라 하고, 두 선분 A_2Q_3 , C_2P_3 의 교점을 D_3 이라 하자. 이때, 사각형 $D_2P_3D_3Q_3$ 의 넓이를 S_3 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 얻은 n 번째 사각형의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은?

[4점][2008년 10월]



- ① $\frac{24}{5}$ ② $\frac{16}{3}$ ③ $\frac{27}{5}$ ④ $\frac{20}{3}$ ⑤ $\frac{36}{5}$

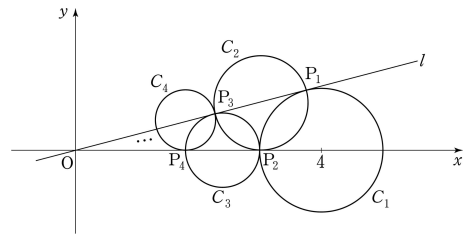
30. 좌표평면에 원 $C_1 : (x-4)^2 + y^2 = 1$ 이 있다. 그림과 같이 원 점에서 원 C_1 에 기울기가 양수인 접선 l 을 그었을 때 생기는 접점을 P_1 이라 하자. 중심이 직선 l 위에 있고 점 P_1 을 지나며 x 축에 접하는 원을 C_2 라 하고 이 원과 x 축의 접점을 P_2 라 하자. 중심이 x 축 위에 있고 점 P_2 를 지나며 직선 l 에 접하는 원을 C_3 이라 하고 이 원과 직선 l 의 접점을 P_3 이라 하자.

중심이 직선 l 위에 있고 점 P_3 을 지나며 x 축에 접하는 원을 C_4 라 하고 이 원과 x 축의 접점을 P_4 라 하자.

이와 같은 과정을 계속할 때, 원 C_n 의 넓이를 S_n 이라 하자.

$\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은? (단, 원 C_{n+1} 의 반지름의 길이는 원 C_n 의 반지름의 길이보다 작다.)

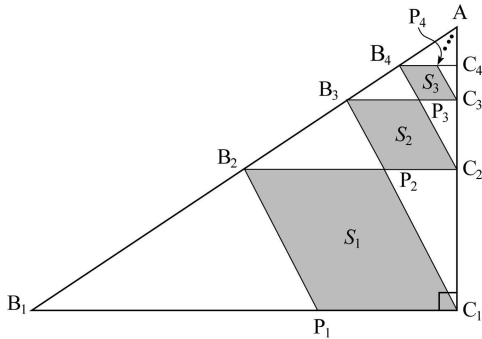
[4점][2009학년도 수능]



- ① $\frac{3}{2}\pi$ ② 2π ③ $\frac{5}{2}\pi$ ④ 3π ⑤ $\frac{7}{2}\pi$

31. $\angle A = 60^\circ$, $\angle B_1 = 30^\circ$, $\overline{AC_1} = 6$ 인 직각삼각형 AB_1C_1 이 있다. 선분 B_1C_1 을 2 : 1로 내분하는 점을 P_1 이라 하자. 두 선분 AB_1 , AC_1 의 중점을 각각 B_2 , C_2 라 하고, 선분 B_2C_2 를 2 : 1로 내분하는 점을 P_2 라 할 때, 네 점 B_2, P_1, C_1, P_2 를 꼭짓점으로 하는 사각형 $B_2P_1C_1P_2$ 를 만든다. 두 선분 AB_2 , AC_2 의 중점을 각각 B_3 , C_3 이라 하고, 선분 B_3C_3 을 2 : 1로 내분하는 점을 P_3 이라 할 때, 네 점 B_3, P_2, C_2, P_3 을 꼭짓점으로 하는 사각형 $B_3P_2C_2P_3$ 을 만든다. 두 선분 AB_3 , AC_3 의 중점을 각각 B_4 , C_4 라 하고, 선분 B_4C_4 를 2 : 1로 내분하는 점을 P_4 라 할 때, 네 점 B_4, P_3, C_3, P_4 를 꼭짓점으로 하는 사각형 $B_4P_3C_3P_4$ 를 만든다. 이와 같은 과정을 계속할 때, 사각형 $B_{n+1}P_nC_nP_{n+1}$ 의 넓이를 S_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) 이라 하자. $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은?

[3점][2009년 3월]



- ① $8\sqrt{3}$ ② $7\sqrt{3}$ ③ $6\sqrt{3}$ ④ $5\sqrt{3}$ ⑤ $4\sqrt{3}$

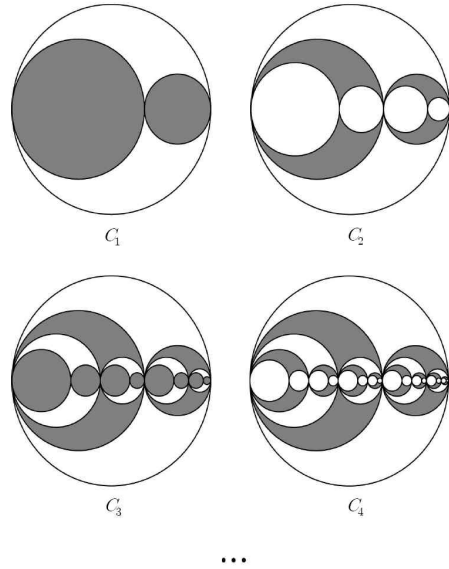
32. 원에 다음 과정을 실행한다.

[과정]

- I. 원의 지름을 2 : 1로 내분하는 점을 잡는다.
II. 이 원에 내접하면서 I의 내분점에서 서로 외접하는 두 개의 원을 그린다.

지름의 길이가 6인 원이 있다. 이 원에 [과정]을 실행하여 그린 2개의 원의 내부를 색칠하여 얻어진 그림을 C_1 이라 하자. 그림 C_1 에서 새로 그려진 2개의 원에 각각 [과정]을 실행하여 그린 4개의 원의 내부를 제외하여 얻어진 그림을 C_2 라 하자. 그림 C_2 에서 새로 그려진 4개의 원에 각각 [과정]을 실행하여 그린 8개의 원의 내부를 색칠하여 얻어진 그림을 C_3 이라 하자. 그림 C_3 에서 새로 그려진 8개의 원에 각각 [과정]을 실행하여 그린 16개의 원의 내부를 제외하여 얻어진 그림을 C_4 라 하자. 이와 같은 방법으로 n 번째 얻어진 그림 C_n 에서 색칠된 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{q}{p}\pi$ (p 와 q 는 서로소인 자연수)이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, 모든 원의 중심은 처음 원의 한 지름 위에 있다.)

[4점][2009년 4월]



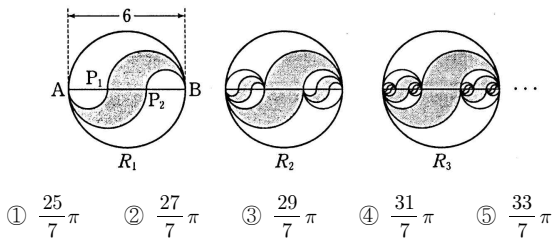
33. 그림과 같이 길이가 6인 선분 AB 를 지름으로 하는 원을 그리고, 선분 AB 의 3등분점을 각각 P_1, P_2 라 하고 선분 AP_1 을 지름으로 하는 원의 아래쪽 반원, 선분 AP_2 를 지름으로 하는 원의 아래쪽 반원, 선분 P_2B 를 지름으로 하는 원의 위쪽 반원, 선분 P_1B 를 지름으로 하는 원의 위쪽 반원을 경계로 하여 만든 $\cap$ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 선분 AB 위의 색칠되지 않은 두 선분 AP_1, P_2B 를 각각 지름으로 하는 두 원을 그리고, 이 두 원 안에 각각 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 만들어지는 두 $\cap$ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

그림 R_2 에서 두 선분 AP_1, P_2B 위의 색칠되지 않은 네 선분을 각각 지름으로 하는 네 원을 그리고, 이 네 원 안에 각각 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 네 $\cap$ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_3 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 모든 $\cap$ 모양의 도형의 넓이의 합을 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은?

[3점][2009년 6월]



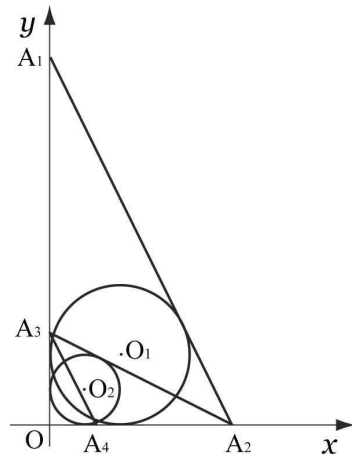
34. 그림과 같이 세 점 $O(0, 0), A_1(0, 4), A_2(2, 0)$ 으로 이루어진 $\triangle OA_1A_2$ 에 내접하는 원을 O_1 이라 하자. y 축 위의 점 A_3 이 선분 A_1A_2 의 기울기와 선분 A_2A_3 의 기울기의 곱이 1이 되도록 하는 점일 때, $\triangle OA_2A_3$ 에 내접하는 원을 O_2 라 하자.

x 축 위의 점 A_4 가 선분 A_2A_3 의 기울기와 선분 A_3A_4 의 기울기의 곱이 1이 되도록 하는 점일 때, $\triangle OA_3A_4$ 에 내접하는 원을 O_3 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 생기는 $\triangle OA_nA_{n+1}$ 에 내접하는 원을 O_n 이라 하고, O_n 의 반지름의 길이를 r_n 이라 할 때,

$\sum_{n=1}^{\infty} r_n = a - 2\sqrt{b}$ (a, b 는 자연수)이다. $a+b$ 의 값을 구하시오.

[4점][2009년 7월]



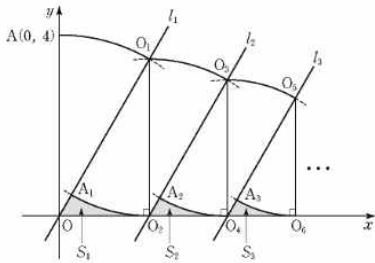
35. 그림과 같이 원점 O 를 지나고 기울기가 $\sqrt{3}$ 인 직선 l_1 과 점 $A(0, 4)$ 가 있다.

점 O 를 중심으로 하고 선분 OA 를 반지름으로 하는 원이 직선 l_1 과 제1사분면에서 만나는 점을 O_1 이라 하자. 점 O_1 에서 x 축에 내린 수선의 발을 O_2 라 하자. 점 O_2 을 중심으로 하고 선분 O_1O_2 를 반지름으로 하는 원이 선분 OO_1 과 만나는 점을 A_1 이라 하자. 선분 A_1O , 선분 OO_2 , 호 O_2A_1 로 둘러싸인 도형의 넓이를 S_1 이라 하자.

점 O_2 를 중심으로 하고 선분 O_1O_2 를 반지름으로 하는 원이 점 O_2 를 지나고 직선 l_1 에 평행한 직선 l_2 와 제1사분면에서 만나는 점을 O_3 이라 하자. 점 O_3 에서 x 축에 내린 수선의 발을 O_4 라 하자. 점 O_3 을 중심으로 하고 선분 O_3O_4 를 반지름으로 하는 원이 선분 O_2O_3 과 만나는 점을 A_2 이라 하자. 선분 A_2O_2 , 선분 O_2O_4 , 호 O_4A_2 로 둘러싸인 도형의 넓이를 S_2 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 도형의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은?

[3점][2009년 9월]



- ① $4\sqrt{3} - 2\pi$ ② $8\sqrt{3} - 4\pi$ ③ $4\sqrt{3} - \pi$
 ④ $8\sqrt{3} - 2\pi$ ⑤ $16\sqrt{3} - 4\pi$

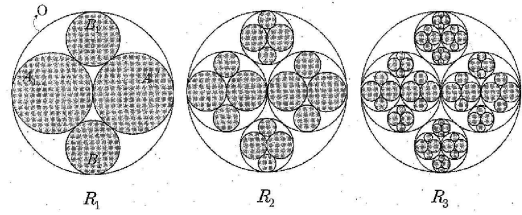
36. 반지름의 길이가 1인 원 O 가 있다.

원 O 의 중심에서 서로 외접하고 원 O 에 내접하는 두 원 A_1, A_1' 을 그린 후 두 원 A_1 과 A_1' 에 외접하며 원 O 에 내접하는 두 원 B_1, B_1' 을 그려서 얻은 그림을 R_1 이라 하자. 새로 그려진 네 원 A_1, A_1', B_1, B_1' 의 내부에 그림 R_1 의 제작과정을 반복하여 얻은 그림을 R_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻어진 그림을 R_n 이라 하자.

또한, 그림 $R_1, R_2, \dots, R_n, \dots$ 각각에 아래와 같이 어둡게 색칠을 하자. 그림 R_n 의 어두운 부분의 넓이의 합을 S_n 이라 할 때,

$\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은?

[4점][2009년 10월]



- ① π ② $\frac{9}{5}\pi$ ③ $\frac{13}{5}\pi$
 ④ $\frac{17}{5}\pi$ ⑤ $\frac{21}{5}\pi$

37. 그림과 같이 원점을 중심으로 하고 반지름의 길이가 3인 원 O_1 을 그리고, 원 O_1 이 좌표축과 만나는 네 점을 각각 $A_1(0, 3)$, $B_1(-3, 0)$, $C_1(0, -3)$, $D_1(3, 0)$ 이라 하자.

두 점 B_1, D_1 을 모두 지나고 두 점 A_1, C_1 을 각각 중심으로 하는 두 원이 원 O_2 의 내부에서 y 축과 만나는 점을 각각 C_2, A_2 라 하자.

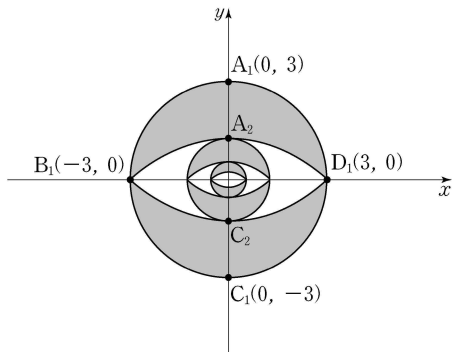
호 $B_1A_1D_1$ 과 호 $B_1A_2D_1$ 로 둘러싸인 도형의 넓이를 S_1 , 호 $B_1C_1D_1$ 과 호 $B_1C_2D_1$ 로 둘러싸인 도형의 넓이를 T_1 이라 하자.

선분 A_2C_2 를 지름으로 하는 원 O_2 를 그리고, 원 O_2 가 x 축과 만나는 두 점을 각각 B_2, D_2 라 하자. 두 점 B_2, D_2 를 모두 지나고 두 점 A_2, C_2 를 각각 중심으로 하는 두 원이 원 O_2 의 내부에서 y 축과 만나는 점을 각각 C_3, A_3 이라 하자. 호 $B_2A_2D_2$ 와 호 $B_2A_3D_2$ 로 둘러싸인 도형의 넓이를 S_2 , 호 $B_2C_2D_2$ 와 호 $B_2C_3D_2$ 로 둘러싸인 도형의 넓이를 T_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 호 $B_nA_nD_n$ 과 호 $B_nA_{n+1}D_n$ 으로 둘러싸인 도형의 넓이를 S_n , 호 $B_nC_nD_n$ 과 호 $B_nC_{n+1}D_n$ 으로 둘러싸인 도형의 넓이를 T_n 이라 할 때,

$\sum_{n=1}^{\infty} (S_n + T_n)$ 의 값은?

[4점][2010학년도 수능]



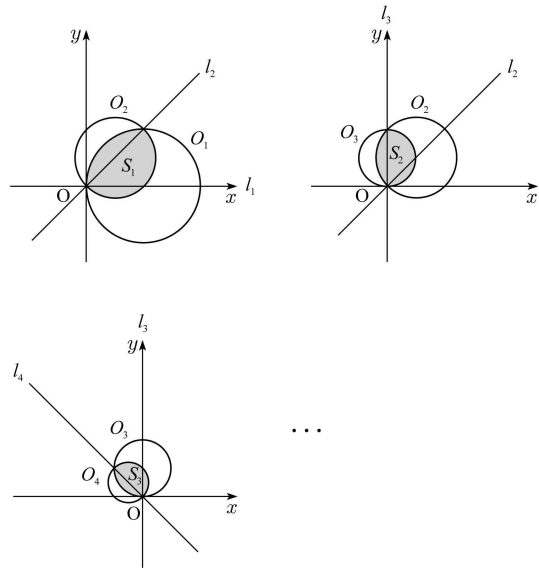
- ① $6(\sqrt{2}+1)$ ② $6(\sqrt{3}+1)$ ③ $6(\sqrt{5}+1)$
 ④ $9(\sqrt{2}+1)$ ⑤ $9(\sqrt{3}+1)$

38. 좌표평면에서 점 $(3, 0)$ 을 중심으로 하고 반지름의 길이가 3인 원을 O_1 이라 하고, x 축을 직선 l_1 이라 하자.

직선 l_1 을 원점을 중심으로 하여 45° 만큼 회전시킨 직선을 l_2 라 하고, 직선 l_2 와 원 O_1 의 두 교점을 지름의 양 끝점으로 하는 원을 O_2 라 할 때, 두 원 O_1, O_2 의 공통부분의 넓이를 S_1 이라 하자.

직선 l_2 를 원점을 중심으로 하여 45° 만큼 회전시킨 직선을 l_3 이라 하고, 직선 l_3 과 원 O_2 의 두 교점을 지름의 양 끝점으로 하는 원을 O_3 이라 할 때, 두 원 O_2, O_3 의 공통부분의 넓이를 S_2 라 하자.

직선 l_3 을 원점을 중심으로 하여 45° 만큼 회전시킨 직선을 l_4 라 하고, 직선 l_4 와 원 O_3 의 두 교점을 지름의 양 끝점으로 하는 원을 O_4 라 할 때, 두 원 O_3, O_4 의 공통부분의 넓이를 S_3 이라 하자.



이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은?

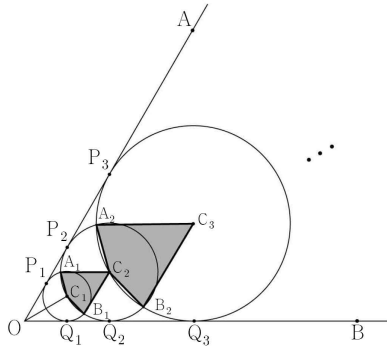
[4점][2010년 3월]

- ① $6(\pi-1)$ ② $7(\pi-1)$ ③ $8(\pi-1)$
 ④ $9(\pi-1)$ ⑤ $10(\pi-1)$

39. 그림과 같이 크기가 60° 인 $\angle AOB$ 의 이등분선 위에

$\overline{OC_1}=2$ 인 점 C_1 을 잡아 점 C_1 을 중심으로 하고 반직선 OA 와 OB 에 접하는 원 C_1 을 그릴 때, 원 C_1 과 반직선 OA , OB 와의 접점을 각각 P_1 , Q_1 이라 하자. 점 C_1 을 지나고 반직선 OA 와 OB 에 접하는 두 원 중에서 큰 원의 중심을 C_2 , 원 C_2 와 반직선 OA , OB 와의 접점을 각각 P_2 , Q_2 라 하고, 원 C_1 과 원 C_2 가 만나는 점을 각각 A_1 , B_1 이라 할 때, 사각형 $A_1C_1B_1C_2$ 의 넓이를 S_1 이라 하자. 점 C_2 를 지나고 반직선 OA 와 OB 에 접하는 두 원 중에서 큰 원의 중심을 C_3 , 원 C_3 과 반직선 OA , OB 와의 접점을 각각 P_3 , Q_3 이라 하고, 원 C_2 와 원 C_3 이 만나는 점을 각각 A_2 , B_2 라 할 때, 사각형 $A_2C_2B_2C_3$ 의 넓이를 S_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 도형의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{4^n + 3^n}$ 의 값은?

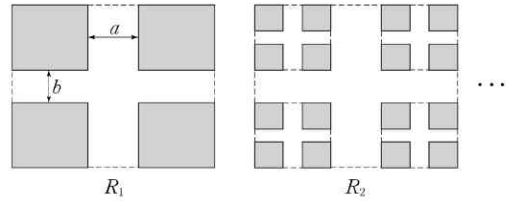
[4점][2010년 4월]



- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{\sqrt{3}}{4}$ ⑤ $\frac{\sqrt{15}}{8}$

40. 가로와 세로의 길이가 5이고 세로의 길이가 4인 직사각형에서 그림과 같이 가로와 세로의 길이가 a 와 b 인 직사각형을 잘라내어 얻은 4개의 직사각형을 R_1 이라 하고, 그 4개의 직사각형의 넓이의 합을 S_1 이라 하자. R_1 의 각 직사각형에서 가로와 세로의 길이가 $\frac{1}{4}$ 인 직사각형을 잘라내어 얻은 16개의 직사각형을 R_2 라 하고, 그 16개의 직사각형의 넓이의 합을 S_2 라 하자. 직사각형의 넓이의 합을 S_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은?

[4점][2010년 6월]



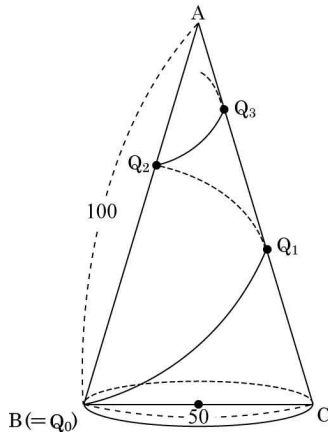
- ① 26 ② 30 ③ 34 ④ 38 ⑤ 42

41. 그림과 같이 점 A를 꼭짓점으로 하고 선분 BC를 밑면의 지름으로 하며 $\overline{AB} = 100$, $\overline{BC} = 50$ 인 직원뿔이 있다. 모선 AC 위의 점 Q_1 은 점 B에서 원뿔의 옆면을 돌아 모선 AC에 최단 거리로 이르는 점이고, 모선 AB 위의 점 Q_2 는 점 Q_1 에서 원뿔의 옆면을 돌아 모선 AB에 최단 거리로 이르는 점이다. 이와 같은 방법으로 점 Q_n 은 모선 AB 또는 AC 위의 점 Q_{n-1} 에서 원뿔의 옆면을 돌아 다른 모선에 최단 거리로 이르는 점이라고 하자. 점 Q_{n-1} 에서 점 Q_n 에 이르는 최단 거리를 l_n 이라 할 때,

$\sum_{n=1}^{\infty} l_n$ 의 값은 $a+b\sqrt{2}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하시오.

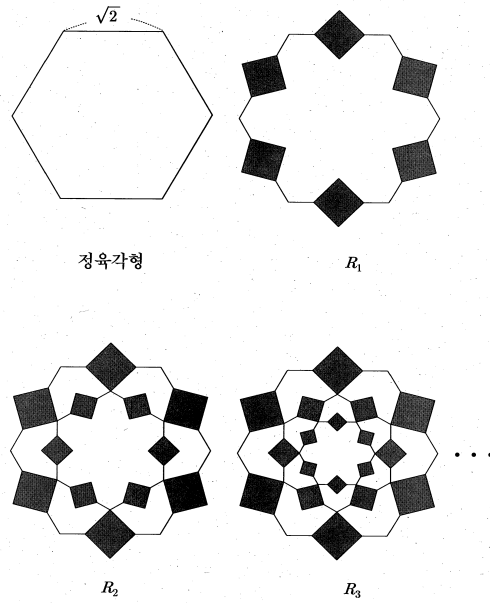
(단, $B=Q_0$, a 와 b 는 유리수이다.)

[4점][2010년 7월]



42. 그림과 같이 한 변의 길이가 $\sqrt{2}$ 인 정육각형이 있다. 이 정육각형의 한 변을 1:3과 3:1로 내분하는 두 점을 대각선의 양 끝점으로 하는 정사각형을 각 변에 만들어 얻은 그림을 R_1 이라 하자. 그림 R_1 의 정사각형들의 꼭짓점 중에서 정육각형의 내부에 있는 꼭짓점들을 연결하여 정육각형을 만들고, 이 정육각형의 한 변을 1:3과 3:1로 내분하는 두 점을 대각선의 양 끝점으로 하는 정사각형을 각 변에 만들어 얻은 그림을 R_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번 째 얻은 그림 R_n 의 모든 정사각형의 둘레의 길이의 합을 l_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} l_n$ 의 값은?

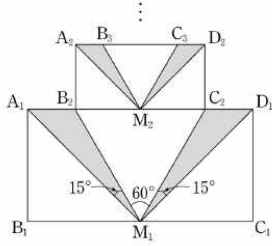
[4점][2010년 11월]



- ① $\frac{48(5+2\sqrt{3})}{13}$ ② $\frac{28(2+3\sqrt{3})}{15}$ ③ $\frac{18(1+2\sqrt{3})}{11}$
 ④ $\frac{6(3+2\sqrt{3})}{11}$ ⑤ $\frac{4(1+3\sqrt{3})}{13}$

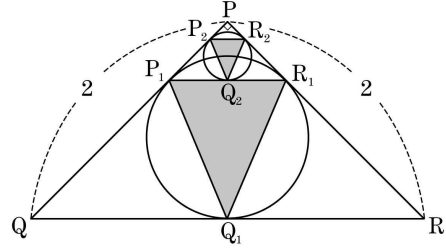
43. $\overline{A_1B_1}=1$, $\overline{B_1C_1}=2$ 인 직사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 이 있다. 그림과 같이 선분 B_1C_1 의 중점을 M_1 이라 하고, 선분 A_1D_1 위에 $\angle A_1M_1B_2 = \angle C_2M_1D_1 = 15^\circ$, $\angle B_2M_1C_2 = 60^\circ$ 가 되도록 두 점 B_2 , C_2 를 정한다. 삼각형 $A_1M_1B_2$ 의 넓이와 삼각형 $C_2M_1D_1$ 의 넓이의 합을 S_1 이라 하자. 사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 가 $\overline{B_2C_2}=2\overline{A_2B_2}$ 인 직사각형이 되도록 그림과 같이 두 점 A_2 , D_2 를 정한다. 선분 B_2C_2 의 중점을 M_2 라 하고, 선분 A_2D_2 위에 $\angle A_2M_2B_3 = \angle C_3M_2D_2 = 15^\circ$, $\angle B_3M_2C_3 = 60^\circ$ 가 되도록 두 점 B_3 , C_3 를 정한다. 삼각형 $A_2M_2B_3$ 의 넓이와 삼각형 $C_3M_2D_2$ 의 넓이의 합을 S_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 얻은 S_n 에 대하여 $\sum_{n=1}^n S_n$ 의 값은?

[4점][2011학년도 수능]



- ① $\frac{2+\sqrt{3}}{6}$ ② $\frac{3-\sqrt{3}}{2}$ ③ $\frac{4+\sqrt{3}}{9}$
 ④ $\frac{5-\sqrt{3}}{5}$ ⑤ $\frac{7-\sqrt{3}}{8}$

44. 그림과 같이 $\overline{PQ}=\overline{PR}=2$ 이고 $\angle QPR=90^\circ$ 인 삼각형 PQR 의 내접원과 세 변 PQ , QR , RP 의 접점을 각각 P_1 , Q_1 , R_1 이라 하자. 또, 삼각형 PP_1R_1 의 내접원과 세 변 PP_1 , P_1R_1 , R_1P 의 접점을 각각 P_2 , Q_2 , R_2 라 하자.



이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 세 점 P_n , Q_n , R_n 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 $P_nQ_nR_n$ 의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n = p+q\sqrt{2}$ 를 만족시키는 두 유리수 p, q 의 합 $p+q$ 의 값은?

[4점][2011년 3월]

- ① $\frac{1}{7}$ ② $\frac{2}{7}$ ③ $\frac{3}{7}$ ④ $\frac{4}{7}$ ⑤ $\frac{5}{7}$

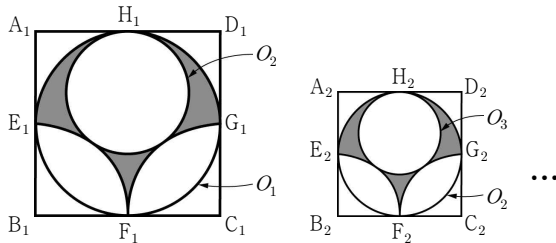
45. 그림과 같이 반지름의 길이가 1인 원 O_1 에 외접하는 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 의 네 변 A_1B_1 , B_1C_1 , C_1D_1 , D_1A_1 의 중점을 각각 E_1 , F_1 , G_1 , H_1 이라 하자.

점 B_1 을 중심으로 하고 선분 B_1F_1 을 반지름으로 하는 부채꼴 $B_1F_1E_1$ 의 호 E_1F_1 과 점 C_1 을 중심으로 하고 선분 C_1F_1 을 반지름으로 하는 부채꼴 $C_1F_1G_1$ 의 호 G_1F_1 과 원 O_1 의 호 $E_1H_1G_1$ 로 둘러싸인 도형을 R_1 이라 하자. R_1 에 내접하는 원을 O_2 라 하고 도형 R_1 의 넓이에서 원 O_2 의 넓이를 뺀 값을 S_1 이라 하자.

원 O_2 에 외접하는 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 의 네 변 A_2B_2 , B_2C_2 , C_2D_2 , D_2A_2 의 중점을 각각 E_2 , F_2 , G_2 , H_2 라 하자. 점 B_2 를 중심으로 하고 선분 B_2F_2 를 반지름으로 하는 부채꼴 $B_2F_2E_2$ 의 호 E_2F_2 와 점 C_2 를 중심으로 하고 선분 C_2F_2 를 반지름으로 하는 부채꼴 $C_2F_2G_2$ 의 호 G_2F_2 와 원 O_2 의 호 $E_2H_2G_2$ 로 둘러싸인 도형을 R_2 라 하자. R_2 에 내접하는 원을 O_3 이라 하고 도형 R_2 의 넓이에서 원 O_3 의 넓이를 뺀 값을 S_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 호 E_nF_n , 호 G_nF_n , 호 $E_nH_nG_n$ 으로 둘러싸인 도형을 R_n 이라 하고 R_n 에 내접하는 원을 O_{n+1} 이라 하자. 도형 R_n 의 넓이에서 원 O_{n+1} 의 넓이를 뺀 값을 S_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은?

[4점][2011년 4월]



- ① $\frac{9-2\pi}{3}$ ② $\frac{18-4\pi}{5}$ ③ $\frac{9-2\pi}{2}$
 ④ $\frac{18-4\pi}{3}$ ⑤ $9-2\pi$

46. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 의 일반항이 각각

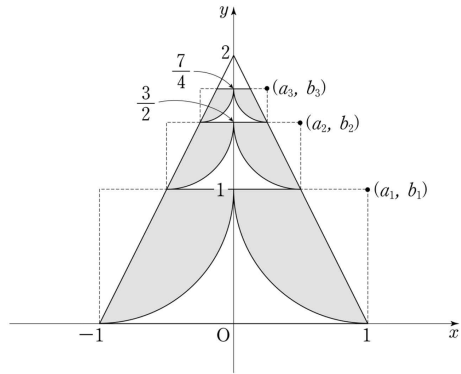
$$a_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}, \quad b_n = \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{2}\right)^{k-1}$$

이다. 좌표평면에서 중심이 (a_n, b_n) 이고 y 축에 접하는 원의

내부와 연립부등식 $\begin{cases} y \leq b_n \\ 2x+y-2 \leq 0 \end{cases}$ 이 나타내는

영역의 공통부분을 P_n 이라 하고, y 축에 대하여 P_n 과 대칭인 영역을 Q_n 이라 하자. P_n 의 넓이와 Q_n 의 넓이의 합을 S_n 이라

할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은?

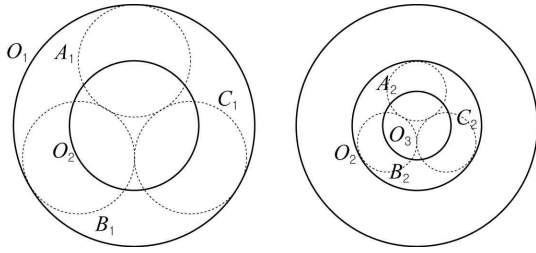


[4점][2011년 6월]

- ① $\frac{5(\pi-1)}{9}$ ② $\frac{11(\pi-1)}{18}$ ③ $\frac{2(\pi-1)}{3}$
 ④ $\frac{13(\pi-1)}{18}$ ⑤ $\frac{7(\pi-1)}{9}$

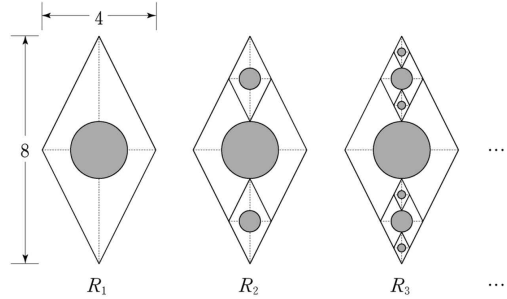
47. 반지름의 길이가 3인 원 O_1 이 있다. 그림과 같이 원 O_1 에 내접하고 서로 외접하게 그린 반지름의 길이가 같은 세 원 A_1, B_1, C_1 의 중심을 지나는 원을 O_2 라 하자. 원 O_2 에 내접하고 서로 외접하게 그린 반지름의 길이가 같은 세 원 A_2, B_2, C_2 의 중심을 지나는 원을 O_3 이라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 그린 원 O_n 의 둘레의 길이를 l_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} l_n$ 의 값은?

[4점][2011년 7월]



- ① $(5+4\sqrt{3})\pi$ ② $(6+4\sqrt{3})\pi$ ③ $(7+4\sqrt{3})\pi$
 ④ $(8+4\sqrt{3})\pi$ ⑤ $(9+4\sqrt{3})\pi$

48. 그림과 같이 두 대각선의 길이가 각각 8, 4인 마름모 내부에 두 대각선의 교점을 중심으로 하고 짧은 대각선의 길이의 $\frac{1}{2}$ 을 지름으로 하는 원을 그려서 얻은 그림을 R_1 이라 하자. 그림 R_1 에 있는 마름모에 긴 대각선의 양 끝점으로부터 그 대각선과 원의 두 교점 중 가까운 점까지의 선분을 각각 긴 대각선으로 하고, 마름모의 이웃하는 두 변 위에 짧은 대각선의 양 끝점이 놓이도록 마름모를 2개 그린다. 새로 그려진 각 마름모에서, 두 대각선의 교점을 중심으로 하고 짧은 대각선의 길이의 $\frac{1}{2}$ 을 지름으로 하는 원을 그려서 얻은 그림을 R_2 라 하자. 그림 R_2 에 있는 작은 두 마름모에 긴 대각선의 양 끝점으로부터 그 대각선과 원의 두 교점 중 가까운 점까지의 선분을 각각 긴 대각선으로 하고, 마름모의 이웃하는 두 변 위에 짧은 대각선의 양 끝점이 놓이도록 마름모를 4개 그린다. 새로 그려진 각 마름모에서, 두 대각선의 교점을 중심으로 하고 짧은 대각선의 길이의 $\frac{1}{2}$ 을 지름으로 하는 원을 그려서 얻은 그림을 R_3 이라 하자. 이와 같은 방법으로 n 번째 얻은 그림 R_n 에 있는 모든 원의 넓이의 합을 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은?



[3점][2011년 9월]

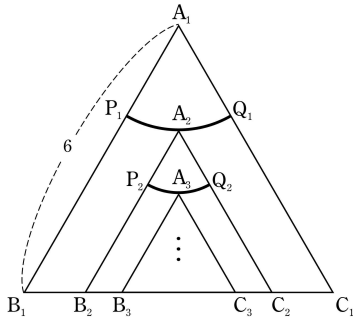
- ① $\frac{16}{13}\pi$ ② $\frac{32}{25}\pi$ ③ $\frac{4}{3}\pi$ ④ $\frac{32}{23}\pi$ ⑤ $\frac{16}{11}\pi$

49. 그림과 같이 한 변의 길이가 6인 정삼각형 $A_1B_1C_1$ 이 있다.

꼭짓점 A_1 을 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\frac{1}{3}\overline{A_1B_1}$ 인 원이 삼각형 $A_1B_1C_1$ 과 만나는 점을 각각 P_1, Q_1 이라 하고 삼각형 $A_1B_1C_1$ 의 내부에 있는 호 P_1Q_1 을 이등분하는 점을 A_2 라 하자. 점 A_2 를 꼭짓점으로 하고 나머지 두 꼭짓점 B_2, C_2 가 변 B_1C_1 위에 있는 정삼각형 $A_2B_2C_2$ 를 그린다.

꼭짓점 A_2 를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\frac{1}{3}\overline{A_2B_2}$ 인 원이 삼각형 $A_2B_2C_2$ 와 만나는 점을 각각 P_2, Q_2 라 하고 삼각형 $A_2B_2C_2$ 의 내부에 있는 호 P_2Q_2 를 이등분하는 점을 A_3 이라 하자. 점 A_3 을 꼭짓점으로 하고 나머지 두 꼭짓점 B_3, C_3 이 변 B_1C_1 위에 있는 정삼각형 $A_3B_3C_3$ 을 그린다.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 호 P_nQ_n 의 길이를 l_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} l_n$ 의 값은?

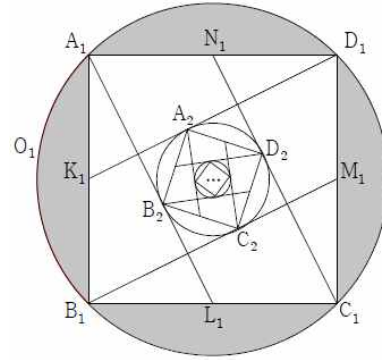


[4점][2011년 10월]

- ① $\sqrt{3}\pi$ ② $\frac{3\sqrt{3}}{2}\pi$ ③ $2\sqrt{3}\pi$
 ④ $\frac{5\sqrt{3}}{2}\pi$ ⑤ $3\sqrt{3}\pi$

50. 반지름의 길이가 1인 원 O_1 이 있다. 원 O_1 과 O_1 에 내접하는 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_1 이라 하자. 그림과 같이 선분 $B_1C_1, C_1D_1, D_1A_1, A_1B_1$ 의 각각의 중점 L_1, M_1, N_1, K_1 에 대하여, 네 개의 선분 $A_1L_1, B_1M_1, C_1N_1, D_1K_1$ 의 교점을 꼭짓점으로 하는 사각형에 내접하는 원을 O_2 라 하자. O_2 와 원 O_2 에 내접하는 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 로 둘러싸인 넓이를 S_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 얻은 S_n 에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은?

[4점][2011년 10월]



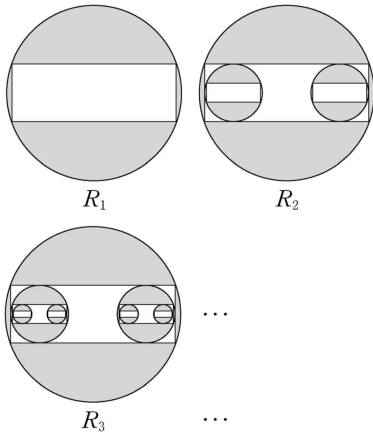
- ① $\frac{3(\pi-2)}{2}$ ② $\frac{4(\pi-2)}{3}$ ③ $\frac{5(\pi-2)}{4}$
 ④ $\frac{7(\pi-2)}{6}$ ⑤ $\frac{10(\pi-2)}{9}$

51. 반지름의 길이가 1 인 원이 있다. 그림과 같이 가로와 세로의 길이의 비가 3 : 1 인 직사각형을 이 원에 내접하도록 그리고, 원의 내부와 직사각형의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 직사각형의 세 변에 접하도록 원 2 개를 그린다. 새로 그려진 각 원에 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 직사각형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

그림 R_2 에서 새로 그려진 직사각형의 세 변에 접하도록 원 4 개를 그린다. 새로 그려진 각 원에 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 직사각형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_3 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에서 색칠된 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은?



[4점][2012학년도 수능]

- ① $\frac{5}{4}\pi - \frac{5}{3}$ ② $\frac{5}{4}\pi - \frac{3}{2}$ ③ $\frac{4}{3}\pi - \frac{8}{5}$
 ④ $\frac{5}{4}\pi - 1$ ⑤ $\frac{4}{3}\pi - \frac{16}{15}$

52. 그림과 같이 반지름의 길이가 $2\sqrt{3}$ 이고 $\angle A_1OB_1 = 60^\circ$ 인 부채꼴 A_1OB_1 이 있다.

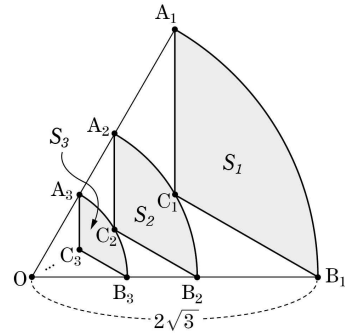
세 점 A_1, O, B_1 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 A_1OB_1 의 무게중심을 C_1 이라 할 때, 두 선분 A_1C_1, B_1C_1 과 호 A_1B_1 로 둘러싸인 도형의 넓이를 S_1 이라 하자.

점 O 를 중심으로 하고 점 C_1 을 지나는 원이 두 선분 OA_1, OB_1 과 만나는 점을 각각 A_2, B_2 라 하자. 세 점 A_2, O, B_2 를 꼭짓점으로 하는 삼각형 A_2OB_2 의 무게중심을 C_2 라 할 때, 두 선분 A_2C_2, B_2C_2 과 호 A_2B_2 로 둘러싸인 도형의 넓이를 S_2 라 하자.

점 O 를 중심으로 하고 점 C_2 를 지나는 원이 두 선분 OA_2, OB_2 과 만나는 점을 각각 A_3, B_3 이라 하자. 세 점 A_3, O, B_3 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 A_3OB_3 의 무게중심을 C_3 이라 할 때, 두 선분 A_3C_3, B_3C_3 과 호 A_3B_3 으로 둘러싸인 도형의 넓이를 S_3 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 도형의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은?

[4점][2012년 3월]



- ① $2\pi - \sqrt{3}$ ② $2\pi - 2\sqrt{3}$ ③ $2\pi - 3\sqrt{3}$
 ④ $3\pi - 3\sqrt{3}$ ⑤ $3\pi - 4\sqrt{3}$

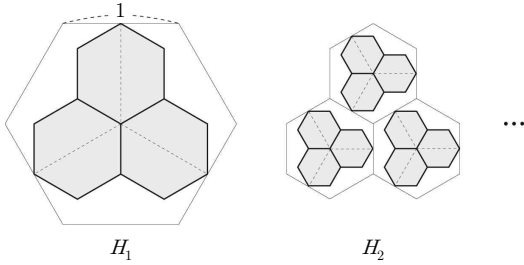
53. 한 변의 길이가 1인 정육각형에서 서로 이웃하지 않는 세 변의 중점과 이 정육각형에 외접하는 원의 중심을 각각 연결하여 세 선분을 얻는다. 이 세 선분을 각각 가장 긴 대각선으로 하는 3개의 정육각형을 그려서 얻은  모양의 그림을 H_1 이라 하고, 그림 H_1 의 넓이를 S_1 이라 하자.

그림 H_1 에서 새로 그려진 세 정육각형 내부에 각각 그림 H_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 그려서 얻은 3개의  모양의 그림을 H_2 라 하고, 그림 H_2 의 넓이를 S_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 그려서 얻은 3^{n-1} 개의  모양의 그림을 H_n 이라 하고, 그림 H_n 의 넓이를 S_n 이라 할 때,

$$\sum_{n=1}^{\infty} S_n \text{의 값은?}$$

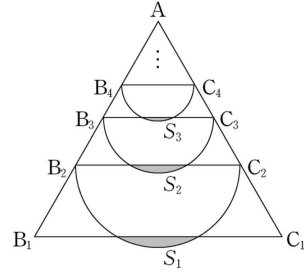
[4점][2012년 4월]



- ① $\frac{27}{11}\sqrt{3}$ ② $\frac{9}{4}\sqrt{3}$ ③ $\frac{27}{13}\sqrt{3}$
 ④ $\frac{27}{14}\sqrt{3}$ ⑤ $\frac{9}{5}\sqrt{3}$

54. 한 변의 길이가 3인 정삼각형 AB_1C_1 이 있다. 그림과 같이 선분 AB_1 과 선분 AC_1 을 2 : 1로 내분하는 점을 각각 B_2, C_2 이라 하고, 선분 B_2C_2 를 지름으로 하는 원의 호 B_2C_2 와 선분 B_1C_1 로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_1 이라 하자.

정삼각형 AB_2C_2 에서 선분 AB_2 과 선분 AC_2 을 2 : 1로 내분하는 점을 각각 B_3, C_3 이라 하고, 선분 B_3C_3 를 지름으로 하는 원의 호 B_3C_3 와 선분 B_2C_2 로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_2 이라 하자.



이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은?

[3점][2012년 6월]

- ① $\frac{3\pi-5\sqrt{3}}{10}$ ② $\frac{6\pi-9\sqrt{3}}{20}$ ③ $\frac{4\pi-5\sqrt{3}}{10}$
 ④ $\frac{8\pi-9\sqrt{3}}{20}$ ⑤ $\frac{10\pi-9\sqrt{3}}{20}$

55. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 원 O가 있다. 원 O의 중심을 지나고 선분 AB와 수직인 직선이 원과 만나는 2개의 점 중 한 점을 C라 하자.

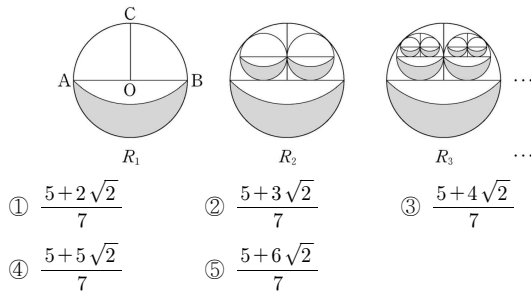
점 C를 중심으로 하고 점 A와 점 B를 지나는 원의 외부와 원 O의 내부의 공통부분인 $\smile$ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 색칠된 부분을 포함하지 않은 원 O의 반원을 이등분한 2개의 사분원에 각각 내접하는 원을 그리고, 이 2개의 원 안에 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 $\smile$ 모양의 2개의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

그림 R_2 에서 새로 생긴 2개의 도형에 색칠된 부분을 포함하지 않은 반원을 각각 이등분한 4개의 사분원에 각각 내접하는 원을 그리고, 이 4개의 원 안에 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 $\smile$ 모양의 4개의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_3 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은?

[4점][2013학년도 수능]



56. 그림과 같이 길이가 4인 선분 A_1B_1 을 지름으로 하는 반원 O_1 을 그리고, 반원 O_1 위에 $\angle C_1A_1B_1 = 30^\circ$ 가 되도록 점 C_1 을 정한다. 이때 삼각형 $A_1B_1C_1$ 의 넓이를 S_1 이라 하자.

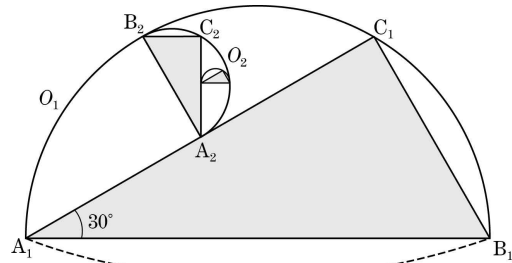
선분 A_1C_1 의 중점을 A_2 라 하고, 호 A_1B_1 와 호 C_1B_1 의 길이가 같도록 점 B_2 를 정한다. 선분 A_2B_2 를 지름으로 하는 반원 O_2 을 그리고, 반원 O_2 위에 $\angle C_2A_2B_2 = 30^\circ$ 가 되도록 점 C_2 를 정한다. 이때 삼각형 $A_2B_2C_2$ 의 넓이를 S_2 라 하자.

선분 A_2C_2 의 중점을 A_3 이라 하고, 호 A_2B_2 와 호 C_2B_2 의 길이가 같도록 점 B_3 을 정한다. 선분 A_3B_3 을 지름으로 하는 반원 O_3 을 그리고, 반원 O_3 위에 $\angle C_3A_3B_3 = 30^\circ$ 가 되도록 점 C_3 을 정한다. 이때 삼각형 $A_3B_3C_3$ 의 넓이를 S_3 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 얻은 삼각형 $A_nB_nC_n$ 의 넓이를 S_n

이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은?

[3점][2013년 3월]



- ① $2\sqrt{3}$ ② $\frac{32\sqrt{3}}{15}$ ③ $\frac{34\sqrt{3}}{15}$
- ④ $\frac{12\sqrt{3}}{5}$ ⑤ $\frac{38\sqrt{3}}{15}$

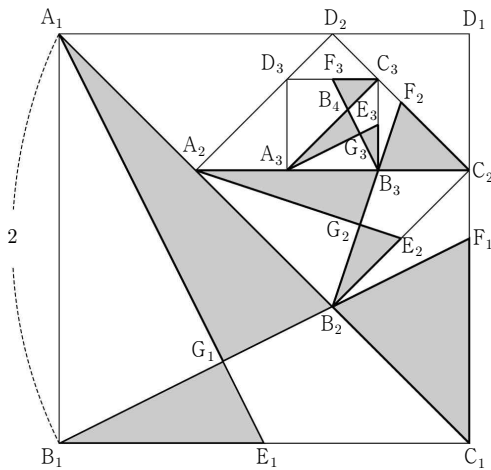
57. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 이 있다. 두 선분 B_1C_1 , C_1D_1 의 중점을 각각 E_1 , F_1 이라 하고, 두 선분 A_1E_1 과 A_1C_1 이 선분 B_1F_1 과 만나는 두 점을 각각 G_1 , B_2 라 하자. 이때, 세 삼각형 $A_1G_1B_2$, $B_1E_1G_1$, $C_1F_1B_2$ 의 넓이의 합을 S_1 이라 하자.

점 B_2 를 지나고 선분 A_1B_2 에 수직인 직선과 선분 C_1D_1 이 만나는 점을 C_2 라 하자. 점 C_2 를 지나고 선분 B_2C_2 에 수직인 직선과 선분 A_1D_1 이 만나는 점을 D_2 라 하고, 점 D_2 에서 선분 A_1B_2 에 내린 수선의 발을 A_2 라 하자. 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 에서 두 선분 B_2C_2 , C_2D_2 의 중점을 각각 E_2 , F_2 라 하고, 두 선분 A_2E_2 와 A_2C_2 가 선분 B_2F_2 와 만나는 두 점을 각각 G_2 , B_3 이라 하자. 이때, 세 삼각형 $A_2G_2B_3$, $B_2E_2G_2$, $C_2F_2B_3$ 의 넓이의 합을 S_2 라 하자.

점 B_3 을 지나고 선분 A_2B_3 에 수직인 직선과 선분 C_2D_2 가 만나는 점을 C_3 이라 하자. 점 C_3 을 지나고 선분 B_3C_3 에 수직인 직선과 선분 A_2D_2 가 만나는 점을 D_3 이라 하고, 점 D_3 에서 선분 A_2B_3 에 내린 수선의 발을 A_3 이라 하자. 정사각형 $A_3B_3C_3D_3$ 에서 두 선분 B_3C_3 , C_3D_3 의 중점을 각각 E_3 , F_3 이라 하고, 두 선분 A_3E_3 과 A_3C_3 이 선분 B_3F_3 과 만나는 두 점을 각각 G_3 , B_4 라 하자. 이때, 세 삼각형 $A_3G_3B_4$, $B_3E_3G_3$, $C_3F_3B_4$ 의 넓이의 합을 S_3 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 세 삼각형 $A_nG_nB_{n+1}$, $B_nE_nG_n$, $C_nF_nB_{n+1}$ 의 넓이의 합을 S_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은?

[4점][2013년 4월]



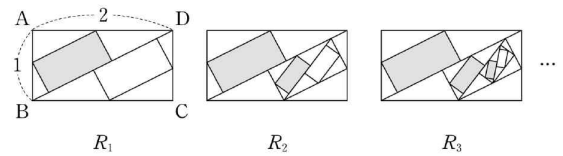
- ① $\frac{41}{35}$ ② $\frac{44}{35}$ ③ $\frac{46}{35}$ ④ $\frac{48}{35}$ ⑤ $\frac{51}{35}$

58. 직사각형 $ABCD$ 에서 $\overline{AB} = 1$, $\overline{AD} = 2$ 이다. 그림과 같이 직사각형 $ABCD$ 의 한 대각선에 의하여 만들어지는 두 직각삼각형의 내부에 두 변의 길이의 비가 1 : 2인 두 직사각형을 긴 변이 대각선 위에 놓이면서 두 직각삼각형에 각각 내접하도록 그리고 새로 그려진 두 직사각형 중 하나에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 새로 그려진 두 직사각형 중 색칠되어 있지 않은 직사각형에 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 두 직사각형 중 하나에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은?

[4점][2013년 6월]



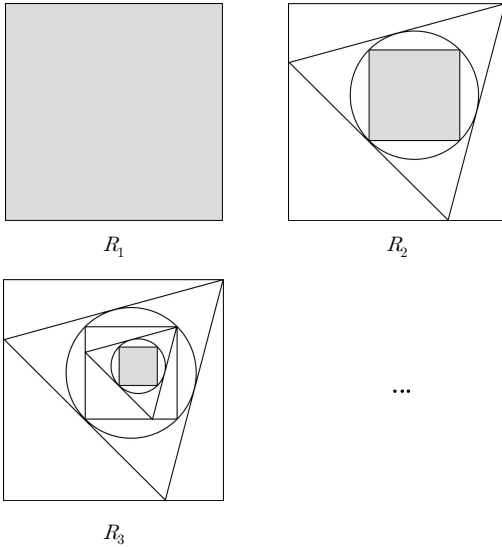
- ① $\frac{37}{61}$ ② $\frac{38}{61}$ ③ $\frac{39}{61}$ ④ $\frac{40}{61}$ ⑤ $\frac{41}{61}$

59. 한 변의 길이가 1인 정사각형을 R_1 이라 하자. 그림과 같이 R_1 의 한 꼭짓점과 정사각형 R_1 의 변 위의 두 점을 세 꼭짓점으로 하는 정삼각형 하나를 그리고 이 정삼각형에 내접하는 원을 그린 후, 이 원에 내접하는 하나의 정사각형을 R_2 라 하자.

정사각형 R_2 의 한 꼭짓점과 정사각형 R_2 의 변 위의 두 점을 세 꼭짓점으로 하는 정삼각형 하나를 그리고 이 정삼각형에 내접하는 원을 그린 후, 이 원에 내접하는 하나의 정사각형을 R_3 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 정사각형을 R_n 이라 하자. 정사각형 R_n 의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n = \frac{a+b\sqrt{3}}{11}$ 이다. 이때 $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 자연수이다.)

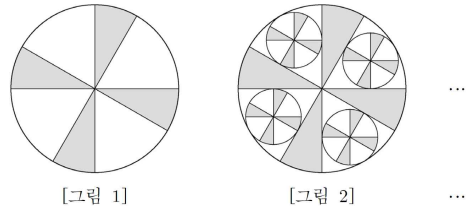
[4점][2013년 7월]



60. 그림과 같이 반지름의 길이가 1인 원에 중심각의 크기가 60° 이고 반지름의 길이가 1인 부채꼴을 서로 겹치지 않게 4개 그린 후 원의 내부와 새로 그린 부채꼴의 외부에 공통으로 속하는 영역을 색칠하여 얻은 그림을 [그림 1]이라 하자.

[그림 1]에서 색칠되지 않은 각 부채꼴에 두 반지름과 호에 모두 접하도록 원을 그린다. 새로 그린 각 원에 중심각의 크기가 60° 이고 반지름의 길이가 새로 그린 원의 반지름의 길이와 같은 부채꼴을 서로 겹치지 않게 4개씩 그린 후 새로 그린 원의 내부와 새로 그린 부채꼴의 외부에 공통으로 속하는 영역을 색칠하여 얻은 그림을 [그림 2]라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림에서 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은?



[4점][2013년 9월]

- ① $\frac{7}{15}\pi$ ② $\frac{8}{15}\pi$ ③ $\frac{3}{5}\pi$ ④ $\frac{2}{3}\pi$ ⑤ $\frac{11}{15}\pi$

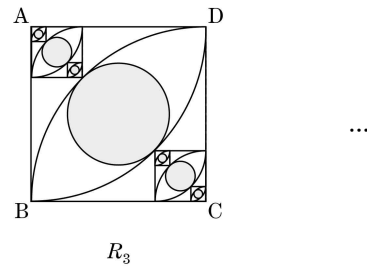
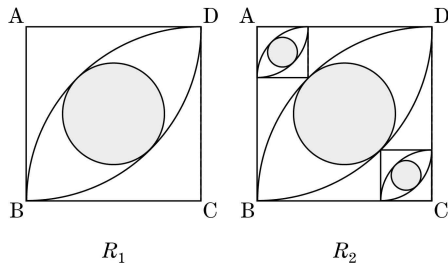
61. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형 ABCD 안에 꼭짓점 A, C를 중심으로 하고 선분 AB, CD를 반지름으로 하는 사분원을 각각 그린다. 두 사분원의 호로 둘러싸인 부분에 내접하는 가장 큰 원을 그리고, 그 내부를 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 두 꼭짓점 A, C로부터 두 사분원의 호와 원이 접하는 두 점 중 가까운 점까지의 선분을 대각선으로 하는 정사각형을 각각 그린다. 이 2개의 정사각형 안에 그림 R_1 에서 얻은 것과 같은 방법으로 만들어지는 2개의 원의 내부를 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

그림 R_2 에 있는 작은 두 정사각형에서 두 꼭짓점으로부터 사분원과 원의 접점 중 가까운 점까지의 선분을 대각선으로 하는 정사각형을 각각 그린다. 이 4개의 정사각형 안에 그림 R_1 에서 얻은 것과 같은 방법으로 만들어지는 4개의 원의 내부를 색칠하여 얻은 그림을 R_3 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에서 색칠된 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은?

[4점][2013년 10월]



- ① $(3-2\sqrt{2})\pi$ ② $(2-\sqrt{3})\pi$ ③ $(\sqrt{2}-1)\pi$
 ④ $(4-2\sqrt{3})\pi$ ⑤ $(2-\sqrt{2})\pi$

62. 직사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 에서 $\overline{A_1B_1}=1$, $\overline{A_1D_1}=2$ 이다. 그림과 같이 선분 A_1D_1 과 선분 B_1C_1 의 중점을 각각 M_1 , N_1 이라 하자.

중심이 N_1 , 반지름의 길이가 $\overline{B_1N_1}$ 이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 $N_1M_1B_1$ 을 그리고, 중심이 D_1 , 반지름의 길이가 $\overline{C_1D_1}$ 이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 $D_1M_1C_1$ 을 그린다.

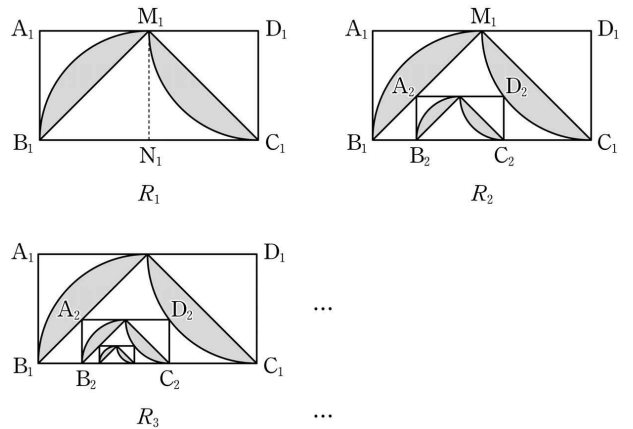
부채꼴 $N_1M_1B_1$ 의 호 M_1B_1 과 선분 M_1B_1 로 둘러싸인 부분과 부채꼴 $D_1M_1C_1$ 의 호 M_1C_1 과 선분 M_1C_1 로 둘러싸인 부분인 모양에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에 선분 M_1B_1 위의 점 A_2 , 호 M_1C_1 위의 점 D_2 와 변 B_1C_1 위의 두 점 B_2 , C_2 를 꼭짓점으로 하고

$\overline{A_2B_2} : \overline{A_2D_2} = 1:2$ 인 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 를 그리고, 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 에서 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 만들어지는 모양에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은?

[4점][2014학년도 수능]



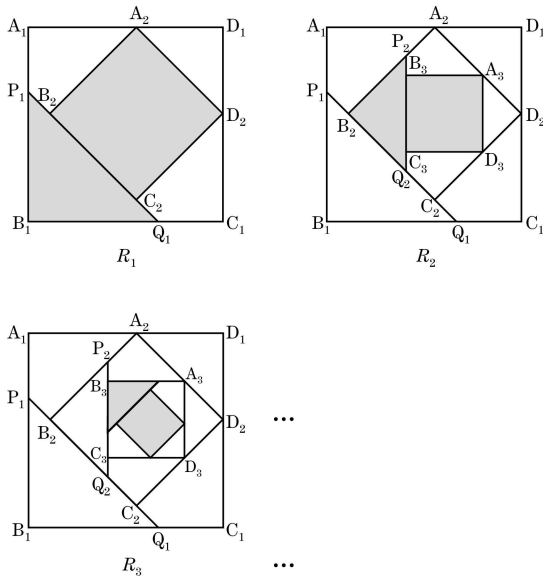
- ① $\frac{25}{19}(\frac{\pi}{2}-1)$ ② $\frac{5}{4}(\frac{\pi}{2}-1)$ ③ $\frac{25}{21}(\frac{\pi}{2}-1)$
 ④ $\frac{25}{22}(\frac{\pi}{2}-1)$ ⑤ $\frac{25}{23}(\frac{\pi}{2}-1)$

63. 그림과 같이 한 변의 길이가 3인 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 에서 선분 A_1B_1 을 1:2로 내분하는 점을 P_1 , 선분 B_1C_1 을 2:1로 내분하는 점을 Q_1 이라 하자. 선분 A_1D_1 위의 점 A_2 , 선분 P_1Q_1 위의 두 점 B_2, C_2 , 선분 C_1D_1 위의 점 D_2 를 네 꼭짓점으로 하는 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 를 그리고 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 의 내부와 삼각형 $P_1B_1Q_1$ 의 내부를 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

정사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 에서 선분 A_2B_2 를 1:2로 내분하는 점을 P_2 , 선분 B_2C_2 를 2:1로 내분하는 점을 Q_2 라 하자. 선분 A_2D_2 위의 점 A_3 , 선분 P_2Q_2 위의 두 점 B_3, C_3 , 선분 C_2D_2 위의 점 D_3 를 네 꼭짓점으로 하는 정사각형 $A_3B_3C_3D_3$ 을 그리고 정사각형 $A_3B_3C_3D_3$ 의 내부와 삼각형 $P_2B_2Q_2$ 의 내부를 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은?

[4점][2014년 3월]



- ① $\frac{375}{49}$ ② $\frac{400}{49}$ ③ $\frac{425}{49}$ ④ $\frac{450}{49}$ ⑤ $\frac{475}{49}$

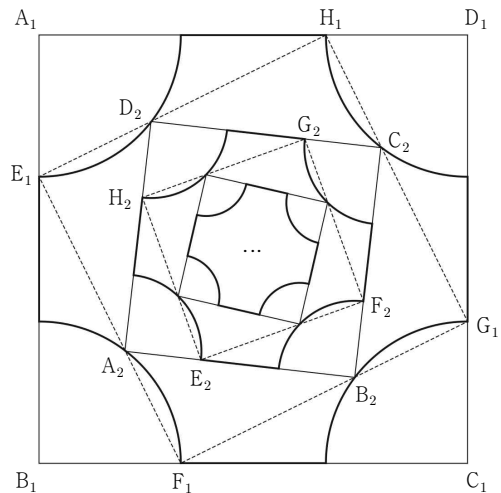
64. 그림과 같이 한 변의 길이가 3인 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 이 있다. 네 선분 $A_1B_1, B_1C_1, C_1D_1, D_1A_1$ 을 각각 1:2로 내분하는 점을 각각 E_1, F_1, G_1, H_1 이라 하고, 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 의 네 꼭짓점을 중심으로 하고 네 선분 $A_1E_1, B_1F_1, C_1G_1, D_1H_1$ 을 각각 반지름으로 하는 4개의 사분원을 잘라내어 얻은 $\curvearrowright$ 모양의 도형을 R_1 이라 하자.

정사각형 $E_1F_1G_1H_1$ 과 도형 R_1 과의 교점 중 정사각형 $E_1F_1G_1H_1$ 의 꼭짓점이 아닌 4개의 점을 A_2, B_2, C_2, D_2 라 하자. 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 에서 네 선분 $A_2B_2, B_2C_2, C_2D_2, D_2A_2$ 를 각각 1:2로 내분하는 점을 각각 E_2, F_2, G_2, H_2 라 하고, 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 의 네 꼭짓점을 중심으로 하고 네 선분 $A_2E_2, B_2F_2, C_2G_2, D_2H_2$ 를 각각 반지름으로 하는 4개의 사분원을 잘라내어 얻은 $\curvearrowright$ 모양의 도형을 R_2 라 하자.

정사각형 $E_2F_2G_2H_2$ 에서 도형 R_2 를 얻는 것과 같은 방법으로 얻은 $\curvearrowright$ 모양의 도형을 R_3 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 $\curvearrowright$ 모양의 도형 R_n 의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은?

[4점][2014년 4월]



- ① $\frac{39}{32}(9-\pi)$ ② $\frac{5}{4}(9-\pi)$ ③ $\frac{21}{16}(9-\pi)$
 ④ $\frac{11}{8}(9-\pi)$ ⑤ $\frac{45}{32}(9-\pi)$

65. 그림과 같이 길이가 4인 선분 B_1C_1 을 빗변으로 하고 $\angle B_1A_1C_1 = 90^\circ$ 인 직각이등변삼각형 $A_1B_1C_1$ 을 그린다.

$\overline{B_1A_1} = \overline{B_1C_2}$ 이고 $\overline{C_1A_1} = \overline{C_1B_2}$ 인 선분 B_1C_1 위의 두 점 C_2 와 B_2 에 대하여 부채꼴 $B_1A_1C_2$ 와 부채꼴 $C_1A_1B_2$ 를 그린 후 생긴



모양에 색칠하고 그 넓이를 S_1 이라 하자.

선분 B_2C_2 를 빗변으로 하고 삼각형 $A_1B_1C_1$ 의 내부의 점 A_2 에 대하여 $\angle B_2A_2C_2 = 90^\circ$ 인 직각이등변삼각형 $A_2B_2C_2$ 를 그린다.

$\overline{B_2A_2} = \overline{B_2C_3}$ 이고 $\overline{C_2A_2} = \overline{C_2B_3}$ 인 선분 B_2C_2 위의 두 점 C_3 과 B_3 에 대하여 부채꼴 $B_2A_2C_3$ 과 부채꼴 $C_2A_2B_3$ 을 그린 후 생긴



모양에 색칠하고 그 넓이를 S_2 라 하자.

선분 B_3C_3 을 빗변으로 하고 삼각형 $A_2B_2C_2$ 의 내부의 점 A_3 에 대하여 $\angle B_3A_3C_3 = 90^\circ$ 인 직각이등변삼각형 $A_3B_3C_3$ 을 그린다.

$\overline{B_3A_3} = \overline{B_3C_4}$ 이고 $\overline{C_3A_3} = \overline{C_3B_4}$ 인 선분 B_3C_3 위의 두 점 C_4 와 B_4 에 대하여 부채꼴 $B_3A_3C_4$ 와 부채꼴 $C_3A_3B_4$ 를 그린 후 생긴

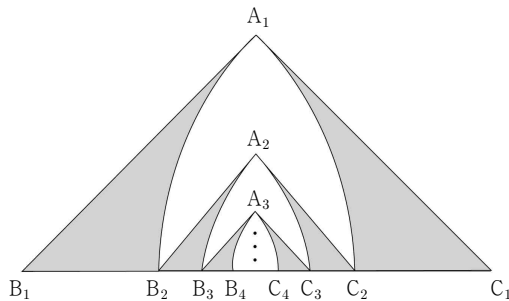


모양에 색칠하고 그 넓이를 S_3 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 얻은 S_n 에 대하여

$\frac{1}{4-\pi} \sum_{n=1}^{\infty} S_n = a + \sqrt{b}$ (a, b 는 정수)일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오.

[4점][2014년 7월]

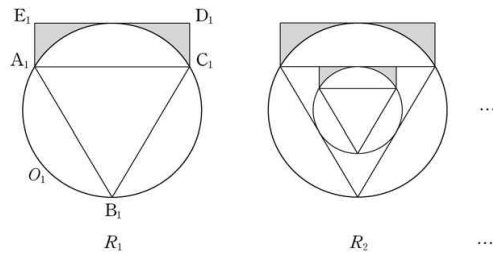


66. 반지름의 길이가 2인 원 O_1 에 내접하는 정삼각형 $A_1B_1C_1$ 이 있다. 그림과 같이 직선 A_1C_1 과 평행하고 점 B_1 을 지나지 않는 원 O_1 의 접선 위에 두 점 D_1, E_1 을 사각형 $A_1C_1D_1E_1$ 이 직사각형이 되도록 잡고, 직사각형 $A_1C_1D_1E_1$ 의 내부와 원 O_1 의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에 정삼각형 $A_1B_1C_1$ 에 내접하는 원 O_2 와 원 O_2 에 내접하는 정삼각형 $A_2B_2C_2$ 를 그리고, 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 직사각형 $A_2C_2D_2E_2$ 를 그리고 직사각형 $A_2C_2D_2E_2$ 의 내부와 원 O_2 의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은?

[4점][2015년 6월]



- ① $4\sqrt{3} - \frac{16}{9}\pi$ ② $4\sqrt{3} - \frac{5}{3}\pi$ ③ $4\sqrt{3} - \frac{4}{3}\pi$
 ④ $5\sqrt{3} - \frac{16}{9}\pi$ ⑤ $5\sqrt{3} - \frac{5}{3}\pi$

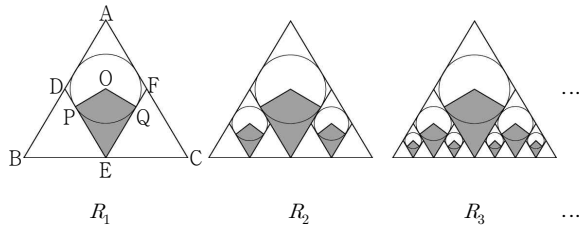
67. 그림과 같이 한 변의 길이가 8인 정삼각형 ABC가 있다. 선분 AB, BC, CA의 중점을 각각 D, E, F라 하고 두 정삼각형 BED, ECF를 그린 후 마름모 ADEF에 중심이 O인 원을 내접하도록 그린다. 원과 두 선분 DE, EF의 접점을 각각 P, Q라 할 때, 사각형 OPEQ를 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 새로 그려진 두 개의 정삼각형의 내부에 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 두 개의 사각형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

그림 R_2 에서 새로 그려진 네 개의 정삼각형의 내부에 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 네 개의 사각형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_3 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은?

[4점][2015년 7월]



- ① $6\sqrt{3}$ ② $\frac{13}{2}\sqrt{3}$ ③ $7\sqrt{3}$
 ④ $\frac{15\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $8\sqrt{3}$

68. 그림과 같이 한 변의 길이가 6인 정삼각형 ABC가 있다. 정삼각형 ABC의 외심을 O라 할 때, 중심이 A이고 반지름의 길이가 $\overline{AO}$ 인 원을 O_A , 중심이 B이고 반지름의 길이가 $\overline{BO}$ 인 원을 O_B , 중심이 C이고 반지름의 길이가 $\overline{CO}$ 인 원을 O_C 라 하자.

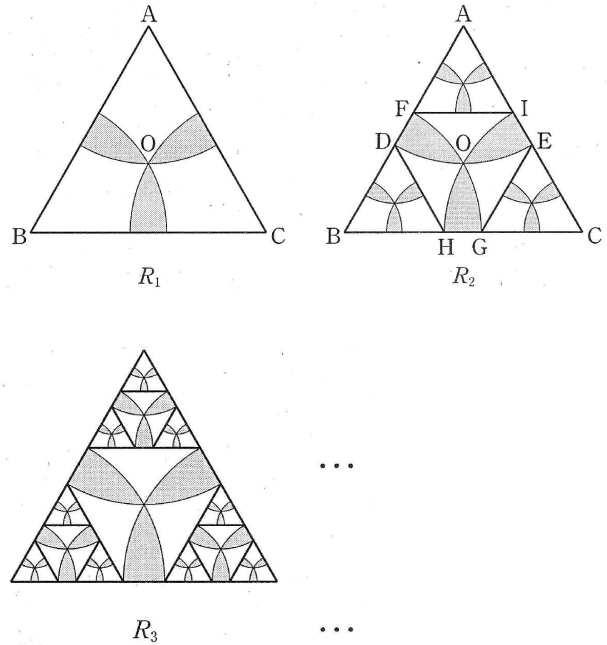
원 O_A 와 원 O_B 의 내부의 공통부분, 원 O_A 와 원 O_C 의 내부의 공통부분, 원 O_B 와 원 O_C 의 내부의 공통부분 중 삼각형 ABC 내부에 있는 $\sphericalangle$ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에 원 O_A 가 두 선분 AB, AC와 만나는 점을 각각 D, E, 원 O_B 가 두 선분 AB, BC와 만나는 점을 각각 F, G, O_C 가 두 선분 BC, AC와 만나는 점을 각각 H, I라 하고, 세 정삼각형 AFI, BHD, CEG에서 R_1 을 얻는 과정과 같은 방법으로 각각 만들어지는 $\sphericalangle$ 모양의 도형 3개에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

그림 R_2 에 새로 만들어진 세 개의 정삼각형에 각각 R_1 에서 R_2 를 얻는 과정과 같은 방법으로 만들어지는 $\sphericalangle$ 모양의 도형 9개에 색칠하여 얻은 그림을 R_3 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은?

[4점][2015년 9월]



- ① $(2\pi - 3\sqrt{3})(\sqrt{3} + 3)$ ② $(\pi - \sqrt{3})(\sqrt{3} + 3)$
 ③ $(2\pi - 3\sqrt{3})(2\sqrt{3} + 3)$ ④ $(\pi - \sqrt{3})(2\sqrt{3} + 3)$
 ⑤ $(2\pi - 2\sqrt{3})(\sqrt{3} + 3)$

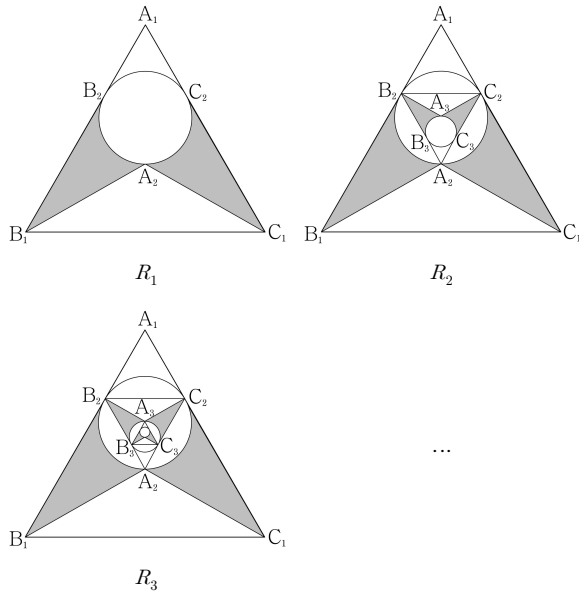
69. 그림과 같이 한 변의 길이가 3인 정삼각형 $A_1B_1C_1$ 의 무게중심을 A_2 , 점 A_2 를 지나는 원과 두 변 A_1B_1 , A_1C_1 의 접점을 각각 B_2 , C_2 라 하자. 호 A_2B_2 , 선분 B_2B_1 , 선분 B_1A_2 와 호 A_2C_2 , 선분 C_2C_1 , 선분 C_1A_2 로 둘러싸인 부분인  모양의 도형을 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 삼각형 $A_2B_2C_2$ 의 무게중심을 A_3 , 점 A_3 을 지나는 원과 두 변 A_2B_2 , A_2C_2 의 접점을 각각 B_3 , C_3 이라 하자. 그림 R_1 에 호 A_3B_3 , 선분 B_3B_2 , 선분 B_2A_3 과 호 A_3C_3 , 선분 C_3C_2 , 선분 C_2A_3 으로 둘러싸인 부분인  모양의 도형을 색칠하고 추가하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

그림 R_2 에서 삼각형 $A_3B_3C_3$ 의 무게중심을 A_4 , 점 A_4 를 지나는 원과 두 변 A_3B_3 , A_3C_3 의 접점을 각각 B_4 , C_4 라 하자. 그림 R_2 에 호 A_4B_4 , 선분 B_4B_3 , 선분 B_3A_4 와 호 A_4C_4 , 선분 C_4C_3 , 선분 C_3A_4 로 둘러싸인 부분인  모양의 도형을 색칠하고 추가하여 얻은 그림을 R_3 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림을 R_n , 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은?

[4점][2015년 10월]



- ① $\frac{1}{16}(21\sqrt{3}-4\pi)$ ② $\frac{1}{16}(7\sqrt{3}-2\pi)$
 ③ $\frac{1}{8}(21\sqrt{3}-4\pi)$ ④ $\frac{1}{8}(7\sqrt{3}-2\pi)$
 ⑤ $\frac{1}{8}(21\sqrt{3}-2\pi)$

70. 그림과 같이 한 변의 길이가 5인 정사각형 ABCD의 대각선 BD의 5등분점을 점 B에서 가까운 순서대로 각각 P_1 , P_2 , P_3 , P_4 라 하고, 선분 BP_1 , P_2P_3 , P_4D 를 각각 대각선으로 하는 정사각형과 선분 P_1P_2 , P_2P_3 를 각각 지름으로 하는 원을 그린 후,

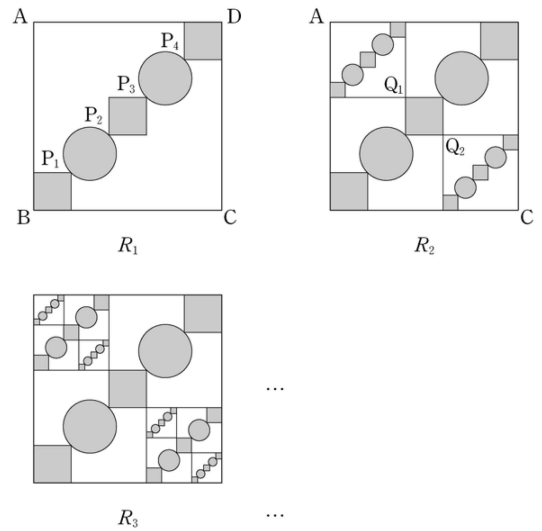
 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 선분 P_2P_3 을 대각선으로 하는 정사각형의 꼭짓점 중 점 A와 가장 가까운 점을 Q_1 , 점 C와 가장 가까운 점을 Q_2 라 하자. 선분 AQ_1 을 대각선으로 하는 정사각형과 선분 CQ_2 를 대각선으로 하는 정사각형을 그리고, 새로 그려진 2개의 정사각형 안에 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로  모양의 도형을 각각 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

그림 R_2 에서 선분 AQ_1 을 대각선으로 하는 정사각형과 선분 CQ_2 를 대각선으로 하는 정사각형에 그림 R_1 에서 그림 R_2 를 얻는 것과 같은 방법으로  모양의 도형을 각각 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_3 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은?

[3점][2016학년도 수능]



- ① $\frac{24}{17}(\pi+3)$ ② $\frac{25}{17}(\pi+3)$ ③ $\frac{26}{17}(\pi+3)$
 ④ $\frac{24}{17}(2\pi+1)$ ⑤ $\frac{27}{17}(2\pi+1)$

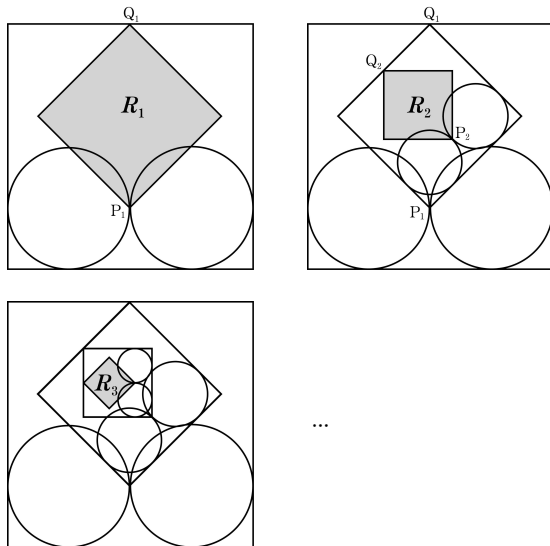
71. 한 변의 길이가 4인 정사각형이 있다. 그림과 같이 지름이 2인 두 원이 서로 한 점 P_1 에서 만나고 정사각형의 두 변에 각각 접하도록 그린다. 정사각형의 네 변 중 원과 접하지 않는 변의 중점을 Q_1 이라 하고, 선분 P_1Q_1 을 대각선으로 하는 정사각형 R_1 을 그린다. 이때, R_1 의 한 변의 길이를 l_1 이라 하자.

지름이 $\frac{l_1}{2}$ 인 두 원이 서로 한 점 P_2 에서 만나고 정사각형 R_1 의 두 변에 각각 접하도록 그린다. 정사각형 R_1 의 네 변 중 원과 접하지 않는 변의 중점을 Q_2 라 하고, 선분 P_2Q_2 를 대각선으로 하는 정사각형 R_2 를 그린다. 이때, R_2 의 한 변의 길이를 l_2 라 하자.

지름이 $\frac{l_2}{2}$ 인 두 원이 서로 한 점 P_3 에서 만나고 정사각형 R_2 의 두 변에 각각 접하도록 그린다. 정사각형 R_2 의 네 변 중 원과 접하지 않는 변의 중점을 Q_3 이라 하고, 선분 P_3Q_3 을 대각선으로 하는 정사각형 R_3 을 그린다. 이때, R_3 의 한 변의 길이를 l_3 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 그린 정사각형 R_n 의 한 변의 길이를 l_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} l_n$ 의 값은?

[4점][2016년 3월]



- ① $\frac{12(3+4\sqrt{2})}{23}$ ② $\frac{24(2+\sqrt{2})}{23}$ ③ $\frac{12(1+4\sqrt{2})}{23}$
 ④ $\frac{3(3+2\sqrt{2})}{7}$ ⑤ $\frac{3(3+\sqrt{2})}{7}$

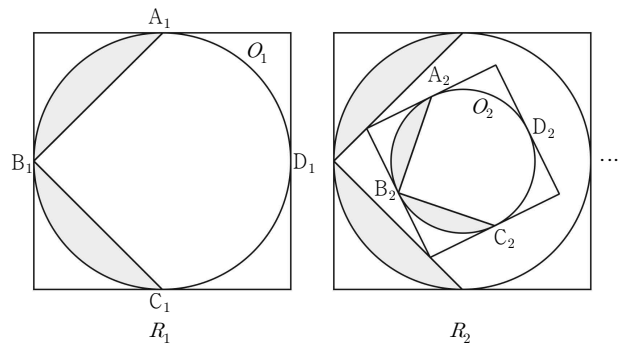
72. 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정사각형에 내접하는 원 O_1 이 있다. 정사각형과 원 O_1 의 접점을 각각 A_1, B_1, C_1, D_1 이라 할 때, 원 O_1 과 두 선분 A_1B_1, B_1C_1 로 둘러싸인 $\llcorner$ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 두 선분 A_1B_1, B_1C_1 을 각각 3:1로 내분하는 두 점을 이은 선분을 한 변으로 하는 정사각형을 원 O_1 의 내부에 그린다. 이 정사각형에 내접하는 원을 O_2 라 하고 그 접점을 각각 A_2, B_2, C_2, D_2 라 할 때, 원 O_2 와 두 선분 A_2B_2, B_2C_2 로 둘러싸인 $\llcorner$ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

그림 R_2 에서 두 선분 A_2B_2, B_2C_2 를 각각 3:1로 내분하는 두 점을 이은 선분을 한 변으로 하는 정사각형에 그림 R_1 에서 그림 R_2 를 얻는 것과 같은 방법으로 만들어진 $\llcorner$ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_3 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은?

[4점][2016년 4월]



- ① $\frac{32}{11}(\pi-2)$ ② $\frac{34}{11}(\pi-2)$ ③ $\frac{36}{11}(\pi-2)$
 ④ $\frac{32}{11}(\pi-1)$ ⑤ $\frac{34}{11}(\pi-1)$

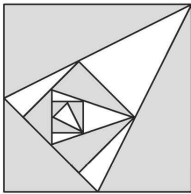
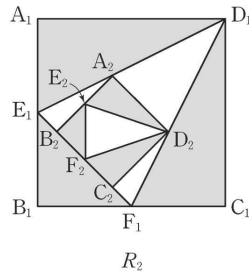
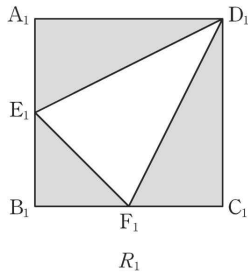
73. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 에서 선분 A_1B_1 과 선분 B_1C_1 의 중점을 각각 E_1, F_1 이라 하자.

정사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 의 내부와 삼각형 $E_1F_1D_1$ 의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에 선분 D_1E_1 위의 점 A_2 , 선분 D_1F_1 위의 점 D_2 와 선분 E_1F_1 위의 두 점 B_2, C_2 를 꼭짓점으로 하는 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 를 그리고, 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 에 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 삼각형 $E_2F_2D_2$ 를 그리고 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 의 내부와 삼각형 $E_2F_2D_2$ 의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은?

[4점][2016년 6월]



...

① $\frac{125}{37}$
④ $\frac{25}{8}$

② $\frac{125}{38}$
⑤ $\frac{125}{41}$

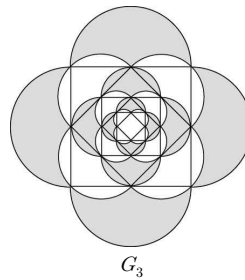
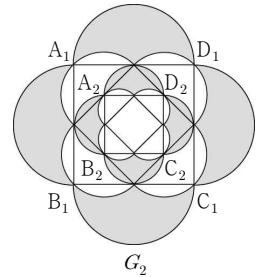
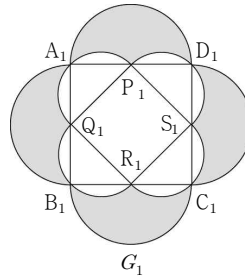
③ $\frac{125}{39}$

74. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 이 있다. 네 변 $A_1B_1, B_1C_1, C_1D_1, D_1A_1$ 을 각각 지름으로 하는 반원을 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 의 외부에 그려 만들어진 4개의 호로 둘러싸인  모양의 도형을 E_1 이라 하자. 네 변 $D_1A_1, A_1B_1, B_1C_1, C_1D_1$ 의 중점 P_1, Q_1, R_1, S_1 을 꼭짓점으로 하는 정사각형에 도형 E_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는  모양의 도형을 F_1 이라 하자. 도형 E_1 의 내부와 도형 F_1 의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을 G_1 이라 하자.

그림 G_1 에 네 변 $P_1Q_1, Q_1R_1, R_1S_1, S_1P_1$ 의 중점 A_2, B_2, C_2, D_2 를 꼭짓점으로 하는 정사각형을 그리고 도형 E_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 새로 만들어지는  모양의 도형을 E_2 라 하자. 네 변 $D_2A_2, A_2B_2, B_2C_2, C_2D_2$ 의 중점 P_2, Q_2, R_2, S_2 를 꼭짓점으로 하는 정사각형을 그리고 도형 E_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 새로 만들어지는  모양의 도형을 F_2 라 하자. 그림 G_1 에 도형 E_2 의 내부와 도형 F_2 의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을 G_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 G_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 T_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} T_n$ 의 값은?

[4점][2016년 7월]



...

...

① $\frac{4}{3}(\pi+2)$

② $\frac{3}{2}(\pi+2)$

③ $\frac{5}{3}(\pi+2)$

④ $\frac{4}{3}(\pi+4)$

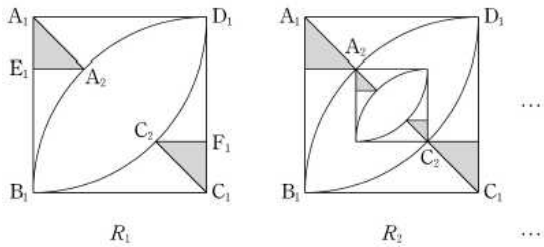
⑤ $\frac{5}{3}(\pi+4)$

75. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 안에 꼭짓점 A_1, C_1 을 중심으로 하고 선분 A_1B_1, C_1D_1 을 반지름으로 하는 사분원을 각각 그린다. 선분 A_1C_1 이 두 사분원과 만나는 점 중 점 A_1 과 가까운 점을 A_2 , 점 C_1 과 가까운 점을 C_2 라 하자. 선분 A_1D_1 에 평행하고 점 A_2 를 지나는 직선이 선분 A_1B_1 과 만나는 점을 E_1 , 선분 B_1C_1 에 평행하고 점 C_2 를 지나는 직선이 선분 C_1D_1 과 만나는 점을 F_1 이라 하자. 삼각형 $A_1E_1A_2$ 와 삼각형 $C_1F_1C_2$ 를 그린 후 두 삼각형의 내부에 속하는 영역을 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에 선분 A_2C_2 를 대각선으로 하는 정사각형을 그리고, 새로 그려진 정사각형 안에 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 두 개의 사분원과 두 개의 삼각형을 그리고 두 삼각형의 내부에 속하는 영역을 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은?

[4점][2016년 9월]



- ① $\frac{1}{12}(\sqrt{2}-1)$ ② $\frac{1}{6}(\sqrt{2}-1)$ ③ $\frac{1}{4}(\sqrt{2}-1)$
 ④ $\frac{1}{3}(\sqrt{2}-1)$ ⑤ $\frac{5}{12}(\sqrt{2}-1)$

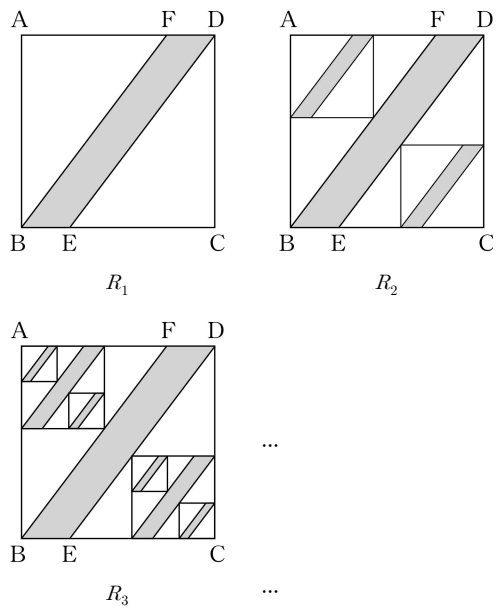
76. 한 변의 길이가 4인 정사각형 $ABCD$ 가 있다. 그림과 같이 선분 BC 를 1:3으로 내분하는 점을 E , 선분 DA 를 1:3으로 내분하는 점을 F 라 하고 평행사변형 $BEDF$ 를 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 정사각형 안에 있는 각 직각삼각형에 내접하는 가장 큰 정사각형을 각각 그리자. 새로 그려진 각 정사각형에 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 평행사변형을 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

그림 R_2 에서 새로 그려진 정사각형 안에 있는 각 직각삼각형에 내접하는 가장 큰 정사각형을 각각 그리자. 새로 그려진 각 정사각형에 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 평행사변형을 색칠하여 얻은 그림을 R_3 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 모든 평행사변형의 넓이의 합을 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은?

[4점][2016년 10월]



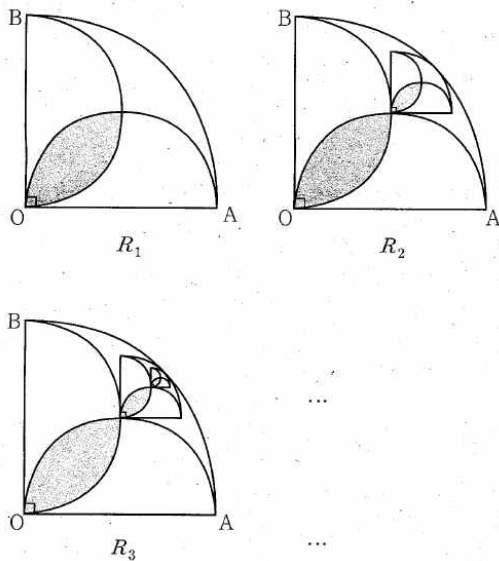
- ① $\frac{28}{5}$ ② $\frac{98}{17}$ ③ $\frac{196}{33}$ ④ $\frac{49}{8}$ ⑤ $\frac{196}{31}$

77. 중심이 O , 반지름의 길이가 2이고 중심각의 크기가 90° 인 부채꼴 OAB 가 있다. 그림과 같이 부채꼴 OAB 의 내부에 선분 OA 를 지름으로 하는 반원과 선분 OB 를 지름으로 하는 반원을 그린 후 두 반원의 내부의 공통부분인 $\cap$ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에 그려진 두 반원이 만나는 점 중에서 점 O 가 아닌 점을 중심으로 하고 반지름이 선분 OA , 선분 OB 와 각각 평행하면서 호 AB 와 한 점에서 만나는 부채꼴을 두 반원의 외부에 그리고 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 두 반원을 그린 후 새로 그려진 두 반원의 내부의 공통부분인 $\cap$ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은?

[4점][2016년 10월]



- ① $\frac{2\sqrt{2}-1}{7}(\pi-2)$ ② $\frac{2\sqrt{2}+1}{7}(\pi-2)$
 ③ $\frac{2\sqrt{2}-1}{7}(\pi-1)$ ④ $\frac{2\sqrt{2}+1}{7}(\pi-1)$
 ⑤ $\frac{2\sqrt{2}+1}{7}(\pi+1)$

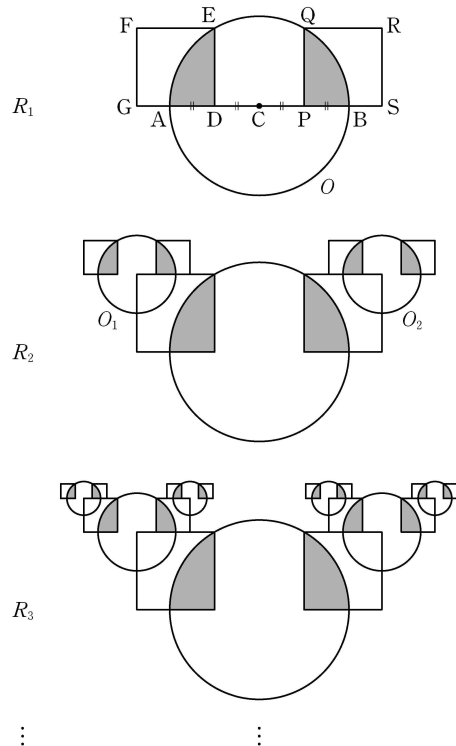
78. 그림과 같이 길이가 4인 선분 AB 를 지름으로 하는 원 O 가 있다. 원의 중심을 C 라 하고, 선분 AC 의 중점과 선분 BC 의 중점을 각각 D , P 라 하자. 선분 AC 의 수직이등분선과 선분 BC 의 수직이등분선이 원 O 의 위쪽 반원과 만나는 점을 각각 E , Q 라 하자. 선분 DE 를 한 변으로 하고 원 O 와 점 A 에서 만나며 선분 DF 가 대각선인 정사각형 $DEFG$ 를 그리고, 선분 PQ 를 한 변으로 하고 원 O 와 점 B 에서 만나며 선분 PR 가 대각선인 정사각형 $PQRS$ 를 그린다. 원 O 의 내부와 정사각형 $DEFG$ 의 내부의 공통부분인 $\cap$ 모양의 도형과 원 O 의 내부와 정사각형 $PQRS$ 의 내부의 공통부분인 $\cap$ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 점 F 를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\frac{1}{2}\overline{DE}$ 인

원 O_1 , 점 R 를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\frac{1}{2}\overline{PQ}$ 인 원 O_2 를 그린다. 두 원 O_1 , O_2 에 각각 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 만들어지는 $\cap$ 모양의 2개의 도형과 $\triangle$ 모양의 2개의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은?

[4점][2017학년도 수능]



- ① $\frac{12\pi-9\sqrt{3}}{10}$ ② $\frac{8\pi-6\sqrt{3}}{5}$ ③ $\frac{32\pi-24\sqrt{3}}{15}$
 ④ $\frac{28\pi-21\sqrt{3}}{10}$ ⑤ $\frac{16\pi-12\sqrt{3}}{5}$

수열의 극한(3) 무한등비급수 답

문 항	답	문 항	답	문 항	답	문 항	답	문 항	답
1	4	6	125	11	2	16	5	21	5
2	13	7	1	12	3	17	3	22	4
3	4	8	2	13	4	18	5	23	5
4	6	9	3	14	2	19	5	24	1
5	13	10	5	15	5	20	5	25	5

문 항	답	문 항	답	문 항	답	문 항	답	문 항	답
26	5	31	1	36	3	41	200	46	3
27	4	32	59	37	4	42	1	47	2
28	2	33	2	38	4	43	2	48	4
29	1	34	11	39	5	44	4	49	1
30	3	35	2	40	2	45	2	50	5

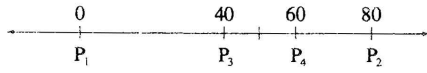
문 항	답	문 항	답	문 항	답	문 항	답	문 항	답
51	2	56	2	61	3	66	1	71	1
52	4	57	4	62	3	67	1	72	1
53	4	58	4	63	4	68	3	73	5
54	2	59	9	64	5	69	1	74	1
55	3	60	3	65	5	70	2	75	3

문 항	답
76	5
77	2
78	3

수열의 극한 (4) 식 세우기

1. 수직선 위에 두 점 $P_1(0)$ 과 $P_2(80)$ 이 있다. 선분 P_1P_2 의 중점을 $P_3(x_3)$, 선분 P_2P_3 의 중점을 $P_4(x_4)$, ..., 선분 P_nP_{n+1} 의 중점을 $P_{n+2}(x_{n+2})$ 라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ 의 값을 소수점 아래 셋째 자리에서 반올림하여 소수 둘째 자리까지 구하시오.

[3점][1998학년도 수능]



2. 수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_1 = 1, a_2 = 2, a_{n+2} = a_{n+1} + a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

을 만족시킨다. 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{a_{n+1}a_{n+2}}$ 의 합은?

[3점][1998학년도 수능]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ 3

3. 다음 <보기>의 수열 $\{a_n\}$ 중 극한값

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{n}$ 이 존재하는 것을 모두 고르면?

[3점][1999학년도 수능]

[보 기]		
$\neg. a_n = n$	$\neg. a_n = \frac{1}{2^n}$	$\neg. a_n = (-1)^n$

- ① $\neg$ ② $\neg$ ③ $\neg$
 ④ $\neg, \neg$ ⑤ $\neg, \neg, \neg$

4. 양의 정수 n 에 대하여 $\sqrt{n^2 + 3n + 1}$ 의 소수부분을 a_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} 100a_n$ 의 값을 구하시오.

[4점][2004년 4월]

5. $a_1 = 1, a_2 = 9, 3a_{n+2} - 2a_{n+1} - a_n = 0 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$ 으로 정의된 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값은?

[4점][2004년 4월]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

6. n 이 양의 정수일 때, 6^n 의 양의 약수의 총합은 $T(n)$ 이다. 이 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6^n}{T(n)}$ 의 값을 구하면?

[4점][2004년 4월]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{1}{12}$ ⑤ $\frac{1}{18}$

7. 다음은 무한수열 $\frac{1}{2}, \frac{2}{2^2}, \frac{3}{2^3}, \dots, \frac{n}{2^n}, \dots$ 이 수렴함을 증명하는 과정이다.

<증명>

먼저 $n \geq 5$ 인 모든 자연수 n 에 대하여, $2^n > n^2 \dots\dots \textcircled{1}$ 이 성립함을 증명하자.

(i) $n=5$ 일 때,

(좌변) $=2^5=32$, (우변) $=5^2=25$ 이므로 $\textcircled{1}$ 이 성립한다.

(ii) $n=k(k \geq 5)$ 일 때, $2^k > k^2$ 이 성립한다고 가정하면

$$\begin{aligned} 2^{k+1} - (k+1)^2 &= 2 \cdot 2^k - (k+1)^2 \\ &> 2 \cdot \boxed{(가)} - (k^2 + 2k + 1) \\ &= k^2 - 2k - 1 > 0 \end{aligned}$$

$$\therefore 2^{k+1} > (k+1)^2$$

그러므로 $\textcircled{1}$ 은 $n=k+1$ 일 때도 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 $n \geq 5$ 인 모든 자연수 n 에 대하여 $2^n > n^2$ 이 성립한다.

위에서 $2^n > n^2$ 이므로 $0 < \frac{n}{2^n} < \boxed{(나)}$ 이다.

$$\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{2^n} = \boxed{(다)} \text{ 이다.}$$

따라서 무한수열 $\frac{1}{2}, \frac{2}{2^2}, \frac{3}{2^3}, \dots, \frac{n}{2^n}, \dots$ 은 수렴한다.

위의 빈칸 (가), (나), (다)에 들어가기에 알맞은 것은?

[4점][2004년 4월]

(가)	(나)	(다)
① k	$\frac{1}{n}$	0
② k	$\frac{1}{n^2}$	1
③ k^2	$\frac{1}{n}$	0
④ k^2	$\frac{1}{n}$	1
⑤ k^2	$\frac{1}{n^2}$	0

8. 수렴하는 두 수열 a_n, b_n 이

$$\begin{aligned} a_{n+1} &= -\frac{1}{2}b_n + \frac{3}{2} \\ b_{n+1} &= -\frac{1}{2}a_n + \frac{3}{2} \end{aligned} \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

을 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

[4점][2004년 6월]

<보 기>

- ㄱ. $a_1=b_1$ 일 때, $a_n=b_n$
 ㄴ. $a_1=0, b_1=1$ 일 때, $a_{n+1} > a_n$
 ㄷ. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 1$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

9. 모든 실수 x 에 대하여 함수 $f(x)$ 는

$$f(x+1) = f(x)$$

를 만족시키고, 0 과 1 사이에서 다음과 같이 정의된다.

$$f(x) = \begin{cases} x & \left(0 \leq x \leq \frac{1}{2}\right) \\ 1-x & \left(\frac{1}{2} < x \leq 1\right) \end{cases}$$

<보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

[4점][2004년 6월]

<보 기>

- ㄱ. $f\left(f\left(\frac{2}{3}\right)\right) = f\left(\frac{2}{3}\right)$
 ㄴ. $\lim_{n \rightarrow \infty} f\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2n}\right) = \frac{1}{2}$
 ㄷ. 수열 $\left\{f\left(\frac{1}{4} + \frac{n}{2}\right)\right\}$ 은 수렴한다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

10. 수열 a_n 은 첫째항이 1 이고 공차가 6 인 등차수열이다. 수열 b_n 의 일반항이 $b_n = \frac{a_n + a_{n+1}}{3}$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b_n}{a_n}$ 의 값은?

[3점][2004년 9월]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

11. 어느 장학재단은 14억 원의 기금을 조성하였다. 매년 초에 기금을 운용하여 연말까지 20%의 이익을 내고, 기금과 이익을 합한 금액의 40%를 매년 말에 장학금으로 지급하려 한다. 장학금으로 지급하고 남은 금액을 기금으로 하여 기금의 운용과 장학금의 지급을 매년 이와 같은 방법으로 실시 할 계획이다. 이 계획대로 해마다 지급한 장학금의 총액의 극한값은? (단, 단위는 억 원이다.)

[4점][2004년 10월]

- ① 24 ② 26 ③ 28 ④ 30 ⑤ 32

12. $\frac{12}{99}$ 를 순환소수로 나타낼 때, 소수점 아래 n 째 자리의 수를 a_n 이라 하자. 예를 들면 $a_3 = 1$ 이다. 이때, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{2^n}$ 의 값은?

[3점][2004년 10월]

- ① $\frac{4}{3}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{5}{3}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

13. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = 2n + \frac{1}{2^n}$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값은?

[3점][2005학년도 수능]

- ① 2 ② 1 ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ 0

14. 무한수열

$$2 + \frac{1}{2}, 2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}, 2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}}, \dots$$

은 수렴하는 것으로 알려져 있다. 다음은 그 극한값을 구하는 과정이다.

주어진 수열을 $\{a_n\}$ 이라 하면

$$a_1 = 2 + \frac{1}{2} \text{ 이고, } a_{n+1} = \boxed{\text{(가)}} + \frac{1}{a_n} \text{ 이다.}$$

이 수열의 극한값을 x 라고 하면

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = x, \lim_{n \rightarrow \infty} a_{n+1} = x \text{ 이므로}$$

$$x = \boxed{\text{(가)}} + \frac{1}{x} \text{ 이다.}$$

따라서, 구하는 극한값은 $\boxed{\text{(나)}}$ 이다.

위의 과정에서 (가), (나)에 알맞은 것은?

[3점][2005년 3월]

(가) (나)

① 2 $1 + \sqrt{2}$

② 2 $2 + \sqrt{2}$

③ 2 $3 + \sqrt{2}$

④ 1 $\frac{\sqrt{5} + 1}{2}$

⑤ 1 $\frac{\sqrt{5} - 1}{2}$

15. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$a_n = 2n - 1 (n = 1, 2, 3, \dots)$ 일 때,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{a_2 + a_4 + \dots + a_{2n}} - \sqrt{a_1 + a_3 + \dots + a_{2n-1}})$$

의 값은?

[3점][2005년 5월]

- ① $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ 1 ④ $\sqrt{2}$ ⑤ 2

16. 두 함수 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^{2n+1}}{1+x^{2n}}$, $g(x) = -x(x^2 - a^2)$ 에 대하여
방정식 $f(x) - g(x) = 0$ 이 단 하나의 실근을 갖는 a 의 최댓값은?

[4점][2005년 6월]

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 3

17. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = 2n^2 - n$

일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{na_n}{S_n}$ 의 값은?

[3점][2005년 6월]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

18. 자연수 n 에 대하여 다항식 $f(x) = 2^n x^2 + 3^n x + 1$ 을

$x-1$, $x-2$ 로 나눈 나머지를 각각 a_n , b_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n}$

의 값은?

[3점][2005년 6월]

- ① 0 ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

19. 수렴하는 무한수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1 = 2, \quad a_{n+1} = \frac{3n(2n+3)}{(2n-1)(2n+1)} - 2a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

이 성립할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \alpha$ 이다. 30α 의 값을 구하시오.

[4점][2005년 7월]

20. 좌표평면에서 직선 $x - 3y + 3 = 0$ 위에 있는 점 중에서

x 좌표와 y 좌표가 자연수인 모든 점의 좌표를 각각

$(a_1, b_1), (a_2, b_2), \dots, (a_n, b_n), \dots$ 이라 할 때,

무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n b_n}$ 의 값은? (단, $a_1 < a_2 < \dots < a_n < \dots$ 이다.)

[3점][2005년 9월]

- ① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

21. 순환소수로 이루어진 수열 a_n 의 각 항이

$$\begin{aligned} a_1 &= 0.\dot{1} \\ a_2 &= 0.1\dot{0} \\ a_3 &= 0.10\dot{0} \\ &\vdots \\ a_n &= 0.100 \cdots 0\dot{0} \\ &\quad \quad \quad \text{0은 } (n-1)\text{개} \\ &\quad \quad \quad \vdots \end{aligned}$$

일 때, $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{a_{n+1}} - \frac{1}{a_n} \right)$ 의 값은?

[4점][2005년 9월]

- ① $\frac{2}{3}$ ② 1 ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ 2

22. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 $n < a_n < n+1$ 을 만족

시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{a_1 + a_2 + \cdots + a_n}$ 의 값은?

[3점][2006학년도 수능]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^k} \left\{ \left(n + \frac{1}{n} \right)^{10} - \frac{1}{n^{10}} \right\}$ 이 수렴하기 위한 k 의 최솟값을 구하시오.

[3점][2006년 5월]

24. $a_1 = 1$, $2a_{n+1} + a_n = 2$ (단, $n = 1, 2, 3, \dots$)를 만족시키는 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것을 모두 고르면?

[4점][2006년 4월]

<보 기>

ㄱ. 수열 $\left\{ a_n - \frac{2}{3} \right\}$ 는 공비가 $-\frac{1}{2}$ 인 등비수열이다.

ㄴ. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 은 수렴한다.

ㄷ. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 은 수렴한다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

25. 다음과 같이 무한히 나열된 수를 모두 더하면?

[4점][2006년 5월]

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & & & 9 \\ & & & & & & \\ & & & & & 0.9 & 0.9 \\ & & & & 0.09 & 0.09 & 0.09 \\ & & & 0.009 & 0.009 & 0.009 & 0.009 \\ & 0.0009 & 0.0009 & 0.0009 & 0.0009 & 0.0009 \\ & \vdots & & \vdots & & \vdots \end{array}$$

- ① $\frac{98}{9}$ ② 11 ③ $\frac{100}{9}$ ④ $\frac{101}{9}$ ⑤ $\frac{34}{3}$

26. 수렴하는 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 무한급수

$$\left(a_1 - \frac{2}{1^2}\right) + \left(a_2 - \frac{2+4}{3^2}\right) + \cdots + \left(a_n - \frac{2+4+6+\cdots+2n}{(2n-1)^2}\right) + \cdots$$

이 수렴할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값은?

[4점][2006년 4월]

- ① 0 ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

27. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = \frac{1}{3}$, $a_{n+1} = \sqrt{a_n}$ 을 만족할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값은?

[3점][2006년 10월]

- ① 0 ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ④ 1 ⑤ 3

28. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ 라 하자.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{n^2} = \frac{1}{2} \text{ 일 때, } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum_{k=1}^n (2+a_k)}{\sum_{k=1}^n (2k+a_k)} \text{의 값은?}$$

[3점][2007년 3월]

- ① 2 ② 1 ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

29. 2007^n 을 5로 나눈 나머지를 a_n 이라 할 때, $100 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_{4n}}{3^n}$ 의 값을 구하시오.

[4점][2007년 4월]

30. 수열 $\{a_n\}$ 이

$$\begin{cases} a_1 = \frac{1}{4} \\ a_{n+1} = a_n + \frac{1}{n^2 + 2n} \quad (n=1, 2, 3, \dots) \end{cases}$$

으로 정의될 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값은?

[3점][2007년 4월]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1 ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

31. 다음 <보기>의 무한급수 중 수렴하는 것을 모두 고르면?

[3점][2007년 5월]

<보 기>

ㄱ. $1 + \frac{2}{3} + \frac{3}{5} + \frac{4}{7} + \cdots$

ㄴ. $1 + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \frac{1}{1+2+3+4} + \cdots$

ㄷ. $\frac{1}{1+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{6}} + \cdots$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

32. 다음과 같이 정의된 수열 $\{a_n\}$ 이 있다.

$$\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_{n+1} = \frac{3}{4}a_n + 4 \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \end{cases}$$

$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값을 구하시오.

[3점][2007년 5월]

33. 무한수열 $a_1, 2a_2, 2^2a_3, \dots, 2^{n-1}a_n, \dots$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합이 $5n$ 일 때, $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 의 값을 구하시오.

[3 점][2007년 7월]

34. 이차방정식 $9x^2 - 6x - 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때,

$$\frac{1}{\beta - \alpha} \sum_{n=1}^{\infty} (\beta^n - \alpha^n) = \frac{q}{p}$$

이다. 이때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

[4점][2007년 10월]

35. K 보험사에는 다음과 같은 종신연금 상품이 있다.

- 최초 가입시 단 한번 납입한 1억 원을 연이율 5%, 1년 단위의 복리로 계산하여 10년 후의 원리합계를 연금 준비금으로 한다.
- 가입하여 10년이 지난 후부터 매년 A원씩 연금을 영구히 받는다.
- n 번째의 연금 A원을 연금 지급이 시작된 해의 가치로 환산하면 $\frac{A}{(1+0.05)^{n-1}}$ 원이다.
- 매년 받을 수 있는 연금을 연금 지급이 시작된 해의 가치로 환산하여 모두 더한 금액이 연금 준비금과 같아 지도록 한다.

2005년 초에 이와 같은 종신연금에 가입했을 때, 2015년 초부터 매년 받을 수 있는 연금액은? (단, $1.05^9 = 1.55$ 로 계산한다.)

[4점][2005년 7월]

- ① 675만원 ② 725만원 ③ 775만원
④ 825만원 ⑤ 875만원

36. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하면 $S_n = pa_n + 1$ 이 성립한다. <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, p 는 1이 아닌 상수이다.)

[4점][2008년 3월]

ㄱ. $a_1 = \frac{1}{1-p}$

ㄴ. 수열 $\{a_n\}$ 은 등비수열이다.

ㄷ. $p = \frac{2}{3}$ 이면 수열 $\{a_n\}$ 은 수렴한다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

37. 자연수 n 에 대하여 $\sqrt{n^2+1}$ 의 정수부분을 a_n 이라 할 때,
 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n(\sqrt{n^2+1} - a_n)$ 의 값은?

[3점][2008년 3월]

- ① 0 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ④ 1 ⑤ $\sqrt{2}$

38. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$a_1 = \frac{5}{4}, S_n = a_n + \frac{n+3}{n+2} \quad (n=2, 3, 4, \dots)$$

일 때, $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 의 값은?

[3점][2008년 3월]

- ① 1 ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{7}{4}$ ⑤ 2

39. $n \geq 2$ 인 자연수 n 에 대하여 다항식 $(x+1)^n$ 을 x^2-3x+2 로 나눈 나머지를 $R(x)$ 라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{R(0)}{3^n+2^n}$ 의 값은?

[4점][2008년 5월]

- ① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

40. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때,
 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{a_n}$ 의 값이 존재하는 것을 <보기>에서 모두 고른 것은?

[3점][2008년 4월]

< 보 기 >

ㄱ. $a_n = 2^n$

ㄴ. $a_n = (-1)^n$

ㄷ. $S_n = 3^n - 1$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

41. 자연수 n 에 대하여 x 에 관한 이차방정식

$$(4n^2-1)x^2-4nx+1=0$$
의 두 근이 α_n, β_n ($\alpha_n > \beta_n$)일 때,

$\sum_{n=1}^{\infty} (\alpha_n - \beta_n)$ 의 값은?

[3점][2008년 6월]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

42. 자연수 n 에 대하여 집합 $\{k \mid 1 \leq k \leq 2n, k \text{는 자연수}\}$ 의 세 원소 a, b, c ($a < b < c$)가 등차수열을 이루는 집합 $\{a, b, c\}$ 의 개수를 T_n 이라 하자. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{T_n}{n^2}$ 의 값은?

[4점][2008년 6월]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

43. 자연수 n 에 대하여 이차함수 $f(x) = \sum_{k=1}^n \left(x - \frac{k}{n}\right)^2$ 의 최솟값을 a_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n}$ 의 값은?

[4점][2008년 9월]

- ① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

44. 다음 <보기>의 무한급수 중 수렴하는 것만을 있는 대로 고른 것은?

[3점][2008년 10월]

< 보 기 >

$$\neg. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-1}{2n+1}$$

$$\neg. \sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^n$$

$$\neg. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}$$

- ① $\neg$ ② $\neg$ ③ $\neg, \neg$
 ④ $\neg, \neg$ ⑤ $\neg, \neg, \neg$

45. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = 1$, $a_n + a_{n+1} = 3$ ($n=1, 2, 3, \dots$)을 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[4점][2008년 10월]

< 보 기 >

$$\neg. a_{11} = 1$$

$$\neg. \lim_{n \rightarrow \infty} a_{2n} = 2$$

$$\neg. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n a_k = \frac{3}{2}$$

- ① $\neg$ ② $\neg, \neg$ ③ $\neg, \neg$
 ④ $\neg, \neg$ ⑤ $\neg, \neg, \neg$

46. 수렴하는 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ ($n=1, 2, 3, \dots$)의 항들 사이에 $a_{n+1} = \frac{a_n + b_n}{2}$, $b_{n+1} = \sqrt{a_n b_n}$ 이 성립한다. 다음 <보기>의 설명 중에서 옳은 것을 있는 대로 고른 것은?
 (단, $0 < a_1 < b_1$)

[4점][2008년 10월]

< 보 기 >

$$\neg. a_{n+1} > b_{n+1} \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

$$\neg. \frac{a_{n+1}}{b_{n+1}} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{a_n}{b_n}} + \sqrt{\frac{b_n}{a_n}} \right) \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

$$\neg. \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} b_n$$

- ① $\neg$ ② $\neg, \neg$ ③ $\neg, \neg$
 ④ $\neg, \neg$ ⑤ $\neg, \neg, \neg$

47. 수열 $\{(-1)^{n-1}\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때, <보기>의 수열 중 수렴하는 것만을 있는 대로 고른 것은?

[4점][2009년 3월]

< 보 기 >

$$\neg. \{S_n\}$$

$$\neg. \left\{ \frac{S_n}{n} \right\}$$

$$\neg. \left\{ \frac{S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n}{n} \right\}$$

- ① $\neg$ ② $\neg$ ③ $\neg, \neg$
 ④ $\neg, \neg$ ⑤ $\neg, \neg$

48. 수열 $\{\sqrt{16^n + a^n} - 4^n\}$ 이 수렴하도록 하는 자연수 a 의 개수는?

[3점][2009년 3월]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

49. 수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_1 = 1, \quad p a_{n+1} = q a_n + 1 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, p , q 는 0이 아닌 실수이다.)

[4점][2009년 3월]

<보 기>	
ㄱ. $p = q$ 일 때, 수열 $\{a_n\}$ 은 등차수열이다.	
ㄴ. $p \neq q$ 일 때, 수열 $\left\{a_n - \frac{1}{p-q}\right\}$ 은 등비수열이다.	
ㄷ. $-1 < \frac{q}{p} < 1$ 일 때, 수열 $\{a_n\}$ 은 수렴한다.	

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

50. 수열 $\{a_n\}$ 을 $a_1 = 2$, $n a_{n+1} a_n = (n+1)^2 a_n - n^2 a_{n+1}$ 으로 정의할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값은?

[4점][2009년 4월]

- ① 0 ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ 2 ⑤ 3

51. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ 의 값은?

[3점][2009년 6월]

(가) $20 - \frac{1}{n} < a_n + b_n < 20 + \frac{1}{n}$
(나) $10 - \frac{1}{n} < a_n - b_n < 10 + \frac{1}{n}$

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

52. 수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_n = \log \frac{n+1}{n}$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{10^{a_1 + a_2 + \dots + a_n}}$ 의 값은?

[3점][2009년 6월]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

53. 수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_1 = 1$ 이고, 자연수 n 에 대하여

$$a_n a_{n+1} = \left(\frac{1}{5}\right)^n$$

이다. $\sum_{n=1}^{\infty} a_{2n}$ 의 값은?

[4점][2009년 6월]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

54. 공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 수열 $\{b_n\}$ 은

$$b_n = a_{3n-2} + 2a_{3n-1} + a_{3n} \text{ 이다. } \sum_{k=1}^n a_k = A_n, \quad \sum_{k=1}^n b_k = B_n \text{ 일 때,}$$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{B_n}{A_n}$ 의 값을 구하시오.

[3점][2009년 7월]

55. 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+2)=f(x)$ 인 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = -2 \left| x - \frac{1}{2} \right| + 1 \quad \left(-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{3}{2} \right)$$

이고 함수 $g(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\{1+f(x)\}^n - 1}{\{1+f(x)\}^n + 1}$ 일 때,

$g(10\sqrt{2}) - g(\sqrt{3})$ 의 값은?

[4점][2009년 7월]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

56. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = 2, a_2 = 3,$

$$\log_2 a_n + \log_2 a_{n+1} + \log_2 a_{n+2} = 1 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

을 만족시킬 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

[4점][2009년 10월]

< 보 기 >

$$\begin{aligned} \text{㉠. } a_6 &= \frac{1}{3} \\ \text{㉡. } \sum_{k=1}^{10} a_k &= 18 \\ \text{㉢. } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{3n} a_k &= \frac{16}{3} \end{aligned}$$

- ① ㉠ ② ㉠, ㉡ ③ ㉠, ㉢
④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

57. 수열 $\{a_n\}$ 을 다음과 같이 정의한다.

(가) $a_1 = 2$

(나) $a_{n+1} = (a_n^2 + a_n)$ 을 5로 나눈 나머지

$(n = 1, 2, 3, \dots)$

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{3^n} = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.)

[4점][2010년 3월]

58. 첫째항이 1이고 공비가 $\frac{1}{3}$ 인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 대각선

의 길이가 a_n 인 정사각형의 넓이를 S_n 이라 하자. $\sum_{n=1}^{\infty} S_n = \frac{q}{p}$ 라 할 때, $p+q$ 의 값은? (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.)

[4점][2010년 4월]

- ① 22 ② 23 ③ 24 ④ 25 ⑤ 26

59. 수열 $\{a_n\}$ 이

$$7a_1 + 7^2a_2 + \dots + 7^n a_n = 3^n - 1$$

을 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{3^{n-1}}$ 의 값은?

[4점][2010년 6월]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{4}{9}$ ③ $\frac{5}{9}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{7}{9}$

60. 동심원 $A_1, A_2, \dots, A_n, \dots$ 의 반지름의 길이를 각각 $r_1, r_2, \dots, r_n, \dots$ 이라 하고, 그 넓이를 각각 $S_1, S_2, \dots, S_n, \dots$ 이라 할 때, $S_{n+1} = 2S_n$ ($n=1, 2, \dots$) 이 성립한다. $r_1=1$ 일 때, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{r_n}$ 의 값은?
- [3 점][2010년 7월]
- ① $1+\sqrt{2}$ ② $2+\sqrt{2}$ ③ $1+2\sqrt{2}$
 ④ $2+2\sqrt{2}$ ⑤ $1+3\sqrt{2}$

61. 임의의 자연수 p, q, r 에 대하여,
 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1=10$, $a_p+a_q+a_r=a_{p+q+r}$ 를 만족하고,
 수열 $\{b_n\}$ 은 $b_1=\frac{3}{5}$, $b_p b_q = b_{p+q}$ 를 만족한다.
 이 때, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n b_n}{n}$ 의 값을 구하시오.
- [4 점][2010년 7월]

62. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n - \frac{3n}{n+1} \right)$ 과 $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)$ 이 모두 수렴할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3-b_n}{a_n}$ 의 값은? (단, $a_n \neq 0$)
- [3 점][2010년 9월]
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

63. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = n^2 + 2n$ 일 때, 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{a_n a_{n+1}}$ 의 값은?
- [3 점][2010년 10월]
- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{5}$ ④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{1}{7}$

64. 자연수 n 에 대하여,
 $S_n = \sum_{k=1}^n k(k+1)$, $T_n = \sum_{k=1}^n (n+k)(n+k+1)$
 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{T_n}{S_n}$ 의 값을 구하시오.
- [4 점][2010년 10월]

65. 자연수 n 에 대하여 1 부터 $6n$ 까지의 자연수의 총합을 A_n , 1 부터 $6n$ 까지의 자연수 중에서 3 의 배수를 제외한 자연수의 총합을 B_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{A_n}{B_n} = \frac{q}{p}$ 이다. 이때, 서로소인 자연수 p, q 의 합 $p+q$ 의 값을 구하시오.
- [3 점][2011년 3월]

66. 자연수 n 에 대하여 다음과 같이 제 n 행에 0과 1 사이의 유리수 중에서 분모는 2^n 이고 분자는 홀수인 모든 수를 작은 것부터 차례로 나열하였다.

제 1 행	$\frac{1}{2}$
제 2 행	$\frac{1}{4}, \frac{3}{4}$
제 3 행	$\frac{1}{8}, \frac{3}{8}, \frac{5}{8}, \frac{7}{8}$
$\vdots$	$\vdots$

제 n 행의 마지막 수를 a_n , 제 n 행의 모든 수의 합을 b_n 이라 할 때 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b_n}{(2^n + 1)a_n}$ 의 값은?

[4점][2011년 3월]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

67. 순서대로 읽은 수와 거꾸로 읽은 수가 일치하는 자연수를 대칭수라 한다. 예를 들어 345543은 대칭수이고, 345567은 대칭수가 아니다. 0과 1만을 이용하여 n 자리 대칭수를 만들 때, 사용된 1의 개수가 0의 개수보다 많은 n 자리 대칭수의 개수를 a_n 이라 하자. 이때, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{300}{a_{4n}}$ 의 값을 구하시오.

[4점][2011년 7월]

68. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = 1$, $a_{n+1} = 2a_n + 1$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)을 만족할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\log_2(a_n + 1) \log_2(a_{n+1} + 1)}$ 의 값은?

[3점][2011년 7월]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

69. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때, $S_n = \frac{6n}{n+1}$ 이다. $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + a_{n+1})$ 의 값을 구하시오.

[4점][2012년 3월]

70. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 $n < a_n < n+1$ 을 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} \sum_{k=1}^n a_k$ 의 값은?

[3점][2012년 3월]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

71. 모든 자연수 n 에 대하여 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값은?

[3점][2012년 4월]

- (가) $3n^2 + 1 < (2 + 4 + 6 + \dots + 2n)a_n$
 (나) $b_n < 6 - 2a_n$
 (다) 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 이 수렴한다.

- ① 3 ② $\frac{10}{3}$ ③ $\frac{11}{3}$ ④ 4 ⑤ $\frac{13}{3}$

72. 2 보다 큰 자연수 n 에 대하여 $(-3)^{n-1}$ 의 n 제곱근 중 실수인 것의 개수를 a_n 이라 할 때, $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{a_n}{2^n}$ 의 값은?

[4점][2012년 6월]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{5}{12}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

73. 첫째항이 10인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n < a_{n+1}, \quad \sum_{k=1}^n (a_{k+1} - a_k)^2 = 2 \left(1 - \frac{1}{9^n} \right)$$

을 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값을 구하시오.

[4점][2012년 9월]

74. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(n \cdot a_n - \frac{n^2 + 1}{2n + 1} \right) = 3$$

일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n^2 + 2a_n + 2)$ 의 값은?

[4점][2013학년도 수능]

- ① $\frac{13}{4}$ ② 3 ③ $\frac{11}{4}$ ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ $\frac{9}{4}$

75. 수열 $\{a_n\}$ 이 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n (-1)^k a_k = n^3$$

을 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{2n-1} + a_{2n}}{n}$ 의 값을 구하시오.

[4점][2013년 3월]

76. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값은?

[3점][2013년 4월]

(가) $\frac{2n^3 + 3}{1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2} < a_n < 2b_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$

(나) $\sum_{n=1}^{\infty} (b_n - 3) = 2$

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

77. 모든 자연수 n 에 대하여 수열 $\{a_n\}$ 은 다음 두 조건을 만족시킨다. 이때 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 의 값은?

[3점][2013년 7월]

(가) $a_n \neq 0$

(나) x 에 대한 다항식 $a_n x^2 + a_n x + 2$ 를 $x - n$ 으로 나눈 나머지가 20이다.

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

78. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = \frac{1}{8}$ 이고,

$$a_n a_{n+1} = 2^n \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_{2n-1}}$ 의 값을 구하시오.

[4점][2013년 10월]

79. 두 열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $4^n < a_n < 4^n + 1$

(나) $2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^n < b_n < 2^{n+1}$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4a_n + b_n}{2a_n + 2^n b_n}$ 의 값은?

[4점][2014년 3월]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

80. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{n-1} < a_n < 2^n$$

$$\frac{3n-1}{n+1} < \sum_{k=1}^n b_k < \frac{3n+1}{n}$$

을 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8^n - 1}{4^{n-1} a_n + 8^{n+1} b_n}$ 의 값은?

[3점][2014년 3월]

- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 8 ⑤ 16

81. 첫째항이 1이고 공차가 6인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$$

$$T_n = -a_1 + a_2 - a_3 + \dots + (-1)^n a_n$$

이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{2n} T_{2n}}{S_{2n}}$ 의 값을 구하시오.

[4점][2014년 3월]

82. 1부터 $2n$ 까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 $2n$ 장의 카드가 있다. 이 중 세 장의 카드를 동시에 뽑을 때, 세 장의 카드에 적힌 수의 합이 짝수가 되도록 뽑는 경우의 수를 a_n 이라 하자.

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n^3}$ 의 값은? (단, $n \geq 2$ 인 자연수이다.)

[3점][2014년 3월]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{5}{6}$ ④ 1 ⑤ $\frac{7}{6}$

83. 자연수 n 에 대하여 $3^n \cdot 5^{n+1}$ 의 모든 양의 약수의 개수를 a_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n}$ 의 값은?

[3점][2014년 9월]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{7}{12}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

84. 첫째항이 2이고 공차가 3인 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{a_n a_{n+1}}$ 의 값은?

[3점][2014년 10월]

- ① 2 ② 1 ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

85. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \sum_{k=1}^n (a_k + b_k) = \frac{1}{n+1} \quad (n \geq 1)$$

$$(나) \lim_{n \rightarrow \infty} n^2 b_n = 2$$

$\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 a_n$ 의 값은?

[4점][2015년 3월]

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

86. 모든 항이 양의 실수인 수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_1 = k, \quad a_n a_{n+1} + a_{n+1} = k a_n^2 + k a_n \quad (n \geq 1)$$

을 만족시키고 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 5$ 일 때, 실수 k 의 값은?

(단, $0 < k < 1$)

[3점][2015년 3월]

- ① $\frac{5}{6}$ ② $\frac{4}{5}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

87. 자연수 n 에 대하여 x 에 대한 이차방정식

$$x^2 + 2nx - 4n = 0$$

의 양의 실근을 a_n 이라 하자. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값을 구하시오.

[3점][2015년 9월]

88. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 곡선 $y = x^2 - (n+1)x + a_n$ 은 x 축과 만나

고, 곡선 $y = x^2 - nx + a_n$ 은 x 축과 만나지 않는다. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n^2}$ 의 값은?

[3점][2016학년도 수능]

- ① $\frac{1}{20}$ ② $\frac{1}{10}$ ③ $\frac{3}{20}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

89. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

집합 $A = \{x \mid x^2 - 1 < a < x^2 + 2x, x \text{는 자연수}\}$

가 공집합이 되도록 하는 자연수 a 를 작은 수부터 크기순으로 나열할 때, n 번째 수를 a_n 이라 하자.

예를 들어, $a=3$ 은 $x^2 - 1 < a < x^2 + 2x$ 를 만족시키는 자연수 x 가 존재하지 않는 첫 번째 수이므로 $a_1 = 3$ 이다.

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n}$ 의 값은?

[4점][2016년 3월]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1 ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

90. 자연수 n 에 대하여 집합 $S_n = \{x \mid x \text{는 } 3n \text{이하의 자연수}\}$ 의 부분집합 중에서 원소의 개수가 두 개이고, 이 두 원소의 차가 $2n$ 보다 큰 원소로만 이루어진 모든 집합의 개수를 a_n 이라 하자.

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^3} \sum_{k=1}^n a_k$ 의 값은?

[4점][2016년 4월]

- ① $\frac{1}{7}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{5}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

수열의 극한(4) 식 세우기 답

문 항	답	문 항	답	문 항	답	문 항	답	문 항	답
1	53. 33	6	2	11	1	16	2	21	2
2	1	7	3	12	1	17	2	22	2
3	4	8	3	13	1	18	4	23	10
4	50	9	5	14	1	19	15	24	3
5	2	10	2	15	2	20	3	25	3

문 항	답	문 항	답	문 항	답	문 항	답	문 항	답
26	3	31	2	36	3	41	1	46	5
27	4	32	16	37	2	42	2	47	5
28	4	33	10	38	1	43	1	48	4
29	50	34	11	39	4	44	2	49	5
30	3	35	3	40	3	45	5	50	4

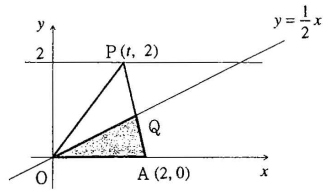
문 항	답	문 항	답	문 항	답	문 항	답	문 항	답
51	3	56	5	61	15	66	1	71	1
52	1	57	15	62	2	67	400	72	1
53	3	58	4	63	1	68	5	73	12
54	12	59	1	64	7	69	9	74	1
55	5	60	2	65	5	70	1	75	22

문 항	답	문 항	답	문 항	답
76	4	81	6	86	1
77	5	82	2	87	2
78	16	83	1	88	5
79	3	84	5	89	2
80	3	85	1	90	2

수열의 극한 (5) 활용문제

1. 좌표평면 위에 두 점 $O(0, 0)$, $A(2, 0)$ 과 직선 $y=2$ 위를 움직이는 점 $P(t, 2)$ 가 있다. 선분 AP 와 직선 $y=\frac{1}{2}x$ 가 만나는 점을 Q 라 하자. $\triangle QOA$ 의 넓이가 $\triangle POA$ 의 넓이의 $\frac{1}{3}$ 일 때 t 의 값을 t_1 , $\frac{1}{2}$ 일 때 t 의 값을 t_2 , $\dots$, $\frac{n}{n+2}$ 일 때 t 의 값을 t_n 이라 하면 $\lim_{n \rightarrow \infty} t_n$ 의 값은?

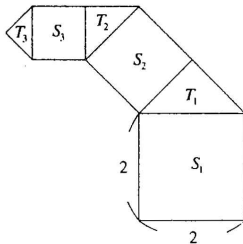
[2점][1995학년도 수능]



- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

2. 다음 그림과 같이 정삼각형에 직각 이등변삼각형과 정사각형을 번갈아 붙이는 과정을 한없이 반복한다. 이 때 사각형을 $S_1, S_2, S_3, \dots$, 삼각형을 $T_1, T_2, T_3, \dots$ 이라고 하자. S_1 의 한 변의 길이가 2일 때, 이들 삼각형과 사각형의 넓이의 총합은?

[1.5점][1996학년도 수능]



- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

3. 모든 실수에 대하여 정의된 함수 $f(x)$ 는

$f(x) = x^2$ ($-1 \leq x \leq 1$)과 $f(x+2) = f(x)$ 를 만족하는 주기함수이다. 좌표평면 위에서 각 자연수 n 에 대하여 직선

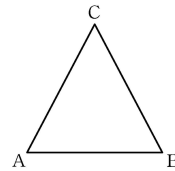
$y = \frac{1}{2n}x + \frac{1}{4n}$ 과 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와의 교점의 개수를

a_n 이라고 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n}$ 의 값은?

[2점][1997학년도 수능]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

4. 한 변의 길이가 1인 정삼각형 ABC 가 있다. 양수 r 에 대하여 점 P_n 을 다음 규칙에 따라 정한다.



(가) 점 P_1 은 꼭짓점 A 이다.

(나) 점 P_{n+1} 은 점 P_n 에서 정삼각형 ABC 의 변을 따라 시계 반대 방향으로 r^n 만큼 이동한 점이다.

집합 S 를 $S = \{P_n \mid n \text{은 자연수}\}$ 라 할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

[4점][2004년 6월]

<보 기>

ㄱ. $r=2$ 이면, 점 P_3 은 꼭짓점 C 이다.

ㄴ. $r=\frac{4}{5}$ 이면, 변 CA 위에 S 의 원소가 무수히 많다.

ㄷ. $0 < r < \frac{1}{2}$ 이면, 변 AB 위에 S 의 원소가 무수히 많다.

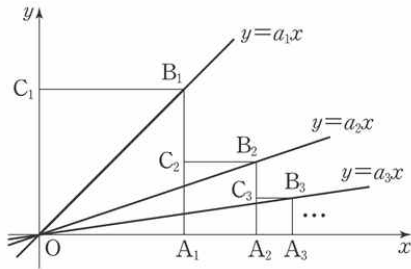
- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

5. 그림과 같이 x 축 위에

$$\overline{OA_1}=1, \overline{A_1A_2}=\frac{1}{2}, \overline{A_2A_3}=\left(\frac{1}{2}\right)^2, \dots, \overline{A_nA_{n+1}}=\left(\frac{1}{2}\right)^n, \dots$$

을 만족하는 점 $A_1, A_2, A_3, \dots$ 에 대하여, 제1 사분면에 선분 $OA_1, A_1A_2, A_2A_3, \dots$ 을 한 변으로 하는 정사각형 $OA_1B_1C_1, A_1A_2B_2C_2, A_2A_3B_3C_3, \dots$ 을 계속하여 만든다. 원점과 점 B_n 을 지나는 직선의 방정식을 $y = a_n x$ 라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} 2^n a_n$ 의 값은?

[4점][2004년 9월]



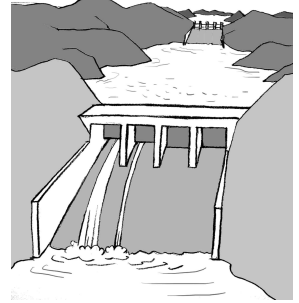
- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

6. 원 $x^2 + y^2 = \frac{1}{2^n}$ 에 대하여 기울기가 -1 이고 제1 사분면을 지나는 접선이 x 축과 만나는 점의 좌표를 $(a_n, 0)$ 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 의 값은?

[4점][2004년 9월]

- ① 2 ② $2 + \sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{2}$ ④ 4 ⑤ $4 + \sqrt{2}$

7. 어느 강 상류와 하류에 각각 위치한 1호댐과 2호댐이 있다. 강 상류의 1호댐으로부터 2호댐으로 매일 100 만톤의 물이 유입되고, 정오에 2호댐의 저수량을 측정한다. 정오부터는 측정된 저수량의 2%를 농업용수와 생활용수 등을 위하여 강 하류로 방류한다고 한다. 매일 이와 같은 과정이 한없이 반복된다고 할 때, 정오에 측정되는 2호댐의 저수량은 어떤 값에 한없이 가까워지는가? (단, 방류는 그날 중으로 이루어지고 자연 증발 및 기타 유실량은 무시한다.)



[4점][2005년 3월]

- ① 4400만톤 ② 4600만톤 ③ 4800만톤
④ 5000만톤 ⑤ 5200만톤

8. 이차함수 $f(x) = 3x^2$ 의 그래프 위의 두 점 $P(n, f(n))$ 과 $Q(n+1, f(n+1))$ 사이의 거리를 a_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n}$ 의 값은? (단, n 은 자연수이다.)

[4점][2005학년도 수능]

- ① 9 ② 8 ③ 7 ④ 6 ⑤ 5

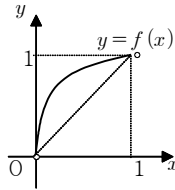
9. $0 < x < 1$ 에서 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 함수 $f^n(x)$ 을

$$f^1(x)=f(x), f^{n+1}(x)=(f \circ f^n)(x) \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

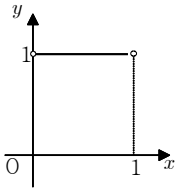
와 같이 정의하기로 한다.

이 때, $y=\lim_{n \rightarrow \infty} f^n(x)$ 의 그래프의 개형으로 알맞은 것은?

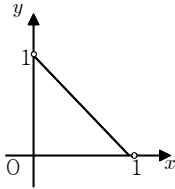
[4점][2005년 5월]



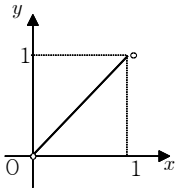
①



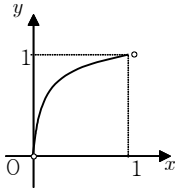
②



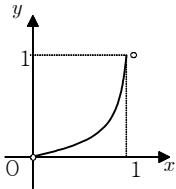
③



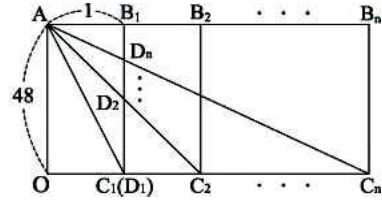
④



⑤



10. 그림과 같이 자연수 n 에 대하여 가로 길이가 n , 세로 길이가 48인 직사각형 OAB_nC_n 이 있다. 대각선 AC_n 과 선분 B_1C_1 의 교점을 D_n 이라 한다.

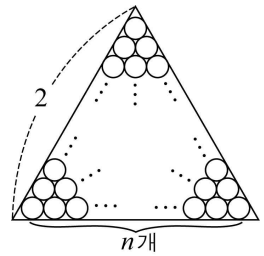


이 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\overline{AC_n} - \overline{OC_n}}{\overline{B_1D_n}}$ 의 값을 구하시오.

[4점][2005년 3월]

11. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정삼각형의 내부에 크기가 같은 원들이 첫째 행부터 차례로 한 개, 두 개, 세 개, ..., n 개가 배열되어 있다. 이 원들은 서로 외접하고, 가장자리의 원들은 삼각형의 각 변에 접한다.

자연수 n 의 값이 한없이 커질 때, 이 원들의 넓이의 합은 어떤 값에 한없이 가까워지는가?



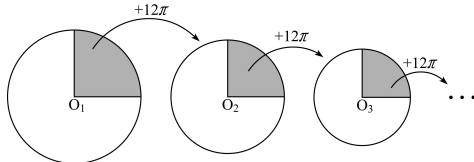
[4점][2005년 10월]

- ① $\sqrt{2}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{\pi}{3}$ ④ $\frac{2}{5}\pi$ ⑤ $\frac{\pi}{2}$

12. 넓이가 20π 인 원 O_1 을 그리고, 원 O_1 의 사분원의 넓이보다 12π 더 넓은 원 O_2 를 그린다. 또 원 O_2 의 사분원의 넓이보다 12π 더 넓은 원 O_3 를 그린다.

이와 같이 원 O_n 의 사분원의 넓이보다 12π 더 넓은 원 O_{n+1} 을 계속하여 그려 간다. 원 O_n 의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은?

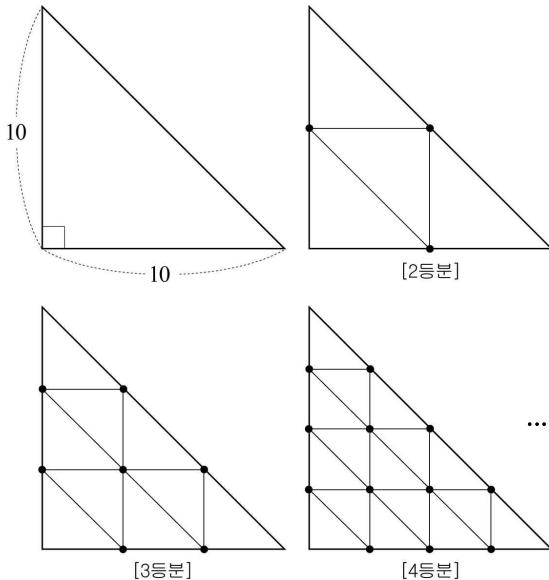
[4점][2006년 3월]



- ① 14π ② 15π ③ 16π
 ④ 17π ⑤ 18π

13. 그림은 두 변의 길이가 10인 직각이등변삼각형이다. 세 변을 n 등분하는 점에서 각 변에 평행한 선분을 그어 만들어지는 가장 작은 직각이등변삼각형 한 개의 넓이를 a_n , 선분들의 교점의 총 개수를 b_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n b_n$ 의 값을 구하시오.

[4점][2006년 5월]



14. 자연수 n 에 대하여 원점 O 와 점 $(n, 0)$ 을 이은 선분을 밑변으로 하고, 높이가 h_n 인 삼각형의 넓이를 a_n 이라 하자. 수열 $\{a_n\}$ 은 첫째항이 $\frac{1}{2}$ 인 등비수열일 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

[4점][2006년 6월]

<보 기>

ㄱ. 모든 자연수 n 에 대하여 $a_n = \frac{1}{2}$ 이면 $h_n = \frac{1}{n}$ 이다.

ㄴ. $h_2 = \frac{1}{4}$ 이면 $a_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$ 이다.

ㄷ. $h_2 < \frac{1}{2}$ 이면 $\lim_{n \rightarrow \infty} n h_n = 0$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
 ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

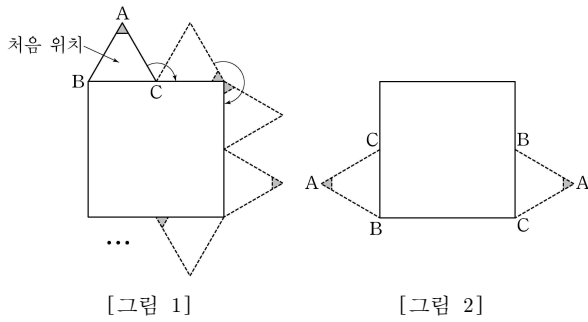
15. 2500 L의 물을 저장할 수 있는 물탱크에 현재 1200 L의 물이 담겨 있다. 이 물탱크에 있는 물의 양의 12%를 사용한 다음 x L의 물을 넣는 시행을 한다. 이와 같은 시행을 n 번 반복한 후 물탱크에 남아 있는 물의 양을 a_n L라 하자. 부등식 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \leq 2000$ 이 성립하도록 하는 x 의 최댓값을 구하시오.

[4점][2007년 3월]

16. 한 변의 길이가 2인 정사각형과 한 변의 길이가 1인 정삼각형 ABC가 있다. [그림 1]과 같이 정사각형 둘레를 따라 시계 방향으로 정삼각형 ABC를 회전시킨다. 정삼각형 ABC가 처음 위치에서 출발한 후 정사각형 둘레를 n 바퀴 도는 동안, 변 BC가 정사각형의 변 위에 놓이는 횟수를 a_n 이라 하자.

예를 들어 $n=1$ 일 때, [그림 2]와 같이 변 BC가 2회 놓이므로 $a_1=2$ 이다. 이때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{3n-2}}{n}$ 의 값은?

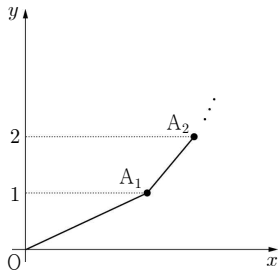
[4점][2007년 6월]



- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

17. 자연수 n 에 대하여 점 A_n 은 직선 $y=n$ 위에 있다. 선분 A_0A_1 의 기울기가 $\frac{3}{4}$ 이고, 선분 A_nA_{n+1} 의 기울기는 선분 $A_{n-1}A_n$ 의 기울기의 $\frac{4}{3}$ 배이다. 점 A_n 의 x 좌표를 x_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ 의 값은? (단, 원점 $O=A_0$)

[3점][2007년 7월]

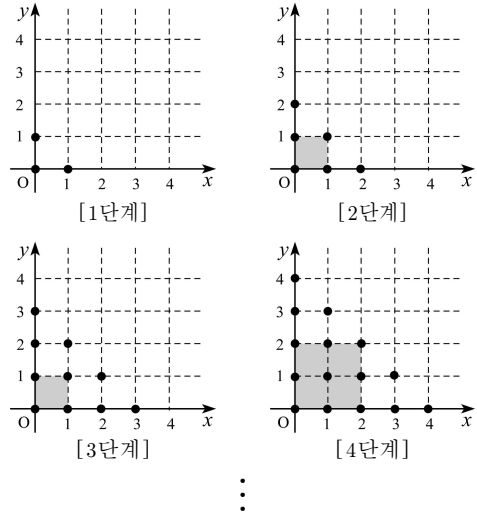


- ① $\frac{16}{3}$ ② 5 ③ $\frac{14}{3}$ ④ $\frac{13}{3}$ ⑤ 4

18. 다음과 같이 좌표평면 위에 단계별로 x 좌표와 y 좌표가 음이 아닌 정수인 점을 표시한다.

[1단계]에서는 원점과 x 좌표와 y 좌표의 합이 1인 점들을 표시하고, [2단계]에서는 [1단계]의 점에 x 좌표와 y 좌표의 합이 2인 점들을 추가로 표시한다.

이와 같은 방법으로 [n단계]에서는 [n-1단계]의 점에 x 좌표와 y 좌표의 합이 n ($n=2, 3, 4, \dots$)인 점들을 추가로 표시한다.



이때, [n단계]에 있는 모든 점의 개수를 a_n , [n단계]에 있는 점들을 꼭짓점으로 하는 정사각형 중에서 원점을 한 꼭짓점으로 하고 넓이가 최대인 정사각형의 내부 및 둘레에 있는 모든 점의 개수를 b_n 이라 하자. 예를 들어 $a_4=15$, $b_4=9$ 이다.

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{2n}}{b_{2n}}$ 의 값은?

[4점][2007년 10월]

- ① $\frac{5}{2}$ ② 2 ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ 1

19. 1000mL의 물이 가득 들어있는 용기가 있다. 이 용기에서 담긴 양의 $\frac{1}{2}$ 을 덜어내고 물 300mL와 알콜 100mL를 다시 넣는 것을 첫 번째 시행이라 하고, 이 시행 후 용기에 남아 있는 양의 $\frac{1}{2}$ 을 덜어내고 물 300mL와 알콜 100mL를 다시 넣는 것을 두 번째 시행이라 하자. 이와 같은 과정을 한 없이 반복한다고 할 때, 용기 안에 알콜의 농도(%)는? (단, 자연증발 및 기타 유실량은 무시한다.)

[4점][2007년 10월]

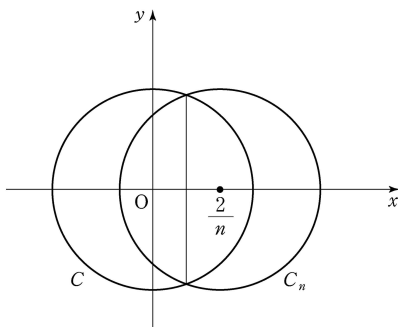
- ① 10% ② 15% ③ 20% ④ 25% ⑤ 30%

20. $n \geq 2$ 인 자연수 n 에 대하여 중심이 원점이고 반지름의 길이가 1인 원 C 를 x 축 방향으로 $\frac{2}{n}$ 만큼 평행이동시킨 원을 C_n 이라 하자. 원 C 와 원 C_n 의 공통현의 길이를 l_n 이라 할 때,

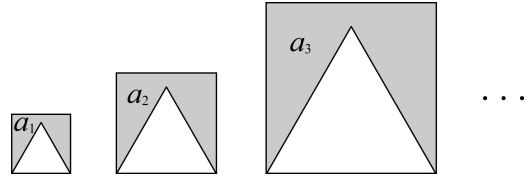
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(nl_n)^2} = \frac{q}{p} \text{ 이다. } p+q \text{의 값을 구하시오.}$$

(단, p, q 는 서로소인 자연수이다.)

[4점][2008학년도 수능]



21. 넓이가 1, 3, 9, 27, ... 인 등비수열을 이루는 정삼각형들을 그림과 같이 왼쪽부터 차례로 배열하고, 각 정삼각형의 내부에 정삼각형과 한 변을 공유하는 정삼각형을 그린다.



정삼각형의 외부와 정삼각형의 내부의 공통부분(어두운 부분)의 넓이를 왼쪽부터 차례로 $a_1, a_2, a_3, \dots$ 이라 할 때,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8(a_1 + a_2 + \dots + a_n)}{3^n} \text{의 값은?}$$

[4점][2008년 3월]

- ① $2 - \sqrt{3}$ ② $3 - \sqrt{3}$ ③ $4 - \sqrt{3}$
④ $\frac{2 - \sqrt{3}}{2}$ ⑤ $\frac{4 - \sqrt{3}}{2}$

22. 원 $x^2 + y^2 = 4^n + 1$ ($n=1, 2, 3, \dots$) 위의 점 $P_n(2^n, 1)$ 에서 접선이 x 축과 만나는 점을 Q_n 이라 하자. 삼각형 OP_nQ_n 의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_{n+1}}{S_n}$ 의 값은? (단, O 는 원점이다.)

[4점][2008년 4월]

- ① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

23. 자연수 n 에 대하여 좌표평면 위의 점 $P_n(n, 2^n)$ 에서 x 축, y 축에 내린 수선의 발을 각각 Q_n, R_n 이라 하자. 원점 O 와 점 $A(0, 1)$ 에 대하여 사각형 AOQ_nP_n 의 넓이를 S_n , 삼각형

AP_nR_n 의 넓이를 T_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{T_n}{S_n}$ 의 값은?

[3점][2008년 6월]

- ① 1 ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ 0

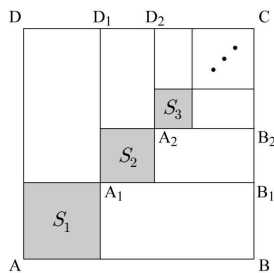
24. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 $ABCD$ 에서 선분 AB 와 선분 AD 를 각각 $m:n$ 으로 내분하는 점을 지나는 두 직선을 그어 만들어지는 4개의 사각형 중 아랫부분 정사각형의 넓이를 S_1 , 윗부분의 정사각형을 $A_1B_1CD_1$ 이라 하자.

다시 정사각형 $A_1B_1CD_1$ 에서 선분 A_1B_1 과 선분 A_1D_1 을 각각 $m:n$ 으로 내분하는 점을 지나는 두 직선을 그어 만들어지는 4개의 사각형 중 아랫부분 정사각형의 넓이를 S_2 , 윗부분의 정사각형을 $A_2B_2CD_2$ 라 하자.

이와 같은 시행을 무한히 반복할 때, $\sum_{k=1}^{\infty} S_k = \frac{1}{7}$ 이다.

$m^2 + n^2$ 의 값을 구하시오. (단, m, n 은 서로소인 자연수)

[4점][2008년 7월]



25. 자연수 n 에 대하여 도형 $(n+1)|x| + n|y| = 1$ 의 넓이를 S_n 이라 하고 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은?

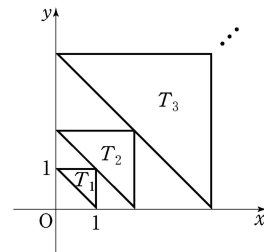
[4점][2008년 7월]

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

26. 자연수 n 에 대하여 좌표평면위의 세 점 $A_n(x_n, 0), B_n(0, x_n), C_n(x_n, x_n)$ 을 꼭짓점으로 하는 직각이등변삼각형 T_n 을 다음 조건에 따라 그린다.

(가) $x_1 = 1$ 이다.

(나) 변 $A_{n+1}B_{n+1}$ 의 중점이 C_n 이다. ($n = 1, 2, 3, \dots$)



삼각형 T_n 의 넓이를 a_n , 삼각형 T_n 의 세 변 위에 있는 점 중에서 x 좌표와 y 좌표가 모두 정수인 점의 개수를 b_n 이라 할 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n b_n}{a_n + 2^n}$ 의 값을 구하시오.

[4점][2008년 9월]

27. 어떤 놀이 기구는 길이가 10 m 인 $\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 반원 모양의 호를 따라 다음 <규칙>에 의해 움직이도록 만들어졌다.

< 규 칙 >

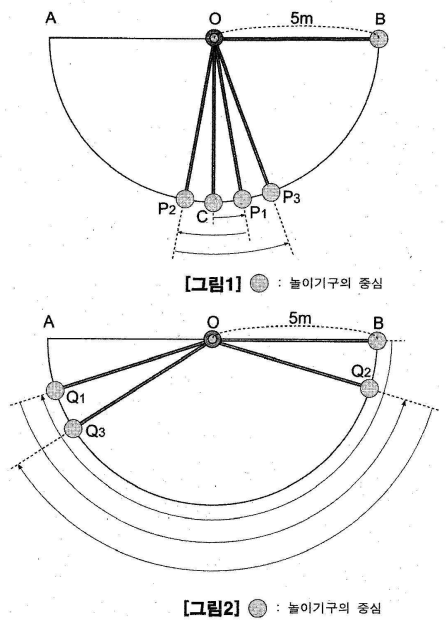
먼저, [그림 1]에서와 같이 반원에서 중심 O 로부터 지면과 수직인 방향에 위치한 C 지점에서 B 방향으로 10° 만큼 움직여 P_1 지점에 도달한 후, 방향을 바꾸어 A 방향으로 20° 만큼 움직여 P_2 지점에 도달한다.

다음으로, [그림 2]에서와 같이 동작 규칙이 바뀌어 B 지점으로부터 A 방향으로 호 $\widehat{AB}$ 길이의 $\frac{9}{10}$ 만큼 움직여

Q_1 에 도달한 후, 방향을 바꾸어 호 $\widehat{Q_1B}$ 길이의 $\frac{9}{10}$ 만큼 움직여 Q_2 에 도달한다. 이와 같이 방향을 바꾸면서 직전 운동거리의 $\frac{9}{10}$ 만큼 움직임을 계속하여 반복한다.

이와 같이 C 지점을 출발한 놀이 기구가 호를 따라 한없이 계속하여 움직일 때, 움직인 거리의 총합은?

[4점][2008년 10월]



- ① 87.5π (m) ② 90π (m) ③ 92.5π (m)
 ④ 95π (m) ⑤ 97.5π (m)

28. 좌표평면에서 직선 $y = 2x$ 위의 점들 중 제 1사분면에 있는 격자점을 원점 O 에 가까운 쪽부터 $A_1, A_2, A_3, \dots$ 라 하고

$y = \frac{1}{2}x$ 위의 점들 중 제 1사분면에 있는 격자점을 O 에 가까운 쪽부터 $B_1, B_2, B_3, \dots$ 이라 하자. 삼각형 OA_kB_k 의 넓이를 S_k ($k = 1, 2, 3, \dots$)라 하고, $\alpha = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n}{n^3}$ 일 때, 60α 의 값을 구하시오. (단, 격자점이란 x 좌표 y 좌표가 모두 정수인 점을 뜻한다.)

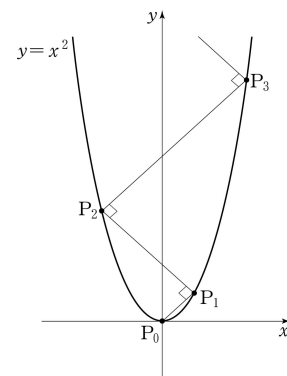
[4점][2008년 10월]

29. 자연수 n 에 대하여 두 점 P_{n-1}, P_n 이 함수 $y = x^2$ 의 그래프 위의 점일 때, 점 P_{n+1} 을 다음 규칙에 따라 정한다.

- (가) 두 점 P_0, P_1 의 좌표는 각각 $(0, 0), (1, 1)$ 이다.
 (나) 점 P_{n+1} 은 점 P_n 을 지나고 직선 $P_{n-1}P_n$ 에 수직인 직선과 함수 $y = x^2$ 의 그래프의 교점이다.
 (단, P_n 과 P_{n+1} 은 서로 다른 점이다.)

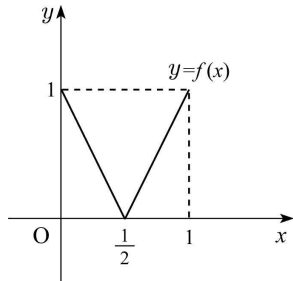
$l_n = \overline{P_{n-1}P_n}$ 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{l_n}{n}$ 의 값은?

[3점][2009학년도 수능]



- ① $2\sqrt{3}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ 2 ④ $\sqrt{3}$ ⑤ $\sqrt{2}$

30. 그림은 함수 $f(x) = 2 \left| x - \frac{1}{2} \right|$ ($0 \leq x \leq 1$)의 그래프이다.



자연수 n 에 대하여 집합 A_n 을

$A_n = \{x \mid f^n(x) = 1, 0 \leq x \leq 1\}$ 이라 할 때, 집합 A_n 의 원소의 개수를 a_n 이라 하자.

예를 들어 $A_1 = \{0, 1\}$, $A_2 = \{0, \frac{1}{2}, 1\}$ 이므로 $a_1 = 2$, $a_2 = 3$

이다. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{a_{n+1}}$ 의 값은?

(단, $f^1 = f$, $f^{n+1} = f \circ f^n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) 이다.)

[4점][2009년 3월]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ 1

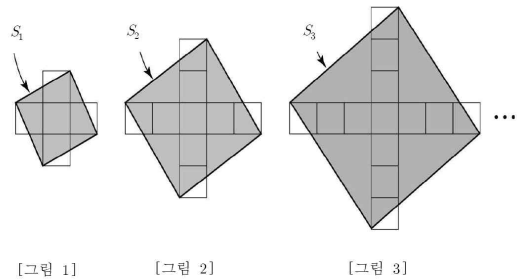
31. 좌표평면 위의 두 점 $A(0, 0)$, $B(5, 0)$ 과 1보다 큰 자연수 n 에 대하여 $\overline{AP} : \overline{PB} = 1 : n$ 을 만족하는 점 $P(x, y)$ 들의 집합을 T_n 이라 하자. 집합 T_n 의 임의의 두 원소 P, Q 에 대하여 $\overline{PQ}$ 의 최댓값을 $M(n)$ 이라고 할 때, $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{10M(n)}{n}$ 의 값을 구하시오.

[4점][2009년 4월]

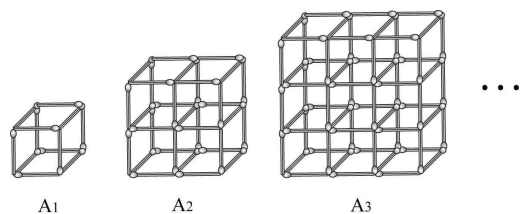
32. [그림 1]과 같이 한 개의 넓이가 1인 정사각형 5개로 이루어진 $\star$ 모양의 도형에서 네 꼭짓점을 연결하여 만든 정사각형의 넓이를 S_1 이라 하자. [그림 2]와 같이 [그림 1]의 $\star$ 모양의 도형에 한 개의 넓이가 1인 정사각형 4개를 붙여 만든 $\star$ 모양의 도형에서 네 꼭짓점을 연결하여 만든 정사각형의 넓이를 S_2 라 하자. [그림 3]과 같이 [그림 2]의 $\star$ 모양의 도형에 한 개의 넓이가 1인 정사각형 4개를 붙여 만든 $\star$ 모양의 도형에서 네 꼭짓점을 연결하여 만든 정사각형의 넓이를 S_3 이라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻어진 $\star$ 모양의 도형에서 네 꼭짓점을 연결하여 만든 정사각형의 넓이를 S_n 이라 할 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{10S_n}{n^2}$ 의 값을 구하시오.

[4점][2009년 4월]



33. 그림과 같이 길이가 1인 성냥개비를 이용하여 가로 길이가 n , 세로 길이가 1, 높이가 n 인 직육면체 모양의 A_n 을 계속 만들자.



직육면체 모양의 A_n 을 만드는데 필요한 성냥개비의 개수와 겉넓이를 각각 a_n , b_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n b_n}{n^4}$ 의 값을 구하시오.
(단, 성냥개비의 두께는 무시한다.)

[4점][2009년 7월]

34. n 이 자연수일 때, 점 $A_n(n, \sqrt{3}n)$ 과 원 $x^2 + y^2 = 4n^2 + 3n$ 위의 점 P 에 대하여 선분 PA_n 의 길이의 최솟값을 a_n 이라 하자. 이때, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값은?

[3점][2009년 10월]

- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{4}{5}$ ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{4}{3}$

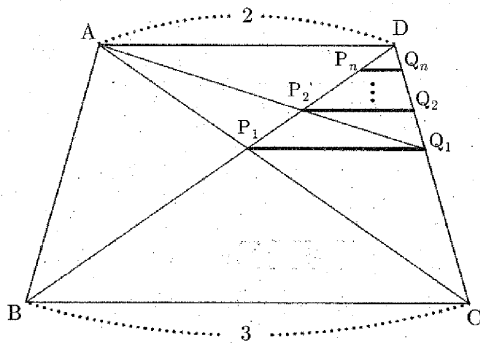
35. 등변사다리꼴 $ABCD$ 에서 두 대각선 $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 의 교점을 P_1 이라 하고, P_1 에서 $\overline{BC}$ 에 평행인 선을 그어 $\overline{CD}$ 와 만나는 점을 Q_1 이라 하자. 마찬가지로 $\overline{AQ_1}$ 과 $\overline{BD}$ 의 교점을 P_2 라 하고, P_2 에서 $\overline{BC}$ 에 평행인 선을 그어 $\overline{CD}$ 와 만나는 점을 Q_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여

점 $P_1, Q_1, P_2, Q_2, \dots, P_n, Q_n, \dots$ 을 얻는다. $\overline{P_n Q_n} = x_n$ 이라

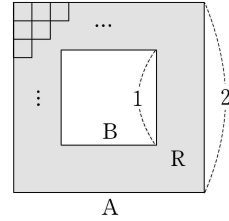
할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} x_n \cdot x_{n+1}$ 의 값은?

[3점][2009년 10월]



- ① $\frac{12}{5}$ ② $\frac{18}{5}$ ③ 4 ④ $\frac{25}{6}$ ⑤ $\frac{9}{2}$

36. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형 A와 한 변의 길이가 1인 정사각형 B는 변이 서로 평행하고, A의 두 대각선의 교점과 B의 두 대각선의 교점이 일치하도록 놓여있다. A와 A의 내부에서 B의 내부를 제외한 영역을 R라 하자.



2 이상인 자연수 n 에 대하여 한 변의 길이가 $\frac{1}{n}$ 인 작은 정사각형을 다음 규칙에 따라 R에 그린다.

(가) 작은 정사각형의 한 변은 A의 한 변에 평행하다.

(나) 작은 정사각형들의 내부는 서로 겹치지 않도록 한다.

이와 같은 규칙에 따라 R에 그릴 수 있는 한 변의 길이가 $\frac{1}{n}$ 인 작은 정사각형의 최대 개수를 a_n 이라 하자.

예를 들어, $a_2 = 12$, $a_3 = 20$ 이다.

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{2n+1} - a_{2n}}{a_{2n} - a_{2n-1}} = c$ 라 할 때, $100c$ 의 값을 구하시오.

[4점][2010학년도 수능]

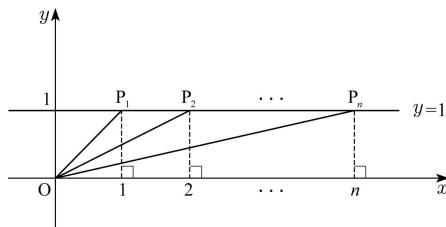
37. 이차함수 $f(x) = 2x^2 - 2nx + \frac{1}{2}n^2 + 6n + 1$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)

의 그래프의 꼭짓점의 좌표를 $P_n(x_n, y_n)$ 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{y_n}{x_n}$ 의 값을 구하시오.

[3점][2010년 3월]

38. 좌표평면에서 직선 $y=1$ 위의 점 $P_n(n, 1)$ 에 대하여 수열 $\{a_n\}$ 을 다음과 같이 정의한다.

$a_n = (\text{선분 } OP_n \text{의 길이})$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)



$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{[a_1] + [a_2] + [a_3] + \dots + [a_n]}{n^2}$ 의 값은? (단, 0는 원점이고, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

[4점][2010년 3월]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ 1 ⑤ $\frac{3}{2}$

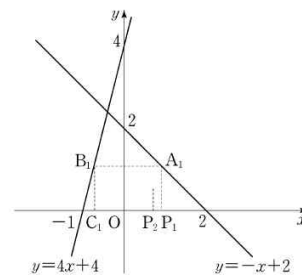
39. 연립부등식 $\begin{cases} |x| + 2|y| \leq 4 \\ 2^n(y-x) + y \geq 1 \end{cases}$ 의 해 (x, y) 가 나타내는 영역의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? (단, n 은 자연수이다.)

[4점][2010년 4월]

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

40. 자연수 n 에 대하여 점 P_n 이 x 축 위의 점일 때, 점 P_{n+1} 을 다음 규칙에 따라 정한다.

- (가) 점 P_1 의 좌표는 $(a_1, 0)$ ($0 < a_1 < 2$)이다.
 (나) (1) 점 P_n 을 지나고 y 축에 평행한 직선이 직선 $y = -x + 2$ 와 만나는 점을 A_n 이라 한다.
 (2) 점 A_n 을 지나고 x 축에 평행한 직선이 직선 $y = 4x + 4$ 와 만나는 점을 B_n 이라 한다.
 (3) 점 B_n 을 지나고 y 축에 평행한 직선이 x 축과 만나는 점을 C_n 이라 한다.
 (4) 점 C_n 을 y 축에 대하여 대칭이동한 점을 P_{n+1} 이라 한다.



점 P_n 의 x 좌표를 a_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값은?

[4점][2010년 6월]

- ① $\frac{2}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{4}{9}$ ④ $\frac{5}{9}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

41. 자연수 n 에 대하여 곡선 $y=x^2$ 과 직선 $y=-x+n$ 이 만나서 생기는 두 교점 사이의 거리를 l_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{l_n^2}{n}$ 의 값은?

[3점][2010년 7월]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

42. 그림과 같이 넓이가 M 인 삼각형 ABC 가 있다.

자연수 n 과 선분 AC 위의 두 점 D, E 에 대하여

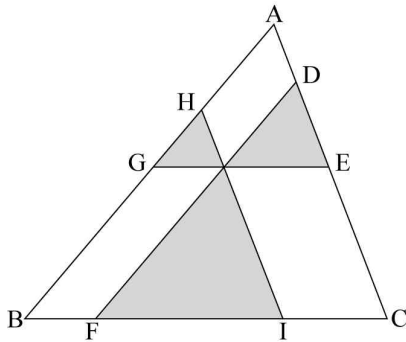
$\overline{AD} : \overline{DE} : \overline{EC} = n : (2n+1) : (3n+2)$ 이고

$\overline{DF} // \overline{AB}$, $\overline{GE} // \overline{BC}$ 이다. 선분 DF 와 선분 GE 의 교점을 지나는 선분 HI 는 선분 AC 와 평행하다. 어두운 부분의 넓이의 합

을 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{q}{p} M$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

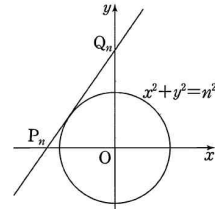
[4점][2010년 7월]



43. 좌표평면에서 자연수 n 에 대하여 기울기가 n 이고 y 절편이 양수인 직선이 원 $x^2+y^2=n^2$ 에 접할 때, 이 직선이 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 P_n , Q_n 이라 하자. $l_n = \overline{P_n Q_n}$ 이라 할 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{l_n}{2n^2}$ 의 값은?

[4점][2010년 9월]



- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

44. 그림과 같이 곡선 $y=x^2$ 위의 점 $(-1,1)$, $(0,0)$, $(1,1)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형을 A_1 이라 하자.

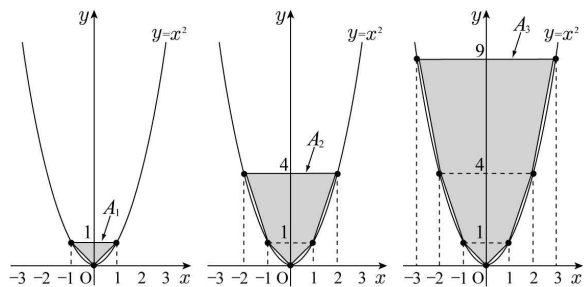
곡선 $y=x^2$ 위의 점 $(-2,4)$, $(-1,1)$, $(0,0)$, $(1,1)$, $(2,4)$ 를 꼭짓점으로 하는 오각형을 A_2 라 하자.

곡선 $y=x^2$ 위의 점 $(-3,9)$, $(-2,4)$, $(-1,1)$, $(0,0)$, $(1,1)$, $(2,4)$, $(3,9)$ 를 꼭짓점으로 하는 칠각형을 A_3 이라 하자.

이와 같은 방법으로 n 번째 얻은 다각형 A_n 은 곡선 $y=x^2$ 위의 점 $(-n,n^2)$, $(-n+1,(n-1)^2)$, $\dots$, $(-1,1)$, $(0,0)$, $(1,1)$, $\dots$, $(n-1,(n-1)^2)$, (n,n^2) 을 꼭짓점으로 하는 다각형이다. 다각형 A_n

의 넓이를 a_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n^3}$ 의 값은?

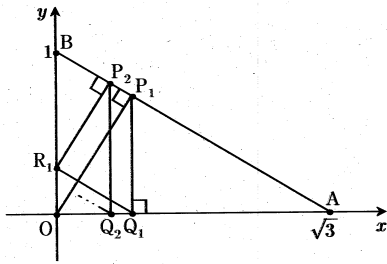
[4점][2010년 10월]



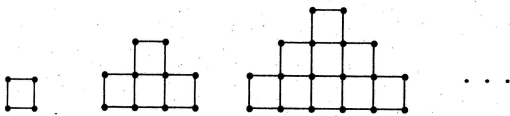
- ① 2 ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{6}{5}$

45. 그림과 같이 원점 O에서 두 점 $A(\sqrt{3}, 0)$, $B(0, 1)$ 을 이은 선분 AB에 내린 수선의 발을 P_1 이라 하자. 점 P_1 에서 x 축에 내린 수선의 발을 Q_1 , 점 Q_1 을 지나고 선분 AB와 평행한 직선의 y 절편을 R_1 , 점 R_1 에서 선분 AB에 내린 수선의 발을 P_2 라 하자. 점 P_2 에서 x 축에 내린 수선의 발을 Q_2 , 점 Q_2 를 지나고 선분 AB와 평행한 직선의 y 절편을 R_2 , 점 R_2 에서 선분 AB에 내린 수선의 발을 P_3 이라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 점 Q_n, R_n, P_{n+1} 을 정하여 나갈 때, 점 Q_n 의 x 좌표 x_n 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$ 이다. $100a^2$ 의 값을 구하시오.

[4점][2010년 11월]



46. [그림 1]은 길이가 1m인 철근 4개를 가지고 철근의 끝점과 끝점을 용접하여 만든 조형물이다. [그림 2]는 길이가 1m인 철근 13개를 가지고 철근의 끝점과 끝점을 용접하여 만든 조형물이다.



[그림 1]

[그림 2]

[그림 3]

이와 같이 길이가 1m인 철근의 끝점과 끝점을 용접하여 만든 n 번째 조형물에 사용된 1m인 모든 철근의 수를 a_n , 용접한 모든 지점의 수를 b_n 이라 하자. 예를 들어, $a_2 = 13$, $b_2 = 10$ 이다. 이

때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{2n} + b_{2n}}{a_n}$ 의 값을 구하시오.

[4점][2010년 11월]

47. 자연수 m 에 대하여 크기가 같은 정육면체 모양의 블록이 1에 1개, 2열에 2개, 3열에 3개, $\dots$, m 열에 m 개 쌓여 있다. 블록의 개수가 짝수인 열이 남아 있지 않을 때까지 다음 시행을 반복한다.

블록의 개수가 짝수인 각 열에 대하여 그 열에 있는 블록의 개수의 $\frac{1}{2}$ 만큼의 블록을 그 열에서 들어낸다.

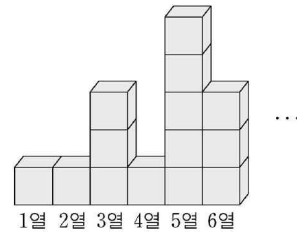
블록을 들어내는 시행을 모두 마쳤을 때, 1열부터 m 열까지 남아 있는 블록의 개수의 합을 $f(m)$ 이라 하자.

예를 들어, $f(2) = 2$, $f(3) = 5$, $f(4) = 6$ 이다.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(2^{n+1}) - f(2^n)}{f(2^{n+2})} = \frac{q}{p}$$

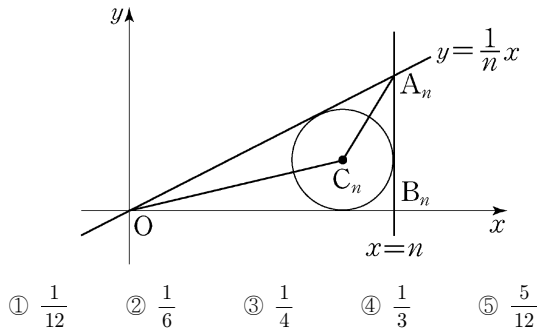
일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

[4점][2011학년도 수능]



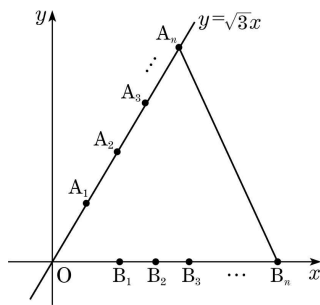
48. 좌표평면에서 자연수 n 에 대하여 두 직선 $y = \frac{1}{n}x$ 와 $x = n$ 이 만나는 점을 A_n , 직선 $x = n$ 과 x 축이 만나는 점을 B_n 이라 하자. 삼각형 A_nOB_n 에 내접하는 원의 중심을 C_n 이라 하고, 삼각형 A_nOC_n 의 넓이를 S_n 이라 하자. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{n}$ 의 값은?

[4점][2011학년도 수능]



49. 그림과 같이 좌표평면 위의 두 점 $A_1(1, \sqrt{3})$ 과 점 $B_1(2, 0)$ 이 있다. 모든 자연수 n 에 대하여 직선 $y = \sqrt{3}x$ 위의 점 A_n 과 x 축 위의 점 B_n 이 다음 식을 만족시킨다.

$$\overline{OA_{n+1}} = \overline{OA_n} + a, \quad \overline{OB_{n+1}} = \overline{OB_n} + b$$



삼각형 OA_nB_n 의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{n^2} = 5\sqrt{3}$ 이 되도록 하는 양의 정수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 의 개수는? (단, 0는 원점이다.)

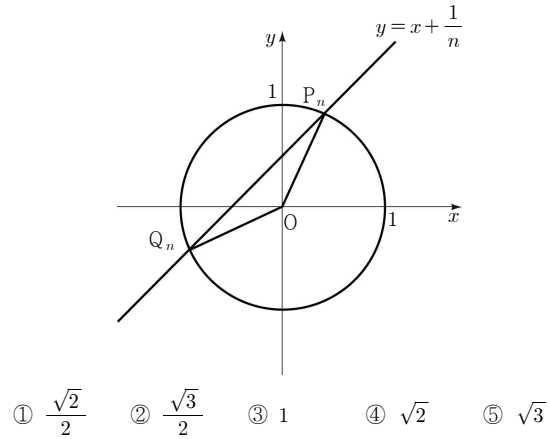
[4점][2011년 3월]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

50. 그림과 같이 좌표평면에서 자연수 n 에 대하여 직선

$y = x + \frac{1}{n}$ 과 원 $x^2 + y^2 = 1$ 이 만나는 두 점을 각각 P_n, Q_n 이라 하자. 삼각형 OP_nQ_n 의 넓이를 A_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} n \cdot A_n$ 의 값은? (단, 0는 원점이다.)

[4점][2011년 4월]



51. 자연수 n 에 대하여 두 직선 $2x + y = 4^n$, $x - 2y = 2^n$ 이 만나는 점의 좌표를 (a_n, b_n) 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b_n}{a_n} = p$ 이다. $60p$ 의 값을 구하시오.

[4점][2011년 6월]

52. 2 이상의 자연수 n 에 대하여 곡선 $y = \frac{2}{x}$ 와 직선

$y = -x + 2n$ 의 두 교점을 A_n, B_n 이라 하고 선분 $A_n B_n$ 의 길이

를 l_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{l_n}{n}$ 의 값은?

[4점][2011년 7월]

- ① $2\sqrt{2}$ ② 3 ③ $\sqrt{10}$ ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ 4

53. 첫째항이 12이고 공비가 $\frac{1}{3}$ 인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 수열 $\{b_n\}$ 을 다음 규칙에 따라 정한다.

(가) $b_1 = 1$

(나) $n \geq 1$ 일 때, b_{n+1} 은 점 $P_n(-b_n, b_n^2)$ 을 지나고 기울기가 a_n 인 직선과 곡선 $y = x^2$ 의 교점 중에서 P_n 이 아닌 점의 x 좌표이다.

$\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ 의 값을 구하시오.

[4점][2011년 9월]

54. 좌표평면에서 자연수 n 에 대하여 네 직선 $x = 1, x = n+1, y = x, y = 2x$ 로 둘러싸인 사각형의 넓이를 S_n 이라 할 때,

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{S_n}$ 의 값은?

[4점][2012년 3월]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

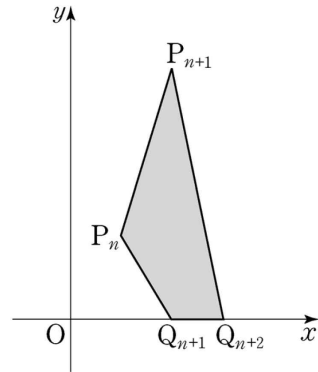
55. 좌표평면에서 자연수 n 에 대하여 점 P_n 의 좌표를 $(n, 3^n)$, 점 Q_n 의 좌표를 $(n, 0)$ 이라 하자.

사각형 $P_n Q_{n+1} Q_{n+2} P_{n+1}$ 의 넓이를 a_n 이라 할 때,

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n} = \frac{q}{p}$ 이다. $p^2 + q^2$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

[4점][2012학년도 수능]



56. 좌표평면에서 점 A_1 의 좌표가 $(1, 0)$ 일 때, 모든 자연수 n 에 대하여 점 A_{n+1} 을 다음 규칙에 따라 정한다.

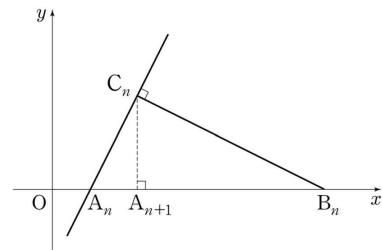
(가) 점 A_n 을 x 축의 방향으로 n 만큼 평행이동시킨 점을 B_n 이라 한다.

(나) 점 B_n 에서 기울기가 2이고 점 A_n 을 지나는 직선에 내린 수선의 발을 C_n 이라 한다.

(다) 점 C_n 에서 x 축에 내린 수선의 발을 A_{n+1} 이라 한다.

점 A_n 의 x 좌표를 a_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n^2}$ 의 값은?

[4점][2012년 5월]



- ① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{3}{10}$ ④ $\frac{2}{5}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

57. 한 변의 길이가 1인 정삼각형 ABC가 있다. 변 BC 위에 양 끝점이 아닌 한 점 P_0 을 잡는다. 그림과 같이 P_0 을 지나고 변 AB와 평행한 직선을 그어 변 AC와 만나는 점을 P_1 , 점 P_1 을 지나고 변 BC와 평행한 직선을 그어 변 AB와 만나는 점을 P_2 , 점 P_2 를 지나고 변 AC와 평행한 직선을 그어 변 BC와 만나는 점을 P_3 이라 하자.

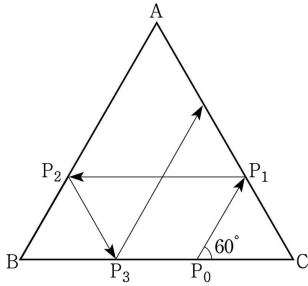
이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 점을 P_n 이라 하고, 점 P_0 을 출발하여 점 P_n 까지 이동한 거리 l_n 을

$$l_n = \overline{P_0P_1} + \overline{P_1P_2} + \overline{P_2P_3} + \cdots + \overline{P_{n-1}P_n} \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

이라 하자.

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{l_{2n}}{2n+1} = \frac{b}{a}$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 서로소인 자연수이다.)

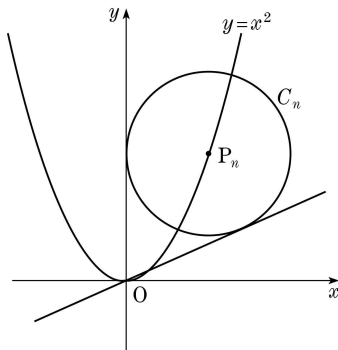
[4점][2012년 10월]



58. 자연수 n 에 대하여 곡선 $y=x^2$ 위의 점 $P_n(n, n^2)$ 을 중심으로 하고 y 축에 접하는 원을 C_n 이라 하자. 원점을 지나고 원 C_n 에 접하는 직선 중에서 y 축이 아닌 직선의 기울기를 a_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n}$ 의 값은?

[4점][2013년 3월]

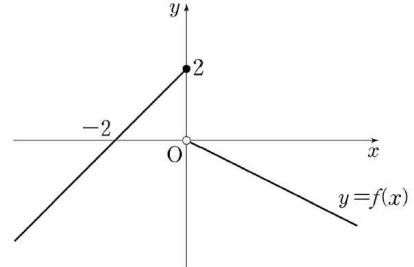
- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1 ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$



59. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x+2 & (x \leq 0) \\ -\frac{1}{2}x & (x > 0) \end{cases}$$

그래프가 그림과 같다.



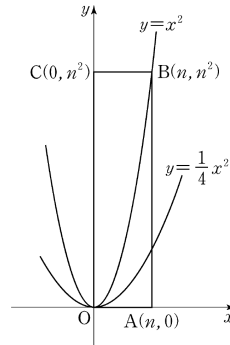
수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1=1$ 이고, $a_{n+1}=f(f(a_n))$ ($n \geq 1$)을 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값은?

[4점][2013년 6월]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

60. 그림은 두 곡선 $y=x^2$, $y=\frac{1}{4}x^2$ 과 꼭짓점의 좌표가

$O(0, 0)$, $A(n, 0)$, $B(n, n^2)$, $C(0, n^2)$ 인 직사각형 $OABC$ 를 나타낸 것이다. (단, n 은 자연수이다.)

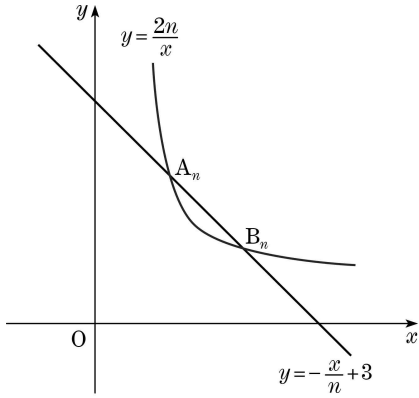


자연수 n 에 대하여, x 좌표와 y 좌표가 모두 정수인 점 중에서 직사각형 $OABC$ 또는 그 내부에 있고 부등식 $y \geq x^2$ 을 만족시키는 모든 점의 개수를 a_n 이라 하자. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n^3}$ 의 값은?

[4점][2013년 9월]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{7}{12}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

61. 자연수 n 에 대하여 곡선 $y = \frac{2n}{x}$ 과 직선 $y = -\frac{x}{n} + 3$ 의 두 교점을 A_n, B_n 이라고 하자. 선분 A_nB_n 의 길이를 l_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} (l_{n+1} - l_n)$ 의 값은?

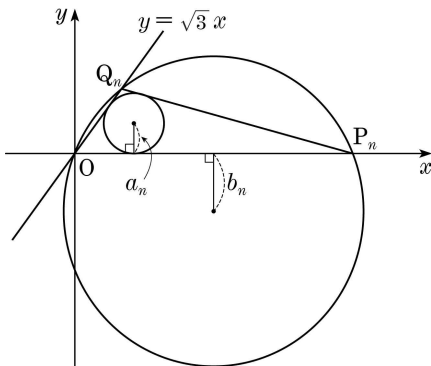


[3점][2013년 10월]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ 1 ④ $\sqrt{2}$ ⑤ 2

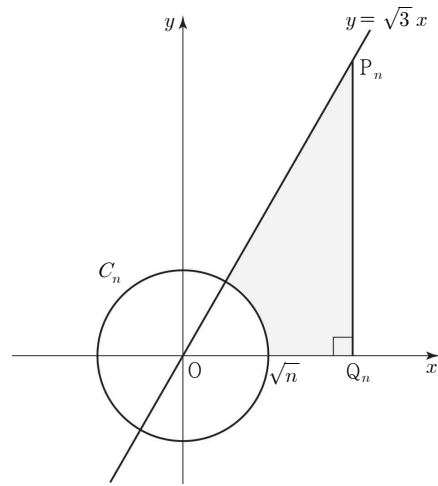
62. 좌표평면 위에 직선 $y = \sqrt{3}x$ 가 있다. 자연수 n 에 대하여 x 축 위의 점 중에서 x 좌표가 n 인 점을 P_n , 직선 $y = \sqrt{3}x$ 위의 점 중에서 x 좌표가 $\frac{1}{n}$ 인 점을 Q_n 이라 하자. 삼각형 OP_nQ_n 의 내접원의 중심에서 x 축까지의 거리를 a_n , 삼각형 OP_nQ_n 의 외접원의 중심에서 x 축까지의 거리를 b_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n b_n = L$ 이다. $100L$ 의 값을 구하시오. (단, O 는 원점이다.)

[4점][2014년 3월]



63. 그림과 같이 자연수 n 에 대하여 좌표평면 위의 원 $x^2 + y^2 = n$ 을 C_n 이라 하고, 직선 $y = \sqrt{3}x$ 위의 점 중에서 원점 O 로부터 거리가 $n+2$ 인 점을 P_n , 점 P_n 에서 x 축에 내린 수선의 발을 Q_n 이라 하자. 삼각형 P_nOQ_n 의 내부와 원 C_n 의 외부의 공통부분의 넓이를 S_n 이라 하자. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{S_n} = a$ 일 때, $3a^2$ 의 값을 구하시오. (단, 점 P_n 은 제1사분면 위의 점이다.)

[4점][2014년 4월]



64. 자연수 n 에 대하여 점 $(3n, 4n)$ 을 중심으로 하고 y 축에 접하는 원 O_n 이 있다. 원 O_n 위를 움직이는 점과 점 $(0, -1)$ 사이의 거리의 최댓값을 a_n , 최솟값을 b_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n}$ 의 값을 구하시오.

[4점][2014년 9월]

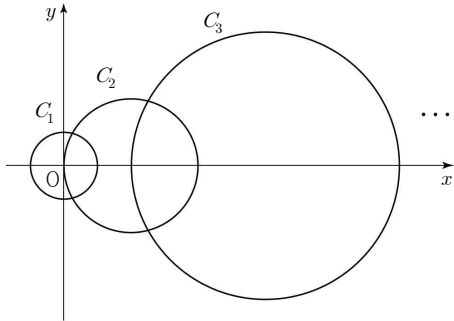
65. 자연수 n 에 대하여 중심이 x 축 위에 있고 반지름의 길이가 r_n 인 원 C_n 을 다음과 같은 규칙으로 그린다.

- (가) 원점을 중심으로 하고 반지름의 길이가 1인 원 C_1 을 그린다.
 (나) 원 C_{n-1} 의 중심을 x 축의 방향으로 $2r_{n-1}$ 만큼 평행이동시킨 점을 중심으로 하고 반지름의 길이가 $2r_{n-1}$ 인 원 C_n 을 그린다.
 ($n=2, 3, 4, \dots$)

원 C_n 의 중심을 $(a_n, 0)$ 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{r_n}$ 의 값은?

[4점][2014년 7월]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$



66. 연립부등식

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq \left(\frac{1}{n}\right)^2 \\ |x| + |y| \geq \frac{1}{n} \end{cases} \quad (n \geq 1)$$

의 해 (x, y) 가 나타내는 영역의 넓이를 S_n 이라 할 때,

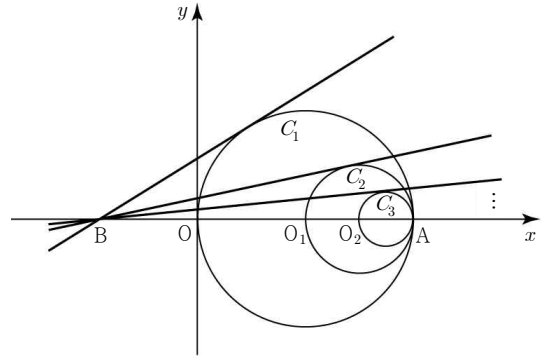
$\frac{20}{\pi-2} \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{S_n S_{n+2}}$ 의 값을 구하시오.

[4점][2015년 3월]

67. 그림과 같이 좌표평면에 원 $C_1: (x-1)^2 + y^2 = 1$ 과 점

$A(2, 0)$ 이 있다. 원 C_1 의 중심을 O_1 이라 하고, 선분 O_1A 를 지름으로 하는 원을 C_2 라 하자. 원 C_2 의 중심을 O_2 라 하고, 선분 O_2A 를 지름으로 하는 원을 C_3 이라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 원을 C_n 이라 하자. 점 $B(-1, 0)$ 에서 원 C_n 에 그은 접선의 기울기를 a_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} 2^n a_n$ 의 값은? (단, $a_n > 0$ 이다.)

[4점][2014년 7월]



- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ 1

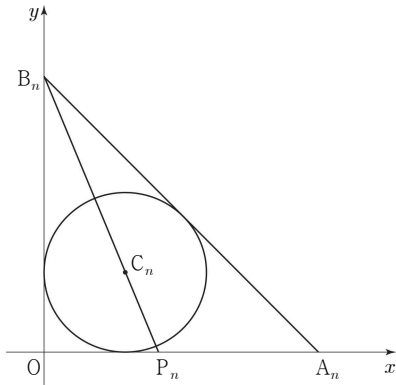
68. 좌표평면에서 자연수 n 에 대하여 원 $x^2 + y^2 = n^2$ 과 직선 $y = \frac{1}{n}x$ 가 제1사분면에서 만나는 점을 중심으로 하고 x 축에 접하는 원의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은?

[3점][2015년 3월]

- ① $\frac{\pi}{4}$ ② $\frac{\pi}{2}$ ③ $\frac{3}{4}\pi$ ④ π ⑤ $\frac{5}{4}\pi$

69. 자연수 n 에 대하여 그림과 같이 두 점 $A_n(n, 0)$, $B_n(0, n+1)$ 이 있다. 삼각형 OA_nB_n 에 내접하는 원의 중심을 C_n 이라 하고, 두 점 B_n 과 C_n 을 지나는 직선이 x 축과 만나는 점을 P_n 이라 하자. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\overline{OP_n}}{n}$ 의 값은? (단, O 는 원점이다.)

[4점][2015년 4월]



- ① $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$ ② $\sqrt{2}-1$ ③ $2-\sqrt{2}$
 ④ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $2\sqrt{2}-2$

70. 함수 $f(x)$ 가

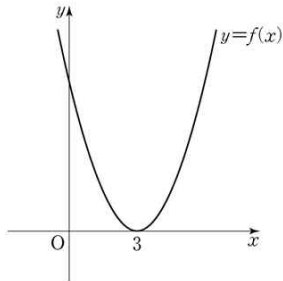
$$f(x) = (x-3)^2$$

일 때, 자연수 n 에 대하여 방정식 $f(x) = n$ 의 두 근이 α, β 일 때 $h(n) = |\alpha - \beta|$ 라 하자.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} \{h(n+1) - h(n)\}$$

의 값은?

[4점][2015년 6월]



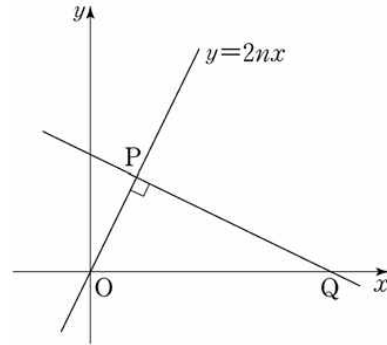
- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

71. 자연수 n 에 대하여 직선 $y = 2nx$ 위의 점 $P(n, 2n^2)$ 을 지나고 이 직선과 수직인 직선이 x 축과 만나는 점을 Q 라 할 때, 선분 OQ 의 길이를 l_n 이라 하자. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{l_n}{n^3}$ 의 값은?

(단, O 는 원점이다.)

[3점][2015년 6월]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5



72. 자연수 n 에 대하여 직선 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}(x-1)$ 과 이차함수

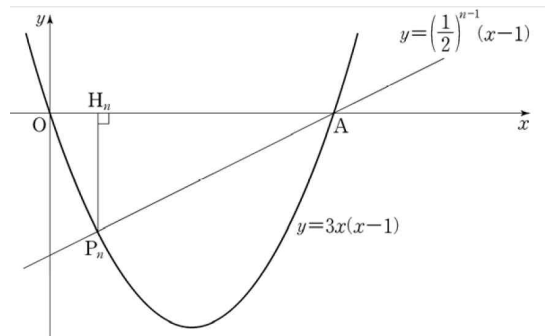
$y = 3x(x-1)$ 의 그래프가 만나는 두 점을 $A(1, 0)$ 과 P_n 이라 하자. 점 P_n 에서 x 축에 내린 수선의 발을 H_n 이라 할 때,

$$\sum_{n=1}^{\infty} \overline{P_n H_n}$$

의 값은?

[4점][2015년 9월]

- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{14}{9}$ ③ $\frac{29}{18}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{31}{18}$



73. 좌표평면 위의 점 $P_n (n=1, 2, 3, \dots)$ 은 다음 규칙을 만족시킨다.

(가) 점 P_1 의 좌표는 $(1, 1)$ 이다.

(나) $\overline{P_n P_{n+1}} = 1$

(다) 점 P_{n+2} 는 점 P_{n+1} 을 지나고 직선 $P_n P_{n+1}$ 에 수직인 직선 위의 점 중 $\overline{P_1 P_{n+2}}$ 가 최대인 점이다.

수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 0, a_2 = 1$ 이고,

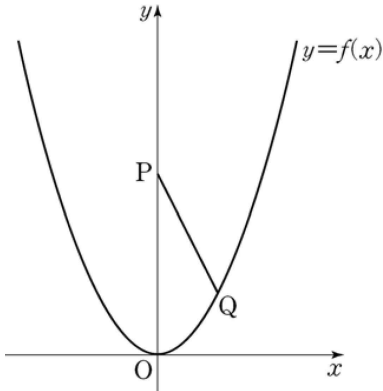
$$a_n = \overline{P_1 P_n} \quad (n=3, 4, 5, \dots)$$

일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_{n+1} - a_n)$ 의 값은?

[4점][2015년 10월]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ④ 1 ⑤ 2

74. 자연수 n 에 대하여 좌표가 $(0, 2n+1)$ 인 점을 P 라 하고, 함수 $f(x) = nx^2$ 의 그래프 위의 점 중 y 좌표가 1이고 제1사분면에 있는 점을 Q 라 하자.

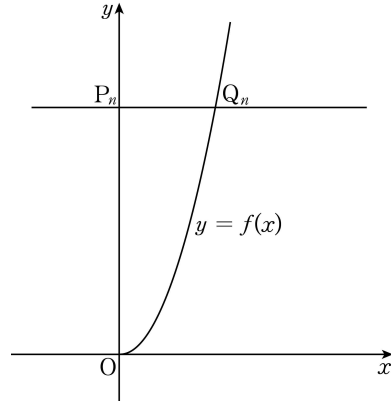


점 $R(0, 1)$ 에 대하여 삼각형 PRQ 의 넓이를 S_n , 선분 PQ 의 길이를 l_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n^2}{l_n}$ 의 값은?

[4점][2016학년도 수능]

- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{5}{4}$ ③ 1 ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

75. 자연수 n 에 대하여 좌표가 $(0, 3n+1)$ 인 점을 P_n , 함수 $f(x) = x^2 (x \geq 0)$ 이라 하자. 점 P_n 을 지나고 x 축과 평행한 직선이 곡선 $y = f(x)$ 와 만나는 점을 Q_n 이라 할 때, 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 R_n 은 직선 $P_n R_n$ 의 기울기가 음수이고 y 좌표가 자연수인 점이다. 삼각형 $P_n O Q_n$ 의 넓이를 S_n , 삼각형 $P_n O R_n$ 의 넓이가 최대일 때 삼각형 $P_n O R_n$ 의 넓이를 T_n 이라 하자. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n - T_n}{\sqrt{n}}$ 의 값은? (단, 0는 원점이다.)



[4점][2016년 3월]

- ① $\frac{\sqrt{3}}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{5}}{4}$ ④ $\frac{\sqrt{6}}{4}$ ⑤ $\frac{\sqrt{7}}{4}$

76. 자연수 n 에 대하여 곡선 $y = x^2 - \left(4 + \frac{1}{n}\right)x + \frac{4}{n}$ 와 직선

$y = \frac{1}{n}x + 1$ 이 만나는 두 점을 각각 P_n, Q_n 이라 하자. 삼각형 $OP_n Q_n$ 의 무게중심의 y 좌표를 a_n 이라 할 때, $30 \lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값을 구하시오. (단, 0는 원점이다.)

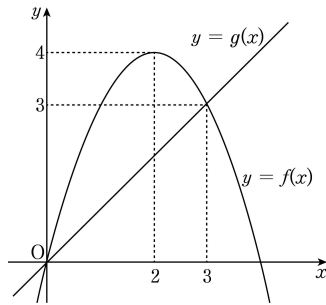
[4점][2016년 3월]

77. 그림과 같이 곡선 $y=f(x)$ 와 직선 $y=g(x)$ 가 원점과 점 $(3, 3)$ 에서 만난다.

$$h(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\{f(x)\}^{n+1} + 5\{g(x)\}^n}{\{f(x)\}^n + \{g(x)\}^n}$$

일 때, $h(2)+h(3)$ 의 값은?

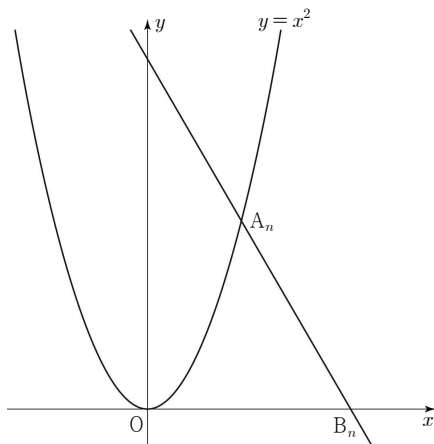
[3점][2016년 3월]



- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

78. 그림과 같이 자연수 n 에 대하여 곡선 $y=x^2$ 위의 점 $A_n(n, n^2)$ 을 지나고 기울기가 $-\sqrt{3}$ 인 직선이 x 축과 만나는 점을 B_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\overline{OB_n}}{\overline{OA_n}}$ 의 값은? (단, O 는 원점이다.)

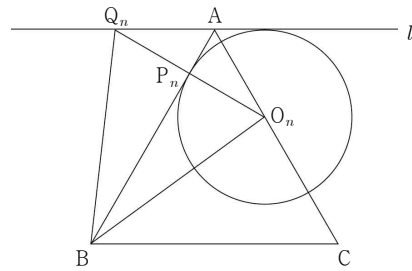
[4점][2016년 4월]



- ① $\frac{\sqrt{3}}{7}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{6}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{5}$ ④ $\frac{\sqrt{3}}{4}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{3}$

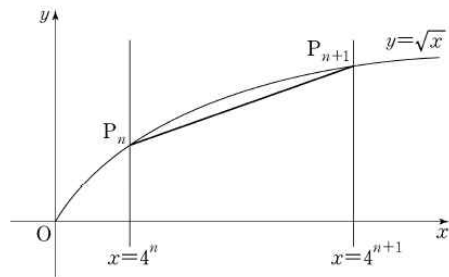
79. 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정삼각형 ABC 와 점 A 를 지나고 직선 BC 와 평행한 직선 l 이 있다. 자연수 n 에 대하여 중심 O_n 이 변 AC 위에 있고 반지름의 길이가 $\sqrt{3}\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ 인 원이 직선 AB 와 직선 l 에 모두 접한다. 이 원과 직선 AB 가 접하는 점을 P_n , 직선 O_nP_n 과 직선 l 이 만나는 점을 Q_n 이라 하자. 삼각형 BO_nQ_n 의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} 2^n S_n = k$ 이다. k^2 의 값을 구하시오.

[4점][2016년 7월]



80. 자연수 n 에 대하여 직선 $x=4^n$ 이 곡선 $y=\sqrt{x}$ 와 만나는 점을 P_n 이라 하자. 선분 P_nP_{n+1} 의 길이를 L_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{L_{n+1}}{L_n}\right)^2$ 의 값을 구하시오.

[4점][2017학년도 수능]



수열의 극한(5) 활용문제 답

문 항	답	문 항	답	문 항	답	문 항	답	문 항	답
1	5	6	2	11	5	16	1	21	3
2	1	7	4	12	3	17	1	22	2
3	3	8	4	13	25	18	2	23	1
4	2	9	1	14	5	19	4	24	10
5	3	10	24	15	240	20	19	25	3

문 항	답	문 항	답	문 항	답	문 항	답	문 항	답
26	12	31	75	36	50	41	4	46	6
27	1	32	20	37	12	42	25	47	19
28	30	33	10	38	2	43	4	48	3
29	2	34	2	39	1	44	3	49	4
30	2	35	1	40	5	45	12	50	1

문 항	답	문 항	답	문 항	답	문 항	답	문 항	답
51	30	56	1	61	3	66	15	71	4
52	1	57	3	62	25	67	3	72	2
53	19	58	1	63	64	68	4	73	2
54	3	59	4	64	4	69	2	74	5
55	37	60	3	65	4	70	2	75	1

문 항	답
76	20
77	3
78	5
79	192
80	16

수열의 극한 (6) ㄱㄴㄷ 문제

1. 두 수열 a_n, b_n 에 대한 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

[4점][2004년 3월]

— < 보 기 > —

ㄱ. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 과 $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)$ 이 수렴하면 $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 도 수렴한다.

ㄴ. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 과 $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 이 수렴하면 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n b_n = 0$ 이다.

ㄷ. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n$ 이 수렴하고, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \neq 0$ 이면 $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 0$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

2. 무한등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 옳은 것을 <보기>에서 모두 고른 것은?

[3점][2005학년도 수능]

— [보 기] —

ㄱ. 무한등비급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 이 수렴하면 $\sum_{n=1}^{\infty} a_{2n}$ 도 수렴한다.

ㄴ. 무한등비급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 이 발산하면 $\sum_{n=1}^{\infty} a_{2n}$ 도 발산한다.

ㄷ. 무한등비급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 이 수렴하면 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n + \frac{1}{2}\right)$ 도 수렴한다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

3. 두 무한수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 에 대하여 옳은 내용을 <보기>에서 모두 고른 것은? (단, α, β 는 실수이고, n 은 자연수이다.)

[4점][2005년 7월]

— < 보 기 > —

ㄱ. $a_n > b_n$ 이고 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \alpha, \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = \beta$ 이면 $\alpha > \beta$ 이다.

ㄴ. $a_n > b_n$ 이고 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \alpha, \sum_{n=1}^{\infty} b_n = \beta$ 이면 $\alpha > \beta$ 이다.

ㄷ. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \alpha, \sum_{n=1}^{\infty} b_n = \beta$ 이고 $\alpha > \beta$ 이면 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n > \lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

4. 세 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}, \{c_n\}$ 에 대한 옳은 설명을 <보기>에서 모두 고른 것은?

[3점][2006년 3월]

— < 보 기 > —

ㄱ. 두 수열 $\{a_n\}, \{a_n b_n\}$ 이 모두 수렴하면, 수열 $\{b_n\}$ 은 수렴한다.

ㄴ. $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n - 2b_n) = 0$ 이고 $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 1$ 이면, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 2$ 이다.

ㄷ. $a_n < b_n < c_n$ 이고 $\lim_{n \rightarrow \infty} (c_n - a_n) = 0$ 이면, 수열 $\{b_n\}$ 은 수렴한다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

5. 두 무한수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

[3점][2006년 5월]

< 보 기 >

ㄱ. 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 이 수렴하고 $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n - b_n) = 0$ 이면

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} b_n$$

ㄴ. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \alpha, \sum_{n=1}^{\infty} b_n = \beta$ 이고 $\alpha > \beta$ 이면 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n > \lim_{n \rightarrow \infty} b_n$

ㄷ. 수열 $\{a_n\}, \{a_n b_n\}$ 이 수렴하면 $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ 은 수렴한다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

6. 두 무한등비수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 에 대하여 <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은?

[4점][2006년 6월]

< 보 기 >

ㄱ. 두 무한등비급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n, \sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 이 수렴하면

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n \text{은 수렴한다.}$$

ㄴ. 두 무한등비급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n, \sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 이 발산하면

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n) \neq 0 \text{이다.}$$

ㄷ. 두 무한등비급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^3, \sum_{n=1}^{\infty} b_n^3$ 이 수렴하면

$$\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n) \text{은 수렴한다.}$$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

7. 두 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n - 1), \sum_{n=1}^{\infty} (b_n + 1)$ 이 모두 수렴할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

[3점][2007년 3월]

< 보 기 >

ㄱ. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 1$

ㄴ. $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 은 발산한다.

ㄷ. $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)$ 은 수렴한다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

8. 무한수열의 극한값과 무한급수의 성질이다. <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은?

[4 점][2007년 7월]

< 보 기 >

ㄱ. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \alpha, \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = \beta$ 이면 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n b_n = 0$ 이다.
(단, α, β 는 상수)

ㄴ. $\sum_{n=1}^{\infty} (2a_n + b_n)$ 과 $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n - 2b_n)$ 이 수렴하면

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{과 } \sum_{n=1}^{\infty} b_n \text{이 수렴한다.}$$

ㄷ. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n b_n = \alpha$ 이면 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 또는 $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ 이 수렴한다.
(단, α 는 상수)

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

9. 무한수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

[4점][2008년 4월]

<보 기>

ㄱ. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_{2n}$ 이 수렴하면 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 도 수렴한다.

ㄴ. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 이 수렴하면 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_{2n} = \lim_{n \rightarrow \infty} a_{2n-1}$ 이다.

ㄷ. 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 이 수렴하면 $\sum_{n=1}^{\infty} a_{2n}$ 도 수렴한다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

10. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$a_n + b_n = 2 + \frac{1}{n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

[4점][2009년 3월]

<보 기>

ㄱ. $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n) = 2$

ㄴ. 수열 $\{a_n\}$ 이 수렴하면 수열 $\{b_n\}$ 도 수렴한다.

ㄷ. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 이 수렴하면 $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 도 수렴한다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

11. 첫째항과 공차가 같은 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ 라

할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?
(단, $a_1 > 0$)

[3점][2009년 9월]

[보 기]

ㄱ. 수열 $\{S_n\}$ 이 수렴한다.

ㄴ. 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{S_n}$ 이 수렴한다.

ㄷ. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{S_{n+1}} - \sqrt{S_n})$ 이 존재한다.

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

12. 두 무한수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b_n}{a_n} = \alpha$ 일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, α 는 0이 아닌 실수이다.)

[3점][2010년 3월]

<보 기>

ㄱ. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ 이면 $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 0$ 이다.

ㄴ. $\alpha = 1$ 이면 $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n - b_n) = 0$ 이다.

ㄷ. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = \frac{1}{\alpha}$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

13. 두 무한수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

[4점][2010년 3월]

— < 보 기 > —

ㄱ. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 1$, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n = 2$ 이면 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n < \lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ 이다.

ㄴ. 두 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)$, $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n - b_n)$ 이 모두 수렴하면 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 도 모두 수렴한다.

ㄷ. 두 수열 $\{|a_n + b_n|\}$, $\{|a_n - b_n|\}$ 이 모두 수렴하면 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 도 모두 수렴한다.

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

14. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[3점][2010년 4월]

— < 보 기 > —

ㄱ. $\lim_{n \rightarrow \infty} |b_n| = 0$ 이면 $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 0$ 이다.

ㄴ. $\lim_{n \rightarrow \infty} (3n+1)a_n = 6$ 이면 $\lim_{n \rightarrow \infty} na_n = 2$ 이다.

ㄷ. 수열 $\{a_n b_n\}$ 이 수렴하면 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 은 각각 수렴한다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 두 무한수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

[4점][2011년 4월]

— < 보 기 > —

ㄱ. 수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_n = \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}$ 일 때,

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 은 발산한다.

ㄴ. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 이 각각 수렴하면,

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 이다.

ㄷ. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = 1$, $a_{n+1} = \frac{1}{n+1} a_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)을 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_{n+2}}{a_n} = \frac{1}{2}$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

16. 두 무한수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

[3점][2011년 10월]

— < 보 기 > —

ㄱ. 수열 $\{a_n\}$, $\{a_n - b_n\}$ 이 모두 수렴하면 수열 $\{b_n\}$ 도 수렴한다.

ㄴ. 수열 $\{a_n\}$, $\{a_n b_n\}$ 이 모두 수렴하면 수열 $\{b_n\}$ 도 수렴한다.

ㄷ. 모든 자연수 n 에 대하여 $0 < a_n < b_n$ 이고 수열 $\{b_n\}$ 이 수렴하면 수열 $\{a_n\}$ 도 수렴한다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

수열의 극한(6) 기하 문제 답

문 항	답	문 항	답	문 항	답	문 항	답
1	5	6	4	11	5	16	1
2	3	7	5	12	3		
3	2	8	4	13	1		
4	2	9	2	14	3		
5	1	10	2	15	3		

함수의 극한 (1) 기본문제

1. 서로 다른 두 실수 α, β 에 대하여 $\alpha + \beta = 1$ 일 때,

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x + \alpha^2} - \sqrt{x + \beta^2}}{\sqrt{4x + \alpha} - \sqrt{4x + \beta}} \text{의 값은?}$$

[1994학년도 수능 2차]

- ① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ 4

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x}$ 의 값은?

[2점][1999학년도 수능]

- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

3. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{8(x^4 - 1)}{(x^2 - 1)f(x)} = 1$ 일 때, $f(1)$ 의 값을 구하시오.

[2점][2001학년도 수능]

4. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x + 4}{\sqrt{x + 11} - 3}$ 의 값을 구하시오.

[2점][2004학년도 수능]

5. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 - 3} - 1}{x - 2}$ 의 값을 구하시오.

[3점][2004년 6월]

6. $a > 1$ 일 때, $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x - a| - (a - 1)}{x - 1}$ 의 값은?

[3점][2005년 7월]

- ① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{20x}{\sqrt{4+x} - \sqrt{4-x}}$ 의 값을 구하시오.

[3점][2006년 9월]

8. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x + 3} - 2}$ 의 값은?

[2점][2007학년도 수능]

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

9. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{\sqrt{x^2+x}-x}$ 의 값은?

[2점][2008년 6월]

- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

10. $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{t^2}{\sqrt{t^2+4}-2}$ 의 값은?

[2점][2008년 7월]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

11. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3-2x^2-x+2}{x+1}$ 의 값은?

[2점][2009년 4월]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

12. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3-x^2+x-1}{\sqrt{x+8}-3}$ 의 값은?

[2점][2009년 6월]

- ① 0 ② 3 ③ 6 ④ 9 ⑤ 12

13. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3-3x^2}{\sqrt{4x-3}-\sqrt{2x+3}}$ 의 값을 구하시오.

[3점][2009년 7월]

14. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2-16}{\sqrt{x}-2}$ 의 값은?

[2점][2009년 10월]

- ① 32 ② 16 ③ 8 ④ 4 ⑤ 2

15. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-2} \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{3} \right)$ 의 값은?

[2점][2010년 4월]

- ① $-\frac{1}{9}$ ② $-\frac{1}{6}$ ③ $-\frac{1}{4}$ ④ $-\frac{1}{3}$ ⑤ $-\frac{1}{2}$

16. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-\sqrt{x^2-1}}{x+1}$ 의 값은?

[2점][2010년 7월]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

17. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2x+1}-1}{x^2+x}$ 의 값은?

[2점][2010년 10월]

- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

18. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-3x}{\sqrt{x+1}-2}$ 의 값은?

[2점][2011년 3월]

- ① 0 ② 3 ③ 6 ④ 9 ⑤ 12

19. 함수 $f(x) = x^2 + 2x$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-3}{x-1}$ 의 값은?

[2점][2011년 7월]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

20. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x+3}-2}$ 의 값은?

[2점][2011년 10월]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

21. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+1}-\sqrt{x+3}}{x^2-1}$ 의 값은?

[2점][2013년 7월]

- ① $-\frac{3}{4}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

22. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{\sqrt{x+2}-2}$ 의 값은?

[2점][2014년 7월]

- ① 12 ② 16 ③ 20 ④ 24 ⑤ 28

23. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2-4)f(x)}{x-2} = 12$$

를 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값은?

[3점][2016년 9월]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

함수의 극한(1) 답

문 항	답	문 항	답	문 항	답	문 항	답	문 항	답
1	3	6	4	11	4	16	2	21	4
2	4	7	40	12	5	17	5	22	2
3	16	8	2	13	27	18	5	23	3
4	12	9	2	14	1	19	4		
5	2	10	4	15	1	20	4		

함수의 극한 (2) $\frac{f(x)}{g(x)}$ 꼴

1. 다음 식을 성립하게 하는 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은?

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^2+ax+b} = \frac{1}{3}$$

[2점][2002학년도 수능]

- ① -3 ② -2 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

2. 삼차함수 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 가 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-c}{x-1} = -1$ 을 만족시킬 때, ab 의 값을 구하시오.

[3점][2003년 9월]

3. 두 실수 a, b 가 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2+a-b}}{x-2} = \frac{2}{5}$ 를 만족시킬 때, $a+b$ 의 값을 구하시오.

[3점][2005학년도 수능]

4. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{x^2+ax} = b$ (단, $b \neq 0$)가 성립하도록 상수 a, b 의 값을 정할 때, $a+b$ 의 값은?

[2점][2005년 6월]

- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

5. 두 실수 a, b 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2+a}-b}{x-1} = \frac{1}{2}$ 일 때, ab 의 값은?

[2점][2005년 9월]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

6. 등식 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+3x+a}{x-2} = b$ 가 성립할 때, 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?

[3점][2005년 10월]

- ① -3 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

7. 두 상수 a, b 가 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-(a+2)x+2a}{x^2-b} = 3$ 을 만족시킬 때, $a+b$ 의 값은?

[2점][2006학년도 수능]

- ① -6 ② -4 ③ -2 ④ 0 ⑤ 2

8. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-(a+1)x+a}{x^2-bx+9} = 3$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오.

[3점][2006년 4월]

9. 두 실수 a, b 가 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x-1}+a}{x-2} = b$ 를 만족시킬 때, $a+b$ 의 값은?

[2점][2006년 10월]

- ① $-\frac{3}{2}$ ② -1 ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

10. 두 상수 a, b 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x+a} - \sqrt{x+3}}{x^2-1} = b$ 일 때, ab 의 값은?

[2점][2007년 6월]

- ① 16 ② 4 ③ 1 ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{16}$

11. 두 상수 a, b 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax+b}{\sqrt{x+1} - \sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$ 일 때, ab 의 값은?

[2점][2007년 9월]

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 2

12. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{ax+3}-3}{x-3} = b$ 일 때, 두 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은?

[2점][2007년 10월]

- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{5}{3}$ ④ $\frac{7}{3}$ ⑤ $\frac{8}{3}$

13. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{a\sqrt{x+6}-b}{x-3} = 2$ 일 때, 두 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값을 구하시오.

[3점][2008년 4월]

14. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{x^2-x-3}+ax}{x+3} = b$ 가 성립하도록 상수 a, b 의 값을 정할 때, $a+b$ 의 값은?

[2점][2008년 9월]

- ① $-\frac{5}{6}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

15. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+ax-b}{x^3-1} = 3$ 이 성립하도록 상수 a, b 의 값을 정할 때, $a+b$ 의 값은?

[2점][2009년 9월]

- ① 9 ② 11 ③ 13 ④ 15 ⑤ 17

16. 두 상수 a, b 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+a}-b}{x-3} = \frac{1}{4}$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

[2점][2010학년도 수능]

- ① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

17. 두 상수 a, b 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + ax + b}{x - 3} = 14$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

[2점][2010년 6월]

- ① -25 ② -23 ③ -21 ④ -19 ⑤ -17

18. 두 상수 a, b 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 3}{ax^2 + b} = \frac{1}{6}$ 일 때, $a - b$ 의 값은?

[2점][2010년 11월]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

19. 이차함수 $f(x) = x^2 + ax + b$ (a, b 는 상수)가 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2h)}{h} = 5$ 를 만족시킬 때, $10(a + b)$ 의 값을 구하시오.

[3점][2010년 11월]

20. 함수 $f(x) = x^2 + ax$ 가 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 4$ 를 만족시킬 때, 상수 a 의 값은?

[3점][2011년 6월]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

21. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + 1}{x^2 + ax + 1} = \frac{1}{9}$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하시오.

[3점][2011년 6월]

22. 두 상수 a, b 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - a}{(x - 2)(x - 3)} = b$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

[3점][2012년 4월]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

23. 두 상수 a, b 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax}{x - 1} = b$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

[3점][2012년 6월]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

24. 두 상수 a, b 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x + a} - 2}{x - 2} = b$ 일 때, $10a + 4b$ 의 값을 구하시오.

[3점][2013년 6월]

25. 두 상수 a, b 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+2}{\sqrt{x+a}-b} = 6$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오.

[3점][2014년 4월]

26. 두 실수 a, b 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3-a}{x-2} = b$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

[2점][2014년 7월]

- ① 14 ② 16 ③ 18 ④ 20 ⑤ 22

27. 두 상수 a, b 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x-a}{x-1} = b$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

[3점][2015년 6월]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

28. 두 상수 a, b 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{x-a}{\sqrt{x}-3} = b$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오.

[3점][2016년 4월]

함수의 극한(2) $\frac{f(x)}{g(x)}$ 풀 답

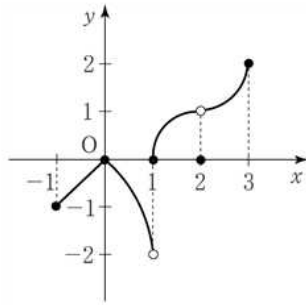
문 항	답	문 항	답	문 항	답	문 항	답	문 항	답
1	2	6	1	11	3	16	1	21	16
2	-6	7	1	12	4	17	1	22	4
3	26	8	35	13	48	18	5	23	3
4	3	9	3	14	5	19	25	24	21
5	1	10	4	15	4	20	1	25	14

문 항	답
26	4
27	1
28	15

함수의 극한 (3) 그래프 문제

1. 정의역이 $\{x \mid -1 \leq x \leq 3\}$ 인 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

[3점][2004년 6월]



- < 보 기 >
- ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ 가 존재한다.
 ㄴ. $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ 가 존재한다.
 ㄷ. $-1 < a < 1$ 인 실수 a 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 가 존재한다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
 ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

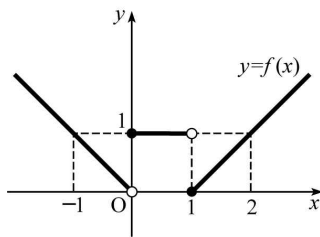
2. 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} -x & (x < 0) \\ 1 & (0 \leq x < 1) \\ x-1 & (x \geq 1) \end{cases}$$

이고, 그 그래프는 그림과 같다.

이 때, <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

[4점][2005년 10월]

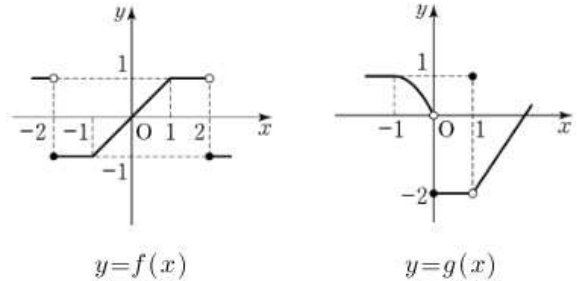


- < 보 기 >
- ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$
 ㄴ. $\lim_{x \rightarrow 1+} f(f(x)) = 1$
 ㄷ. $\lim_{x \rightarrow 1-} f(f(x)) = 0$

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

3. 두 함수 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 의 그래프의 일부가 다음 그림과 같고, 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+4) = f(x)$ 일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

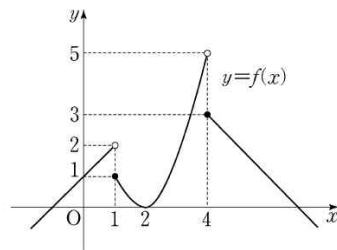
[4점][2009년 9월]



- [보 기]
- ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 0} g(f(x)) = -2$
 ㄴ. $\lim_{x \rightarrow 2} g(f(x)) = 1$
 ㄷ. $\lim_{x \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^4 g\left(f\left(2k + \frac{1}{x}\right)\right) = -2$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

4. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



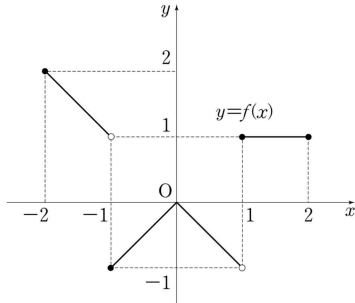
$\lim_{t \rightarrow \infty} f\left(\frac{t-1}{t+1}\right) + \lim_{t \rightarrow -\infty} f\left(\frac{4t-1}{t+1}\right)$ 의 값은?

[3점][2010년 6월]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

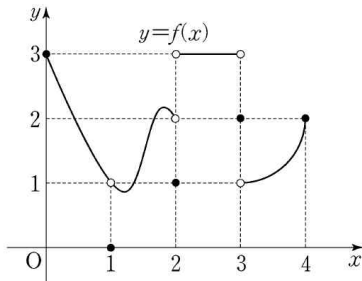
5. 정의역이 $\{x \mid -2 \leq x \leq 2\}$ 인 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 의 값은?

[3점][2011년 6월]



- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

6. 정의역이 $\{x \mid 0 \leq x \leq 4\}$ 인 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.

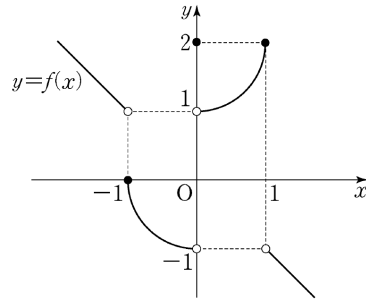


$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(f(x)) + \lim_{x \rightarrow 2^+} f(f(x))$ 의 값은?

[3점][2011년 9월]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.

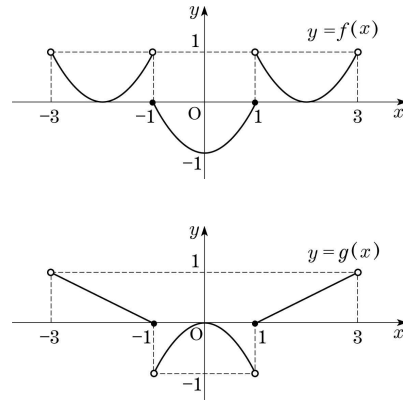


$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) + f(0) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 의 값은?

[3점][2011년 9월]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

8. 그림은 열린구간 $(-3, 3)$ 에서 정의된 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 의 그래프이다. 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?



ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -1$

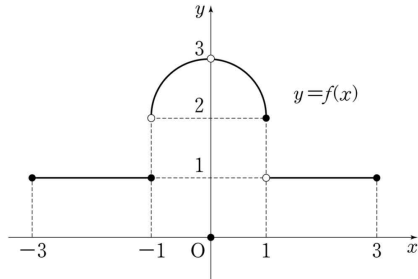
ㄴ. $\lim_{x \rightarrow 1} \{f(x) + g(x)\} = 1$

ㄷ. $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)g(x) = 0$

[4점][2011년 10월]

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

9. 정의역이 $\{x \mid -3 \leq x \leq 3\}$ 인 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.

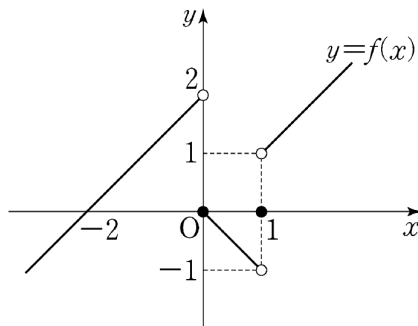


$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1+} f(x)$ 의 값은?

[3점][2012년 5월]

- ① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

10. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



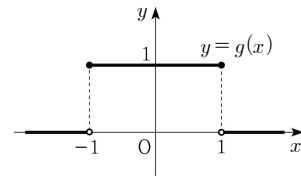
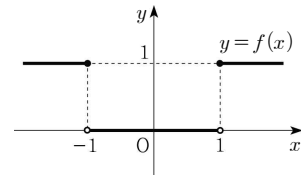
$\lim_{x \rightarrow 0-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1+} f(x)$ 의 값은?

[3점][2012년 6월]

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

11. 두 함수 $y=f(x)$ 와 $y=g(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

[4점][2012년 10월]



< 보 기 >

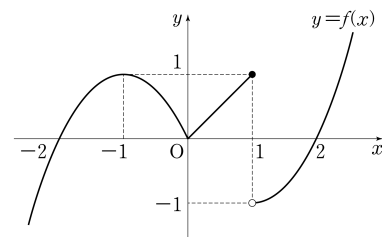
ㄱ. $\lim_{x \rightarrow -1-} f(x) = f(-1)$

ㄴ. $\lim_{x \rightarrow 1+} f(x)g(x) = \lim_{x \rightarrow 1-} f(x)g(x)$

ㄷ. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)g(x) = f(1)g(1)$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

12. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.

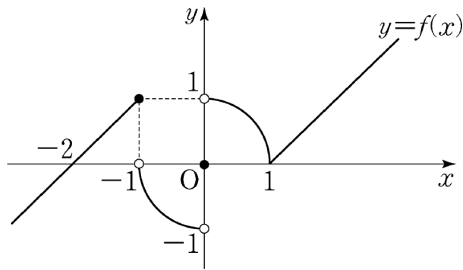


$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1+} f(x)$ 의 값은?

[3점][2012년 9월]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

13. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.

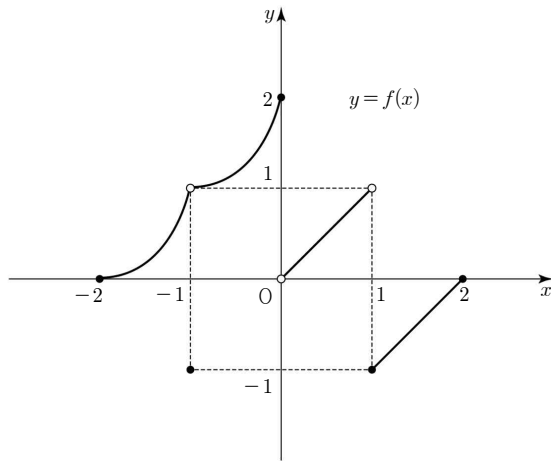


$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ 의 값은?

[3점][2013학년도 수능]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

14. 정의역이 $\{x | -2 \leq x \leq 2\}$ 인 함수 $y=f(x)$ 의 그래프는 그림과 같다.

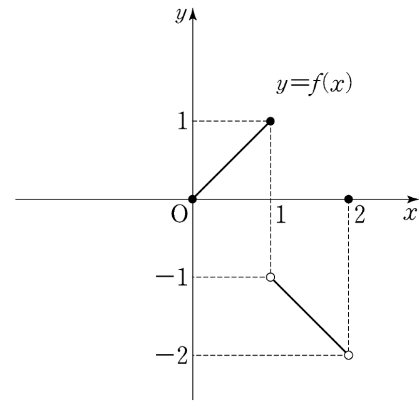


이때, $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1} f(x-1)$ 의 값은?

[3점][2013년 4월]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

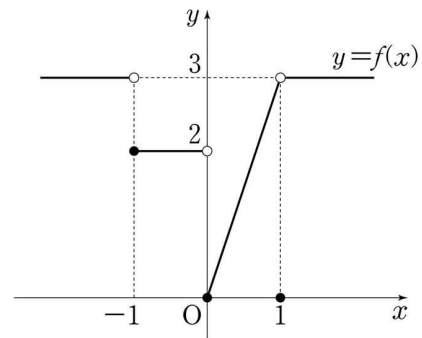
15. 정의역이 $\{x | -2 \leq x \leq 2\}$ 인 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 구간 $[0, 2]$ 에서 그림과 같고, 정의역에 속하는 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x) = -f(x)$ 이다. $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ 의 값은?



[4점][2013년 9월]

- ① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

16. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.

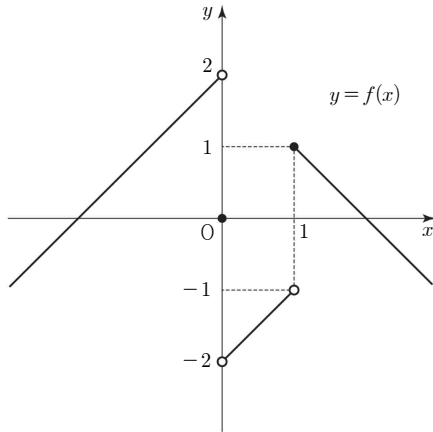


$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ 의 값은?

[3점][2014학년도 수능]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

17. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.

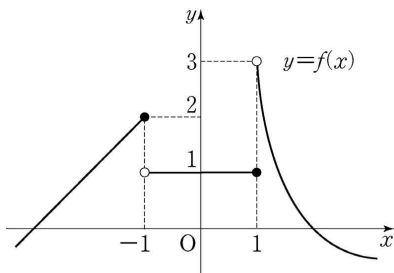


$\lim_{x \rightarrow 1+} f(x)f(1-x)$ 의 값은?

[3점][2014년 4월]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

18. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.

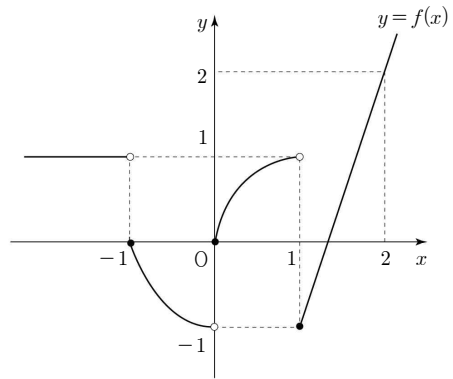


$\lim_{x \rightarrow -1-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1+} f(x)$ 의 값은?

[3점][2014년 6월]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

19. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.

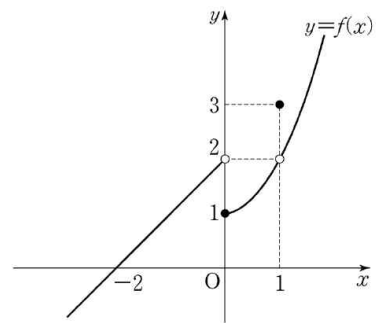


$\lim_{x \rightarrow -1+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1-} f(x)$ 의 값은?

[3점][2014년 7월]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

20. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.

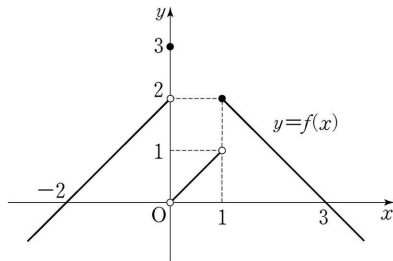


$\lim_{x \rightarrow 0-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ 의 값은?

[3점][2014년 9월]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

21. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.

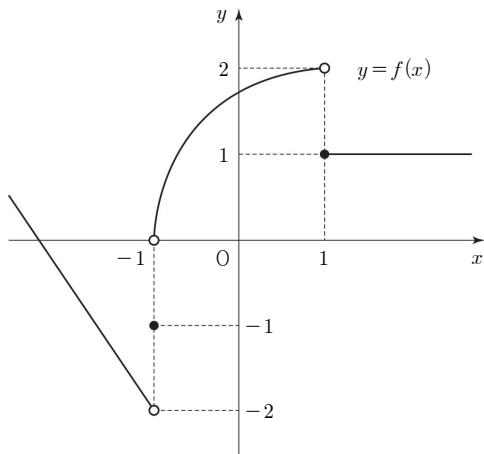


$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 의 값은?

[3점][2015학년도 수능]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

22. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.

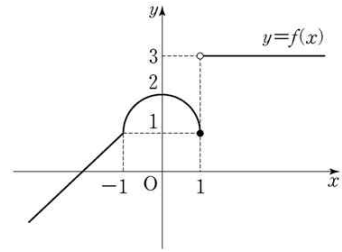


$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = a$ 일 때, $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x+3)$ 의 값은?

[3점][2015년 4월]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

23. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.

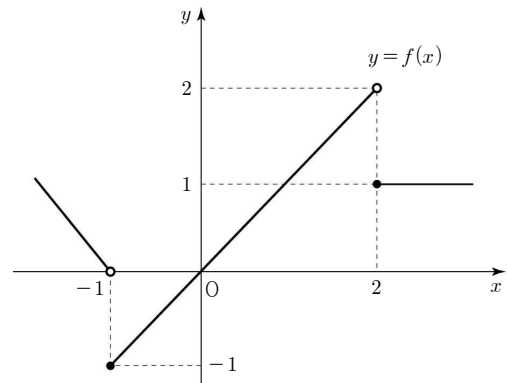


$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 의 값은?

[3점][2015년 6월]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

24. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.

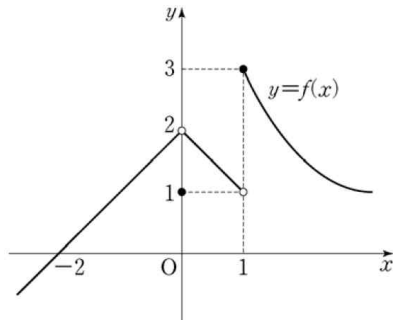


$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ 의 값은?

[3점][2015년 7월]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

25. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.

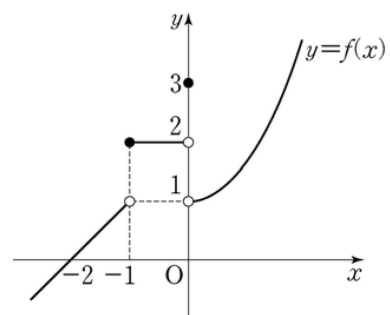


$\lim_{x \rightarrow 0-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1+} f(x)$ 의 값은?

[3점][2015년 9월]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

27. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.

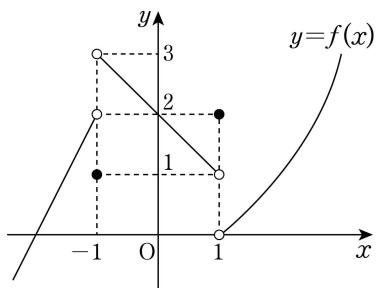


$\lim_{x \rightarrow -1-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 0+} f(x)$ 의 값은?

[3점][2016학년도 수능]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

26. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.

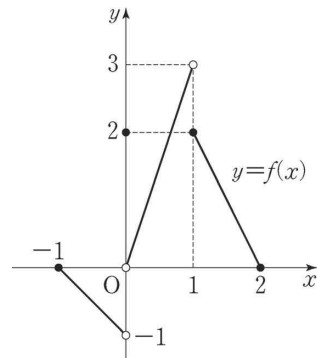


$\lim_{x \rightarrow -1-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1+} f(x)$ 의 값은?

[3점][2015년 10월]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

28. 닫힌 구간 $[-1, 2]$ 에서 정의된 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.

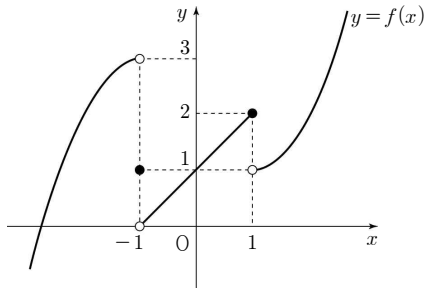


$\lim_{x \rightarrow 0-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1+} f(x)$ 의 값은?

[3점][2016년 6월]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

29. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 다음과 같다.

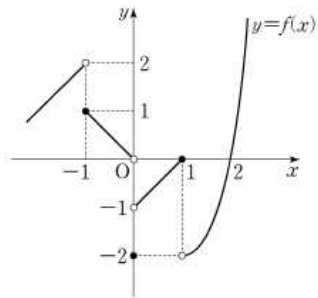


$\lim_{x \rightarrow -1-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1+} f(x)$ 의 값은?

[3점][2016년 7월]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

30. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.

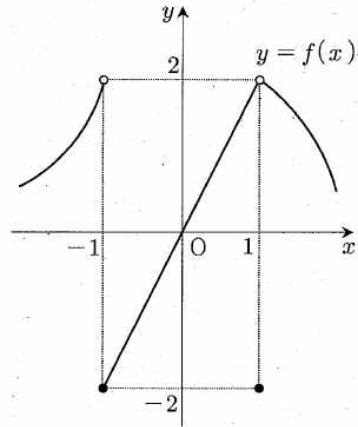


$\lim_{x \rightarrow 0-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1+} f(x)$ 의 값은?

[3점][2016년 9월]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

31. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.

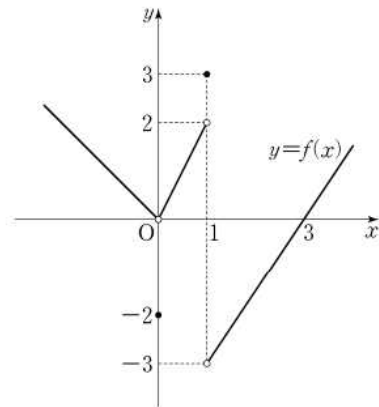


$\lim_{x \rightarrow -1+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1-} f(x)$ 의 값은?

[3점][2016년 10월]

- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

32. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1+} f(x)$ 의 값은?

[3점][2017학년도 수능]

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

함수의 극한(3) 그래프 답

문 항	답	문 항	답	문 항	답	문 항	답	문 항	답
1	5	6	5	11	3	16	3	21	4
2	5	7	5	12	3	17	5	22	4
3	4	8	4	13	5	18	5	23	4
4	3	9	2	14	4	19	4	24	4
5	5	10	5	15	1	20	4	25	5

문 항	답	문 항	답
26	2	31	3
27	2	32	3
28	1		
29	4		
30	1		

함수의 극한 (4) 함수 추정하기

1. 다음 두 조건을 만족하는 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(7)$ 의 값을 구하시오.

[3점][2004년 10월]

$$\begin{array}{l} \text{I. } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = 1 \\ \text{II. } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2 + 2x + 3} = \frac{1}{2} \end{array}$$

2. $0 < x < 1$ 에 대하여 $\left\lceil \frac{\log_2 x}{\lfloor \log_2 x \rfloor} \right\rceil = 1$ 을 만족시키는 모든 x 값들의 합을 구하시오. (단, $\lfloor x \rfloor$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

[4점][2005년 5월]

3. 곡선 $y = \sqrt{x}$ 위의 점 $(t, \sqrt{t})$ 에서 점 $(1, 0)$ 까지의 거리를 d_1 , 점 $(2, 0)$ 까지의 거리를 d_2 라 할 때, $\lim_{t \rightarrow \infty} (d_1 - d_2)$ 의 값은?

[3점][2005년 6월]

- ① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{8}$ ⑤ 0

4. 함수 $f(x) = a[x]^3 + b[x]^2$ ($a \neq 0$)에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \alpha$ (α 는 상수)일 때, a 와 b 의 관계로 옳은 것은? (단, $\lfloor x \rfloor$ 는 x 보다 크지 않은 최대 정수)

[3점][2006년 5월]

- ① $a - b = 0$ ② $a + b = 0$ ③ $2a - b = 0$
④ $a + 2b = 0$ ⑤ $2a + b = 0$

5. 다항함수 $y = f(x)$ 가 다음 두 조건을 만족한다.

$$\begin{array}{l} \text{(가)} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - x^2}{ax + 1} = 2 \\ \text{(나)} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{f(x)} = \frac{1}{4} \end{array}$$

이 때, $f(3)$ 의 값을 구하시오.

[3점][2006년 5월]

6. x 에 대한 다항식 $f(x)$ 가 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x-2} = 3$, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2 - x} = 1$ 을 만족시킬 때, $f(1)$ 의 값은?

[3점][2007년 5월]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

7. 함수 $f(x)$ 에 대하여 <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은?

[3점][2007년 6월]

<보 기>

ㄱ. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h)-f(1)}{h} = 0$ 이면 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$ 이다.

ㄴ. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h)-f(1)}{h} = 0$ 이면

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h)-f(1-h)}{2h} = 0$ 이다.

ㄷ. $f(x) = |x-1|$ 일 때, $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h)-f(1-h)}{2h} = 0$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

8. 극한 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\{f(x)\}^2}{f(x^2)} = 4$ 를 만족시키는 함수 $f(x)$ 를 <보기>에서 모두 고른 것은?

[3점][2007년 6월]

<보 기>

ㄱ. $f(x) = 4|x|$

ㄴ. $f(x) = 2x^2 + 2x$

ㄷ. $f(x) = x + \frac{4}{x}$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

9. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가

$$f(-1) = 2, \quad f(0) = 0, \quad f(1) = -2$$

를 만족시킬 때, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$ 의 값은?

[3점][2007년 6월]

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

10. $\log_{10} x = [\log_{10} x]$ 를 만족하는 $0 < x < 1$ 인 모든 x 값들의 합을 S 라 할 때, $99S$ 의 값을 구하시오. (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수)

[4점][2007년 7월]

11. 다항함수 $f(x)$ 가 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)-x^2}{x} = 2$ 를 만족할 때,

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x-2} = a$ 이다. 이때, 상수 a 의 값은?

[3점][2008년 5월]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

12. 다항함수 $g(x)$ 에 대하여 극한값 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{g(x) - 2x}{x - 1}$ 가 존재한다.

다항함수 $f(x)$ 가 $f(x) + x - 1 = (x - 1)g(x)$ 를 만족시킬 때,

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)g(x)}{x^2 - 1}$ 의 값은?

[3점][2008년 6월]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

13. 다항함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 0+} \frac{x^3 f\left(\frac{1}{x}\right) - 1}{x^3 + x} = 5, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x^2 + x - 2} = \frac{1}{3}$$

을 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오.

[3점][2009년 6월]

14. x 가 양수일 때, x 보다 작은 자연수 중에서 소수의 개수를 $f(x)$ 라 하고, 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x > 2f(x)) \\ \frac{1}{f(x)} & (x \leq 2f(x)) \end{cases}$$

라고 하자. 예를 들어, $f\left(\frac{7}{2}\right) = 2$ 이고, $\frac{7}{2} < 2f\left(\frac{7}{2}\right)$ 이므로

$g\left(\frac{7}{2}\right) = \frac{1}{2}$ 이다. $\lim_{x \rightarrow 8+} g(x) = \alpha$, $\lim_{x \rightarrow 8-} g(x) = \beta$ 라고 할 때, $\frac{\alpha}{\beta}$ 의 값을 구하시오.

[4점][2010년 6월]

15. 다항함수 $f(x)$ 가 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^3} = 0$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 5$ 를 만족시킨다.

방정식 $f(x) = x$ 의 한 근이 -2 일 때, $f(1)$ 의 값은?

[3점][2010년 9월]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

16. 다항함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(1)$ 의 값을 구하시오.

[3점][2011년 4월]

$$(가) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - 3x^3}{x^2} = 2$$

$$(나) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 2$$

17. 실수 t 에 대하여 직선 $y = t$ 가 함수 $y = |x^2 - 1|$ 의 그래프와 만나는 점의 개수를 $f(t)$ 라 할 때, $\lim_{t \rightarrow 1-} f(t)$ 의 값은?

[4점][2011년 6월]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

18. 함수 $f(x) = \begin{cases} \sum_{n=0}^{\infty} (x^4 + x^2)(1 - x^2)^n & (|x| < 1) \\ 0 & (|x| \geq 1) \end{cases}$ 에 대하여

$\lim_{x \rightarrow -1+} f(x)$ 의 값은?

[4점][2011년 7월]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

19. 최고차항의 계수가 양수인 다항함수 $f(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\{f(x)\}^2}{x^4} = 4$$

$$(나) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - x^2}{x - 1} = 3$$

$f(10)$ 의 값을 구하시오.

[3점][2012년 3월]

20. 이차함수 $f(x)$ 와 다항함수 $g(x)$ 가 $\lim_{x \rightarrow \infty} \{2f(x) - 3g(x)\} = 2$ 를

만족시킬 때, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8f(x) - 3g(x)}{3g(x)}$ 의 값은?

[3점][2012년 4월]

- ① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

21. 함수 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(x^2 + \frac{1}{2}\right)^n - 2}{\left(x^2 + \frac{1}{2}\right)^n + 2}$ 에 대하여

$f\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + \lim_{x \rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2}-} f(x)$ 의 값은?

[4점][2012년 4월]

- ① $-\frac{4}{3}$ ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ $\frac{4}{3}$

22. 다음 두 조건을 모두 만족시키는 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(2)$ 의 값을 구하시오.

[3점][2012년 7월]

$$(가) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 3x + 5}{f(x)} = \frac{1}{2}$$

$$(나) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x - 1} = 3$$

23. 다항함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - x^2}{x} = 3, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{(x - 1)f(x)} = 1$$

을 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값은?

[3점][2013년 3월]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

24. 다항함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값을 구하시오.

[3점][2013년 4월]

(가) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^3} = 0$

(나) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = 1$

(다) 방정식 $f(x) = 2x$ 의 한 근이 2이다.

25. 다항함수 $f(x)$ 가 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{f(x)} = 1$, $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{f(x)} = 2$ 를 만족시킬 때, $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(f(x))}{2x^2 - x - 1}$ 의 값은?

[3점][2013년 6월]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

26. 함수 $f(x)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 3}{x - 2} = 5$$

일 때, $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{\{f(x)\}^2 - 9}$ 의 값은?

[3점][2013년 6월]

- ① $\frac{1}{18}$ ② $\frac{1}{21}$ ③ $\frac{1}{24}$ ④ $\frac{1}{27}$ ⑤ $\frac{1}{30}$

27. 양수 x 에 대하여 $\log x$ 의 정수 부분을 $f(x)$ 라 할 때,

$$\lim_{x \rightarrow 100^-} \{f(x) + f(x^2)\}$$

의 값은?

[3점][2014년 3월]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

28. 최고차항의 계수가 1인 두 삼차함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g(1) = 0$

(나) $\lim_{x \rightarrow n} \frac{f(x)}{g(x)} = (n-1)(n-2) \quad (n = 1, 2, 3, 4)$

$g(5)$ 의 값은?

[4점][2014년 6월]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

29. 다항함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - x^3}{x^2} = -11, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = -9$$

를 만족시킬 때, $\lim_{x \rightarrow \infty} x f\left(\frac{1}{x}\right)$ 의 값을 구하시오.

[4점][2014년 6월]

30. 다항함수 $f(x)$ 가 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - x^2}{x} = 2$ 를 만족시킬 때,

$\lim_{x \rightarrow 0+} x^2 f\left(\frac{1}{x}\right)$ 의 값은?

[3점][2014년 10월]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

31. 다항함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값을 구 하시오.

[4점][2015년 9월]

$$(가) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - x^3}{3x} = 2$$

$$(나) \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -7$$

32. 두 함수

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2x^{2n+1}}{1+x^{2n}}, \quad g(x) = x+a$$

의 그래프의 교점의 개수를 $h(a)$ 라 할 때, $h(0) + \lim_{a \rightarrow 1+} h(a)$ 의 값은? (단, a 는 실수이다.)

[4점][2016년 10월]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

함수의 극한(4) $\frac{f(x)}{x}$ 답

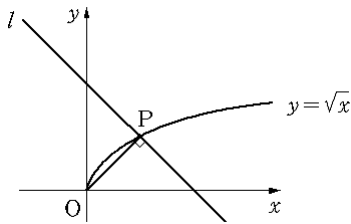
문 항	답	문 항	답	문 항	답	문 항	답	문 항	답
1	4	6	1	11	4	16	7	21	1
2	1	7	5	12	1	17	4	22	5
3	1	8	3	13	10	18	4	23	5
4	2	9	3	14	16	19	208	24	14
5	12	10	11	15	2	20	4	25	1

문 항	답	문 항	답
26	5	31	13
27	4	32	4
28	5		
29	10		
30	1		

함수의 극한(5) 도형 활용

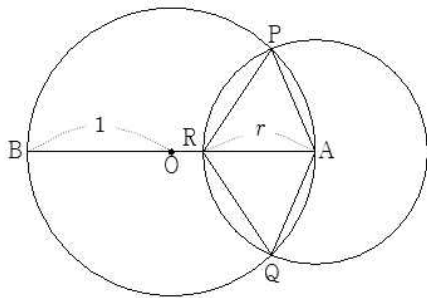
1. 그림과 같이 곡선 $y = \sqrt{x}$ 위의 점 $P(t, \sqrt{t})$ 를 지나고 선분 OP에 수직인 직선 l 의 x 절편과 y 절편을 각각 $f(t), g(t)$ 라고 할 때, $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{g(t)-f(t)}{g(t)+f(t)}$ 의 값을 구하시오.
(단, O는 원점, $t \neq 0$)

[4점][2004년 4월]



2. 반지름의 길이가 1인 원 O 위에 한 점 A가 있다. 점 A를 중심으로 하고 반지름의 길이가 r 인 원이 원 O와 만나는 점을 각각 P, Q라 하고, 원 O의 지름 AB와 만나는 점을 R라 하자.
사각형 APRQ의 넓이를 $S(r)$ 라 할 때, $\lim_{r \rightarrow 2-} \frac{S(r)}{\sqrt{2-r}}$ 의 값은?
(단, $0 < r < 2$)

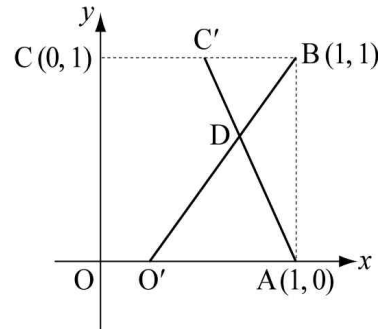
[4점][2006년 4월]



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

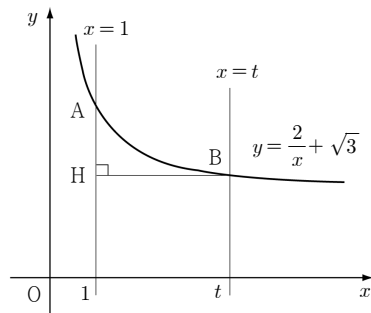
3. 그림에서 점 C', O' 은 각각 선분 CB, OA 위에 있고 직선 AC' 과 직선 BO' 의 기울기를 각각 $\frac{1}{t^2-1}, \frac{1}{1-t^3}$, 교점을 D라 하자. 직선 AC' 의 기울기는 한없이 작아지고 직선 BO' 의 기울기는 한없이 커지도록 t 가 변할 때, $\triangle BDC'$ 의 넓이와 $\triangle ADO'$ 의 넓이의 비는 $a:b$ 에 가까워진다. ab 의 값을 구하시오. (단, a 와 b 는 서로 소이다.)

[4점][2006년 5월]



4. 곡선 $y = \frac{2}{x} + \sqrt{3}$ ($x > 0$)과 두 직선 $x=1, x=t$ 의 교점을 각각 A, B라 하고, 점 B에서 직선 $x=1$ 에 내린 수선의 발을 H라 하자. 이 때, $\lim_{t \rightarrow 1} \frac{AH}{BH}$ 의 값은? (단, $t > 1$ 이다.)

[3점][2007년 4월]



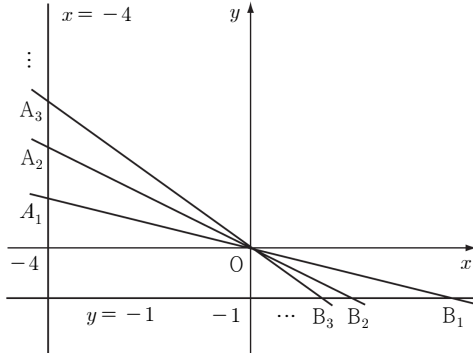
- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

5. 원점 $O(0, 0)$ 과 직선 $x = -4$ 위에 점 $A_1(-4, 1)$, $A_2(-4, 2)$, $A_3(-4, 3)$, $\dots$ 이 있다. 직선 $y = -1$ 과 직선 OA_1 , 직선 OA_2 , 직선 OA_3 , $\dots$ 과의 교점을 각각 B_1 , B_2 , B_3 , $\dots$ 이라 하자.

$\triangle A_n O A_{n+1}$ 의 넓이를 S_n , $\triangle B_n O B_{n+1}$ 의 넓이를 T_n 이라 할 때,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n S_k T_k \text{의 값은?}$$

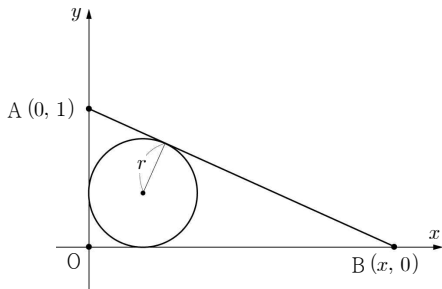
[4점][2007년 4월]



- ① 4 ② 8 ③ 12 ④ 16 ⑤ 20

6. 그림과 같이 세 점 $A(0, 1)$, $O(0, 0)$, $B(x, 0)$ 을 꼭지점으로 하는 삼각형과 그 삼각형에 내접하는 원이 있다. 점 B 가 x 축을 따라 원점에 한없이 가까워질 때, $\triangle AOB$ 에 내접하는 원의 반지름의 길이 r 에 대하여 $\frac{r}{x}$ 의 극한값은? (단, $x > 0$)

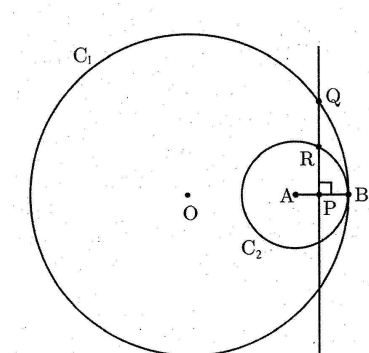
[3 점][2007년 7월]



- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

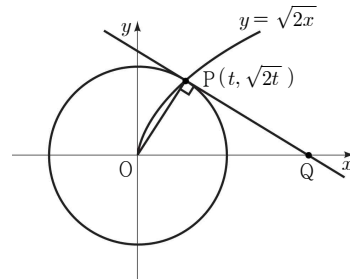
7. 평면 위에 중심이 O 이고 반지름의 길이가 3인 원 C_1 과 중심이 A 이고 반지름의 길이가 1인 원 C_2 가 점 B 에서 서로 내접하고 있다. 선분 AB 위를 움직이는 점 P 에 대하여, 점 P 에서 선분 AB 에 수직인 직선을 그어 두 원 C_1 , C_2 와 만나는 점을 Q , R 이라 하자. 점 P 가 점 B 에 한없이 가까워질 때, $\frac{\overline{PQ}}{\overline{PR}}$ 의 극한값 m 에 대하여 $100m^2$ 의 값을 구하시오.

[4점][2008년 10월]



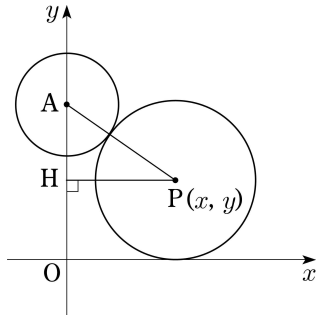
8. 그림과 같이 좌표평면에서 곡선 $y = \sqrt{2x}$ 위의 점 $P(t, \sqrt{2t})$ 가 있다. 원점 O 를 중심으로 하고 선분 OP 를 반지름으로 하는 원을 C , 점 P 에서의 원 C 의 접선이 x 축과 만나는 점을 Q 라 하자. 원 C 의 넓이를 $S(t)$ 라 할 때, $\lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{S(t)}{OQ - PQ}$ 의 값은? (단, $t > 0$)

[4점][2011년 4월]



- ① $\sqrt{2}\pi$ ② 2π ③ $2\sqrt{2}\pi$ ④ 4π ⑤ $4\sqrt{2}\pi$

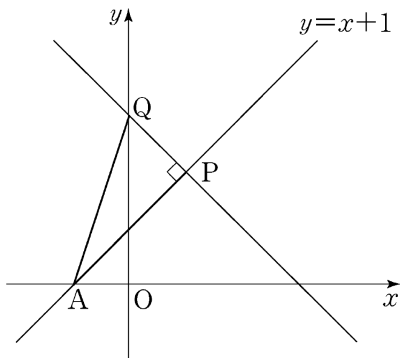
9. 그림과 같이 중심이 $A(0, 3)$ 이고 반지름의 길이가 1인 원에 외접하고 x 축에 접하는 원의 중심을 $P(x, y)$ 라 하자. 점 P 에서 y 축에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\overline{PH}^2}{\overline{PA}}$ 의 값은?



[4점][2011년 10월]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

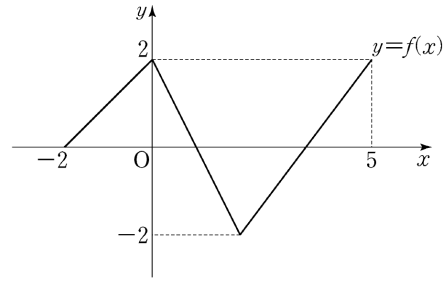
10. 그림과 같이 직선 $y=x+1$ 위에 두 점 $A(-1, 0)$ 과 $P(t, t+1)$ 이 있다. 점 P 를 지나고 직선 $y=x+1$ 에 수직인 직선이 y 축과 만나는 점을 Q 라 할 때, $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\overline{AQ}^2}{\overline{AP}^2}$ 의 값은?



[3점][2012학년도 수능]

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

11. 닫힌 구간 $[-2, 5]$ 에서 정의된 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



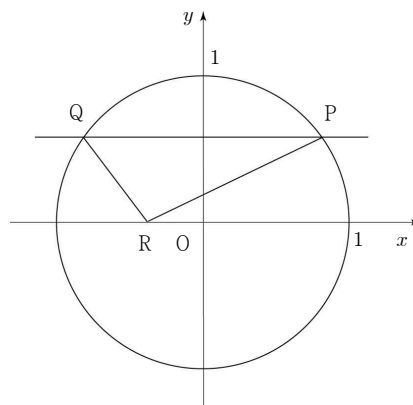
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{|nf(a)-1| - nf(a)}{2n+3} = 1 \text{ 을 만족시키는 상수 } a \text{의 개수는?}$$

[4점][2012년 6월]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

12. 원 $x^2+y^2=1$ 위를 움직이는 제1사분면 위의 점 $P(\alpha, \beta)$ 를 지나고 x 축과 평행한 직선을 그어 원과 만나는 다른 점을 Q , x 축 위의 한 점을 R 라 하자. 삼각형 PQR 의 넓이를 $S(\alpha)$ 라 할 때, $\lim_{\alpha \rightarrow 1^-} \frac{S(\alpha)}{\sqrt{1-\alpha}}$ 의 값은?

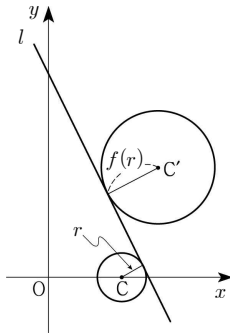
[4점][2012년 7월]



- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ 2 ⑤ $\sqrt{5}$

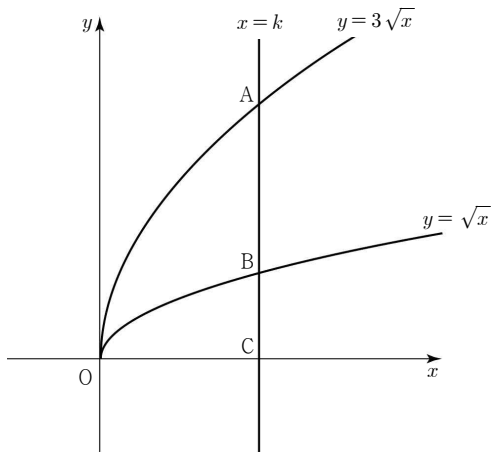
13. 그림과 같이 중심이 $C(2, 0)$ 이고 반지름의 길이가 r ($r < \sqrt{5}$)인 원 C 가 있다. 기울기가 -2 이고 원 C 에 접하는 직선을 l 이라 하자. 직선 l 에 접하고 중심이 $C'(3, 3)$ 인 원 C' 의 반지름을 $f(r)$ 라 할 때, $\lim_{r \rightarrow 0+} f(r)$ 의 값은?

[4점][2012년 10월]



- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ 2 ⑤ $\sqrt{5}$

14. 그림과 같이 두 함수 $y = 3\sqrt{x}$, $y = \sqrt{x}$ 의 그래프와 직선 $x = k$ 가 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 직선 $x = k$ 가 x 축과 만나는 점을 C라 하자.
 $\lim_{k \rightarrow +0} \frac{\overline{OA} - \overline{AC}}{\overline{OB} - \overline{BC}}$ 의 값은? (단, $k > 0$ 이고, O는 원점이다.)

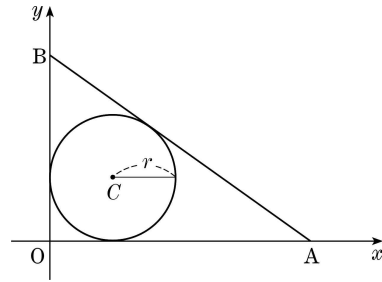


[3점][2013년 4월]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

15. 그림과 같이 두 점 $A(a, 0)$, $B(0, 3)$ 에 대하여 삼각형 OAB에 내접하는 원 C 가 있다. 원 C 의 반지름의 길이를 r 라 할 때, $\lim_{a \rightarrow 0+} \frac{r}{a}$ 의 값은? (단, O는 원점이다.)

[4점][2013년 10월]



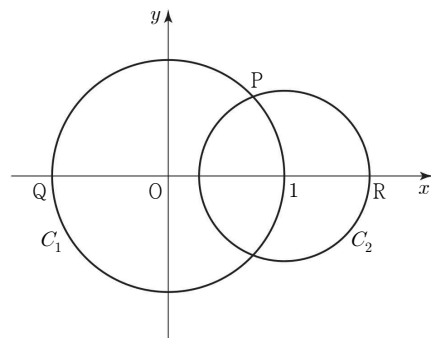
- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

16. 그림과 같이 좌표평면 위의 두 원

$$C_1 : x^2 + y^2 = 1$$

$$C_2 : (x-1)^2 + y^2 = r^2 \quad (0 < r < \sqrt{2})$$

이 제1사분면에서 만나는 점을 P라 하자.



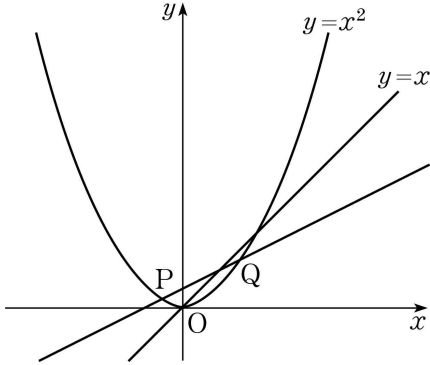
점 P의 x 좌표를 $f(r)$ 라 할 때, $\lim_{r \rightarrow \sqrt{2}-} \frac{f(r)}{4-r^4}$ 의 값은?

[4점][2014년 4월]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ 2 ⑤ 4

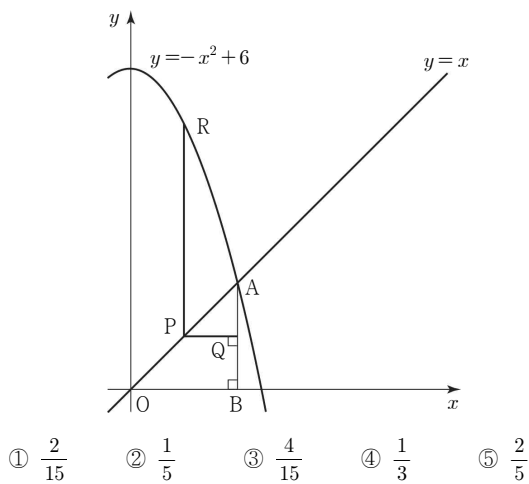
17. 곡선 $y = x^2$ 위에 두 점 $P(a, a^2)$, $Q(a+1, a^2+2a+1)$ 이 있다. 직선 PQ와 직선 $y = x$ 의 교점의 x 좌표를 $f(a)$ 라 할 때, $\lim_{a \rightarrow 0} f(a)$ 의 값을 구하시오.

[4점][2014년 10월]



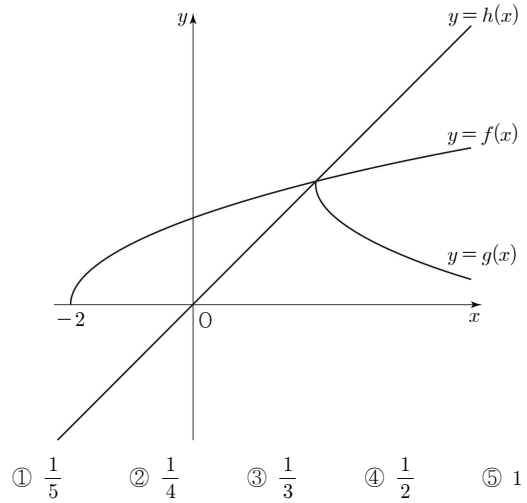
18. 그림과 같이 곡선 $y = -x^2 + 6$ 과 직선 $y = x$ 가 제1사분면에서 만나는 점을 A라 하고, 점 A에서 x 축에 내린 수선의 발을 B라 하자. 직선 $y = x$ 위의 점 $P(a, a)$ 에서 선분 AB에 내린 수선의 발을 Q라 하고, 점 P를 지나고 y 축에 평행한 직선이 곡선 $y = -x^2 + 6$ 과 만나는 점을 R라 할 때, $\lim_{a \rightarrow 2^-} \frac{PQ}{PR}$ 의 값은?
(단, $0 < a < 2$)

[4점][2015년 4월]



19. 세 함수 $f(x) = \sqrt{x+2}$, $g(x) = -\sqrt{x-2}+2$, $h(x) = x$ 의 그래프가 그림과 같다. 함수 $y = h(x)$ 의 그래프 위의 점 $P(a, a)$ 를 지나고 x 축에 평행한 직선이 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 만나는 점을 A, 함수 $y = g(x)$ 의 그래프와 만나는 점을 B라 하자. 점 B를 지나고 y 축에 평행한 직선이 함수 $y = h(x)$ 의 그래프와 만나는 점을 C라 할 때, $\lim_{a \rightarrow 2^-} \frac{BC}{AB}$ 의 값은? (단, $0 < a < 2$)

[4점][2016년 4월]



함수의 극한(5) 도형 활용 답

문 항	답	문 항	답	문 항	답	문 항	답
1	1	6	5	11	2	16	1
2	4	7	30	12	2	17	50
3	36	8	4	13	5	18	2
4	5	9	4	14	3	19	2
5	1	10	3	15	5		

함수의 극한 (6) 기호진위판정

1. 두 함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

[3점][2005년 6월]

<보 기>

- ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 와 $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$ 가 모두 존재하지 않으면
 $\lim_{x \rightarrow 0} \{f(x) + g(x)\}$ 도 존재하지 않는다.
 ㄴ. $y = f(x)$ 가 $x=0$ 에서 연속이면
 $y = |f(x)|$ 도 $x=0$ 에서 연속이다.
 ㄷ. $y = |f(x)|$ 가 $x=0$ 에서 연속이면
 $y = f(x)$ 도 $x=0$ 에서 연속이다.

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

2. 함수의 극한에 대한 설명으로 항상 옳은 것을 <보기>에서 모두 고르면?

[3점][2007년 5월]

<보 기>

- ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$ 이면 $f(0) = 1$ 이다.
 ㄴ. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1$ 이면 $\lim_{x \rightarrow \infty} f\left(1 + \frac{1}{x}\right) = 1$ 이다.
 ㄷ. $f(x) < g(x) < h(x)$ 이고 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0, \lim_{x \rightarrow 0} h(x) = 0$ 이면
 $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 0$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

3. 두 함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여 <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은?

[3점][2007년 6월]

<보 기>

- ㄱ. $f(x) = \begin{cases} 1 & (x \geq 0) \\ -1 & (x < 0) \end{cases}$, $g(x) = |x|$ 일 때,
 $(g \circ f)(x)$ 는 $x=0$ 에서 연속이다.
 ㄴ. $(g \circ f)(x)$ 가 $x=0$ 에서 연속이면
 $f(x)$ 는 $x=0$ 에서 연속이다.
 ㄷ. $(f \circ f)(x)$ 가 $x=0$ 에서 연속이면
 $f(x)$ 는 $x=0$ 에서 연속이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

4. 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여 옳은 것을 <보기>에서 모두 고르면?

[3점][2008년 5월]

<보 기>

- ㄱ. $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow a} f(x)g(x)$ 가 존재하면 $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$ 도 존재한다.
 ㄴ. $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$, $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$ 가 존재하면 $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 도 존재한다.
 ㄷ. $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$ 가 존재하면 $\lim_{x \rightarrow a} f(g(x))$ 도 존재한다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

함수의 극한(6) 기호진위판정 답

문 항	답
1	1
2	4
3	1
4	2

함수의 연속(1) 기본문제

1. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x(x-1) & (|x| > 1) \\ -x^2 + ax + b & (|x| \leq 1) \end{cases}$$

가 모든 실수 x 에서 연속이 되도록 상수 a, b 의 값을 정할 때, $a-b$ 의 값은?

[3점][2005년 9월]

- ① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

2. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + x + a & (x \geq 2) \\ x + b & (x < 2) \end{cases}$$

가 $x=2$ 에서 연속이 되도록 상수 a, b 를 정할 때, $a-b$ 의 값은?

[2점][2006년 6월]

- ① -4 ② -2 ③ 2 ④ 4 ⑤ 6

3. 함수

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + x - 12}{x - 3} & (x \neq 3) \\ a & (x = 3) \end{cases}$$

가 모든 실수 x 에서 연속일 때, a 의 값은?

[2점][2008학년도 수능]

- ① 10 ② 9 ③ 8 ④ 7 ⑤ 6

4. 함수 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{ax^{n+1} + 4x + 1}{x^n + b}$ 이 $x=1$ 에서 연속이 되도록

자연수 a, b 의 값을 정할 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오.

[3점][2008년 10월]

5. 함수 $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - ax - 2}{x - 1} & (x \neq 1) \\ b & (x = 1) \end{cases}$ 가 모든 실수 x 에서 연속일 때, $a+b$ 의 값은?

[2점][2008년 10월]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

6. 함수 $f(x) = \begin{cases} \frac{a\sqrt{x+2} + b}{x-2} & (x \neq 2) \\ 2 & (x = 2) \end{cases}$ 가 $x=2$ 에서 연속일 때, 두 상수 a, b 에 대하여 $2a-b$ 의 값을 구하시오.

[3점][2011년 4월]

7. 함수 $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+ax-10}{x-2} & (x \neq 2) \\ b & (x = 2) \end{cases}$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 두 상수 a, b 의 값은?

[3점][2011년 6월]

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

8. 함수 $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{ax}-b}{x-1} & (x \neq 1) \\ 2 & (x = 1) \end{cases}$ 가 $x=1$ 에서 연속이 되도록 하는 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하시오.

[3점][2011년 7월]

9. 함수 $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+4x-5}{x-1} & (x \neq 1) \\ a & (x = 1) \end{cases}$ 이 $x=1$ 에서 연속일 때, 상수 a 의 값을 구하시오.

[3점][2012년 4월]

10. 함수

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+x-2}{x-1} & (x \neq 1) \\ k & (x = 1) \end{cases}$$

가 $x=1$ 에서 연속일 때, 상수 k 의 값은?

[3점][2012년 7월]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

11. 함수 $f(x)$ 는 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+2)=f(x)$ 를 만족시키고,

$$f(x) = \begin{cases} ax+1 & (-1 \leq x < 0) \\ 3x^2+2ax+b & (0 \leq x < 1) \end{cases}$$

이다. 함수 $f(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 두 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은?

[3점][2012년 5월]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

12. 함수 $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-x-2}{x-2} & (x \neq 2) \\ a & (x = 2) \end{cases}$ 가 모든 실수 x 에서 연속일 때, 상수 a 의 값은?

[3점][2013년 4월]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

13. 함수 $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x-2} & (x \neq 2) \\ 1 & (x = 2) \end{cases}$ 와 이차함수 $g(x)$ 가 다음 두 조건을 만족시킨다.

- (가) $g(0) = 8$
 (나) 함수 $f(x)g(x)$ 는 모든 실수에서 연속이다.

이때 $g(6)$ 의 값을 구하시오.

[4점][2013년 7월]

14. 함수 $f(x) = \begin{cases} x+2 & (x \leq 1) \\ -x+a & (x > 1) \end{cases}$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은?

[3점][2013년 9월]

- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

15. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & (x \leq 0) \\ -\frac{1}{2}x+7 & (x > 0) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $f(x)f(x-a)$ 가 $x=a$ 에서 연속이 되도록 하는 모든 실수 a 의 값의 합을 구하시오.

[4점][2014학년도 수능]

16. 함수

$$f(x) = \begin{cases} 2x+5 & (x \neq 1) \\ a & (x = 1) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은?

[3점][2014년 6월]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

17. 함수

$$f(x) = \begin{cases} \frac{(3x+2)(x-3)}{x-3} & (x \neq 3) \\ a & (x = 3) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값을 구하시오.

[3점][2014년 9월]

18. 함수

$$f(x) = \begin{cases} 2x+10 & (x < 1) \\ x+a & (x \geq 1) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 상수 a 의 값을 구하시오.

[3점][2015학년도 수능]

19. 두 함수

$$f(x) = \begin{cases} x+3 & (x \leq a) \\ x^2-x & (x > a) \end{cases}, \quad g(x) = x - (2a+7)$$

에 대하여 함수 $f(x)g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 실수 a 의 값의 곱을 구하시오.

[4점][2016학년도 수능]

20. 함수

$$f(x) = \begin{cases} ax-4 & (x < 1) \\ 2x-a & (x \geq 1) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은?

[3점][2016년 4월]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

21. 함수

$$f(x) = \begin{cases} 4x^2-a & (x < 1) \\ x^3+a & (x \geq 1) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은?

[3점][2016년 6월]

- ① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

22. 두 함수

$$f(x) = \begin{cases} -x^2+a & (x \leq 2) \\ x^2-4 & (x > 2) \end{cases}, \quad g(x) = \begin{cases} x-4 & (x \leq 2) \\ \frac{1}{x-2} & (x > 2) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $f(x)g(x)$ 가 $x=2$ 에서 연속이 되도록 하는 상수 a 의 값은?

[4점][2016년 10월]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

23. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가

$$(x-1)f(x) = x^2 + 3x + a$$

를 만족시킬 때, $a+f(1)$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.)

[4점][2016년 10월]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

24. 두 함수

$$f(x) = \begin{cases} x^2-4x+6 & (x < 2) \\ 1 & (x \geq 2) \end{cases}$$

$$g(x) = ax+1$$

에 대하여 함수 $\frac{g(x)}{f(x)}$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은?

[4점][2017학년도 수능]

- ① $-\frac{5}{4}$ ② -1 ③ $-\frac{3}{4}$ ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ $-\frac{1}{4}$

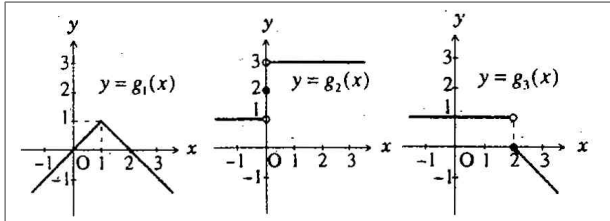
함수의 연속(1) 기본문제 답

문 항	답	문 항	답	문 항	답	문 항	답	문 항	답
1	1	6	32	11	3	16	2	21	1
2	1	7	1	12	1	17	11	22	2
3	4	8	20	13	32	18	11	23	1
4	26	9	6	14	5	19	21	24	4
5	5	10	4	15	13	20	3		

함수의 연속(2) 그래프 활용

1. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같이 주어져 있다. 아래의 그래프로 각각 주어진 함수 $y = g_1(x)$, $y = g_2(x)$, $y = g_3(x)$ 중에서 $f(x)$ 와 곱하여 얻어지는 함수 $y = f(x)g_k(x)$ ($k = 1, 2, 3$)이 구간 $[-1, 3]$ 에서 연속이 되는 $g_k(x)$ 를 모두 고르면?

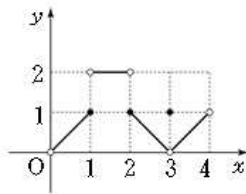
[1점][1996학년도 수능]



- ① $g_1(x)$ ② $g_2(x)$ ③ $g_1(x), g_2(x)$
④ $g_1(x), g_3(x)$ ⑤ $g_1(x), g_2(x), g_3(x)$

2. $0 < x < 4$ 에서 정의된 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, <보기> 중 옳은 것을 모두 고르면?

[3점][2003년 6월]



<보 기>

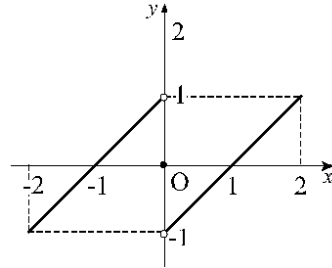
ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 1$

ㄴ. $x = 1$ 에서 $f(x)$ 의 극한값은 존재하지 않는다.

ㄷ. 함수 $f(x)$ 는 3개의 점에서 불연속이다.

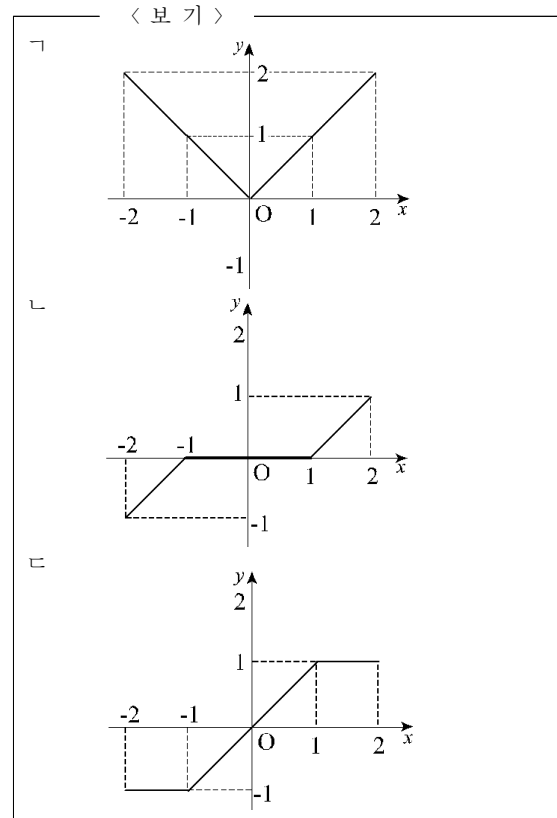
- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

3. $f(0) = 0$ 인 함수 $y = f(x)$ ($-2 \leq x \leq 2$)의 그래프는 다음과 같다.



함수 $y = g(x)$ ($-2 \leq x \leq 2$)의 그래프가 <보기>와 같이 주어질 때, 합성함수 $y = (g \circ f)(x)$ 가 구간 $[-2, 2]$ 에서 연속이 되는 경우를 모두 고른 것은?

[4점][2004년 10월]



- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

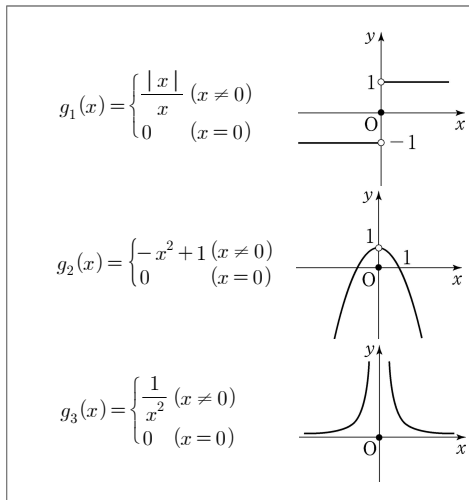
4. 모든 실수에서 정의된 함수 $y=f(x)$ 에 대하여

함수 $y=x^k f(x)$ 가 $x=0$ 에서 연속이 되도록 하는 가장 작은 자연수 k 를 $N(f)$ 로 나타내자. 예를 들어,

$$f(x)=\begin{cases} \frac{1}{x} & (x \neq 0) \\ 0 & (x=0) \end{cases} \text{ 이면 } n(f)=2 \text{ 이다.}$$

다음 함수 $g_i (i=1, 2, 3)$ 에 대하여 $N(g_i)=a_i$ 라 할 때, a_i 의 대소 관계를 옳게 나타낸 것은?

[3점][2006학년도 수능]

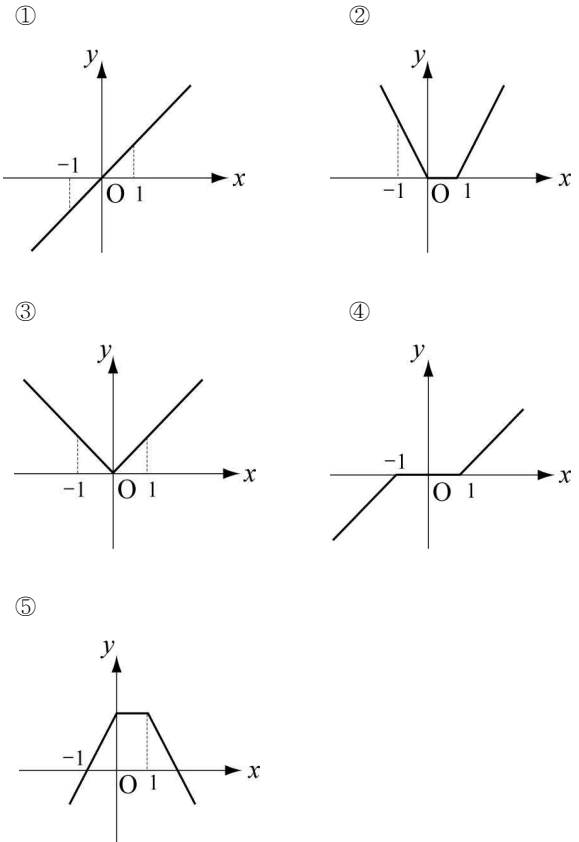


- ① $a_1 = a_2 < a_3$ ② $a_1 < a_2 = a_3$
 ③ $a_1 = a_2 = a_3$ ④ $a_2 = a_3 < a_1$
 ⑤ $a_3 < a_1 = a_2$

5. 함수 $f(x)=\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^{2n+1}}{x^{2n}+1}$ 와 함수 $y=g(x)$ 에 대하여 합성함수

$y=g(f(x))$ 가 모든 실수에 대하여 연속이 되도록 하는 함수 $y=g(x)$ 의 그래프의 개형으로 알맞은 것은?

[4점][2006년 5월]



6. 함수 $f(x)$ 에 대하여 불연속점의 개수를 $N(f)$ 로 나타내자.
예를 들어

$$f(x) = \begin{cases} 1 & (x > 0) \\ 0 & (x \leq 0) \end{cases} \text{ 이면 } N(f) = 1 \text{ 이다.}$$

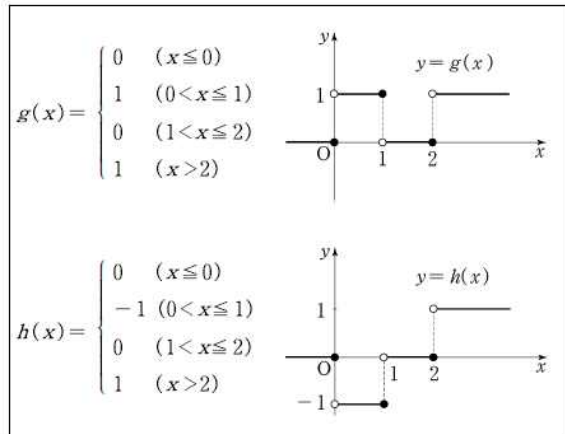
다음 두 함수 $g(x)$, $h(x)$ 에 대하여

$$a_1 = N(g+h), \quad a_2 = N(gh), \quad a_3 = N(|h|)$$

라 할 때, a_1, a_2, a_3 의 대소 관계를 옳게 나타낸 것은?

(단, $(g+h)(x) = g(x) + h(x)$, $(gh)(x) = g(x)h(x)$,
 $|h|(x) = |h(x)|$ 이다.)

[3점][2006년 6월]



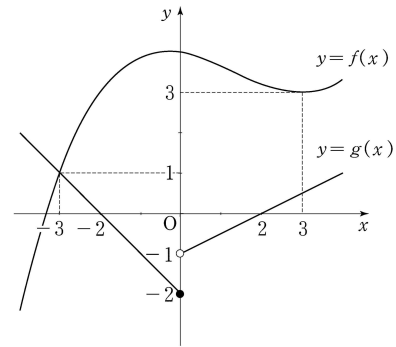
- ① $a_1 = a_2 = a_3$ ② $a_1 < a_2 = a_3$
③ $a_1 = a_3 < a_2$ ④ $a_2 < a_1 = a_3$
⑤ $a_3 < a_1 = a_2$

7. 삼차함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 함수

$$g(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x - 1 & (x > 0) \\ -x - 2 & (x \leq 0) \end{cases}$$

의 그래프가 그림과 같을 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

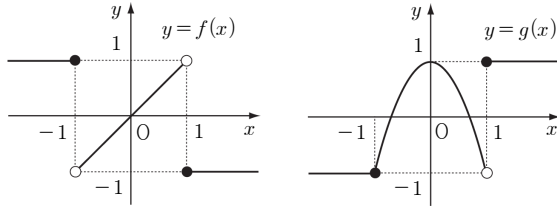
[3점][2006년 6월]



- < 보 기 >
ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 0+} g(x) = -2$
ㄴ. 함수 $g(f(x))$ 는 $x=0$ 에서 연속이다.
ㄷ. 방정식 $g(f(x))=0$ 은 폐구간 $[-3, 3]$ 에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

8. 다음은 두 함수 $y=f(x)$ 와 $y=g(x)$ 의 그래프이다.



<보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고르면?

[4점][2007년 4월]

< 보 기 >

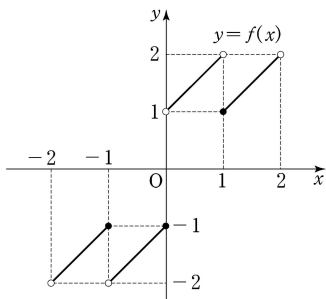
ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)g(x) = -1$

ㄴ. 함수 $y=f(x)g(x)$ 는 $x=-1$ 에서 연속이다.

ㄷ. 함수 $y=f(x)+g(x)$ 는 $x=1$ 에서 연속이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

9. 개구간 $(-2, 2)$ 에서 정의된 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같다.



개구간 $(-2, 2)$ 에서 함수 $g(x)$ 를 $g(x)=f(x)+f(-x)$ 로 정의할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

[4점][2008학년도 수능]

[보 기]

ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 가 존재한다.

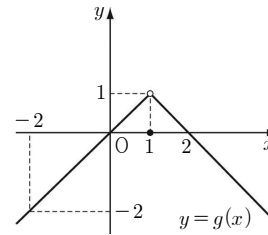
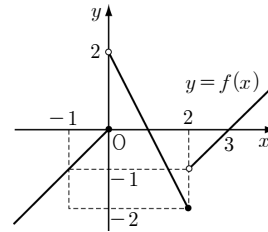
ㄴ. $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$ 가 존재한다.

ㄷ. 함수 $g(x)$ 는 $x=1$ 에서 연속이다.

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

10. 함수 $y=f(x)$ 와 $y=g(x)$ 의 그래프가 다음과 같을 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

[4점][2008년 4월]



< 보 기 >

ㄱ. $g(f(0))=0$

ㄴ. $y=g(f(x))$ 는 $x=0$ 에서 연속이다.

ㄷ. $-1 \leq x \leq 3$ 에서 $y=g(f(x))$ 가 불연속인 x 의 값은 2개이다.

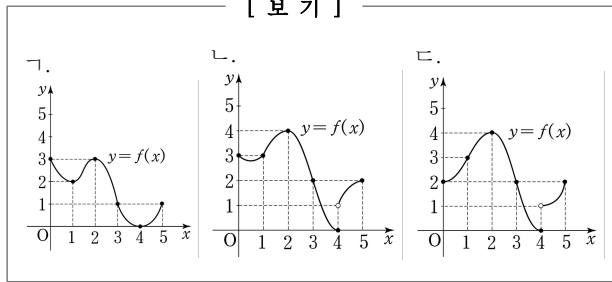
- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

11. 폐구간 $[0, 5]$ 에서 정의된 함수 $y=f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} \{f(x)\}^2 & (0 \leq x \leq 3) \\ (f \circ f)(x) & (3 < x \leq 5) \end{cases}$$

라 하자. 함수 $g(x)$ 가 폐구간 $[0, 5]$ 에서 연속이 되도록 하는 함수 $y=f(x)$ 의 그래프로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

[4점][2009학년도 수능]

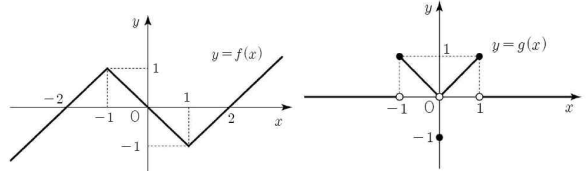


- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢
④ ㉠, ㉡ ⑤ ㉡, ㉢

12. 그래프는 두 함수

$$f(x) = \begin{cases} x-2 & (x > 1) \\ -x & (|x| \leq 1) \\ x+2 & (x < -1) \end{cases}, \quad g(x) = \begin{cases} |x| & (0 < |x| \leq 1) \\ -1 & (x=0) \\ 0 & (|x| > 1) \end{cases}$$

를 각각 나타낸 것이다.

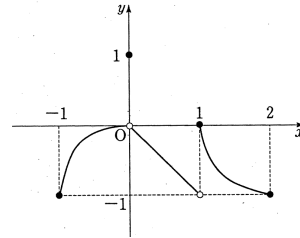


합성함수 $y=(g \circ f)(x)$ 의 불연속점의 개수는?

[4점][2009년 4월]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

13. 폐구간 $[-1, 2]$ 에서 정의된 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 다음과 같다.



폐구간 $[-1, 2]$ 에서 두 함수 $g(x)$, $h(x)$ 를

$$g(x) = \frac{f(x) + |f(x)|}{2}, \quad h(x) = \frac{f(x) - |f(x)|}{2}$$

으로 정의할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

[4점][2009년 6월]

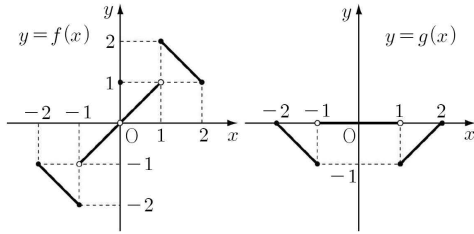
[보 기]

- ㉠. $\lim_{x \rightarrow 1} h(x)$ 는 존재한다.
㉡. 함수 $(h \circ g)(x)$ 는 폐구간 $[-1, 2]$ 에서 연속이다.
㉢. $\lim_{x \rightarrow 0} (g \circ h)(x) = (g \circ h)(0)$

- ① ㉡ ② ㉢ ③ ㉠, ㉡
④ ㉠, ㉡ ⑤ ㉡, ㉢

14. $-2 \leq x \leq 2$ 에서 정의된 두 함수 $y=f(x)$ 와 $y=g(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[4점][2010년 4월]



[보 기]

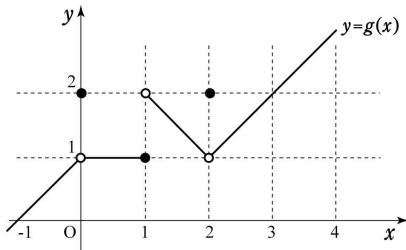
- ㄱ. $\lim_{x \rightarrow -1} g(f(x)) = -1$
 ㄴ. 함수 $g(f(x))$ 는 $x=0$ 에서 연속이 아니다.
 ㄷ. 방정식 $g(f(x)) = -\frac{1}{2}$ 의 실근이 1과 2사이에 적어도 하나 존재한다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 실수 전체의 집합에서 연속이고 $f(0)=0$ 인 함수 $y=f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 가

$$f'(x) = |x|$$

이다. 함수 $y=g(x)$ 의 그래프는 다음과 같다.



옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

[4점][2010년 7월]

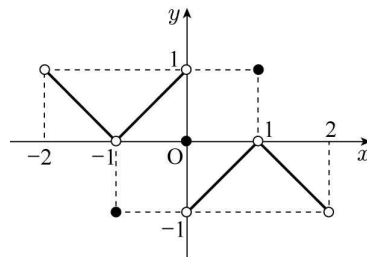
< 보 기 >

- ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 0$
 ㄴ. $\lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} g(f(x)) = 1$
 ㄷ. 합성함수 $y=g(g(x))$ 는 $x=1$ 에서 연속이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

16. 개구간 $(-2, 2)$ 에서 정의된 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

[4점][2010년 10월]



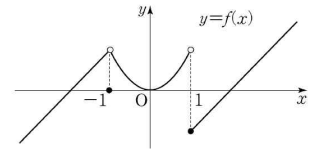
< 보 기 >

- ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 0+} f(x) = -1$
 ㄴ. 함수 $(f \circ f)(x)$ 는 $x=0$ 에서 연속이다.
 ㄷ. $-2 < a < 2$ 인 모든 실수 a 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow a} f(x)f(-x)$ 의 값이 존재한다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x+2 & (x < -1) \\ 0 & (x = -1) \\ x^2 & (-1 < x < 1) \\ x-2 & (x \geq 1) \end{cases}$$



에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은

[3점][2011학년도 수능]

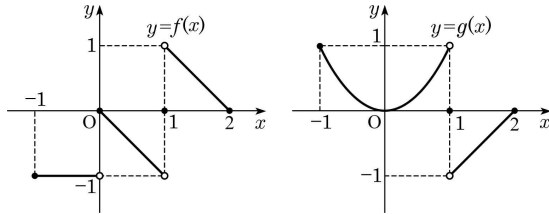
[보 기]

- ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 1+} \{f(x) + f(-x)\} = 0$
 ㄴ. 함수 $f(x) - |f(x)|$ 가 불연속인 점은 1개다.
 ㄷ. 함수 $f(x)f(x-a)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이 되는 상수 a 는 없다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18. 닫힌구간 $[-1, 2]$ 에서 정의된 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

[4점][2011년 3월]



ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -1$

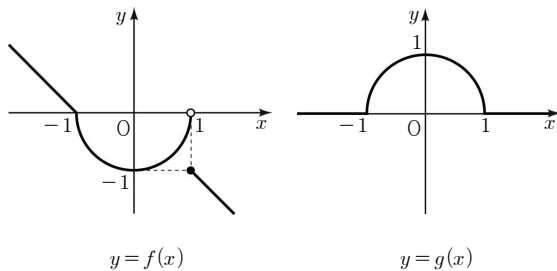
ㄴ. 함수 $f(x)+g(x)$ 는 $x=1$ 에서 연속이다.

ㄷ. 함수 $(f \circ g)(x)$ 는 열린구간 $(-1, 2)$ 에서 연속이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19. 두 함수 $y=f(x)$ 와 $y=g(x)$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

[4점][2011년 4월]



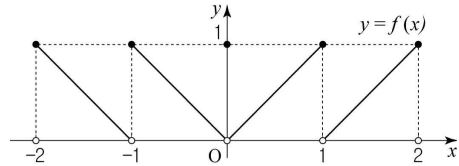
ㄱ. 함수 $f(x)g(x)$ 는 $x=1$ 에서 연속이다.

ㄴ. 함수 $(f \circ g)(x)$ 는 $x=0$ 에서 연속이다.

ㄷ. 함수 $(g \circ f)(x)$ 는 $x=-1$ 에서 연속이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 그림은 닫힌 구간 $[-2, 2]$ 에서 정의된 함수 $y=f(x)$ 의 그래프이다.



닫힌 구간 $[-2, 2]$ 에서 정의된 함수 $y=g(x)$ 가

$$f(x)g(x) = 1$$

을 만족할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[4점][2011년 7월]

ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$ 가 존재한다.

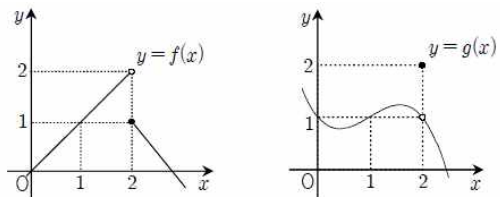
ㄴ. $\lim_{x \rightarrow 1^-} (g \circ f)(x) = 1$

ㄷ. 열린 구간 $(-2, 2)$ 에서 함수 $y=x^2g(x)$ 의 불연속인 점은 2개다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

21. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

[3점][2011년 10월]



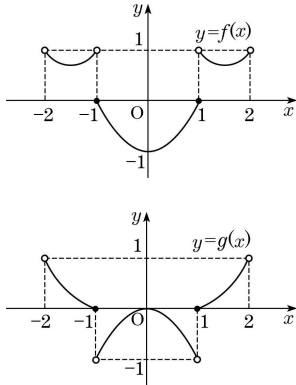
ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 2$

ㄴ. $\lim_{x \rightarrow 2^+} g(f(x)) = 1$

ㄷ. $y=f(g(x))$ 는 $x=2$ 에서 연속이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

22. 그림은 열린 구간 $(-2, 2)$ 에서 정의된 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 의 그래프이다. 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

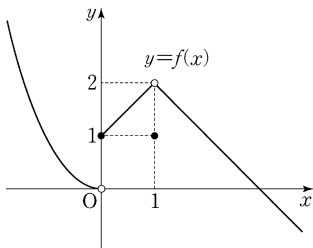


- < 보 기 >
- ㄱ. $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)g(x) = 0$
 ㄴ. $\lim_{x \rightarrow 1} \{f(x) - g(x)\} = 1$
 ㄷ. 함수 $g(f(x))$ 는 $x=0$ 에서 연속이다.

[4점][2011년 10월]

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

23. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?



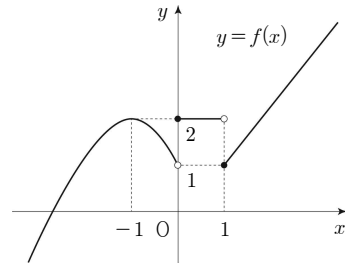
- < 보 기 >
- ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 0+} f(x) = 1$
 ㄴ. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$
 ㄷ. 함수 $(x-1)f(x)$ 는 $x=1$ 에서 연속이다.

[4점][2012학년도 수능]

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

24. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $y=f(x)$ 의 그래프의 일부가 그림과 같을 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

[4점][2012년 4월]



- < 보 기 >
- ㄱ. $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 2$
 ㄴ. $\lim_{x \rightarrow -1+} f(-x) = f(1)$
 ㄷ. 함수 $f(x)f(x+1)$ 은 $x=0$ 에서 연속이다.

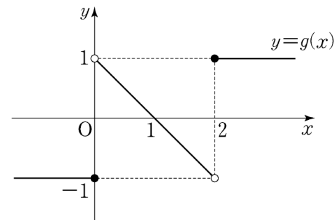
- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

25. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 와 함수

$$g(x) = \begin{cases} -1 & (x \leq 0) \\ -x+1 & (0 < x < 2) \\ 1 & (x \geq 2) \end{cases}$$

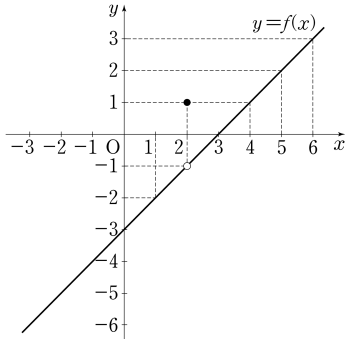
에 대하여 함수 $f(x)g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이다. $f(5)$ 의 값은?

[3점][2012년 6월]



- ① 15 ② 17 ③ 19 ④ 21 ⑤ 23

26. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



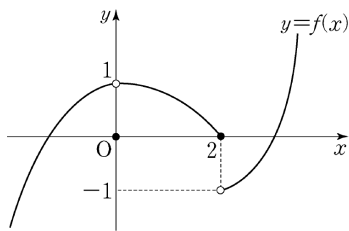
합성함수 $(f \circ f)(x)$ 가 $x=a$ 에서 불연속이 되는 모든 a 의 값의 합은? (단, $0 \leq a \leq 6$ 이다.)

[3점][2012년 9월]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

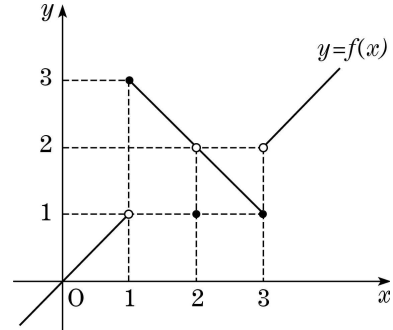
27. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $y=f(x)$ 의 그래프는 그림과 같고, 삼차함수 $g(x)$ 는 최고차항의 계수가 1이고, $g(0)=3$ 이다. 합성함수 $(g \circ f)(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $g(3)$ 의 값은?

[4점][2013학년도 수능]



- ① 31 ② 30 ③ 29 ④ 28 ⑤ 27

28. 그림은 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $y=f(x)$ 의 그래프이다.



함수 $f(x)$ 는 $x=1$, $x=2$, $x=3$ 에서만 불연속이다. 이차함수 $g(x)=x^2-4x+k$ 에 대하여 함수 $(f \circ g)(x)$ 가 $x=2$ 에서 불연속이 되도록 하는 모든 실수 k 의 합을 구하시오.

[4점][2013년 3월]

29. 실수 t 에 대하여 열린 구간 $(t-1, t+1)$ 에서 함수

$$f(x) = \begin{cases} 1 & (x \neq 0) \\ 2 & (x = 0) \end{cases}$$

의 불연속인 점의 개수를 $g(t)$ 라 하자. 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

[4점][2013년 4월]

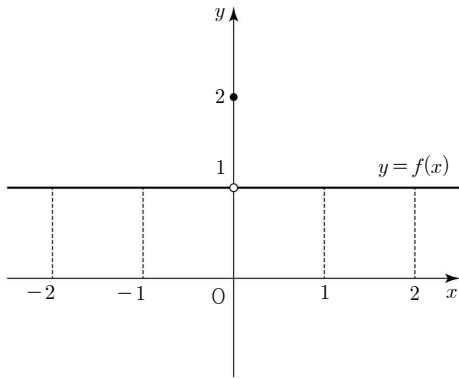
<보 기>

ㄱ. $g(0) = 1$

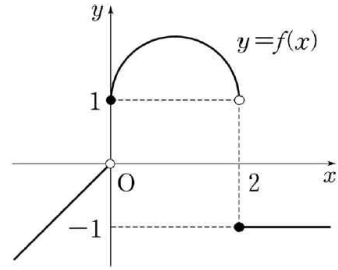
ㄴ. $\lim_{x \rightarrow -1^-} g(x) + \lim_{x \rightarrow -1^+} g(x) = 2$

ㄷ. 함수 $\frac{g(x)}{f(x)}$ 는 $x=0$ 에서 연속이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



30. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다



보기에서 옳은 것을 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 1$

ㄴ. $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -1$

ㄷ. 함수 $|f(x)|$ 는 $x=2$ 에서 연속이다.

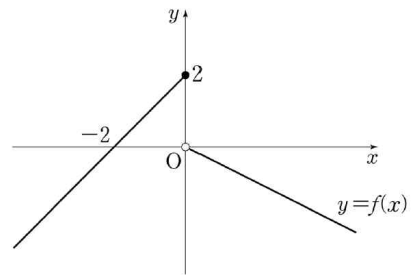
[3점][2013년 6월]

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

31. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x+2 & (x \leq 0) \\ -\frac{1}{2}x & (x > 0) \end{cases}$$

그래프가 그림과 같다.



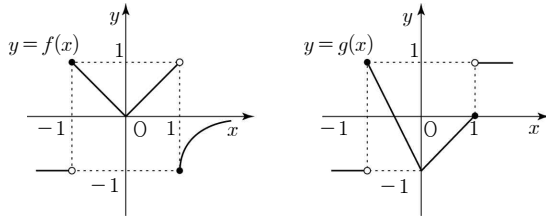
함수 $g(x) = f(x)\{f(x) + k\}$ 가 $x=0$ 에서 연속이 되도록 하는 상수 k 의 값은?

[3점][2013년 6월]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

32. 그림은 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 의 그래프이다. 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

[4점][2013년 7월]



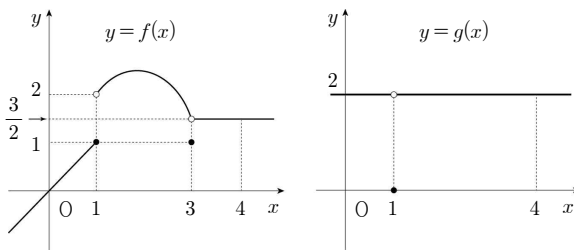
< 보 기 >

- ㄱ. 함수 $f(x)-g(x)$ 는 $x=-1$ 에서 연속이다.
 ㄴ. 함수 $f(x)g(x)$ 는 $x=-1$ 에서 연속이다.
 ㄷ. 함수 $(f \circ g)(x)$ 는 $x=1$ 에서 연속이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

33. 그림은 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 의 그래프이다. 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

[3점][2013년 7월]



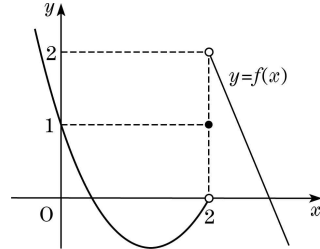
< 보 기 >

- ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)g(x) = 2$
 ㄴ. 함수 $f(x)g(x)$ 는 $x=3$ 에서 연속이다.
 ㄷ. 닫힌 구간 $[0, 4]$ 에서 함수 $f(x)g(x)$ 의 불연속인 점은 오직 한 개 존재한다.

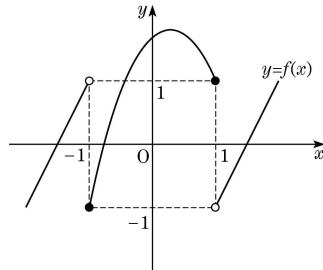
- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

34. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $y=f(x)$ 의 그래프는 그림과 같다. 함수 $g(x)=ax^3+bx^2+cx+10$ (a, b, c 는 상수)에 대하여 합성함수 $(g \circ f)(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이다. $g(1)+g(2)$ 의 값을 구하시오.

[3점][2013년 10월]



35. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

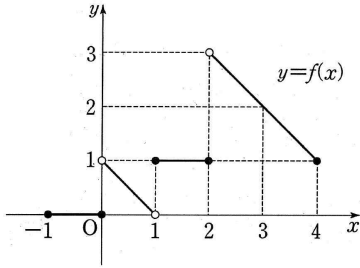
[4점][2013년 10월]

< 보 기 >

- ㄱ. $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 0$
 ㄴ. $\lim_{x \rightarrow 1} f(-x)$ 는 존재한다.
 ㄷ. 함수 $f(x)f(-x)$ 는 $x=1$ 에서 연속이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

36. 닫힌 구간 $[-1, 4]$ 에서 정의된 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



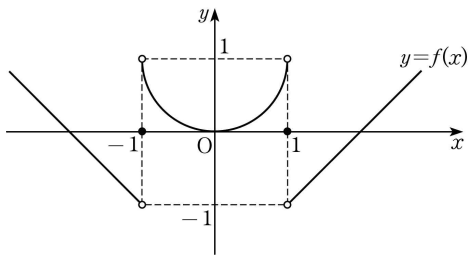
<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[4점][2014년 6월]

$\neg$. $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) < \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$
 $\angle$. $\lim_{t \rightarrow \infty} f\left(\frac{1}{t}\right) = 1$
 $\square$. 함수 $f(f(x))$ 는 $x=3$ 에서 연속이다.

- ① $\neg$ ② $\square$ ③ $\neg, \angle$
 ④ $\angle, \square$ ⑤ $\neg, \angle, \square$

37. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



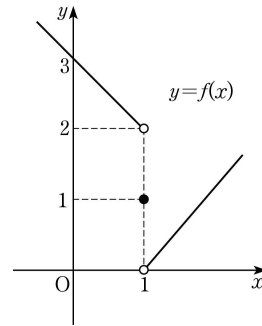
<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[4점][2014년 10월]

<보 기>
 $\neg$. $\lim_{x \rightarrow -1+} f(x) = 1$
 $\angle$. $\lim_{x \rightarrow 1+} \{f(x) + f(2-x)\} = 0$
 $\square$. 함수 $(f \circ f)(x)$ 는 $x=1$ 에서 연속이다.

- ① $\neg$ ② $\square$ ③ $\neg, \angle$
 ④ $\angle, \square$ ⑤ $\neg, \angle, \square$

38. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



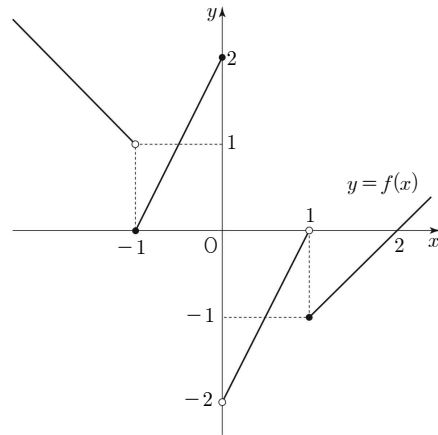
일차함수 $g(x)$ 에 대하여 $g(0) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ 이고, $f(x)g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $g(-1)$ 의 값은?

[4점][2014년 10월]

- ① 0 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

39. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[3점][2015년 4월]



<보 기>
 $\neg$. $\lim_{x \rightarrow 0+} \{f(x) + f(-x)\} = 0$
 $\angle$. $\lim_{x \rightarrow 1+} f(f(x)) = 1$
 $\square$. 함수 $\{f(x-1)\}^2$ 은 $x=1$ 에서 연속이다.

- ① $\neg$ ② $\angle$ ③ $\neg, \square$
 ④ $\angle, \square$ ⑤ $\neg, \angle, \square$

함수의 연속(2) 그래프 활용 답

문 항	답	문 항	답	문 항	답	문 항	답	문 항	답
1	5	6	2	11	2	16	5	21	5
2	5	7	4	12	2	17	2	22	3
3	2	8	3	13	1	18	3	23	3
4	1	9	5	14	4	19	3	24	3
5	4	10	5	15	3	20	5	25	1

문 항	답	문 항	답	문 항	답
26	5	31	1	36	3
27	5	32	3	37	3
28	13	33	1	38	3
29	2	34	20	39	3
30	3	35	3		

5. 다음은 세 변의 길이가 모두 다른 예각삼각형에서 각 변을 같은 길이만큼 짧게 했을 때, 짧아진 세 선분을 각 변으로 하는 직각삼각형이 존재함을 증명한 것이다.

<증명>

예각삼각형의 세 변의 길이를 a, b, c ($a < b < c$)로 놓으면 $a^2 + b^2 > c^2$ 이다.

그런데 x 만큼 짧아진 삼각형의 세 변의 길이는 $a-x, b-x, c-x$ 이므로 $0 < x < \boxed{\text{(가)}}$ 이다.

따라서 등식 $(a-x)^2 + (b-x)^2 = (c-x)^2$ 을 만족시키는 실수 x 가 $0 < x < \boxed{\text{(가)}}$ 에서 존재함을 보이면 된다.

$f(x) = (a-x)^2 + (b-x)^2 - (c-x)^2$ 으로 놓으면

$f(x)$ 는 연속함수이고,

$f(0) \boxed{\text{(나)}} 0, f(\boxed{\text{(가)}}) \boxed{\text{(다)}} 0$ 이므로

중간값의 정리에 의해 $0 < x < \boxed{\text{(가)}}$ 에서

$f(x) = 0$ 인 x 가 존재한다.

그러므로 짧아진 세 선분을 각 변으로 하는 직각삼각형이 존재한다.

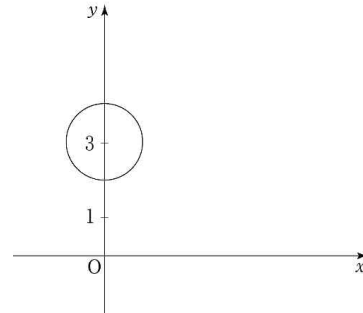
위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은?

[3점][2005년 7월]

	(가)	(나)	(다)
①	$a+b-c$	$<$	$>$
②	$a+b-c$	$>$	$<$
③	$a+b+c$	$<$	$>$
④	a	$<$	$>$
⑤	a	$>$	$<$

6. 좌표평면에서 중심이 $(0, 3)$ 이고 반지름의 길이가 1인 원을 C 라 하자. 양수 r 에 대하여 $f(r)$ 를 반지름의 길이가 r 인 원 중에서, 원 C 와 한 점에서 만나고 동시에 x 축에 접하는 원의 개수라 하자. <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

[4점][2007학년도 수능]



[보 기]

ㄱ. $f(2) = 3$

ㄴ. $\lim_{r \rightarrow 1+} f(r) = f(1)$

ㄷ. 구간 $(0, 4)$ 에서 함수 $f(r)$ 의 불연속점은 2개이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

7. 개구간 $(0, 1)$ 에서 함수 $f(x) = [-\log_5 x]$ 가 불연속이 되는 모든 점들의 x 좌표의 합은? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

[4점][2007년 4월]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

8. 두 함수 $f(x)=|x-1|$, $g(x)=[x]$ 일 때, $h(x)=f(x)g(x)$ 라 하자. 함수 $y=h(x)$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대 정수이다.)

[3점][2007년 10월]

_____ < 보 기 > _____

ㄱ. $x=1$ 에서 함수값은 0이다.
 ㄴ. $x=1$ 에서 극한값은 1이다.
 ㄷ. 모든 정수에서 불연속이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

9. 서로 다른 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 함수

$$y = \begin{cases} f(x) & (x < a) \\ g(x) & (x \geq a) \end{cases}$$

가 모든 실수에서 연속이 되도록 하는 상수 a 의 개수를 $N(f, g)$ 라 하자. <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은?

[4점][2008년 6월]

_____ < 보 기 > _____

ㄱ. $f(x)=x^2$, $g(x)=x+1$ 이면 $N(f, g)=2$ 이다.
 ㄴ. $N(f, g)=N(g, f)$
 ㄷ. $h(x)=x^3$ 이면 $N(f, g)=N(h \circ f, h \circ g)$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄴ, ㄷ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

10. 두 함수 $f(x)=x^5+x^3-3x^2+k$, $g(x)=x^3-5x^2+3$ 에 대하여 구간 $(1, 2)$ 에서 방정식 $f(x)=g(x)$ 가 적어도 하나의 실근을 갖도록 하는 정수 k 의 개수를 구하시오.

[3점][2008년 4월]

11. 함수 $f(x)$ 는 구간 $(-1, 1]$ 에서 $f(x)=(x-1)(2x-1)(x+1)$ 이고, 모든 실수 x 에 대하여 $f(x)=f(x+2)$ 이다. $a>1$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 가

$$g(x) = \begin{cases} x & (x \neq 1) \\ a & (x = 1) \end{cases}$$

일 때, 합성함수 $(f \circ g)(x)$ 가 $x=1$ 에서 연속이다. a 의 최솟값은?

[4점][2008년 6월]

- ① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

12. 모든 실수 x 에 대하여 연속인 함수 $f(x)$ 는

$$f(x+4)=f(x)$$

를 만족시키고, 폐구간 $[0, 4]$ 에서 다음과 같이 정의된다.

$$f(x) = \begin{cases} 3x & (0 \leq x < 1) \\ x^2+ax+b & (1 \leq x \leq 4) \end{cases}$$

이 때, $f(10)$ 의 값은?

[3점][2008년 7월]

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

13. 함수 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x - 1 & (x < 1) \\ 1 & (x = 1) \\ -x^2 + 2x + 1 & (x > 1) \end{cases}$

에 대한 설명 중 <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

[4점][2008년 7월]

— < 보 기 > —

ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 1} |f(x)| = 2$
 ㄴ. $\lim_{x \rightarrow 2+} f(f(x)) = -2$
 ㄷ. 함수 $y = f(f(x))$ 의 불연속점의 개수는 3개이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

14. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 에 대하여 <보기>에서 항상 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

[4점][2008년 10월]

— < 보 기 > —

ㄱ. $f(x) = x^2$ 이면 $\lim_{h \rightarrow 0} |f(2+h) - f(2-h)| = 0$ 이다.
 ㄴ. $f(x) = [x]$ 이면 $\lim_{h \rightarrow 0} |f(2+h) - f(2-h)| = 1$ 이다.
 ㄷ. $\lim_{h \rightarrow 0} |f(2+h) - f(2-h)| = 0$ 이면 $f(x)$ 는 $x = 2$ 에서 연속이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 함수 $f(x) = x^2 - 4x + a$ 와 함수 $g(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2|x-b|^n + 1}{|x-b|^n + 1}$ 에 대하여 $h(x) = f(x)g(x)$ 라 하자. 함수 $h(x)$ 가 모든 실수 x 에서 연속이 되도록 하는 두 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은?

[3점][2009학년도 수능]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

16. 모든 실수에서 정의된 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} \frac{ax}{x-1} & (|x| > 1) \\ \frac{a}{1-x} & (|x| < 1) \\ \frac{a}{2} & (|x| = 1) \end{cases}$$

일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, a 는 실수이다.)

[4점][2009년 4월]

— [보 기] —

ㄱ. 함수 $f(x)$ 는 $x = -1$ 에서 연속이다.
 ㄴ. 함수 $f(x)$ 가 모든 실수에서 연속이 되도록 하는 a 의 값이 존재한다.
 ㄷ. 방정식 $f(x) = a$ 는 한 개의 실근을 갖는다.
 (단, $a \neq 0$)

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 와 두 함수

$$g(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^{2n-1} - 1}{x^{2n} + 1}, \quad h(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{x} & (x \neq 0) \\ 0 & (x = 0) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $f(x)g(x)$ 와 함수 $f(x)h(x)$ 가 모두 연속함수일 때, $f(10)$ 의 값을 구하시오.

[4점][2009년 6월]

18. 실수 x 보다 작지 않은 최소의 정수를 $\langle x \rangle$ 로 나타내기로 하자. 예를 들어 $\langle 2 \rangle = 2$, $\langle 2.2 \rangle = 3$ 이다. 세 함수

$$f(x) = \langle x \rangle, \quad g(x) = x^2, \quad h(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2$$

에 대하여 <보기>의 합성함수 중에서 $x=0$ 에서 연속인 것만을 있는 대로 고른 것은?

[4점][2009년 10월]

< 보 기 >		
$\neg. (f \circ g)(x)$	$\neg. (f \circ h)(x)$	$\neg. (h \circ f)(x)$

- ① $\neg$ ② $\neg$ ③ $\neg$
 ④ $\neg, \neg$ ⑤ $\neg, \neg$

19. 실수 a 에 대하여 집합

$\{x \mid ax^2 + 2(a-2)x - (a-2) = 0, x \text{는 실수}\}$ 의 원소의 개수를 $f(a)$ 라 할 때, 옳은 것만을 [보기]에서 있는 대로 고른 것은?

[3점][2010학년도 수능]

[보 기]
$\neg. \lim_{a \rightarrow 0} f(a) = f(0)$ $\neg. \lim_{a \rightarrow c+} f(a) \neq \lim_{a \rightarrow c-} f(a)$ 인 실수 c 는 2개다. $\neg. \text{함수 } f(a) \text{가 불연속인 점은 3개이다.}$

- ① $\neg$ ② $\neg$ ③ $\neg, \neg$
 ④ $\neg, \neg$ ⑤ $\neg, \neg, \neg$

20. 두 실수 a, b 에 대하여 함수

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-a|x| - |x|^n + b}{|x|^n + 1}$$

가 모든 실수 x 에서 연속일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[4점][2010년 4월]

[보 기]
$\neg. a - b = 1$ $\neg. \text{함수 } f(x) \text{의 최솟값은 } -1 \text{이다.}$ $\neg. a < 1 \text{일 때, 함수 } f(x) \text{의 그래프는 } x \text{축과 만나지 않는다.}$

- ① $\neg$ ② $\neg$ ③ $\neg, \neg$
 ④ $\neg, \neg$ ⑤ $\neg, \neg, \neg$

21. 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & (x \neq 1) \\ 2 & (x = 1) \end{cases}$$

일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

[4점][2010년 6월]

$$\neg. \lim_{x \rightarrow 1-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1+} f(x)$$

ㄴ. 함수 $g(x) = f(x-a)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 실수 a 가 존재한다.

ㄷ. 함수 $h(x) = (x-1)f(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이다.

- ① $\neg$ ② $\neg$ ③ $\neg, \text{ㄷ}$
 ④ $\neg, \text{ㄷ}$ ⑤ $\neg, \neg, \text{ㄷ}$

22. 다항함수 $f(x)$ 와 함수 $g(x) = \begin{cases} [x] & (-1 \leq x \leq 1) \\ 0 & (x < -1, x > 1) \end{cases}$ 이 다음 조건을 만족시킨다. $f(4)$ 의 값을 구하시오. (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

[3점][2010년 10월]

$$(가) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^3 + x - 1} = 2$$

(나) 모든 실수 x 에서 함수 $f(x)g(x)$ 는 연속이다.

23. 함수 $y = [f(x)]$ 가 $x=0$ 에서 연속이 되도록 하는 함수 $f(x)$ 를 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대 정수이다.)

[3점][2010년 11월]

$$\neg. f(x) = \begin{cases} 0 & (x \leq 0) \\ \frac{1}{2} & (x > 0) \end{cases}$$

$$\neg. f(x) = \begin{cases} 1 & (x \leq 0) \\ 1-x^2 & (x > 0) \end{cases}$$

$$\text{ㄷ. } f(x) = \begin{cases} -1 & (x \leq 0) \\ -x^3 + x^2 - 1 & (x > 0) \end{cases}$$

- ① $\neg$ ② $\neg, \neg$ ③ $\neg, \text{ㄷ}$
 ④ $\neg, \text{ㄷ}$ ⑤ $\neg, \neg, \text{ㄷ}$

24. 연속함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+5) = f(x)$

$$(나) f(x) = \begin{cases} 2x+a & (-2 \leq x < 1) \\ x^2+bx+3 & (1 \leq x \leq 3) \end{cases}$$

이때, $f(2011)$ 의 값은?

[3점][2011년 3월]

- ① -9 ② -7 ③ -5 ④ -3 ⑤ -1

25. 함수 $f(x) = x^2 - x + a$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} f(x+1) & (x \leq 0) \\ f(x-1) & (x > 0) \end{cases}$$

이라 하자. 함수 $y = \{g(x)\}^2$ 이 $x=0$ 에서 연속일 때, 상수 a 의 값은?

[4점][2011년 9월]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

26. 함수 $f(x) = \begin{cases} x & (|x| \geq 1) \\ -x & (|x| < 1) \end{cases}$ 에 대하여,

옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

[4점][2012년 6월]

- ㄱ. 함수 $f(x)$ 가 불연속인 점은 2 개다.
 ㄴ. 함수 $(x-1)f(x)$ 는 $x=1$ 에서 연속이다.
 ㄷ. 함수 $\{f(x)\}^2$ 은 실수 전체의 집합에서 연속이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

27. 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} a & (x \leq 1) \\ -x+2 & (x > 1) \end{cases}$$

일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?
 (단, a 는 상수이다.)

[3점][2012년 9월]

- ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 1+} f(x) = 1$
 ㄴ. $a=0$ 이면 함수 $f(x)$ 는 $x=1$ 에서 연속이다.
 ㄷ. 함수 $y = (x-1)f(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

28. 두 함수

$$f(x) = \begin{cases} -1 & (|x| \geq 1) \\ 1 & (|x| < 1) \end{cases}, \quad g(x) = \begin{cases} 1 & (|x| \geq 1) \\ -x & (|x| < 1) \end{cases}$$

에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

[4점][2013학년도 수능]

- ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)g(x) = -1$
 ㄴ. 함수 $g(x+1)$ 은 $x=0$ 에서 연속이다.
 ㄷ. 함수 $f(x)g(x+1)$ 은 $x=-1$ 에서 연속이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

29. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x+a & (x \leq 1) \\ \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2x^{n+1} + 3x^n}{x^n + 1} & (x > 1) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은?

[3점][2013년 6월]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

30. 두 함수

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - x + 2a & (x \geq 1) \\ 3x + a & (x < 1) \end{cases}$$

$$g(x) = x^2 + ax + 3$$

에 대하여 합성함수 $(g \circ f)(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 상수 a 의 값의 합은?

[4점][2014년 3월]

- ① $\frac{7}{4}$ ② $\frac{15}{8}$ ③ 2 ④ $\frac{17}{8}$ ⑤ $\frac{9}{4}$

31. 함수

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^{2n+1} + ax^2 + bx - 2}{x^{2n} + 1}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 두 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은?

[4점][2014년 4월]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

32. 다항함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2} = 1, \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = k$$

를 만족시키고, 함수 $g(x)$ 는

$$g(x) = \begin{cases} x+1 & (x \leq 2) \\ 2-x & (x > 2) \end{cases}$$

이다. 함수 $h(x) = f(x)g(x)$ 가 $x=2$ 에서 연속이 되도록 하는 상수 k 의 값은?

[4점][2014년 7월]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

33. 함수

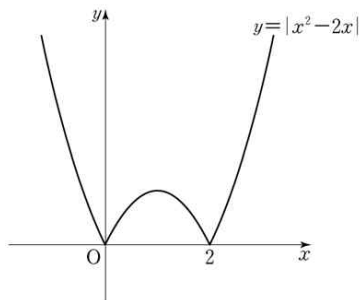
$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & (|x| \leq 2) \\ -2x + 3 & (|x| > 2) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $f(-x)\{f(x)+k\}$ 가 $x=2$ 에서 연속이 되도록 하는 상수 k 의 값을 구하시오.

[4점][2015년 4월]

34. 실수 t 에 대하여 직선 $y=t$ 가 곡선 $y=|x^2-2x|$ 와 만나는 점의 개수를 $f(t)$ 라 하자. 최고항수의 계수가 1인 이차함수 $g(t)$ 에 대하여 함수 $f(t)g(t)$ 가 모든 실수 t 에서 연속일 때, $f(3)+g(3)$ 의 값을 구하시오.

[4점][2015년 6월]



35. -1 이 아닌 실수 a 에 대하여 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} -x-1 & (x \leq 0) \\ 2x+a & (x > 0) \end{cases}$$

일 때, 함수 $g(x) = f(x)f(x-1)$ 이 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 a 의 값은?

[4점][2015년 7월]

- ① $-\frac{7}{2}$ ② -3 ③ $-\frac{5}{2}$ ④ -2 ⑤ $-\frac{3}{2}$

36. 원 $x^2+y^2=t^2$ 과 직선 $y=1$ 이 만나는 점의 개수를 $f(t)$ 라 하자. 함수 $(x+k)f(x)$ 가 구간 $(0, \infty)$ 에서 연속일 때, $f(1)+k$ 의 값은? (단, k 는 상수이다.)

[3점][2015년 10월]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

37. 함수 $f(x)=x^2-8x+a$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x)=\begin{cases} 2x+5a & (x \geq a) \\ f(x+4) & (x < a) \end{cases}$$

라 할 때, 다음 조건을 만족시키는 모든 실수 a 의 값의 곱을 구하시오.

[4점][2016년 4월]

(가) 방정식 $f(x)=0$ 은 열린 구간 $(0, 2)$ 에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.

(나) 함수 $f(x)g(x)$ 는 $x=a$ 에서 연속이다.

38. 함수 $f(x)=\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^{2n}}{1+x^{2n}}$ 과 최고차항의 계수가 1인 이차함수

$g(x)$ 에 대하여 함수 $f(x)g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $g(8)$ 의 값을 구하시오.

[4점][2016년 7월]

함수의 연속(3) 식의 구상 활용 답

문 항	답	문 항	답	문 항	답	문 항	답	문 항	답
1	5	6	2	11	2	16	5	21	5
2	5	7	4	12	2	17	2	22	3
3	2	8	3	13	1	18	3	23	3
4	1	9	5	14	4	19	3	24	3
5	4	10	5	15	3	20	5	25	1

문 항	답	문 항	답	문 항	답
26	5	31	1	36	3
27	5	32	3	37	3
28	13	33	1	38	3
29	2	34	20		
30	3	35	3		

미분(1) 미분가능성

1. 수 $f(x)$ 는 $x=0$ 에서 연속이지만 미분가능하지 않다. 다음 <보기> 중 $x=0$ 에서 미분가능한 함수를 모두 고르면?

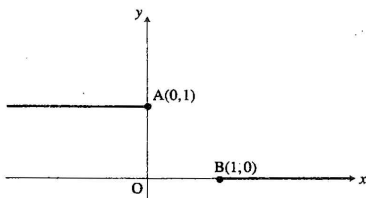
[1.5점][1995학년도 수능]

[보 기]	
㉠. $y = xf(x)$	㉡. $y = x^2f(x)$
㉢. $y = \frac{1}{1+xf(x)}$	

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢
 ④ ㉠, ㉡ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

2. 다음 그림은 함수 $y=1$ 과 함수 $y=0$ 의 그래프의 일부이다. 두 점 $A(0, 1)$, $B(1, 0)$ 사이를 $0 \leq x \leq 1$ 에서 정의된 함수 $y = ax^3 + bx^2 + cx + 1$ 의 그래프를 이용하여 연결하였다. 이렇게 연결된 그래프 전체를 나타내는 함수가 구간 $(-\infty, \infty)$ 에서 미분가능하도록 상수 a, b, c 의 값을 정할 때, $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값을 구하시오.

[4점][1998학년도 수능]



3. 함수 $f(x) = \begin{cases} x^3 + ax^2 + bx & (x \geq 1) \\ 2x^2 + 1 & (x < 1) \end{cases}$

가 모든 실수 x 에서 미분가능하도록 상수 a, b 를 정할 때, ab 의 값은?

[3점][2004년 9월]

- ① -5 ② -3 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

4. <보기>의 함수 중 $x=0$ 에서 미분가능한 것을 모두 고른 것은?

[3점][2004년 10월]

< 보 기 >	
㉠. $f(x) = \begin{cases} x & (x \geq 0) \\ -x & (x < 0) \end{cases}$	
㉡. $g(x) = \begin{cases} (x+1)^2 & (x \geq 0) \\ 2x+1 & (x < 0) \end{cases}$	
㉢. $h(x) = \begin{cases} x^2 + x + 1 & (x \geq 0) \\ -x^2 + x - 1 & (x < 0) \end{cases}$	

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢
 ④ ㉠, ㉡ ⑤ ㉡, ㉢

5. 삼차함수 $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x < a) \\ m - f(x) & (a \leq x < b) \\ n + f(x) & (x \geq b) \end{cases}$$

로 정의한다. 함수 $g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 미분가능하도록 상수 a, b 와 m, n 의 값을 정할 때, $m+n$ 의 값을 구하시오.

[4점][2005년 10월]

6. 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} 1-x & (x < 0) \\ x^2-1 & (0 \leq x < 1) \\ \frac{2}{3}(x^3-1) & (x \geq 1) \end{cases}$$

일 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

[3점][2007학년도 수능]

[보 기]

- (ㄱ). $f(x)$ 는 $x=1$ 에서 미분가능하다.
 (ㄴ). $|f(x)|$ 는 $x=0$ 에서 미분가능하다.
 (ㄷ). $x^k f(x)$ 가 $x=0$ 에서 미분가능하도록 하는 최소의 자연수 k 는 2이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

7. 다음은 함수 $f(x) = |x(x-k)|$ 의 $x=0$ 에서 연속성과 미분가능성을 조사하는 과정이다.

(i) $x=0$ 에서 $f(x)$ 의 연속성

$$f(0) = 0 \text{이고}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \{f(0+h) - f(0)\} = \lim_{h \rightarrow 0} |h(h-k)| = \boxed{\text{(가)}}$$

따라서 $f(x)$ 는 $x=0$ 에서 k 의 값에 관계없이 연속이다.

(ii) $x=0$ 에서 $f(x)$ 의 미분가능성

$$\lim_{h \rightarrow 0+} \frac{f(0+h) - f(0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0+} \frac{|h(h-k)|}{h} = |k|$$

$$\lim_{h \rightarrow 0-} \frac{f(0+h) - f(0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0-} \frac{|h(h-k)|}{h} = \boxed{\text{(나)}}$$

따라서 $f(x)$ 는 $k=0$ 인 경우에만 $x=0$ 에서 $\boxed{\text{(다)}}$

이 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은?

[3점][2007년 5월]

- | | (가) | (나) | (다) |
|---|------|--------|------------|
| ① | 0 | $ k $ | 미분가능하다. |
| ② | 0 | $- k $ | 미분가능하지 않다. |
| ③ | 0 | $- k $ | 미분가능하다. |
| ④ | $-k$ | $ k $ | 미분가능하다. |
| ⑤ | $-k$ | $- k $ | 미분가능하지 않다. |

8. 자연수 a, b 에 대하여

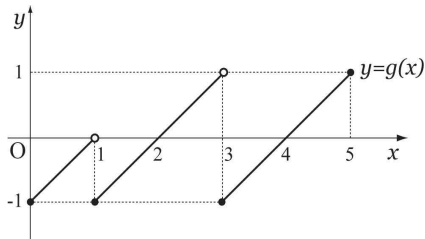
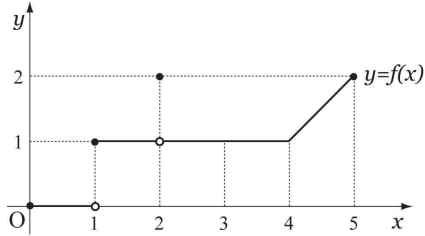
$$\text{함수 } f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{ax^{n+b} + 2x-1}{x^n+1} \quad (x>0) \text{이 } x=1 \text{에서 미분가능할}$$

때, $a+10b$ 의 값을 구하시오.

[3점][2008년 6월]

9. 그림과 같이 구간 $[0, 5]$ 를 정의역으로 하는 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[4점][2009년 7월]



<보 기>

- ㄱ. 함수 $\frac{g(x)}{f(x)}$ 는 $x=2$ 에서 연속이다.
 ㄴ. 함수 $(g \circ f)(x)$ 는 $x=1$ 에서 연속이다.
 ㄷ. 함수 $f(x)g(x)$ 는 $x=4$ 에서 미분가능하다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

10. 함수 $f(x)$ 가 다음과 같다.

$$f(x) = \begin{cases} -3x + a & (x < -1) \\ x^3 + bx^2 + cx & (-1 \leq x < 1) \\ -3x + d & (x \geq 1) \end{cases}$$

함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 미분가능하도록 네 실수 a, b, c, d 의 값을 정할 때, $a+b+c+d$ 의 값은?

[3점][2009년 10월]

- ① -10 ② -8 ③ -6 ④ -4 ⑤ -2

11. 사차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $\frac{f'(5)}{f'(3)}$ 의 값을 구하시오.

[4점][2009년 6월]

- (가) 함수 $f(x)$ 는 $x=2$ 에서 극값을 갖는다.
 (나) 함수 $|f(x) - f(1)|$ 은 오직 $x=a$ ($a > 2$)에서만 미분가능하지 않다.

12. 함수 $f(x) = \begin{cases} x^2 & (x \leq 3) \\ -\frac{1}{2}(x-a)^2 + b & (x > 3) \end{cases}$ 이 모든 실수에서 미분 가능할 때, $a+b$ 의 값을 구하시오.

[3 점][2010년 7월]

13. 함수 $f(x) = -3x^4 + 4(a-1)x^3 + 6ax^2$ ($a > 0$)과 실수 t 에 대하여, $x \leq t$ 에서 $f(x)$ 의 최댓값을 $g(t)$ 라 하자. 함수 $g(t)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 a 의 최댓값은?

[4점][2010년 9월]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

14. 삼차식 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} 3 & (x < -1) \\ f(x) & (-1 \leq x \leq 1) \\ -1 & (x > 1) \end{cases}$$

로 정의하자. 함수 $g(x)$ 가 모든 실수에서 미분가능할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

[4점][2010년 10월]

— < 보 기 > —

- ㄱ. $g'(-1) = g'(1)$
 ㄴ. 모든 실수 x 에 대하여 $g'(x) \leq 0$
 ㄷ. 함수 $g'(x)$ 의 최솟값은 -2 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 최고차항의 계수가 1이고, $f(0) = 3$, $f'(3) < 0$ 인 사차함수 $f(x)$ 가 있다. 실수 t 에 대하여 집합 S 를 $S = \{a \mid \text{함수 } |f(x) - t| \text{가 } x = a \text{에서 미분가능하지 않다.}\}$ 라 하고, 집합 S 의 원소의 개수를 $g(t)$ 라 하자. 함수 $g(t)$ 가 $t = 3$ 과 $t = 19$ 에서만 불연속일 때, $f(-2)$ 의 값을 구하시오.

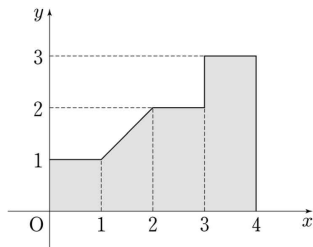
[4점][2011학년도 수능]

16. 함수 $f(x) = \begin{cases} x^3 + ax + 1 & (x \geq 1) \\ 2x^2 + a & (x < 1) \end{cases}$ 가 모든 실수 x 에 대하여 미분가능하도록 하는 상수 a 의 값은?

[3점][2011년 10월]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

17. 좌표평면 위에 그림과 같이 어두운 부분을 내부로 하는 도형이 있다. 이 도형과 네 점 $(0, 0)$, $(t, 0)$, (t, t) , $(0, t)$ 를 꼭짓점으로 하는 정사각형이 겹치는 부분의 넓이를 $f(t)$ 라 하자.



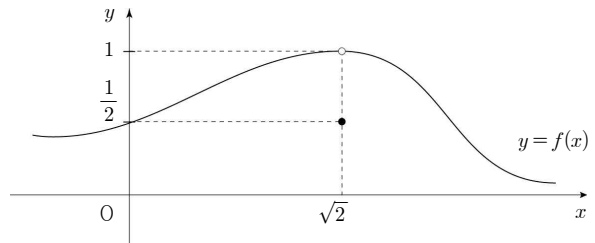
열린 구간 $(0, 4)$ 에서 함수 $f(t)$ 가 미분가능하지 않은 모든 t 의 값의 합은?

[4점][2012년 5월]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

18. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

[4점][2012년 7월]



<보 기>

ㄱ. $\lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} [xf(x)] = 1$

ㄴ. 함수 $[xf(x)]$ 는 $x = \sqrt{2}$ 에서 연속이다.

ㄷ. 함수 $(x - \sqrt{2})[xf(x)]$ 는 $x = \sqrt{2}$ 에서 미분가능하다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19. 함수 $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x - 1$ 과 실수 m 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (f(x) \geq mx) \\ mx & (f(x) < mx) \end{cases}$$

라 하자. $g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, m 의 값은?

[4점][2012년 6월]

- ① -14 ② -12 ③ -10 ④ -8 ⑤ -6

20. 미분가능한 함수

$$f(x) = \begin{cases} -x+1 & (x < 0) \\ a(x-1)^2+b & (x \geq 0) \end{cases}$$

에 대하여 $f(1)$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

[3점][2012년 10월]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

21. 함수 $f(x) = \begin{cases} x^3+ax & (x < 1) \\ bx^2+x+1 & (x \geq 1) \end{cases}$ 이 $x=1$ 에서 미분가능할 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

[4점][2013학년도 수능]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

22. 함수 $f(x) = \begin{cases} -x^2+ax+2 & (x \geq 2) \\ 2x+b & (x < 2) \end{cases}$ 가 $x=2$ 에서 미분가능할 때, 상수 a, b 에 대하여 ab 의 값을 구하시오.

[3점][2013년 7월]

23. 좌표평면에서 삼차함수 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ 와 실수 t 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(t, f(t))$ 에서 접선이 y 축과 만나는 점을 p 라 할 때, 원점에서 p 까지의 거리를 $g(t)$ 라 하자. 함수 $f(x)$ 와 함수 $g(t)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(1) = 2$

(나) 함수 $g(t)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

$f(3)$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

[4점][2014학년도 수능]

- ① 21 ② 24 ③ 27 ④ 30 ⑤ 33

24. 삼차함수 $f(x) = x^3 - x^2 - 9x + 1$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x \geq k) \\ f(2k-x) & (x < k) \end{cases}$$

라 하자. 함수 $g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 모든 실수 k 의 값의 합을 $\frac{q}{p}$ 라 할 때, $p^2 + q^2$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

[4점][2015년 3월]

25. 다음 조건을 만족시키는 모든 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여

$\frac{f'(0)}{f(0)}$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하자. Mm 의 값은?

[4점][2016학년도 수능]

- (가) 함수 $|f(x)|$ 는 $x = -1$ 에서만 미분가능하지 않다.
 (나) 방정식 $f(x)=0$ 은 닫힌구간 $[3, 5]$ 에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.

- ① $\frac{1}{15}$ ② $\frac{1}{10}$ ③ $\frac{2}{15}$ ④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

26. 함수

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + 1 & (x < 1) \\ x^4 + a & (x \geq 1) \end{cases}$$

이 $x=1$ 에서 미분가능할 때, 상수 a 의 값을 구하시오.

[3점][2016년 9월]

27. 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & (x < 1) \\ -2x+4 & (x \geq 1) \end{cases}$$

이고, 좌표평면 위에 두 점 $A(-1, -1)$, $B(1, 2)$ 가 있다. 실수 x 에 대하여 점 $(x, f(x))$ 에서 점 A 까지의 거리의 제곱과 점 B 까지의 거리의 제곱 중 크지 않은 값을 $g(x)$ 라 하자. 함수 $g(x)$ 가 $x=a$ 에서 미분가능하지 않은 모든 a 의 값의 합이 p 일 때, $80p$ 의 값을 구하시오.

[4점][2016년 6월]

미분(1) 미분가능성 답

문 항	답	문 항	답	문 항	답	문 항	답	문 항	답
1	5	6	3	11	12	16	4	21	3
2	13	7	3	12	36	17	3	22	36
3	2	8	21	13	1	18	3	23	4
4	2	9	5	14	2	19	2	24	13
5	118	10	3	15	147	20	2	25	5

문 항	답
26	2
27	186

미분(2) 도함수의 정의

1. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n \left\{ f\left(a + \frac{b}{n}\right) - f\left(a - \frac{b}{n}\right) \right\} \text{의 값은? (단, } b \neq 0 \text{)}$$

[1994학년도 수능 1차]

- ① $\frac{1}{b}f'(a)$ ② 0 ③ $f'(a)$
 ④ $bf'(a)$ ⑤ $2bf'(a)$

2. $x=a$ 에서 함수 $f(x)$ 의 미분계수는 2이다. 미분가능한 함수 $g(x)$ 에 대하여

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+2h) - f(a) - g(h)}{h} = 0$$

이 성립할 때, $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(h)}{h}$ 의 값은?

[1.5점][1995학년도 수능]

- ① 4 ② 2 ③ 0 ④ -2 ⑤ -4

3. 다항식 $P(x)$ 가 다음 항등식을 만족한다.

$$P(P(x)+x) = (P(x)+x)^2 - (P(x)+x) + 1$$

이 때 미분계수 $P'(0)$ 의 값은?

[3점][1997학년도 수능]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

4. 다항함수 $f(x), g(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)-2}{x-3} = 1, \lim_{x \rightarrow 3} \frac{g(x)-1}{x-3} = 2$$

를 만족시킬 때, 함수 $y=f(x)g(x)$ 의 $x=3$ 에서의 미분계수는?

[3점][2000학년도 수능]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

5. 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 두 식을 만족시킨다.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{(x-2)^2} = 3, \quad f(3) = 5$$

이때, $f'(3)$ 의 값을 구하시오.

[3점][2003년 6월]

6. 자연수 n 에 대하여 구간 $[n, n+1]$ 에서 함수 $y=f(x)$ 의 평균변화율은 $n+1$ 이다. 이때, 함수 $y=f(x)$ 의 구간 $[1, 100]$ 에서의 평균변화율을 구하시오.

[3점][2004년 10월]

7. 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 $f(1)=0$, $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\{f(x)\}^2 - 2f(x)}{1-x} = 10$ 을 만족시킬 때, $x=1$ 에서의 미분계수 $f'(1)$ 의 값을 구하시오.
[4점][2005년 5월]

8. 등차수열 $\{x_n\}$ 과 이차함수 $f(x)=ax^2+bx+c$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?
[3점][2005년 9월]

< 보 기 >

- ㄱ. 수열 $\{f'(x_n)\}$ 은 등차수열이다.
ㄴ. 수열 $\{f(x_{n+1})-f(x_n)\}$ 은 등차수열이다.
ㄷ. $f(0)=3$, $f(2)=5$, $f(4)=9$ 이면 $f(6)=15$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

9. 미분가능한 함수 $y=f(x)$ 의 그래프 위의 한 점 $P(2,1)$ 에서의 접선의 방정식이 $y=3x-5$ 이다.
이 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{2} \left\{ f\left(2+\frac{1}{3n}\right) - f(2) \right\}$ 의 값은?
[3점][2005년 10월]
- ① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

10. 함수 $f(x)=x^4+4x^2+1$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+2h)-f(1)}{h}$ 의 값을 구하시오.
[3점][2006학년도 수능]

11. 두 함수 $f(x)=x+x^3+x^5$, $g(x)=x^2+x^4+x^6$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+2h)-g(1-h)}{3h}$ 의 값은?
[3점][2006년 10월]
- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

12. 사차함수 $f(x)=x^4-4x^3+6x^2+4$ 의 그래프 위의 점 (a,b) 에서의 접선의 기울기가 4일 때, a^2+b^2 의 값을 구하시오.
[3점][2007학년도 수능]

13. 함수 $f(x)$ 가 $f(x+2)-f(2)=x^3+6x^2+14x$ 를 만족시킬 때, $f'(2)$ 의 값을 구하시오.
[3점][2007년 6월]

14. 함수 $f(x)=3x^2-2x$ 에 대하여 x 의 값이 0에서 a 까지 변할 때의 평균변화율과 $x=1$ 에서의 미분계수가 같을 때, 상수 a 의 값은?

[2점][2007년 7월]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

15. 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $g'(0)$ 의 값을 구하시오.

[4점][2007년 9월]

$$(가) \ f(0)=1, \ f'(0)=-6, \ g(0)=4$$

$$(나) \ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)g(x)-4}{x} = 0$$

16. 함수 $f(x)=2x^2+5x+1$ 에 대하여
 $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left\{ f\left(1+\frac{3}{n}\right) - f\left(1-\frac{1}{n}\right) \right\}$ 값을 구하시오.

[3점][2008년 5월]

17. 함수 $f(x)=x^2-5x+6$ 에 대하여
 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+kh)-f(1)}{h} = -36$
 을 만족하는 실수 k 의 값을 구하시오.

[3점][2008년 10월]

18. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x+1)-8}{x^2-4} = 5$ 일 때,
 $f(3)+f'(3)$ 의 값을 구하시오.

[3점][2009학년도 수능]

19. 함수 $f(x)=x^2-6x+5$ 에 대하여
 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h)-f(a-h)}{h} = 8$ 을 만족하는 상수 a 의 값은?

[3점][2009년 7월]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

20. 곡선 $y=x^3+2$ 위의 점 $P(a, -6)$ 에서의 접선의 방정식을
 $y=mx+n$ 이라 할 때, 세 수 a, m, n 의 합을 구하시오.

[3점][2009년 9월]

21. 함수 $f(x)=2x^4-3x+1$ 에 대하여
 $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left\{ f\left(1+\frac{3}{n}\right) - f\left(1-\frac{2}{n}\right) \right\}$ 의 값을 구하시오.

[3점][2010년 6월]

22. 곡선 $y = 2x^2 + 1$ 위의 점 $(-1, 3)$ 에서의 접선이
곡선 $y = 2x^3 - ax + 3$ 에 접할 때, 상수 a 의 값을 구하시오.

[3점][2011년 4월]

23. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 2}{x^2 - 1} = 3$ 일 때, $\frac{f'(1)}{f(1)}$ 의
값은?

[3점][2011년 6월]

- ① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

24. 곡선 $y = x^3 - x^2 + a$ 위의 점 $(1, a)$ 에서의 접선이 점 $(0, 12)$
를 지날 때, 상수 a 의 값을 구하시오.

[4점][2011년 6월]

25. 최고차항의 계수가 1인 다항함수 $f(x)$ 가

$$f(x)f'(x) = 2x^3 - 9x^2 + 5x + 6$$

을 만족할 때, $f(-3)$ 의 값을 구하시오.

[3점][2011년 7월]

26. 점 $(0, -4)$ 에서 곡선 $y = x^3 - 2$ 에 그은 접선이 x 축과 만나
는 점의 좌표를 $(a, 0)$ 이라 할 때, a 의 값은?

[4점][2011년 9월]

- ① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{11}{6}$

27. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(a) = 3$ 일 때,

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+2h) - f(a)}{h} \text{의 값은?}$$

[3점][2011년 10월]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

28. 삼차함수 $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 10x + 9$ 의 그래프 위의 점 (a, b)
에서 접선의 기울기가 2일 때, $10(a+b)$ 의 값을 구하시오.
(단, $a > 0$)

[3점][2011년 10월]

29. 곡선 $y = -x^3 + 4x$ 위의 점 $(1, 3)$ 에서의 접선의 방정식이
 $y = ax + b$ 이다. $10a + b$ 의 값을 구하시오.(단, a, b 는 상수이다.)

[4점][2012학년도 수능]

30. 함수 $f(x) = x|x| + |x-1|^3$ 에 대하여 $f'(0) + f'(1)$ 의 값은?
[4점][2012년 3월]

- ① -3 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

31. 다항함수 $f(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^3} = 1$
 (나) $x = -1$ 과 $x = 2$ 에서 극값을 갖는다.

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h) - f(3-h)}{h}$ 의 값은?

[3점][2012년 3월]

- ① 8 ② 12 ③ 16 ④ 20 ⑤ 24

32. $x > 0$ 에서 함수 $f(x)$ 가 미분가능하고 $2x \leq f(x) \leq 3x$ 이다.
 $f(1) = 2$ 이고 $f(2) = 6$ 일 때, $f'(1) + f'(2)$ 의 값은?

[4점][2012년 5월]

- ① 8 ② 7 ③ 6 ④ 5 ⑤ 4

33. 다항함수 $f(x)$ 가 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 5}{x - 1} = 9$ 를 만족시킨다.
 $g(x) = xf(x)$ 라 할 때, $g'(1)$ 의 값을 구하시오.

[4점][2012년 6월]

34. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x-2)}{x^2 - 2x} = 4$ 일 때, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$ 의 값은?

[3점][2012년 6월]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

35. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x^2 - 1} = -1$ 일 때,

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1-2h) - f(1+5h)}{h}$ 의 값을 구하시오.

[3점][2012년 7월]

36. 함수 $f(x) = (x-1)(x-2)(x-3) \cdots (x-10)$ 에 대하여 $\frac{f'(1)}{f'(4)}$ 의 값은?

[4점][2012년 7월]

- ① -80 ② -84 ③ -88 ④ -92 ⑤ -96

37. 함수 $f(x) = x^3 + 4x - 2$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+3h) - f(1)}{h}$ 의 값을 구하시오.

[4점][2012년 9월]

38. 곡선 $f(x) = \frac{2}{3}x^3 + ax$ 위의 두 점 $(0, f(0)), (1, f(1))$ 에서의 접선이 서로 수직일 때, 상수 a 의 값은?

[4점][2012년 10월]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

39. 삼차함수 $f(x) = x^3 + ax^2 + 9x + 3$ 의 그래프 위의 점 $(1, f(1))$ 에서의 접선의 방정식이 $y = 2x + b$ 이다. $a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

[4점][2013학년도 수능]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

40. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(2, 1)$ 에서의 접선의 기울기가 2이다. $g(x) = x^3 f(x)$ 일 때, $g'(2)$ 의 값을 구하시오.

[4점][2013년 6월]

41. 함수 $f(x) = x^3 - x$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+3h) - f(1)}{2h}$ 의 값은?

[3점][2013년 6월]

- ① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

42. 곡선 $y = x^3 - 3x^2 + x + 1$ 위의 서로 다른 두 점 A, B 에서의 접선이 서로 평행하다. 점 A 의 x 좌표가 3일 때, 점 B 에서의 접선의 y 절편의 값은?

[4점][2013년 6월]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

43. 곡선 $y = x^3 + 6x^2 - 11x + 7$ 위의 점 $(1, 3)$ 에서의 접선의 방정식을 $y = mx + n$ 이라 할 때, 상수 m, n 에 대하여 $m - n$ 의 값은?

[3점][2013년 7월]

- ① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

44. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 1}{x - 2} = 2$$

일 때, $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2-h)}{h}$ 의 값은?

[3점][2013년 10월]

- ① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

45. 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(1, f(1))$ 에서의 접선과 직선 $y = -\frac{1}{3}x + 2$ 가 서로 수직일 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} n \left\{ f\left(1 + \frac{1}{2n}\right) - f\left(1 - \frac{1}{3n}\right) \right\}$ 의 값은?

[3점][2014년 4월]

- ① $\frac{5}{6}$ ② 1 ③ $\frac{5}{4}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

46. 함수 $f(x) = x^2 + 4x$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{2h}$ 의 값은?

[3점][2014년 6월]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

47. 곡선 $y = -x^3 + 2x$ 위의 점 $(1, 1)$ 에서의 접선이 점 $(-10, a)$ 를 지날 때, a 의 값을 구하시오.

[4점][2014년 6월]

48. 곡선 $y = 2x^3 + ax + b$ 위의 점 $(1, 1)$ 에서의 접선과 수직인 직선의 기울기가 $-\frac{1}{2}$ 이다. 상수 a, b 에 대하여 $a^2 + b^2$ 의 값은?

[3점][2014년 7월]

- ① 25 ② 27 ③ 29 ④ 31 ⑤ 33

49. 다항함수 $f(x)$ 가 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - 3}{h} = \frac{3}{2}$ 을 만족시킬 때, $f'(1) + f(1)$ 의 값은?

[3점][2014년 10월]

- ① $\frac{7}{2}$ ② $\frac{15}{4}$ ③ 4 ④ $\frac{17}{4}$ ⑤ $\frac{9}{2}$

50. 함수 $f(x) = x^2 + 8x$ 에 대하여

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+2h) - f(1)}{h}$$

의 값은?

[3점][2015년 6월]

- ① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

51. 함수 $f(x) = x^2 + ax$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{2h} = 6$ 일 때, 상수 a 의 값은?

[3점][2015년 10월]

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

52. 함수 $f(x) = x^3 + ax$ 에서 x 의 값이 0에서 2까지 변할 때의 평균변화율이 9일 때, $f'(3)$ 의 값을 구하시오. (단, a 는 상수이다.)

[3점][2016년 10월]

53. 함수 $f(x) = x^3 + 3x^2 + 3$ 에 대하여 $f'(2)$ 의 값을 구하시오.

[3점][2017학년도 수능]

54. 곡선 $y = x^3 - ax + b$ 위의 점 $(1, 1)$ 에서의 접선과 수직인 직선의 기울기가 $-\frac{1}{2}$ 이다. 두 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하시오.

[4점][2017학년도 수능]

미분(2) 도함수의 정의 답

문 항	답	문 항	답	문 항	답	문 항	답	문 항	답
1	5	6	51	11	5	16	36	21	25
2	1	7	5	12	50	17	12	22	10
3	2	8	5	13	14	18	28	23	1
4	1	9	2	14	1	19	1	24	13
5	12	10	24	15	24	20	28	25	16

문 항	답	문 항	답	문 항	답	문 항	답	문 항	답
26	2	31	5	36	2	41	3	46	3
27	2	32	4	37	21	42	2	47	12
28	50	33	14	38	2	43	1	48	1
29	12	34	4	39	1	44	5	49	5
30	2	35	14	40	28	45	5	50	5

문 항	답
51	1
52	32
53	24
54	2

미분(3) 최댓값, 최솟값

1. 삼차함수 $f(x) = x^3 + (a-1)x^2 + (a-1)x + 1$ 이 극값을 갖지 않도록 하는 실수 a 의 값의 범위는?

[3점][2003년 6월]

- ① $-1 \leq a \leq 2$ ② $0 \leq a \leq 3$ ③ $1 \leq a \leq 4$
 ④ $2 \leq a \leq 5$ ⑤ $3 \leq a \leq 6$

2. 등식 $x^2 + 3y^2 = 9$ 를 만족시키는 실수 x, y 에 대하여 $x^2 + xy^2$ 의 최솟값은?

[4점][2005년 7월]

- ① $-\frac{5}{3}$ ② -1 ③ $-\frac{1}{3}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ 2

3. 두 상수 a, b 에 대하여 함수 $f(x) = x^3 + ax^2 + 9x + b$ 가 $x = 1$ 에서 극댓값 0을 가질 때, ab 의 값을 구하시오.

[3점][2006년 6월]

4. 함수 $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 2$ 의 극댓값을 M , 극솟값을 m 이라 할 때, Mm 의 값을 구하시오.

[3점][2006년 9월]

5. 사차함수 $f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + 6$ 이 다음 조건을 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값을 구하시오.

[4점][2007년 6월]

- (가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x) = f(x)$ 이다.
 (나) 함수 $f(x)$ 는 극솟값 -10 을 갖는다.

6. 사차함수 $f(x) = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}(a+1)x^3 - ax$ 가 $x = \alpha, \gamma$ 에서 극소, $x = \beta$ 에서 극대일 때, 실수 a 의 값의 범위는?
 (단, $\alpha < 0 < \beta < \gamma < 3$)

[4점][2007년 7월]

- ① $-\frac{9}{2} < a < -4$ ② $-4 < a < -\frac{7}{2}$ ③ $-\frac{7}{2} < a < -3$
 ④ $-3 < a < -\frac{5}{2}$ ⑤ $-\frac{5}{2} < a < -2$

7. 원점을 지나는 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $y = f(x)$ 가 다음 두 조건을 만족한다.

- (가) $f(2+x) = f(2-x)$
 (나) $x = 1$ 에서 극솟값을 갖는다.

이 때, $f(x)$ 의 극댓값을 a 라 할 때, a^2 의 값을 구하시오.

[4점][2007년 7월]

8. 함수 $f(x) = x^3 - 12x$ 가 $x = a$ 에서 극댓값 b 를 가질 때, $a + b$ 의 값을 구하시오.

[3점][2008학년도 수능]

9. 함수 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x$ 는 $x = a$ 에서 극솟값 b 를 가진다. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프 위의 점 $(2, f(2))$ 에서 접하는 직선을 l 이라 할 때, 점 (a, b) 에서 직선 l 까지의 거리가 d 이다. $90d^2$ 의 값을 구하시오.

[4점][2008년 6월]

10. 함수 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 20$ 의 극솟값을 구하시오.

[3점][2008년 7월]

11. 구간 $[-2, 0]$ 에서 함수 $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 8$ 의 최댓값을 구하시오.

[3점][2008년 9월]

12. 구간 $[-1, 1]$ 에서 함수 $f(x) = x^3 + 3x^2 + 10$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하시오.

[3점][2008년 10월]

13. 삼차함수 $f(x) = -x^3 + 3x + 1$ 이 $x = \alpha$, $x = \beta$ 에서 극값을 가질 때, 두 점 $(\alpha, f(\alpha))$, $(\beta, f(\beta))$ 를 지나는 직선의 기울기는?

[3점][2009년 10월]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

14. 함수 $f(x) = (x-1)^2(x-4) + a$ 의 극솟값이 10 일 때, 상수 a 의 값을 구하시오.

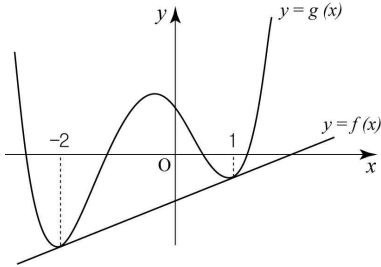
[3점][2011학년도 수능]

15. 함수 $f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x + 5$ 의 극댓값을 구하시오.

[3점][2012년 5월]

16. 그림과 같이 일차함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $y=g(x)$ 의 그래프는 x 좌표가 $-2, 1$ 인 두 점에서 접한다. 함수 $h(x)=g(x)-f(x)$ 라 할 때, 함수 $h(x)$ 의 극댓값은?

[4점][2011년 7월]



- ① $\frac{81}{16}$ ② $\frac{83}{16}$ ③ $\frac{85}{16}$ ④ $\frac{87}{16}$ ⑤ $\frac{89}{16}$

17. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(x)$ 의 극댓값을 구하시오.

[4점][2012년 10월]

- (가) 모든 실수 x 에 대하여 $f'(x)=f'(-x)$ 이다.
(나) 함수 $f(x)$ 는 $x=1$ 에서 극솟값 0을 갖는다.

18. 함수

$$f(x) = \begin{cases} a(3x-x^3) & (x < 0) \\ x^3-ax & (x \geq 0) \end{cases}$$

의 극댓값이 5일 때, $f(2)$ 의 값은? (단 a 는 상수이다.)

[4점][2013년 6월]

- ① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

19. 함수 $f(x)=x^3-x^2-5x+k$ 의 극댓값이 20일 때, 상수 k 의 값은?

[3점][2013년 10월]

- ① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 17

20. 함수 $f(x)=2x^3-12x^2+ax-4$ 가 $x=1$ 에서 극댓값 M 을 가질 때, $a+M$ 의 값을 구하시오. (단, a 는 상수이다.)

[3점][2014학년도 수능]

21. 함수 $f(x)=x^3+ax^2+(a^2-4a)x+3$ 이 극값을 갖도록 하는 모든 정수 a 의 개수는?

[3점][2014년 4월]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

22. 함수 $f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x + a$ 의 극댓값이 10일 때, 상수 a 의 값은?

[4점][2014년 6월]

- ① -12 ② -10 ③ -8 ④ -6 ⑤ -4

23. 닫힌 구간 $[-2, 2]$ 에서 정의된 함수 $f(x) = -x^3 + 3x^2 + a$ 의 최솟값이 -4일 때, 최댓값은? (단, a 는 상수이다.)

[3점][2014년 7월]

- ① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

24. 함수 $f(x) = x^3 - 3x^2 + a$ 의 모든 극값의 곱이 -4일 때, 상수 a 의 값은?

[4점][2014년 9월]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

25. 두 다항함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$g(x) = (x^3 + 2)f(x)$$

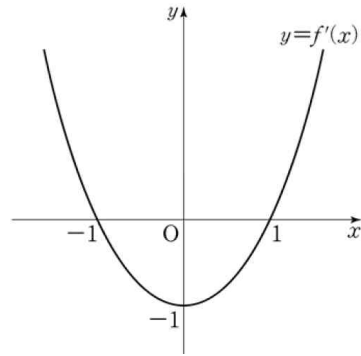
를 만족시킨다. $g(x)$ 가 $x=1$ 에서 극솟값 24를 가질 때, $f(1) - f'(1)$ 의 값을 구하시오.

[4점][2015학년도 수능]

26. 함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 가 $f'(x) = x^2 - 1$ 이고,

함수 $g(x) = f(x) - kx$ 가 $x = -3$ 에서 극값을 가질 때, 상수 k 의 값은?

[3점][2015년 9월]



- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

27. 자연수 n 에 대하여 최고차항의 계수가 1이고 다음 조건을 만족시키는 삼차함수 $f(x)$ 의 극댓값을 a_n 이라 하자.

(가) $f(n) = 0$

(나) 모든 실수 x 에 대하여 $(x+n)f(x) \geq 0$ 이다.

a_n 이 자연수가 되도록 하는 n 의 최솟값은?

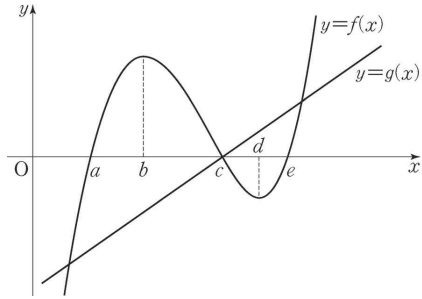
[4점][2015년 6월]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

28. 양수 a 에 대하여 함수 $f(x) = x^3 + ax^2 - a^2x + 2$ 가 닫힌 구간 $[-a, a]$ 에서 최댓값 M , 최솟값 $\frac{14}{27}$ 를 갖는다. $a + M$ 의 값을 구하시오.

[4점][2016년 6월]

29. 삼차함수 $y=f(x)$ 와 일차함수 $y=g(x)$ 의 그래프가 그림과 같고, $f'(b)=f'(d)=0$ 이다.



함수 $y=f(x)g(x)$ 는 $x=p$ 와 $x=q$ 에서 극소이다. 다음 중 옳은 것은? (단, $p < q$)

[4점][2016년 6월]

- ① $a < p < b$ 이고 $c < q < d$
- ② $a < p < b$ 이고 $d < q < e$
- ③ $b < p < c$ 이고 $c < q < d$
- ④ $b < p < c$ 이고 $d < q < e$
- ⑤ $c < p < d$ 이고 $d < q < e$

30. 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $x=-2$ 에서 극댓값을 갖는다.
(나) $f'(-3)=f'(3)$

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[4점][2016년 9월]

<보 기>

- ㄱ. 도함수 $f'(x)$ 는 $x=0$ 에서 최솟값을 갖는다.
ㄴ. 방정식 $f(x)=f(2)$ 는 서로 다른 두 실근을 갖는다.
ㄷ. 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(-1, f(-1))$ 에서의 접선은 점 $(2, f(2))$ 를 지난다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

미분(3) 최댓값, 최솟값 답

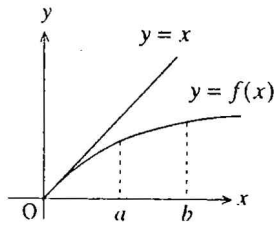
문 항	답	문 항	답	문 항	답	문 항	답	문 항	답
1	3	6	1	11	13	16	1	21	1
2	1	7	64	12	24	17	4	22	2
3	24	8	14	13	2	18	5	23	1
4	42	9	16	14	14	19	5	24	1
5	15	10	16	15	25	20	22	25	16

문 항	답
26	5
27	3
28	12
29	2
30	5

미분(4) 활용문제

1. 아래 그림은 미분가능한 함수 $y=f(x)$ 와 $y=x$ 의 그래프이다. $0 < a < b$ 일 때 다음 <보기> 중 옳은 것을 모두 고르면?

[1점][1996학년도 수능]

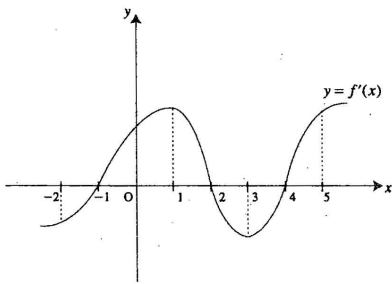


- [보 기]
- ㄱ. $\frac{f(a)}{a} < \frac{f(b)}{b}$
 ㄴ. $f(b) - f(a) > b - a$
 ㄷ. $f'(a) > f'(b)$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
 ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

2. 함수 $y=f(x)$ 의 도함수 $y=f'(x)$ 의 그래프가 아래 그림과 같다. 다음 중 옳은 것은?

[3점][1998학년도 수능]



- ① $f(x)$ 는 구간 $(-2, 1)$ 에서 증가한다.
 ② $f(x)$ 는 구간 $(1, 3)$ 에서 감소한다.
 ③ $f(x)$ 는 구간 $(4, 5)$ 에서 증가한다.
 ④ $f(x)$ 는 $x=2$ 에서 극소이다.
 ⑤ $f(x)$ 는 $x=3$ 에서 극소이다.

3. 삼차함수 $y=x^3-3ax^2+4a$ 의 그래프가 x 축에 접할 때, a 의 값은? (단, $a>0$)

[3점][2000학년도 수능]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ $\frac{4}{3}$

4. 삼차함수 $y=f(x)$ 가 서로 다른 세 실수 a, b, c 에 대하여

$$f(a)=f(b)=0, f'(a)=f'(c)=0$$

을 만족시킨다. c 를 a 와 b 로 나타내면?

[2점][2001학년도 수능]

- ① $a+b$ ② $\frac{a+b}{2}$ ③ $\frac{a+b}{3}$
 ④ $\frac{a+2b}{3}$ ⑤ $\frac{2a+b}{3}$

5. 함수 $y=x^3+ax$ 의 그래프를 원점을 중심으로 양의 방향으로 45° 회전시켜서 얻은 곡선이 실수 전체에서 정의된 어떤 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 되는 a 의 범위는?

[2점][2001학년도 수능]

- ① $a \geq 1$ ② $a \geq 0$ ③ $a \leq 1$
 ④ $a \leq -1$ ⑤ $0 \leq a \leq 2$

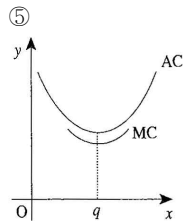
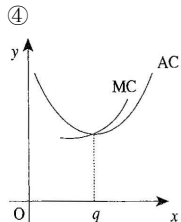
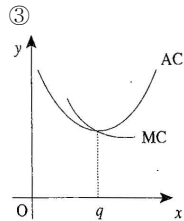
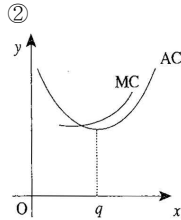
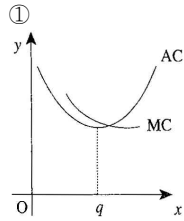
6. x 에 대한 삼차방정식 $x^3 - 6x^2 - n = 0$ 이 서로 다른 세 실근을 갖도록 하는 정수 n 의 개수를 구하시오.

[3점][2003학년도 수능]

7. 어떤 제품의 생산량이 x 일 때 생산비를 $f(x)$ 라고 하자. 이때, $\frac{f(x)}{x}$ 를 평균생산비라 하고, AC로 나타낸다. 또, $f(x)$ 가 미분가능하면 $f'(x)$ 를 생산량이 x 일 때의 한계생산비라 하고 MC로 나타낸다.

평균생산비 $AC = \frac{f(x)}{x}$ 의 그래프가 위 그림과 같고 $x = q$ 에서 극솟값을 가질 때, $x = q$ 근방에서 한계생산비 $MC = f'(x)$ 의 그래프의 개형은?

[3점][2003학년도 수능]



8. 함수 $f(x)$ 가 다음과 같다.

$$f(x) = \begin{cases} -x+2 & (x \leq 1) \\ x^3 & (x > 1) \end{cases}$$

모든 실수 x 에 대하여 부등식

$$f(x) \geq k(x-1)+1$$

이 성립하도록 하는 실수 k 의 최댓값과 최솟값의 합은?

[3점][2003년 9월]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

9. 삼차함수 $y = f(x)$ 는 $x=1$ 에서 극값을 갖고, 그 그래프가 원점에 대하여 대칭일 때, 이 그래프와 x 축과의 교점의 x 좌표 중에서 양수인 것은?

[3점][2004학년도 수능]

- ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 2 ④ $\sqrt{5}$ ⑤ $\sqrt{6}$

10. 함수 $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x - 10$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 a 만큼 평행이동시켰더니 함수 $y = g(x)$ 의 그래프가 되었다. 방정식 $g(x) = 0$ 이 서로 다른 두 실근만을 갖도록 하는 모든 a 의 값의 합을 구하시오.

[3점][2004년 6월]

11. 세 실수 a, b, c 에 대하여 사차함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 가
 $f'(x) = (x-a)(x-b)(x-c)$
 일 때, <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은?

[4점][2004년 6월]

<보 기>

ㄱ. $a=b=c$ 이면, 방정식 $f(x)=0$ 은 실근을 갖는다.
 ㄴ. $a=b \neq c$ 이고 $f(a)<0$ 이면, 방정식 $f(x)=0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다.
 ㄷ. $a<b<c$ 이고 $f(b)<0$ 이면, 방정식 $f(x)=0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
 ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

12. 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프 위의 한 점 $(a, f(a))$ 에서의 접선의 방정식을 $y=g(x)$ 라 하자. $h(x)=f(x)-g(x)$ 라 할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

[4점][2004년 6월]

<보 기>

ㄱ. $h(x_1)=h(x_2)$ 를 만족시키는 서로 다른 두 실수 x_1, x_2 가 존재한다.
 ㄴ. $h(x)$ 는 $x=a$ 에서 극소이다.
 ㄷ. 부등식 $|h(x)| < \frac{1}{100}$ 의 해는 항상 존재한다.

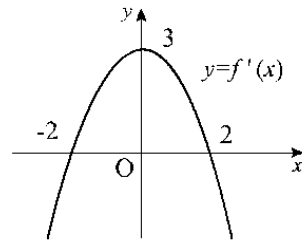
- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
 ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄱ, ㄷ

13. 미분가능한 두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 의 그래프는 $x=a$ 와 $x=b$ 에서 만나고, $a<c<b$ 인 $x=c$ 에서 두 함수값의 차가 최대가 된다. 다음 중 항상 옳은 것은?

[3점][2004년 6월]

- ① $f'(c)=-g'(c)$ ② $f'(c)=g'(c)$
 ③ $f'(a)=g'(b)$ ④ $f'(b)=g'(b)$
 ⑤ $f'(a)=g'(a)$

14. 삼차함수 $y=f(x)$ 의 도함수 $y=f'(x)$ 의 그래프는 다음과 같다.



$f(0)=0$ 일 때, x 에 대한 방정식 $f(x)=kx$ 가 서로 다른 세 실근을 갖기 위한 실수 k 의 값의 범위는?

[3점][2004년 10월]

- ① $k > 2$ ② $k > 3$ ③ $k < 3$
 ④ $-4 < k < 4$ ⑤ $k < -2$ 또는 $k > 2$

15. x 에 대한 삼차방정식 $\frac{1}{3}x^3 - x = k$ 가 서로 다른 세 실근 α, β, γ 를 가진다. 실수 k 에 대하여 $|\alpha| + |\beta| + |\gamma|$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, m^2 의 값을 구하시오.

[4점][2005학년도 수능]

16. $a > 1$ 일 때, 함수 $f(x) = 2x^3 - 3(a+1)x^2 + 6ax - 4a + 2$ 에 대하여 방정식 $f(x) = 0$ 의 한 실근을 b 라 하자. 다음은 두 수 a, b 의 크기를 비교하는 과정이다.

$f'(x) = \boxed{\text{(가)}}$ 이고 $a > 1$ 이므로
 $f(x)$ 는 $x = 1$ 에서 $\boxed{\text{(나)}}$ 을 가진다.
 그런데 $f(1) < 0$ 이고 $f(b) = 0$ 이므로 $a \boxed{\text{(다)}}$ b 이다.

위의 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은?

[3점][2005학년도 수능]

- | | (가) | (나) | (다) |
|---|---------------|-----|-----|
| ① | $6(x+a)(x+1)$ | 극솟값 | > |
| ② | $6(x+a)(x+1)$ | 극솟값 | < |
| ③ | $6(x-a)(x-1)$ | 극솟값 | > |
| ④ | $6(x-a)(x-1)$ | 극댓값 | < |
| ⑤ | $6(x-a)(x-1)$ | 극댓값 | > |

17. 이계도함수를 갖는 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x) = -f(x)$ 를 만족시킬 때, <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은?

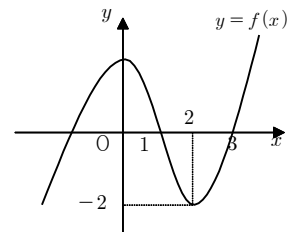
[3점][2005학년도 수능]

[보 기]

- ㄱ. $f'(-x) = f'(x)$
 ㄴ. $\lim_{x \rightarrow 0} f'(x) = 0$
 ㄷ. $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 가 $x = a (a \neq 0)$ 에서 극댓값을 가지면 $f'(x)$ 는 $x = -a$ 에서 극솟값을 갖는다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18. 미분가능한 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



- $g(x) = xf(x)$ 라 할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?
 (단, $f'(2) = 0$)

[3점][2005년 5월]

[보 기]

- ㄱ. $f(1) + g'(1) > 0$
 ㄴ. $g(2)g'(2) > 0$
 ㄷ. $f(3) + g'(3) > 0$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19. 다항함수 $y = f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 로부터 얻을 수 있는 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{f'(n)}$ 에 대하여, <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, 모든 자연수 n 에 대하여 $f'(n) \neq 0$ 이다.)

[3점][2005년 6월]

<보 기>

ㄱ. $f(x) = 2x^3 + 3x^2 + 1$ 이면 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{f'(n)} = \frac{1}{6}$ 이다.

ㄴ. $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$ 이면 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{f'(n)}$ 은 수렴한다.

ㄷ. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{f'(n)}$ 이 수렴하면 $x \rightarrow \infty$ 일 때 $f'(x)$ 는 발산한다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 실수에서 정의된 미분가능한 함수 $f(x)$ 는 다음 두 조건을 만족한다.

(가) 임의의 실수 x, y 에 대하여
 $f(x-y) = f(x) - f(y) + xy(x-y)$
 (나) $f'(0) = 8$

함수 $f(x)$ 가 $x=a$ 에서 극댓값을 갖고 $x=b$ 에서 극솟값을 가질 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오.

[3점][2005년 6월]

21. 두 함수 $f(x) = 5x^3 - 10x^2 + k$, $g(x) = 5x^2 + 2$ 가 있다.

$0 < x < 3$ 에서 부등식 $f(x) \geq g(x)$ 가 성립하도록 하는 상수 k 의 최솟값을 구하시오.

[4점][2005년 6월]

22. 삼차함수 $y = f(x)$ 가 극댓값 $\frac{1}{2}$, 극솟값 -2 를 가질 때, 함수 $g(x)$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$g(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{1 + \{f(x)\}^{2n}}$$

이때, 실수 전체의 집합에서 함수 $y = g(x)$ 는 $x = \alpha$ 에서 불연속이다. α 의 개수는?

[4점][2005년 7월]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

23. 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 직선 $x=3$ 에 대하여 대칭일 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

[3점][2005년 9월]

<보 기>

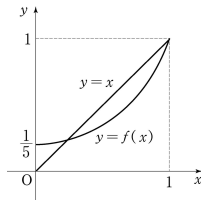
ㄱ. $y = f(x)$ 에서 x 의 값이 -1 에서 7 까지 변할 때의 평균변화율은 0 이다.

ㄴ. 두 실수 a, b 에 대하여 $a+b=6$ 이면
 $f'(a) + f'(b) = 0$ 이다.

ㄷ. $\sum_{k=1}^{15} f'(k-3) = 0$

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

24. 오른쪽 그림은 직선 $y=x$ 와 다항 함수 $y=f(x)$ 의 그래프의 일부이다. 모든 실수 x 에 대하여 $f'(x) \geq 0$ 이고 $f(0) = \frac{1}{5}, f(1) = 1$ 일 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?



[4점][2005년 9월]

<보 기>

- ㄱ. $f'(x) = \frac{4}{5}$ 인 x 가 개구간 $(0, 1)$ 에 존재한다.
 ㄴ. $\int_0^1 f(x)dx + \int_{\frac{1}{5}}^1 f^{-1}(x)dx = 1$
 ㄷ. $g(x) = (f \circ f)(x)$ 일 때, $g'(x) = 1$ 인 x 가 개구간 $(0, 1)$ 에 존재한다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

25. 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-2}{x-2} = -3$ 을 만족하고

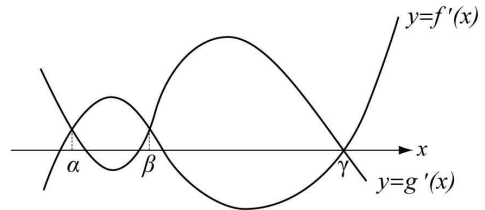
$g(x) = (x-1)^2$ 이다. 곡선 $y=f(x)g(x)$ 위의 x 좌표가 2인 점에서의 접선의 기울기는?

[3점][2006년 5월]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

26. 그림과 같이 두 곡선 $y=f'(x), y=g'(x)$ 는 x 좌표가 α, β, γ 인 점에서 만나고 $h(x) = f(x) - g(x)$ 의 최솟값이 음수일 때, $y=h(x)$ 에 대하여 항상 옳은 것을 <보기>에서 모두 고른 것은?

[4점][2006년 5월]



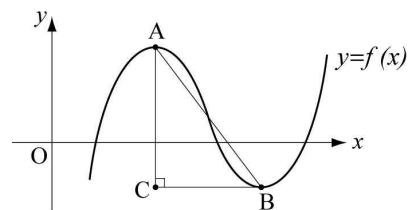
<보 기>

- ㄱ. $h(\alpha) = h(\gamma) < h(\beta)$
 ㄴ. $(\beta - \alpha)\{h(\gamma) - h(\beta)\} < (\gamma - \beta)\{h(\beta) - h(\alpha)\}$
 ㄷ. $h(x) = 0$ 은 적어도 서로 다른 두 실근을 갖는다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

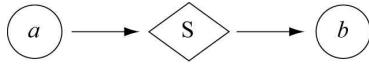
27. 삼차함수 $y=f(x)$ 는 점 A에서 극대이고 점 B에서 극소이며 극댓값과 극솟값의 차는 8이다. $y=f(x)$ 의 그래프 밖의 한 점 C에 대하여 $\triangle ABC$ 의 외심의 좌표가 $(6, 1)$, $\angle C = 90^\circ$, $\overline{AB} = 10$ 일 때, $f'(x) = 0$ 의 두 근의 곱은? (단, $\overline{AC}$ 는 y 축과 평행이다.)

[4점][2006년 5월]



- ① 27 ② 30 ③ 33 ④ 36 ⑤ 39

28. 함수 $f(x) = (x-1)(x+3)$ 에 대하여 $f'(a) = b$ 를 [그림 I]과 같이 나타내고, $d = \log_2 c$ 를 [그림 II]와 같이 나타내기로 한다.



[그림 I]



[그림 II]

아래 그림에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은?

[3점][2006년 5월]



	(가)	(나)	(다)
①	S	S	T
②	S	T	S
③	T	S	T
④	T	S	S
⑤	T	T	S

29. 다항식 $f(x)$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-a}{x-2} = 4$ 이고, $f(x)$ 를 $(x-2)^2$ 으로 나눈 나머지를 $bx+3$ 이라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하시오.

[3점][2006년 5월]

30. 두 함수 $f(x) = x^4 - 4x + a$, $g(x) = -x^2 + 2x - a$ 의 그래프가 오직 한 점에서 만날 때, a 의 값은?

[3점][2006년 6월]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

31. 세 다항함수 $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$ 에 대하여 <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은?

[3점][2006년 6월]

<보 기>		
ㄱ.	$f(0) = 0$ 이면	$f'(0) = 0$ 이다.
ㄴ.	모든 실수 x 에 대하여	$g(x) = g(-x)$ 이면
	$g'(0) = 0$ 이다.	
ㄷ.	모든 실수 x 에 대하여	$ h(2x) - h(x) \leq x^2$ 이면
	$h'(0) = 0$ 이다.	

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

32. 두 다항함수 $f_1(x)$, $f_2(x)$ 가 다음 세 조건을 만족시킬 때, 상수 k 의 값은?

[4점][2006년 6월]

(가)	$f_1(0) = 0, f_2(0) = 0$
(나)	$f_i'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f_i(x) + 2kx}{f_i(x) + kx} \quad (i = 1, 2)$
(다)	$y = f_1(x)$ 와 $y = f_2(x)$ 의 원점에서의 접선이 서로 직교한다.

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ 0 ④ $-\frac{1}{4}$ ⑤ $-\frac{1}{2}$

33. 곡선 $y=x^3$ 위의 점 $P(t, t^3)$ 에서의 접선과 원점 사이의 거리를 $f(t)$ 라 하자. $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{f(t)}{t} = \alpha$ 일 때, 30α 의 값을 구하시오.

[3점][2006년 9월]

34. 함수 $f(x)=x^3-3x$ 에 대하여 구간 $[0, a_1]$ 에서의 평균변화율과 같은 순간변화율을 갖는 점의 x 좌표를 a_2 , 구간 $[0, a_2]$ 에서의 평균변화율과 같은 순간변화율을 갖는 점의 x 좌표를 a_3 이라고 하자. 이와 같이 계속하여 $a_4, a_5, \dots$ 를 정할 때, 옳은 내용을 <보기>에서 모두 고른 것은? (단, $a_1, a_2, a_3, \dots$ 은 양수이다.)

[4점][2006년 10월]

< 보 기 >

ㄱ. 모든 자연수 n 에 대하여 $f(a_n) > f(a_{n+1})$ 이다.
 ㄴ. 모든 자연수 n 에 대하여 $f'(a_n) > f'(a_{n+1})$ 이다.
 ㄷ. $\lim_{n \rightarrow \infty} f'(a_n) = -3$

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

35. 미분가능한 함수 $y=f(x)$ 에 대하여 $f'(1)=a$ 일 때,

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \left\{ \sum_{k=1}^5 f(1+kh) - 5f(1) \right\} = 420$ 을 만족시키는 상수 a 의 값을 구하시오.

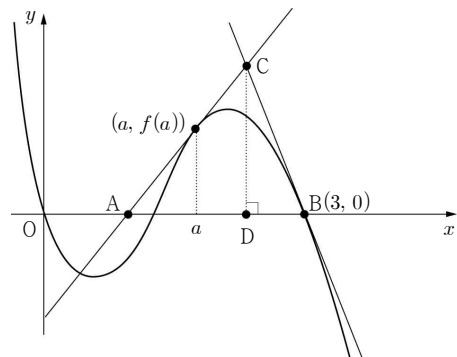
[4점][2007년 5월]

36. 양수 a 에 대하여 점 $(a, 0)$ 에서 곡선 $y=3x^3$ 에 그은 접선과 점 $(0, a)$ 에서 곡선 $y=3x^3$ 에 그은 접선이 서로 평행할 때, $90a$ 의 값을 구하시오.

[3점][2007년 6월]

37. 그림과 같이 삼차함수 $f(x)=-x^3+4x^2-3x$ 의 그래프 위의 점 $(a, f(a))$ 에서 기울기가 양의 값인 접선을 그어 x 축과 만나는 점을 A, 점 $B(3, 0)$ 에서 접선을 그어 두 접선이 만나는 점을 C, 점 C에서 x 축에 수선을 그어 만나는 점을 D라 하고 $\overline{AD} : \overline{DB} = 3 : 1$ 일 때, a 의 값들의 곱은?

[4점][2007년 7월]



- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

38. 삼차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$ 가 있다. 세 실수 a, b, c ($a < b < c$)에 대하여 $f(a) = f(b) = f(c)$ 가 성립할 때, 옳은 것을 <보기>에서 모두 고른 것은?

[4점][2007년 10월]

— < 보 기 > —

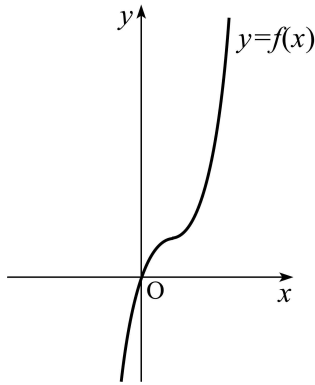
ㄱ. $f'(a) > 0$

ㄴ. $f'(a) + f'(b) > 0$

ㄷ. $f'(a) = f'(c)$ 이면 $b = \frac{a+c}{2}$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

39. 그림은 삼차함수 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$ 의 그래프이다.

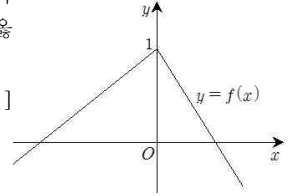


원점을 지나고 곡선 $y = f(x)$ 에 접하는 직선은 두 개이다. 두 접선과 곡선 $y = f(x)$ 의 교점 중 원점이 아닌 점들의 x 좌표의 합을 S 라 하자. 이때, $10S$ 의 값을 구하시오.

[4점][2007년 10월]

40. 함수 $f(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

[3점][2007년 10월]



— < 보 기 > —

ㄱ. $x < 0$ 일 때, $f'(x)$ 는 항상 양수이다.

ㄴ. 함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 는 연속함수이다.

ㄷ. 함수 $y = \frac{1}{1+xf(x)}$ 는 $x=0$ 에서 미분가능하다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

41. 최고차항의 계수가 양수인 사차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$f'(x) = 0$ 이 서로 다른 세 실근 α, β, γ ($\alpha < \beta < \gamma$)를 갖고, $f(\alpha)f(\beta)f(\gamma) < 0$ 이다.

<보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

[3점][2008학년도 수능]

— [보 기] —

ㄱ. 함수 $f(x)$ 는 $x = \beta$ 에서 극댓값을 갖는다.

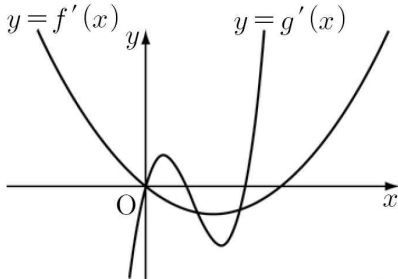
ㄴ. 방정식 $f(x) = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다.

ㄷ. $f(\alpha) > 0$ 이면 방정식 $f(x) = 0$ 은 β 보다 작은 실근을 갖는다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

42. 그림은 삼차함수 $y=f(x)$ 와 사차함수 $y=g(x)$ 의 도함수 $y=f'(x)$ 와 $y=g'(x)$ 의 그래프이다. 옳은 것을 <보기>에서 모두 고르면? (단, $f'(0)=0, g'(0)=0$)

[4점][2008년 5월]



< 보 기 >

- ㄱ. $x < 0$ 에서 $y=f(x)-g(x)$ 는 증가함수이다.
 ㄴ. $y=f(x)-g(x)$ 는 한 개의 극솟값을 갖는다.
 ㄷ. $h(x)=f'(x)-g'(x)$ 라 할 때, $h'(x)=0$ 은 서로 다른 2개의 양의 실근을 갖는다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

43. 삼차함수 $f(x)=x(x-1)(ax+1)$ 의 그래프 위의 점 $P(1, 0)$ 을 접점으로 하는 접선을 l 이라 하자. 직선 l 에 수직이고 점 P 를 지나는 직선이 곡선 $y=f(x)$ 와 서로 다른 세 점에서 만나도록 하는 a 의 값의 범위는?

[3점][2008년 6월]

- ① $-1 < a < -\frac{1}{3}$ 또는 $0 < a < 1$
 ② $-\frac{1}{3} < a < 0$ 또는 $0 < a < 1$
 ③ $-1 < a < 0$ 또는 $0 < a < \frac{1}{3}$
 ④ $-1 < a < 0$ 또는 $\frac{1}{3} < a < 1$
 ⑤ $-2 < a < -\frac{1}{3}$ 또는 $\frac{1}{3} < a < 2$

44. 모든 계수가 정수인 삼차함수 $y=f(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x)=-f(x)$ 이다.
 (나) $f(1)=5$
 (다) $1 < f'(1) < 7$

함수 $y=f(x)$ 의 극댓값은 m 이다. m^2 의 값을 구하시오.

[3점][2008년 6월]

45. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x)=(x-1)^3$ 이다. 함수 $f(x)$ 의 극값을 M , 함수 $y=f(x)$ 의 그래프 위의 두 점 $A(0, f(0))$, $B(2, f(2))$ 에서 접하는 두 접선의 교점의 y 좌표를 N 이라 할 때, $16(M-N)$ 의 값을 구하시오.

[3점][2008년 7월]

46. 계수가 실수인 삼차함수 $y=f(x)$ 가 있다. 방정식 $f(x)=0$ 과 $f'(x)=0$ 의 근에 관한 <보기>의 설명 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

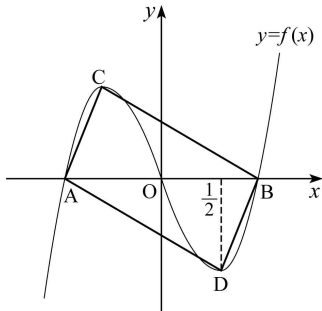
[4점][2008년 10월]

< 보 기 >

- ㄱ. $f'(x)=0$ 이 서로 같은 실근을 가지면,
 $f(x)=0$ 도 반드시 서로 같은 실근을 가진다.
 ㄴ. $f'(x)=0$ 이 허근을 가지면,
 $f(x)=0$ 도 반드시 허근을 가진다.
 ㄷ. $f'(x)=0$ 이 서로 다른 실근을 가지면,
 $f(x)=0$ 도 반드시 서로 다른 두 실근을 가진다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

47. 그림은 원점 O에 대하여 대칭인 삼차함수 $f(x)$ 의 그래프이다. 곡선 $y=f(x)$ 와 x 축이 만나는 점 중 원점이 아닌 점을 각각 A, B라 하고, 함수 $f(x)$ 의 극대, 극소인 점을 각각 C, D라 하자.



점 D의 x 좌표가 $\frac{1}{2}$ 이고 사각형 ADBC의 넓이가 $\sqrt{3}$ 일 때, 함수 $f(x)$ 의 극댓값은?

[3점][2008년 10월]

- ① 1 ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{5}{3}$ ④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $\sqrt{2}$

48. 다항함수 $f(x)$ 와 두 자연수 m, n 이

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^m} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f'(x)}{x^{m-1}} = a$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^n} = b, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x)}{x^{n-1}} = 9$$

를 모두 만족시킬 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, a, b 는 실수이다.)

[4점][2009학년도 수능]

[보 기]

- ㄱ. $m \geq n$
 ㄴ. $ab \geq 9$
 ㄷ. $f(x)$ 가 삼차함수이면 $am = bn$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

49. 곡선 $y=x^2$ 위의 점 $(-2, 4)$ 에서의 접선이 곡선 $y=x^3+ax-2$ 에 접할 때, 상수 a 의 값은?

[3점][2009년 6월]

- ① -9 ② -7 ③ -5 ④ -3 ⑤ -1

50. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프는 y 축에 대하여 대칭이고,

$$f'(2)=-3, f'(4)=6 \text{ 일 때, } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{f(x^2)-f(4)}{f(x)-f(-2)} \text{의 값은?}$$

[3점][2009년 6월]

- ① -8 ② -4 ③ 4 ④ 8 ⑤ 12

51. $x=0$ 에서 극댓값을 갖는 모든 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

[3점][2009년 6월]

[보 기]

- ㄱ. 함수 $|f(x)|$ 은 $x=0$ 에서 극댓값을 갖는다.
 ㄴ. 함수 $f(|x|)$ 은 $x=0$ 에서 극댓값을 갖는다.
 ㄷ. 함수 $f(x)-x^2|x|$ 은 $x=0$ 에서 극댓값을 갖는다.

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

52. 직선 $x=a$ 가 곡선 $f(x)=x^3-ax^2-100x+10$ 의 극대가 되는 점과 극소가 되는 점 사이를 지날 때, 정수 a 의 개수를 구하시오.

[3점][2009년 7월]

53. 다음 조건을 만족시키는 모든 사차함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 항상 지나는 점들의 y 좌표의 합을 구하시오.

[4점][2009년 9월]

- (가) $f(x)$ 의 최고차항의 계수는 1이다.
 (나) 곡선 $y=f(x)$ 가 점 $(2, f(2))$ 에서 직선 $y=2$ 에 접한다.
 (다) $f'(0)=0$

54. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

[4점][2009년 10월]

<보 기>

- ㄱ. 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x)=-f(x)$ 일 때, $f(x)$ 가 미분가능하면 $f'(-x)=f'(x)$ 이다.
 ㄴ. 임의의 실수 x 에 대하여 $|f(x)| \leq Mx^2$ 이면 $f'(0)=0$ 이다. (단, M 은 양의 상수이다.)
 ㄷ. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(c+h)+f(c-h)-2f(c)}{h} = 0$ 이면 $f(x)$ 는 $x=c$ 에서 미분가능하다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

55. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $-1 \leq x < 1$ 일 때, $g(x)=f(x)$ 이다.
 (나) 모든 실수 x 에 대하여 $g(x+2)=g(x)$ 이다.

옳은 것만을 [보기]에서 있는 대로 고른 것은?

[4점][2010학년도 수능]

[보 기]

- ㄱ. $f(-1)=f(1)$ 이고 $f'(-1)=f'(1)$ 이면, $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.
 ㄴ. $g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능하면, $f'(0)f'(1) < 0$ 이다.
 ㄷ. $g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 $f'(1) > 0$ 이면, 구간 $(-\infty, -1)$ 에 $f'(c)=0$ 인 c 가 존재한다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

56. 서로 다른 두 실수 α, β 가 사차방정식 $f(x)=0$ 의 근일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

[4점][2010년 6월]

[보 기]

- ㄱ. $f'(\alpha)=0$ 이면 다항식 $f(x)$ 는 $(x-\alpha)^2$ 으로 나누어 떨어진다.
 ㄴ. $f'(\alpha)f'(\beta)=0$ 이면 방정식 $f(x)=0$ 은 허근을 갖지 않는다.
 ㄷ. $f'(\alpha)f'(\beta) > 0$ 이면 방정식 $f(x)=0$ 은 서로 다른 네 실근을 갖는다.

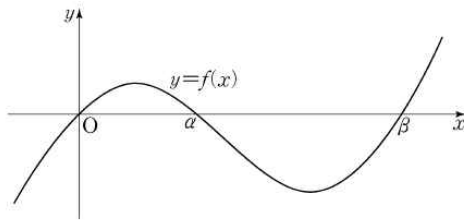
- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

57. 삼차함수 $f(x)=x(x-\alpha)(x-\beta)$ ($0<\alpha<\beta$)와 두 실수 a, b 에 대하여 함수 $g(x)$ 를 $g(x)=f(a)+(b-a)f'(x)$ 라고 하자.
 $a<0, \alpha<b<\beta$ 일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

[보 기]

- ㄱ. x 에 대한 방정식 $g(x)=f(a)$ 는 실근을 갖는다.
 ㄴ. $g(b)>f(a)$
 ㄷ. $g(a)>f(b)$

[4점][2010년 6월]



- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

58. 다항함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여 함수 $h(x)$ 를

$$h(x)=\begin{cases} f(x) & (x \geq 0) \\ g(x) & (x < 0) \end{cases}$$

라고 하자. $h(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

[4점][2010년 6월]

[보 기]

- ㄱ. $f(0)=g(0)$
 ㄴ. $f'(0)=g'(0)$ 이면 $h(x)$ 는 $x=0$ 에서 미분가능하다.
 ㄷ. $f'(0)g'(0)<0$ 이면 $h(x)$ 는 $x=0$ 에서 극값을 갖는다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
 ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

59. 최고차항의 계수가 1이 아닌 다항함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f'(1)$ 의 값을 구하시오.

[4점][2010년 6월]

$$\begin{aligned} \text{(가)} \quad & \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\{f(x)\}^2 - f(x^2)}{x^3 f(x)} = 4 \\ \text{(나)} \quad & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x)}{x} = 4 \end{aligned}$$

60. 함수 $f(x) = \sum_{n=1}^{10} \frac{x^n}{n}$ 에 대하여 $f'\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{q}{p}$ 일 때, $q-p$ 의 값은? (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

[3점][2010년 7월]

- ① 508 ② 509 ③ 510 ④ 511 ⑤ 512

61. 함수 $f(x)=x^3-(a+2)x^2+ax$ 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(t, f(t))$ 에서의 접선의 y 절편을 $g(t)$ 라 하자. 함수 $g(t)$ 가 개구간 $(0, 5)$ 에서 증가할 때, a 의 최솟값을 구하시오.

[3점][2010년 9월]

62. 함수 $f(x) = x^3 + 6x^2 + 15|x - 2a| + 3$ 이 실수 전체의 집합에서 증가하도록 하는 실수 a 의 최댓값은?

[3점][2010년 10월]

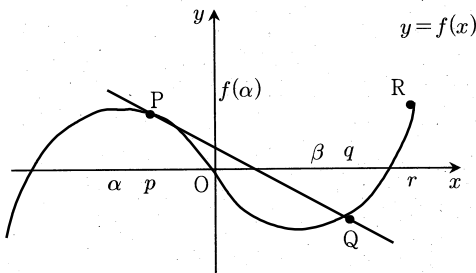
- ① $-\frac{5}{2}$ ② -2 ③ $-\frac{3}{2}$ ④ -1 ⑤ $-\frac{1}{2}$

63. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(-x) = -f(x)$
(나) $f'(\alpha) = f'(\beta) = 0$ (단, $\alpha < \beta$)

그림과 같이 함수 $y = f(x)$ 위의 점 $P(p, f(p))$ 에서의 접선과 $y = f(x)$ 가 만나는 점을 $Q(q, f(q))$ 라 하고, $f(x) = f(\alpha)$ 이고 $x \neq \alpha$ 인 점을 $R(r, f(r))$ 라 하자. 이때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, $\alpha \leq p < 0 < q \leq r$ 이다.)

[4점][2010년 11월]



<보기>

- ㄱ. $q = -2p$
ㄴ. $\alpha + 2r = 3\beta$
ㄷ. $\lim_{p \rightarrow 0^-} \frac{f(p)}{p} = 3\alpha\beta$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

64. 곡선 $y = x^3 - 3x^2 + 2x$ 에 기울기가 m 인 접선을 두 개 그었을 때, 두 접점을 P, Q 라 하자. 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, P, Q 는 서로 다른 점이다.)

[4점][2011년 3월]

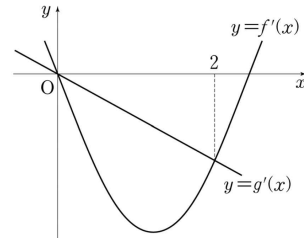
<보기>

- ㄱ. 두 점 P, Q 의 x 좌표의 합은 2이다.
ㄴ. $m > -1$
ㄷ. 두 접선 사이의 거리와 $\overline{PQ}$ 가 같아지는 실수 m 이 존재한다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

65. 삼차함수 $f(x)$ 의 도함수의 그래프와 이차함수 $g(x)$ 의 도함수의 그래프가 그림과 같다. 함수 $h(x)$ 를 $h(x) = f(x) - g(x)$ 라 하자. $f(0) = g(0)$ 일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

[4점][2011년 6월]



[보기]

- ㄱ. $0 < x < 2$ 에서 $h(x)$ 는 감소한다.
ㄴ. $h(x)$ 는 $x = 2$ 에서 극솟값을 갖는다.
ㄷ. 방정식 $h(x) = 0$ 은 서로 다른 세 실근을 갖는다.

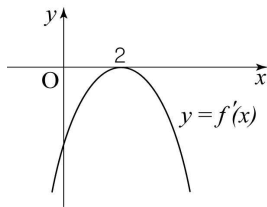
- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

66. 삼차함수 $f(x) = x^3 + ax^2 + 2ax$ 가 구간 $(-\infty, \infty)$ 에서 증가하도록 하는 실수 a 의 최댓값을 M 이라 하고, 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값은?

[4점][2011년 6월]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

67. 그림은 삼차함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 의 그래프이다.



함수 $f(x)$ 에 대한 설명 중 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[3점][2011년 7월]

<보 기>	
ㄱ.	함수 $f(x)$ 는 $x=0$ 에서 감소상태에 있다.
ㄴ.	함수 $f(x)$ 는 $x=2$ 에서 극댓값을 갖는다.
ㄷ.	함수 $y=f(x)$ 의 그래프는 x 축과 오직 한 점에서 만난다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

68. 함수 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - ax^2 + 3ax$ 의 역함수가 존재하도록 하는 상수 a 의 최댓값은?

[4점][2011년 9월]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

69. 곡선 $y = x^3 - 2x$ 위의 점 $(2, 4)$ 에서의 접선과 x 축, y 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이를 S 라 할 때, $10S$ 의 값을 구하시오.

[3점][2011년 10월]

70. 최고차항의 계수가 1 인 삼차함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x) = -f(x)$ 를 만족시킨다. 방정식 $|f(x)| = 2$ 의 서로 다른 실근의 개수가 4 일 때, $f(3)$ 의 값은?

[4점][2012학년도 수능]

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

71. 함수 $f(x) = x^2(x-2)^2$ 이 있다. $0 \leq x \leq 2$ 인 모든 실수 x 에 대하여

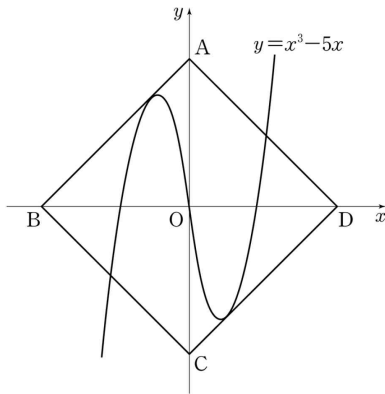
$$f(x) \leq f'(t)(x-t) + f(t)$$

를 만족시키는 실수 t 의 집합은 $\{t | p \leq t \leq q\}$ 이다. $36pq$ 의 값을 구하시오.

[4점][2012년 3월]

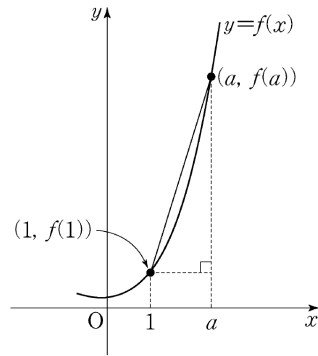
72. 그림과 같이 정사각형 $ABCD$ 의 두 꼭짓점 A, C 는 y 축 위에 있고, 두 꼭짓점 B, D 는 x 축 위에 있다. 변 AB 와 변 CD 가 각각 삼차함수 $y = x^3 - 5x$ 의 그래프에 접할 때, 정사각형 $ABCD$ 의 둘레의 길이를 구하시오.

[4점][2012년 5월]



73. 양의 실수 전체의 집합에서 증가하는 함수 $f(x)$ 가 $x=1$ 에서 미분가능하다. 1 보다 큰 모든 실수 a 에 대하여 점 $(1, f(1))$ 과 점 $(a, f(a))$ 사이의 거리가 $a^2 - 1$ 일 때, $f'(1)$ 의 값은?

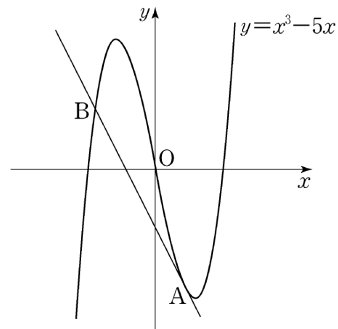
[4점][2012년 6월]



- ① 1 ② $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{6}}{2}$ ④ $\sqrt{2}$ ⑤ $\sqrt{3}$

74. 곡선 $y = x^3 - 5x$ 위의 점 $A(1, -4)$ 에서의 접선이 점 A 가 아닌 점 B 에서 곡선과 만난다. 선분 AB 의 길이는?

[4점][2012년 6월]



- ① $\sqrt{30}$ ② $\sqrt{35}$ ③ $2\sqrt{10}$ ④ $3\sqrt{5}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

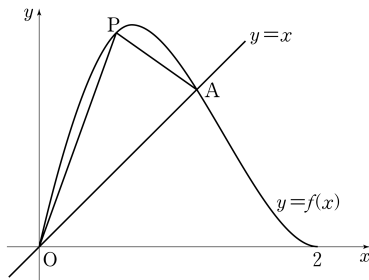
75. 닫힌 구간 $[0, 2]$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = ax(x-2)^2 \quad \left(a > \frac{1}{2}\right)$$

에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 와 직선 $y=x$ 의 교점 중 원점 O 가 아닌 점을 A 라 하자. 점 P 가 원점으로부터 점 A 까지 곡선 $y=f(x)$ 위를 움직일 때, 삼각형 OAP 의 넓이가 최대가 되는 점 P 의 x 좌표가 $\frac{1}{2}$ 이다. 상수 a 의 값은?

[4점][2012년 9월]

- ① $\frac{5}{4}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{17}{12}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{19}{12}$



76. 좌표평면에서 두 함수

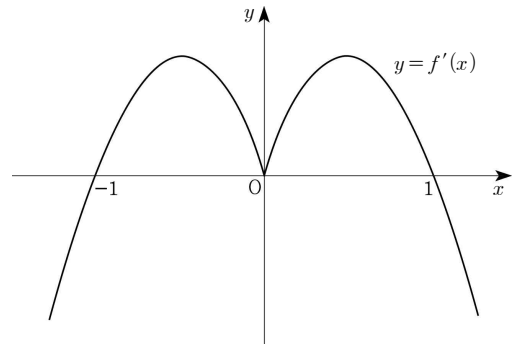
$$f(x) = 6x^3 - x, \quad g(x) = |x - a|$$

의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 모든 실수 a 의 값의 합은?

[4점][2012년 9월]

- ① $-\frac{11}{18}$ ② $-\frac{5}{9}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $-\frac{4}{9}$ ⑤ $-\frac{7}{18}$

77. 그림과 같이 함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 의 그래프가 y 축에 대하여 대칭이고 $x > 0$ 일 때 위로 볼록하다.



함수 $f(x)$ 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, $f'(-1) = f'(0) = f'(1) = 0$)

[4점][2012년 10월]

- < 보 기 >
- ㄱ. 함수 $f(x)$ 는 $x=0$ 에서 극값을 갖는다.
 ㄴ. $f(0)=0$ 이면 함수 $f(x)$ 의 극댓값과 극솟값의 합은 0이다.
 ㄷ. $f(1)<0$ 이면 방정식 $f(x)=0$ 은 오직 하나의 실근을 갖는다.

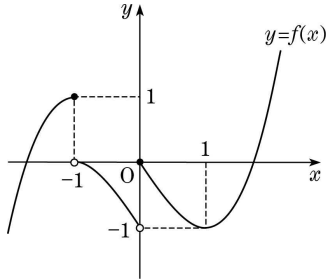
- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

78. 곡선 $y = \frac{1}{2}x^4 - 2x^3 + 8$ ($x > 0$) 위의 점에서 그은 접선 중에서 기울기가 최소인 접선과 x 축, y 축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하시오.

[4점][2013년 4월]

79. 함수 $f(x)$ 가 다음과 같다.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}(x^3 - 3x) & (x \leq -1 \text{ 또는 } x \geq 0) \\ \frac{1}{2}(x^3 - 3x) - 1 & (-1 < x < 0) \end{cases}$$



옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

[4점][2013년 3월]

_____ < 보 기 > _____

ㄱ. 함수 $f(x)$ 는 $x=0$ 에서 미분가능하다.

ㄴ. $\lim_{x \rightarrow 0} f'(x) = -\frac{3}{2}$

ㄷ. $\lim_{x \rightarrow -1+} f'(x) = 0$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
- ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

80. 실수 t 에 대하여 곡선 $y=x^3$ 위의 점 (t, t^3) 과 직선 $y=x+6$ 사이의 거리를 $g(t)$ 라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[4점][2013년 6월]

_____ < 보 기 > _____

ㄱ. 함수 $g(t)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이다.

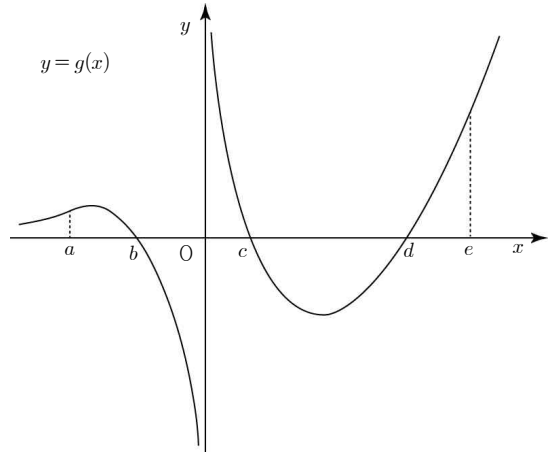
ㄴ. 함수 $g(t)$ 는 0이 아닌 극솟값을 갖는다.

ㄷ. 함수 $g(t)$ 는 $t=2$ 에서 미분가능하다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

81. 실수 전체의 집합에서 함수 $f(x)$ 가 미분가능하고 도함수 $f'(x)$ 가 연속이다. x 축과의 교점의 x 좌표가 b, c, d 뿐인 함수 $g(x) = \frac{f'(x)}{x}$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

[4점][2013년 7월]



_____ < 보 기 > _____

ㄱ. 함수 $f(x)$ 는 열린 구간 $(b, 0)$ 에서 증가한다.

ㄴ. 함수 $f(x)$ 는 $x=b$ 에서 극솟값을 갖는다.

ㄷ. 함수 $f(x)$ 는 닫힌 구간 $[a, e]$ 에서 4개의 극값을 갖는다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

82. 곡선 $y=x^3+2x+7$ 위의 점 $P(-1, 4)$ 에서의 접선이 점 P 가 아닌 점 (a, b) 에서 곡선과 만난다. $a+b$ 의 값을 구하시오.

[4점][2013년 9월]

83. 사차함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 가

$$f'(x) = (x+1)(x^2+ax+b)$$

이다. 함수 $y=f(x)$ 가 구간 $(-\infty, 0)$ 에서 감소하고 구간 $(2, \infty)$ 에서 증가하도록 하는 실수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 에 대하여, a^2+b^2 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하자. $M+m$ 의 값은?

[4점][2013년 9월]

- ① $\frac{21}{4}$ ② $\frac{43}{8}$ ③ $\frac{11}{2}$ ④ $\frac{45}{8}$ ⑤ $\frac{23}{4}$

84. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 a 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f'(a)$ 의 값을 구하시오.

[4점][2013년 10월]

- (가) $f(a)=f(2)=f(6)$
(나) $f'(2)=-4$

85. 삼차함수 $f(x)=x^3+ax$ 가 있다. 곡선 $y=f(x)$ 위의 점

A $(-1, -1-a)$ 에서의 접선이 이 곡선과 만나는 다른 한 점을 B라 하자. 또, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 B에서의 접선이 이 곡선과 만나는 다른 한 점을 C라 하자. 두 점 B, C의 x 좌표를 각각 b, c 라 할 때, $f(b)+f(c)=-80$ 을 만족시킨다. 상수 a 의 값은?

[4점][2013년 10월]

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

86. -1 과 1 을 제외한 모든 실수 x 에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x)=-f(x)$ 이다.
(나) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)=f(1)=-1$ 이고 $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)=1$ 이다.
(다) $x \neq 1$ 인 모든 양수 x 에 대하여 $f'(x)<0$ 이다.

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[4점][2014년 3월]

- < 보 기 > —————
ㄱ. 함수 $f(x)$ 의 그래프는 직선 $y=x$ 와 한 점에서 만난다.
ㄴ. 함수 $f(x)$ 의 그래프는 x 축과 세 점에서 만난다.
ㄷ. $f'(\alpha)=-1$ 인 실수 α 가 적어도 두 개 존재한다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

87. 최고차항의 계수가 1 이고 $f(0) < f(2)$ 인 사차함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $f(2+x) = f(2-x)$ 를 만족시킨다. 방정식 $f(|x|) = 1$ 의 서로 다른 실근의 개수가 3 일 때, 함수 $f(x)$ 의 극댓값은?

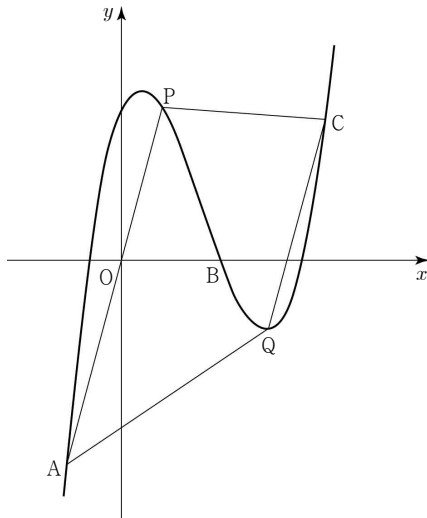
[4점][2014년 7월]

- ① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

88. 곡선 $y = x^3 - 5x^2 + 4x + 4$ 위에 세 점 $A(-1, -6)$, $B(2, 0)$, $C(4, 4)$ 가 있다. 곡선 위에서 두 점 A , B 사이를 움직이는 점 P 와 곡선 위에서 두 점 B , C 사이를 움직이는 점 Q 에 대하여 사각형 $AQCP$ 의 넓이가 최대가 되도록 하는 두 점 P , Q 의 x 좌표의 곱은?

[3점][2014년 7월]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$



89. 최고차항의 계수가 1 인 다항함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값은?

[4점][2014년 9월]

- (가) $f(0) = -3$
(나) 모든 양의 실수 x 에 대하여
 $6x - 6 \leq f(x) \leq 2x^3 - 2$ 이다.

- ① 36 ② 38 ③ 40 ④ 42 ⑤ 44

90. 곡선 $y = \frac{1}{3}x^3 + \frac{11}{3}$ ($x > 0$) 위를 움직이는 점 P 와 직선

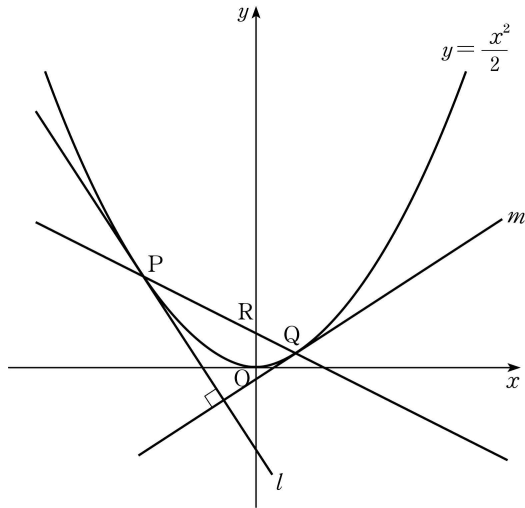
$x - y - 10 = 0$ 사이의 거리를 최소가 되게 하는 곡선 위의 점 P 의 좌표를 (a, b) 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하시오.

[4점][2014년 9월]

91. 자연수 k 에 대하여 삼차방정식 $x^3 - 12x + 22 - 4k = 0$ 의 양의 실근의 개수를 $f(k)$ 라 하자. $\sum_{k=1}^{10} f(k)$ 의 값을 구하시오.

[4점][2014년 10월]

92. 곡선 $y = \frac{x^2}{2}$ 위의 점 $P\left(a, \frac{a^2}{2}\right)$ 에서 접하는 직선을 l 이라 하자. 직선 l 과 수직인 직선 중 곡선 $y = \frac{x^2}{2}$ 에 접하는 직선을 m 이라 하고, 직선 m 과 곡선 $y = \frac{x^2}{2}$ 의 접점을 Q 라 하자. y 축과 직선 PQ 가 점 R 에서 만날 때, 점 R 의 y 좌표는? (단, $a \neq 0$)
- [4점][2014년 10월]



- ① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{5}{8}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{7}{8}$

93. 함수 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 9x + 3$ 이 열린 구간 $(-a, a)$ 에서 감소할 때, 양수 a 의 최댓값을 구하시오.
- [4점][2015년 6월]

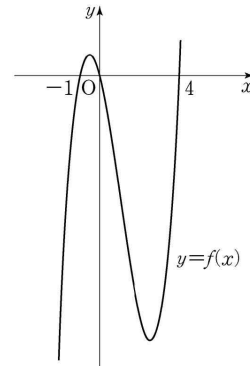
94. 다음 조건을 만족시키는 모든 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(2)$ 의 최솟값은?

[4점][2015학년도 수능]

- (가) $f(x)$ 의 최고차항의 계수는 1이다.
 (나) $f(0) = f'(0)$
 (다) $x \geq -1$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) \geq f'(x)$ 이다.

- ① 28 ② 33 ③ 38 ④ 43 ⑤ 48

95. 함수 $f(x) = x(x+1)(x-4)$ 에 대하여 다음 물음에 답하시오.



- 직선 $y = 5x + k$ 와 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만날 때, 양수 k 의 값은?

[4점][2015학년도 수능]

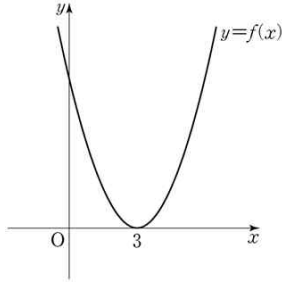
- ① 5 ② $\frac{11}{2}$ ③ 6 ④ $\frac{13}{2}$ ⑤ 7

96. 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = (x-3)^2$$

일 때, 함수 $g(x)$ 의 도함수가 $f(x)$ 이고 곡선 $y=g(x)$ 위의 점 $(2, g(2))$ 에서의 접선의 y 절편이 -5 일 때, 이 접선의 x 절편은?

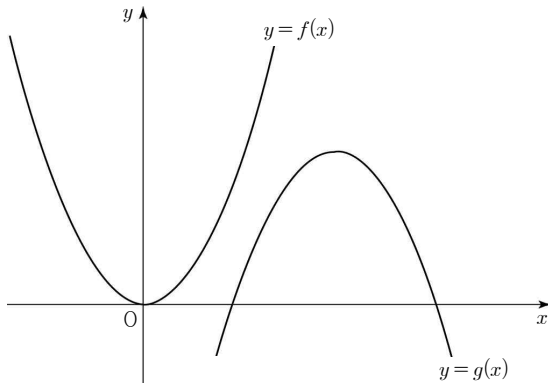
[3점][2015년 6월]



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

97. 두 함수 $f(x) = x^2$ 과 $g(x) = -(x-3)^2 + k$ ($k > 0$)에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $P(1, 1)$ 에서의 접선을 l 이라 하자. 직선 l 에 곡선 $y=g(x)$ 가 접할 때의 접점을 Q , 곡선 $y=g(x)$ 와 x 축이 만나는 두 점을 각각 R, S 라 할 때, 삼각형 QRS 의 넓이는?

[4점][2015년 7월]



- ① 4 ② $\frac{9}{2}$ ③ 5 ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ 6

98. 두 함수

$$f(x) = 3x^3 - x^2 - 3x, \quad g(x) = x^3 - 4x^2 + 9x + a$$

에 대하여 방정식 $f(x) = g(x)$ 가 서로 다른 두 개의 양의 실근과 한 개의 음의 실근을 갖도록 하는 모든 정수 a 의 개수는?

[4점][2015년 6월]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

99. 삼차방정식 $x^3 + 3x^2 - 9x + 4 - k = 0$ 이 서로 다른 세 실근을 갖도록 하는 모든 정수 k 의 개수는?

[3점][2015년 7월]

- ① 28 ② 31 ③ 34 ④ 37 ⑤ 40

100. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 에 대하여

함수 $g(x) = |f(x)|$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $g(x)$ 는 $x=1$ 에서 미분가능하고 $g(1) = g'(1)$ 이다.
 (나) $g(x)$ 는 $x=-1, x=0, x=1$ 에서 극솟값을 갖는다.

$g(2)$ 의 값은?

[4점][2015년 7월]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

101. 실수 t 에 대하여 직선 $x = t$ 가 두 함수

$$y = x^4 - 4x^3 + 10x - 30, \quad y = 2x + 2$$

의 그래프와 만나는 점을 각각 A, B라 할 때, 점 A와 점 B 사이의 거리를 $f(t)$ 라 하자.

$$\lim_{h \rightarrow 0+} \frac{f(t+h) - f(t)}{h} \times \lim_{h \rightarrow 0-} \frac{f(t+h) - f(t)}{h} \leq 0$$

을 만족시키는 모든 실수 t 의 값의 합은?

[4점][2015년 9월]

- ① -7 ② -3 ③ 1 ④ 5 ⑤ 9

102. 함수 $f(x) = x^3 + 3x^2$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 정수 a 의 최댓값을 M 이라 할 때, M^2 의 값을 구하시오.

[4점][2015년 10월]

- (가) 점 $(-4, a)$ 를 지나고 곡선 $y = f(x)$ 에 접하는 직선이 세 개 있다.
(나) 세 접선의 기울기의 곱은 음수이다.

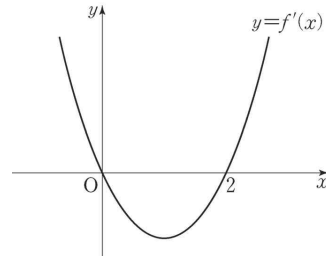
103. 함수 $f(x) = x^4 - 16x^2$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 정수 k 값의 제곱의 합을 구하시오.

[4점][2015년 10월]

- (가) 구간 $(k, k+1)$ 에서 $f'(x) < 0$ 이다.
(나) $f'(k)f'(k+2) < 0$

104. 삼차함수 $f(x)$ 의 도함수 $y = f'(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[4점][2016년 6월]



- ㄱ. $f(0) < 0$ 이면 $|f(0)| < |f(2)|$ 이다.
ㄴ. $f(0)f(2) \geq 0$ 이면 함수 $|f(x)|$ 가 $x = a$ 에서 극소인 a 의 값의 개수는 2이다.
ㄷ. $f(0) + f(2) = 0$ 이면 방정식 $|f(x)| = f(0)$ 의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

105. 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \quad g(x) = x^3 f(x) - 7$$

$$(나) \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - g(x)}{x - 2} = 2$$

곡선 $y = g(x)$ 위의 점 $(2, g(2))$ 에서의 접선의 방정식이 $y = ax + b$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오. (단, a , b 는 상수이다.)

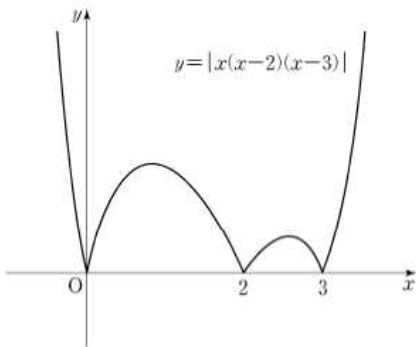
[4점][2016학년도 수능]

106. 다음 조건을 만족시키며 최고차항의 계수가 음수인 모든 사차함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(1)$ 의 최댓값은?

[4점][2016년 9월]

- (가) 방정식 $f(x) = 0$ 의 실근은 0, 2, 3뿐이다.
 (나) 실수 x 에 대하여 $f(x)$ 와 $|x(x-2)(x-3)|$ 중 크기 않은 값을 $g(x)$ 라 할 때, 함수 $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

- ① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{11}{6}$



107. 그림과 같이 두 삼차함수 $f(x)$, $g(x)$ 의 도함수

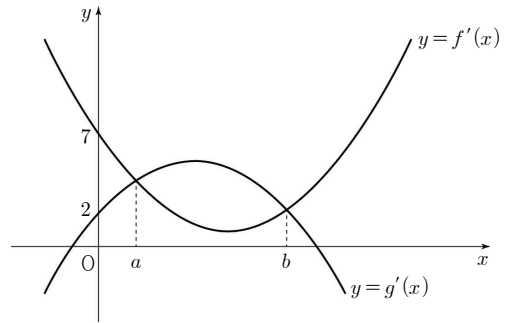
$y = f'(x)$, $y = g'(x)$ 의 그래프가 만나는 서로 다른 두 점의 x 좌표는 a , b ($0 < a < b$)이다. 함수 $h(x)$ 를

$$h(x) = f(x) - g(x)$$

라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

(단, $f'(0) = 7$, $g'(0) = 2$)

[4점][2016년 7월]



— <보 기> —

- ㄱ. 함수 $h(x)$ 는 $x = a$ 에서 극댓값을 갖는다.
 ㄴ. $h(b) = 0$ 이면 방정식 $h(x) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.
 ㄷ. $0 < \alpha < \beta < b$ 인 두 실수 α , β 에 대하여 $h(\beta) - h(\alpha) < 5(\beta - \alpha)$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

108. 서로 다른 두 점에서 만나는 두 곡선

$$C_1: y = x^2 - 2x + 2, \quad C_2: y = -x^2 + ax + b$$

의 한 교점을 P라 하고, 점 P에서 두 곡선 C_1, C_2 에 접하는 직선을 각각 l, m 이라 하자.

두 접선 l, m 이 서로 수직일 때, 곡선 C_2 는 두 실수 a, b 의 값에 관계없이 일정한 점 Q를 지난다. 다음은 점 Q의 좌표를 구하는 과정이다.

$$f(x) = x^2 - 2x + 2, \quad g(x) = -x^2 + ax + b \text{라 하고,}$$

두 곡선 C_1, C_2 의 한 교점 P의 x 좌표를 t 라 하자.

두 접선 l, m 이 서로 수직이므로

$$f'(t)g'(t) = -1 \text{에서}$$

$$4t^2 - 2(a+2)t + \boxed{(가)} = 0 \quad \cdots \textcircled{㉠}$$

$$f(t) = g(t) \text{에서}$$

$$2t^2 - (a+2)t + 2 - b = 0 \quad \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡에서 $b = \boxed{(나)}$ - a 를 $y = -x^2 + ax + b$ 에 대입하고

a 에 관하여 정리하면,

$$a(x-1) - x^2 - y + \boxed{(다)} = 0 \quad \cdots \textcircled{㉢}$$

㉢에서 $x-1=0, -x^2-y+\boxed{(다)}=0$ 을 만족시키는 x 와 y 의 값을 구하면 점 Q의 좌표는 $(1, \boxed{(다)})$ 이다.

위의 (가)에 알맞은 식을 $h(a)$ 라 하고, (나)와 (다)에 알맞은 수를 각각 α, β 라 할 때, $h(\alpha) \times h(\beta)$ 의 값은?

[4점][2016년 10월]

- ① 4 ② 8 ③ 12 ④ 16 ⑤ 20

109. 정의역이 $\{x|x \geq 0\}$ 인 함수 $f(x) = x^2 + 3$ 과 그 역함수 $g(x)$ 에 대하여 원 C 가 다음 조건을 만족시킨다.

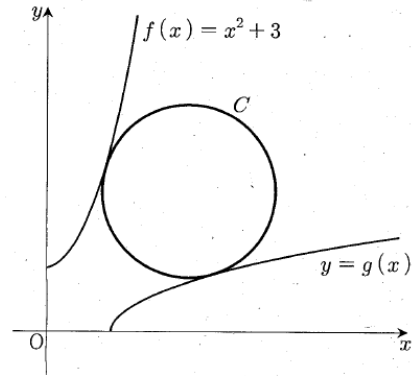
(가) 원 C 는 제1사분면에만 존재한다.

(나) 원 C 는 두 함수 $y=f(x), y=g(x)$ 의 그래프와 각각 한 점에서 만난다.

(다) 원 C 의 넓이는 직선 $y=2x-6$ 에 의하여 이등분된다.

원 C 의 넓이를 $a\pi$ 라 할 때, 상수 a 의 값을 구하시오.

[4점][2016년 10월]



110. 실수 k 에 대하여 함수 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 6x + k$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 하자. 방정식 $4f'(x) + 12x - 18 = (f' \circ g)(x)$ 가 닫힌 구간 $[0, 1]$ 에서 실근을 갖기 위한 k 의 최솟값을 m , 최댓값을 M 이라 할 때, $m^2 + M^2$ 의 값을 구하시오.

[4점][2017학년도 수능]

미분(4) 활용문제 답

문 항	답	문 항	답	문 항	답	문 항	답	문 항	답
1	3	6	31	11	5	16	4	21	22
2	3	7	4	12	5	17	1	22	4
3	4	8	5	13	2	18	4	23	3
4	4	9	2	14	3	19	4	24	5
5	1	10	33	15	12	20	16	25	1

문 항	답	문 항	답	문 항	답	문 항	답	문 항	답
26	4	31	5	36	20	41	3	46	2
27	1	32	1	37	5	42	5	47	1
28	3	33	20	38	5	43	3	48	5
29	15	34	4	39	45	44	32	49	2
30	2	35	28	40	3	45	12	50	1

문 항	답	문 항	답	문 항	답	문 항	답	문 항	답
51	5	56	5	61	13	66	4	71	32
52	19	57	4	62	1	67	3	72	32
53	13	58	5	63	5	68	1	73	5
54	3	59	19	64	3	69	128	74	4
55	3	60	4	65	3	70	4	75	2

문 항	답	문 항	답	문 항	답	문 항	답	문 항	답
76	4	81	3	86	4	91	13	96	5
77	5	82	21	87	4	92	2	97	5
78	16	83	3	88	4	93	3	98	1
79	2	84	5	89	1	94	5	99	2
80	3	85	3	90	5	95	1	100	3

문 항	답	문 항	답
101	4	106	2
102	9	107	5
103	17	108	2
104	5	109	17
105	97	110	65

미분(5) 속도 넓이 부피

1. 두 자동차 A, B가 같은 지점에서 동시에 출발하여 직선 도로를 한 방향으로만 달리고 있다. t 초 동안 A, B가 움직인 거리는 각각 미분가능한 함수 $f(t)$, $g(t)$ 로 주어지고, 다음이 성립한다고 한다.

가. $f(20) = g(20)$

나. $10 \leq t \leq 30$ 에서 $f'(t) < g'(t)$

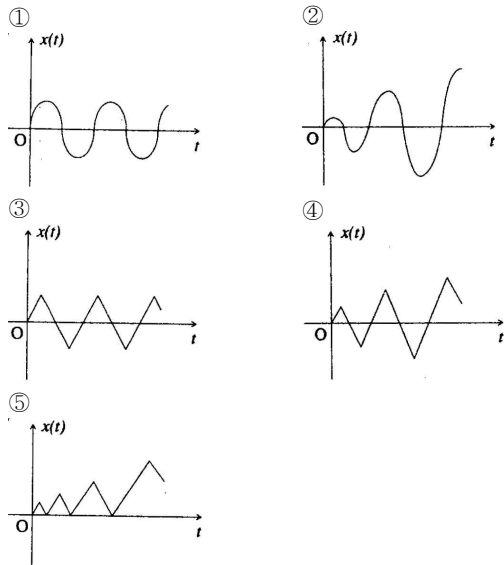
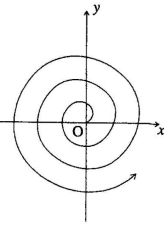
이로부터, $10 \leq t \leq 30$ 에서의 A와 B의 위치에 관한 다음 설명 중 옳은 것은?

[1994학년도 수능 1차]

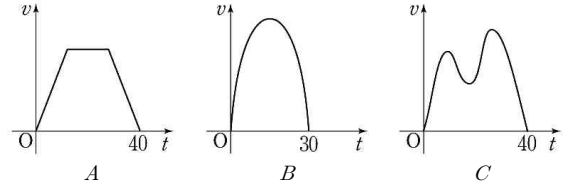
- ① B가 항상 A의 앞에 있다.
- ② A가 항상 B의 앞에 있다.
- ③ B가 A를 한 번 추월한다.
- ④ A가 B를 한 번 추월한다.
- ⑤ A가 B를 추월한 후 B가 다시 A를 추월한다.

2. 오른쪽 그림과 같이 원점을 출발하여 나선형의 경로를 따라 일정한 속력으로 움직이는 물체가 있다. 이 물체의 시간 t 에서의 x 좌표를 $x(t)$ 라 할 때, t 와 $x(t)$ 사이의 관계를 나타낸 그래프의 개형은?

[1점][1995학년도 수능]



3. 다음은 '가'지점에서 출발하여 '나'지점에 도착할 때까지 직선 경로를 따라 이동한 세 자동차 A, B, C의 시간 t 에 따른 속도 v 를 각각 나타낸 그래프이다.



'가'지점에서 출발하여 '나'지점에 도착할 때까지의 상황에 대한 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

[3점][2005학년도 수능]

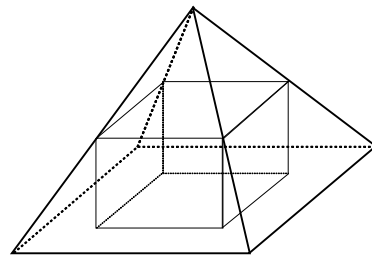
[보 기]

- ㄱ. A와 C의 평균속도는 같다.
- ㄴ. B와 C 모두 가속도가 0인 순간이 적어도 한 번 존재한다.
- ㄷ. A, B, C 각각의 속도 그래프와 t 축으로 둘러싸인 영역의 넓이는 모두 같다.

- ① ㄱ
- ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

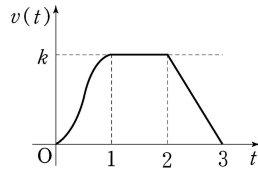
4. 모든 모서리의 길이가 3인 정사각뿔에 내접하는 직육면체의 부피의 최댓값은?

[4점][2005년 5월]

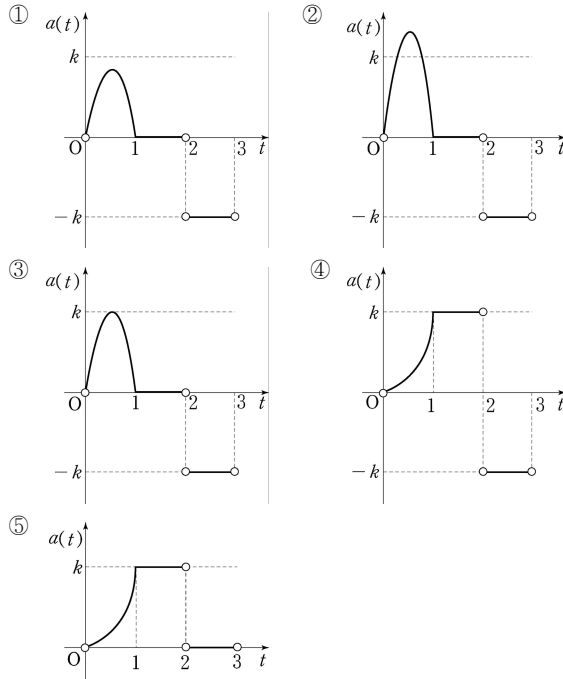


- ① $2\sqrt{2}$
- ② $3\sqrt{2}$
- ③ $4\sqrt{2}$
- ④ $5\sqrt{2}$
- ⑤ $6\sqrt{2}$

5. 오른쪽 그림은 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간 t 에서의 속도 $v(t)$ 를 나타내는 그래프이다. $v(t)$ 는 $t=2$ 를 제외한 개구간 $(0, 3)$ 에서 미분가능한 함수이고, $v(t)$ 의 그래프는 개구간 $(0, 1)$ 에서 원점과 점 $(1, k)$ 를 잇는 직선과 한 점에서 만난다. 점 P의 시간 t 에서의 가속도 $a(t)$ 를 나타내는 그래프의 개형으로 가장 알맞은 것은?



[3점][2005년 6월]



6. 원점 O를 동시에 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 t 분 후의 좌표를 각각 x_1, x_2 라 하면

$$x_1 = 2t^3 - 9t^2, \quad x_2 = t^2 + 8t$$

이다. 선분 PQ의 중점을 M이라 할 때, 두 점 P, Q가 원점을 출발한 후 4분 동안 세 점 P, Q, M이 움직이는 방향을 바꾼 횟수를 각각 a, b, c 라고 하자. 이때, $a+b+c$ 의 값은?

[4점][2005년 7월]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

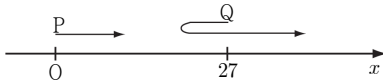
7. 가로와 세로의 길이가 각각 9cm, 4cm인 직사각형이 있다. 이 직사각형의 가로와 세로의 길이가 각각 매초 0.2cm, 0.3cm씩 늘어난다고 할 때, 이 직사각형이 정사각형이 되는 순간의 넓이의 변화율은 몇 $\text{cm}^2/\text{초}$ 인가?

[3점][2006년 10월]

- ① 9.5 ② 10 ③ 10.5 ④ 11 ⑤ 11.5

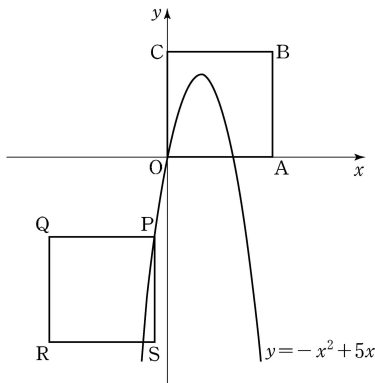
8. 수직선 위에서 움직이는 두 점 P, Q가 있다. 출발한 지 t 초 후 두 점 P, Q의 위치가 각각 $x_1(t) = kt$, $x_2(t) = t^3 - 3t^2 + 27$ 일 때, 점 P, Q가 적어도 한 번 만나게 되는 상수 k 의 최솟값을 구하시오.

[4점][2007년 5월]

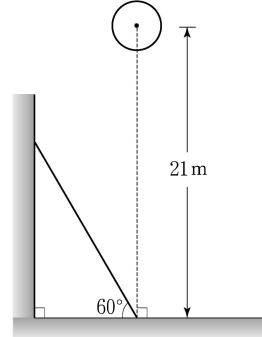


9. 그림과 같이 좌표평면 위에 네 점 $O(0, 0)$, $A(8, 0)$, $B(8, 8)$, $C(0, 8)$ 를 꼭짓점으로 하는 정사각형 OABC와 한 변의 길이가 8이고 네 변이 좌표축과 평행한 정사각형 PQRS가 있다. 점 P가 점 $(-1, -6)$ 에서 출발하여 포물선 $y = -x^2 + 5x$ 를 따라 움직이도록 정사각형 PQRS를 평행이동시킨다. 평행이동시킨 정사각형과 정사각형 OABC가 겹치는 부분의 넓이의 최댓값을 $\frac{q}{p}$ 라 할 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

[4점][2007년 6월]



10. 그림과 같이 편평한 바닥에 60° 로 기울어진 경사면과 반지름의 길이가 0.5m인 공이 있다. 이 공의 중심은 경사면과 바닥이 만나는 점에서 바닥에 수직으로 높이가 21m인 위치에 있다.



이 공을 자유낙하시킬 때, t 초 후 공의 중심의 높이 $h(t)$ 는

$$h(t) = 21 - 5t^2(\text{m})$$

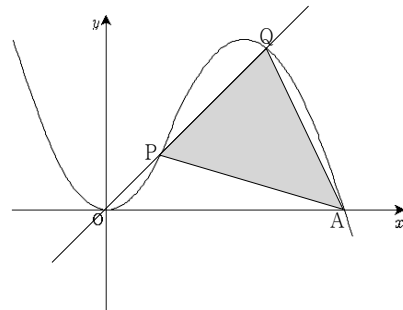
라고 한다. 공이 경사면과 처음으로 충돌하는 순간, 공의 속도는? (단, 경사면의 두께와 공기의 저항은 무시한다.)

[4점][2007년 6월]

- ① -20m/초 ② -17m/초
 ③ -15m/초 ④ -12m/초
 ⑤ -10m/초

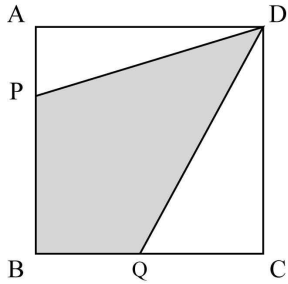
11. 아래 그림과 같이 삼차함수 $y = x^2(3-x)$ 의 그래프와 직선 $y = mx$ 가 제1사분면 위의 서로 다른 두 점 P, Q에서 만난다. 이 때, 세 점 $A(3, 0)$, P, Q를 꼭짓점으로 하는 $\triangle APQ$ 의 넓이가 최대가 되게 하는 양수 m 에 대하여 $10m$ 의 값을 구하시오.

[4점][2007년 10월]



12. 그림과 같이 한 변의 길이가 20인 정사각형 ABCD에서 점 P는 A에서 출발하여 변 AB위를 매초 2씩 움직여 B까지, 점 Q는 B에서 P와 동시에 출발하여 변 BC위를 매초 3씩 움직여 C까지 간다. 이 때, 사각형 DPBQ의 넓이가 정사각형 ABCD의 넓이의 $\frac{11}{20}$ 이 되는 순간의 삼각형 PBQ의 넓이의 시간(초)에 대한 순간변화율을 구하시오.

[3점][2008년 7월]



13. 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시간 t 일 때의 위치는 각각 $P(t) = \frac{1}{3}t^3 + 4t - \frac{2}{3}$, $Q(t) = 2t^2 - 10$ 이다. 두 점 P, Q의 속도가 같아지는 순간 두 점 P, Q 사이의 거리를 구하시오.

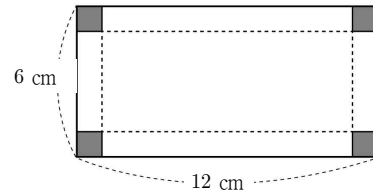
[3점][2008년 6월]

14. 좌표평면 위에 점 $A(0, 2)$ 가 있다. $0 < t < 2$ 일 때, 원점 O와 직선 $y=2$ 위의 점 $P(t, 2)$ 를 잇는 선분 OP의 수직이등분선과 y 축의 교점을 B라 하자. 삼각형 ABP의 넓이를 $f(t)$ 라 할 때, $f(t)$ 의 최댓값은 $\frac{b}{a}\sqrt{3}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 서로소인 자연수이다.)

[3점][2009년 6월]

15. [그림 1]과 같이 가로 길이가 12 cm, 세로 길이가 6 cm인 직사각형 모양의 종이가 있다. 네 모퉁이에서 크기가 같은 정사각형 모양의 종이를 잘라 낸 후 남는 부분을 접어서 [그림 2]와 같이 뚜껑이 없는 직육면체 모양의 상자를 만들려고 한다. 이 상자의 부피의 최댓값을 $M \text{ cm}^3$ 이라 할 때, $\frac{\sqrt{3}}{3}M$ 의 값을 구하시오. (단, 종이의 두께는 무시한다.)

[4점][2011년 4월]

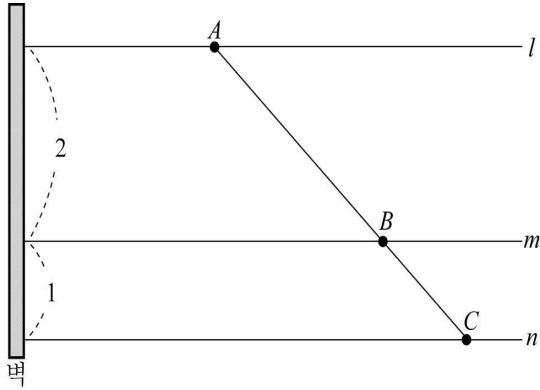


[그림 1]



[그림 2]

16. 그림과 같이 케이블 l, m, n 은 모두 벽면과 수직이고, 케이블 사이의 거리가 각각 2, 1이다. l 위의 광원 A 에서 m 위의 물체 B 에 빛을 비추면 n 위에 그림자 C 가 나타난다.



광원 A 와 물체 B 의 시각 t ($t \leq 8$)에서 벽으로부터의 거리를 각각 $x = 4 - \frac{1}{2}t$, $y = t^2 - \frac{11}{2}t + 10$ 이라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, 광원, 물체, 그림자의 크기는 무시한다.)

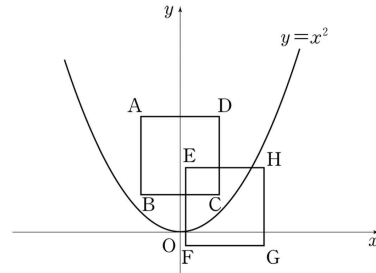
[4점][2010년 7월]

<보 기>	
ㄱ. $t = \frac{5}{2}$ 에서 광원과 물체의 속도가 같아진다.	
ㄴ. A 와 C 사이의 거리가 3인 순간은 두 번이다.	
ㄷ. $2 < t < 3$ 에서 그림자 C 의 가속도는 1이다.	

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 $ABCD$ 의 두 대각선의 교점의 좌표는 $(0, 1)$ 이고, 한 변의 길이가 1인 정사각형 $EFGH$ 의 두 대각선의 교점은 곡선 $y = x^2$ 위에 있다. 두 정사각형의 내부의 공통부분의 넓이의 최댓값은? (단, 정사각형의 모든 변은 x 축 또는 y 축에 평행하다.)

[4점][2011년 6월]



- ① $\frac{4}{27}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{5}{27}$ ④ $\frac{11}{54}$ ⑤ $\frac{2}{9}$

18. 한 변의 길이가 $12\sqrt{3}$ 인 정삼각형과 그 정삼각형에 내접하는 원으로 이루어진 도형이 있다. 이 도형에서 정삼각형의 각 변의 길이가 매초 $3\sqrt{3}$ 씩 늘어남에 따라 원도 정삼각형에 내접하면서 반지름의 길이가 늘어난다. 정삼각형의 한 변의 길이가 $24\sqrt{3}$ 이 되는 순간, 정삼각형에 내접하는 원의 넓이의 시간(초)에 대한 변화율이 $a\pi$ 이다. 이때, 상수 a 의 값을 구하시오.

[4점][2011년 7월]

19. 한 변의 길이가 1cm인 정육면체의 각 모서리의 길이가 2(cm/초)의 일정한 속력으로 증가할 때, 정육면체의 한 변의 넓이가 25(cm²)가 되는 순간의 시간에 대한 부피의 변화율 (cm³/초)을 구하시오.

[4점][2011년 10월]

20. 수직선 위를 움직이는 두 점 P , Q 의 시각 t 일 때의 위치는 각각 $f(t)=2t^2-2t$, $g(t)=t^2-8t$ 이다. 두 점 P 와 Q 가 서로 반대방향으로 움직이는 시각 t 의 범위는?

[3점][2012년 6월]

- ① $\frac{1}{2} < t < 4$ ② $1 < t < 5$ ③ $2 < t < 5$
 ④ $\frac{3}{2} < t < 6$ ⑤ $2 < t < 8$

21. 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P 의 시각 t 에서의 위치는 $P(t)=t^3-9t^2+34t$ 이다. 점 P 의 속도가 처음으로 10이 되는 순간 점 P 의 위치는?

[3점][2013년 7월]

- ① 38 ② 40 ③ 42 ④ 44 ⑤ 46

22. 수직선 위를 움직이는 점 P 의 시각 t 에서의 위치 x 가

$x = -t^2 + 4t$ 이다. $t = a$ 에서 점 P 의 속도가 0일 때, 상수 a 의 값은?

[4점][2014년 6월]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

23. 수직선 위를 움직이는 점 P 의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 위치 x 가

$$x = t^3 - 6t^2 + 5$$

이다. 점 P 의 가속도가 0일 때, 점 P 의 속도는?

[3점][2016년 10월]

- ① -12 ② -10 ③ -8 ④ -6 ⑤ -4

미분(5) 속도 넓이 부피 답

문 항	답	문 항	답	문 항	답	문 항	답	문 항	답
1	3	6	3	11	15	16	3	21	2
2	2	7	1	12	18	17	1	22	2
3	5	8	9	13	12	18	36	23	1
4	1	9	527	14	11	19	150		
5	2	10	1	15	24	20	1		

적분 (1) 개념 확인 기본문제

1. 정적분 $\int_0^3 |x-1|dx$ 의 값은?

[1점][1995학년도 수능]

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

2. 다항함수 $f(x)$ 가 $\int_2^x f(t)dt = x^2 + ax + 2$ 를 만족시킬 때, $f(10)$ 의 값을 구하시오.

[3점][2000학년도 수능]

3. 다항함수 $f(x)$ 의 도함수가 $f'(x) = 3x(x-4)$ 이다.
 $f(x)$ 의 극댓값이 5일 때, 극솟값은?

[3점][2003년 9월]

- ① 0 ② -5 ③ -16 ④ -27 ⑤ -32

4. 정적분 $\int_0^1 \left(\frac{x^4}{x^2+1} - \frac{1}{x^2+1} \right) dx$ 의 값은?

[2점][2003년 9월]

- ① $-\frac{5}{6}$ ② $-\frac{2}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

5. 정적분 $\int_0^9 \frac{x^3}{x+2} dx + \int_0^9 \frac{8}{x+2} dx$ 의 값을 구하시오.

[3점][2006년 10월]

6. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_1^x f(t)dt = x^3 - 2ax^2 + ax$$

를 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값을 구하시오. (단, a 는 상수이다.)

[3점][2007학년도 수능]

7. $\int_{-a}^a (2x+3) dx = 6$ 을 만족하는 실수 a 의 값은?

[2점][2007년 7월]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

8. 함수 $f(x) = x^3 + 3x^2 - 2x - 1$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-2} \int_2^x f(t)dt$$
의 값은?

[3점][2007년 7월]

- ① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

9. $\int_0^2 |x^2(x-1)|dx$ 의 값은?

[3점][2007년 9월]

- ① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

10. $\int_0^6 |2x-4|dx$ 의 값을 구하시오.

[3점][2007년 10월]

11. 함수 $f(x)=6x^2+2ax$ 가 $\int_0^1 f(x)dx=f(1)$ 을 만족시킬 때, 상수 a 의 값은?

[2점][2009학년도 수능]

- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

12. 곡선 $y=x^2-x+2$ 와 직선 $y=2$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는?

[3점][2011년 9월]

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{2}{9}$ ④ $\frac{5}{18}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

13. 함수 $F(x)=\int_0^x (t^3-1)dt$ 에 대하여 $F'(2)$ 의 값은?

[3점][2012학년도 수능]

- ① 11 ② 9 ③ 7 ④ 5 ⑤ 3

14. 함수 $y=4x^3-12x^2+8x$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오.

[4점][2012년 5월]

15. 곡선 $y=f(x)$ 위의 임의의 점 $P(x, y)$ 에서의 접선의 기울기가 $3x^2-12$ 이고 함수 $f(x)$ 의 극솟값이 3일 때, 함수 $f(x)$ 의 극댓값을 구하시오.

[3점][2012년 7월]

16. 함수 $f(x)=\int (x^2+2x)dx$ 일 때,

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h)-f(2-h)}{h}$ 의 값은?

[3점][2012년 7월]

- ① 14 ② 16 ③ 18 ④ 20 ⑤ 22

17. $f(x)=3x^2+x+\int_0^2 f(t)dt$ 를 만족시키는 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(2)$ 의 값을 구하시오.

[3점][2012년 7월]

18. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x^2-4} \int_2^x (t^2+3t-2)dt$ 의 값을 구하시오.

[3점][2012년 10월]

19. 함수 $f(x)=x+1$ 에 대하여

$$\int_{-1}^1 \{f(x)\}^2 dx = k \left(\int_{-1}^1 f(x) dx \right)^2$$

일 때, 상수 k 의 값은?

[3점][2013학년도 수능]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

20. 함수 $f(x)$ 가 $f(x)=x^2-2x+\int_0^1 tf(t)dt$ 를 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값은?

[3점][2013년 7월]

- ① $\frac{13}{6}$ ② $\frac{5}{2}$ ③ $\frac{17}{6}$ ④ $\frac{19}{6}$ ⑤ $\frac{7}{2}$

21. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여

$$\int_0^x f(t)dt = x^3 - 2x^2 - 2x \int_0^1 f(t)dt$$

일 때, $f(0)=a$ 라 하자. $60a$ 의 값을 구하시오.

[4점][2013년 9월]

22. 실수 a 에 대하여 $\int_{-a}^a (3x^2+2x)dx = \frac{1}{4}$ 일 때, $50a$ 의 값을 구하시오.

[3점][2014학년도 수능]

23. 곡선 $y=x^2-4x+3$ 과 직선 $y=3$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이는?

[3점][2014학년도 수능]

- ① 10 ② $\frac{31}{3}$ ③ $\frac{32}{3}$ ④ 11 ⑤ $\frac{34}{3}$

24. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_0^x f(t)dt = x^3 + 4x$$

를 만족시킬 때, $f(10)$ 의 값을 구하시오.

[4점][2014년 9월]

25. 모든 실수 x 에 대하여 함수 $f(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

$$\int_{12}^x f(t) dt = -x^3 + x^2 + \int_0^1 xf(t) dt$$

$\int_0^1 f(x) dx$ 의 값을 구하시오.

[3점][2014년 10월]

26. 다항함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 가 $f'(x) = 6x^2 + 4$ 이다.

함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 점 $(0, 6)$ 을 지날 때, $f(1)$ 의 값을 구하시오.

[4점][2015학년도 수능]

27. 함수 $f(x) = x^3 - 9x$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는?

[3점][2015년 7월]

- ① $\frac{77}{2}$ ② 39 ③ $\frac{79}{2}$ ④ 40 ⑤ $\frac{81}{2}$

28. 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \int \left(\frac{1}{2}x^3 + 2x + 1 \right) dx - \int \left(\frac{1}{2}x^3 + x \right) dx$$

이고 $f(0) = 1$ 일 때, $f(4)$ 의 값은?

[3점][2015년 9월]

- ① $\frac{23}{2}$ ② 12 ③ $\frac{25}{2}$ ④ 13 ⑤ $\frac{27}{2}$

29. 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \int_0^x (2at + 1) dt$$

이고 $f'(2) = 17$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하시오.

[3점][2015년 9월]

30. $\int_0^{10} (x+1)^2 dx - \int_0^{10} (x-1)^2 dx$ 의 값을 구하시오.

[3점][2015년 10월]

31. 곡선 $y = x^3 - 2x^2 + k$ 와 직선 $y = k$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는? (단, k 는 상수이다.)

[3점][2015년 10월]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

32. 함수 $y = 4x^3 - 12x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 k 만큼 평행이동한 그래프를 나타내는 함수를 $y = f(x)$ 라 하자.

$\int_0^3 f(x) dx = 0$ 을 만족시키는 상수 k 의 값을 구하시오.

[3점][2016년 10월]

적분(1) 개념 확인 기본문제 답

문 항	답	문 항	답	문 항	답	문 항	답	문 항	답
1	4	6	16	11	1	16	2	21	40
2	17	7	2	12	2	17	4	22	25
3	4	8	5	13	3	18	2	23	3
4	2	9	1	14	2	19	4	24	304
5	198	10	20	15	35	20	1	25	132

문 항	답	문 항	답
26	12	31	4
27	5	32	9
28	4		
29	4		
30	200		

적분(2) 부정적분, 정적분

1. 오른쪽 그림은 $y=f(x)$ 의 그래프이다.

함수 $g(x)$ 를 $g(x)=\int_x^{x+1} f(t)dt$ 라 할 때, $g(x)$ 의 최솟값은?

[1994학년도 수능 2차]

- ① $g(1)$ ② $g(2)$ ③ $g\left(\frac{5}{2}\right)$ ④ $g\left(\frac{7}{2}\right)$ ⑤ $g(4)$

2. 5차 이하의 모든 다항함수 $f(x)$ 에 대하여

$$\int_{-1}^1 f(x)dx = f\left(-\sqrt{\frac{3}{5}}\right)a + f(0)b + f\left(\sqrt{\frac{3}{5}}\right)a$$

를 성립시키는 상수 a, b 가 있다. a, b 를 순서대로 나열한 것은?

[3점][2002학년도 수능]

- ① $\frac{4}{9}, \frac{10}{9}$ ② $\frac{5}{9}, \frac{8}{9}$ ③ $\frac{2}{3}, \frac{2}{3}$
④ $\frac{7}{9}, \frac{4}{9}$ ⑤ $\frac{8}{9}, \frac{2}{9}$

3. 다음 식을 만족하는 다항식 $f(x)$ 의 계수들의 합은?

$$f(f(x)) = \int_0^x f(t)dt - x^2 + 3x + 3$$

[3점][2002학년도 수능]

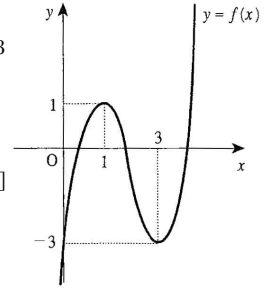
- ① 3 ② 2 ③ 1 ④ 0 ⑤ -1

4. 그림과 같이 삼차함수 $y=f(x)$ 가 극댓값 $f(1)=1$ 과 극솟값 $f(3)=-3$ 을 가지며, $f(0)=-3$ 이다.

이때, $\int_0^3 |f'(x)| dx$ 의 값은?

[3점][2003학년도 수능]

- ① 6 ② 7
③ 8 ④ 9
⑤ 10



5. 함수 $f(x)$ 는 다음 두 조건을 만족한다.

(가) $-2 \leq x \leq 2$ 일 때, $f(x) = x^3 - 4x$

(나) 임의의 실수 x 에 대하여 $f(x) = f(x+4)$

정적분 $\int_1^2 f(x) dx$ 와 같은 것은?

[4점][2004년 9월]

- ① $\int_{2004}^{2005} f(x) dx$ ② $-\int_{2004}^{2005} f(x) dx$
③ $\int_{2005}^{2006} f(x) dx$ ④ $-\int_{2005}^{2006} f(x) dx$
⑤ $\int_{2006}^{2007} f(x) dx$

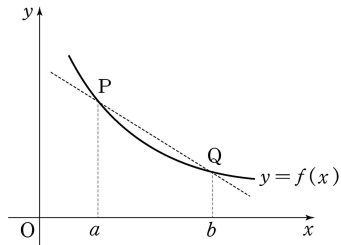
6. 이차함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \frac{12}{7}x^2 - 2x \int_1^2 f(t)dt + \left\{ \int_1^2 f(t)dt \right\}^2$$

일 때, $10 \int_1^2 f(x)dx$ 의 값을 구하시오.

[3점][2005년 9월]

7. 다음은 연속함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 이 그래프 위의 서로 다른 두 점 $P(a, f(a))$, $Q(b, f(b))$ 를 나타낸 것이다.



함수 $F(x)$ 가 $F'(x)=f(x)$ 를 만족시킬 때, <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은?

[4점][2005학년도 수능]

[보 기]

- ㄱ. 함수 $F(x)$ 는 구간 $[a, b]$ 에서 증가한다.
 ㄴ. $\frac{F(b)-F(a)}{b-a}$ 는 직선 PQ의 기울기와 같다.
 ㄷ. $\int_a^b \{f(x)-f(b)\} dx \leq \frac{(b-a)\{f(a)-f(b)\}}{2}$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

8. 함수 $y=f(x)$ 가 모든 실수에서 연속이고, $|x| \neq 1$ 인 모든 x 의 값에 대하여 미분계수 $f'(x)$ 가

$$f'(x) = \begin{cases} x^2 & (|x| < 1) \\ -1 & (|x| > 1) \end{cases}$$

일 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

[3점][2006학년도 수능]

[보 기]

- ㄱ. 함수 $y=f(x)$ 는 $x=-1$ 에서 극값을 갖는다.
 ㄴ. 모든 실수 x 에 대하여 $f(x)=f(-x)$ 이다.
 ㄷ. $f(0)=0$ 이면 $f(1)>0$ 이다.

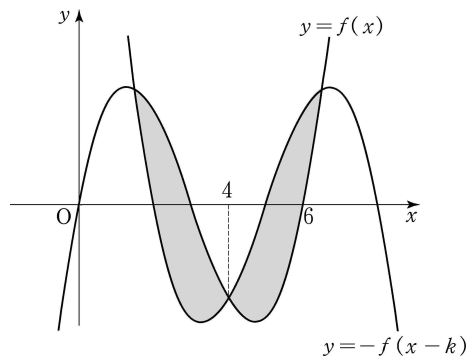
- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

9. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $y=f(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(0)=f(6)=0$
 (나) 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 함수 $y=-f(x-k)$ 의 그래프가 서로 다른 세 점 $(\alpha, f(\alpha))$, $(\beta, f(\beta))$, $(\gamma, f(\gamma))$ (단, $\alpha < \beta < \gamma$)에서 만나면 k 의 값에 관계없이 $\int_{\alpha}^{\gamma} \{f(x)+f(x-k)\} dx = 0$ 이다.

함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 함수 $y=-f(x-k)$ 의 그래프가 다음 그림과 같이 서로 다른 세 점에서 만나고 가운데 교점의 x 좌표의 값이 4일 때, $\int_0^k f(x) dx$ 의 값을 구하시오.

[4점][2005년 9월]



10. 함수 $f(x)=x^3$ 의 그래프를 x 축 방향으로 a 만큼, y 축 방향으로 b 만큼 평행이동시켰더니 함수 $y=g(x)$ 의 그래프가 되었다. $g(0)=0$ 이고 $\int_a^{3a} g(x) dx - \int_0^{2a} f(x) dx = 32$ 일 때, a^4 의 값을 구하시오.

[3점][2006학년도 수능]

11. 다항함수 $f(x)$ 는 모든 실수 x, y 에 대하여

$$f(x+y) = f(x) + f(y) + 2xy - 1$$

을 만족시킨다.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f'(x)}{x^2 - 1} = 14 \text{ 일 때, } f'(0) \text{의 값을 구하시오.}$$

[4점][2006년 6월]

12. 양수 a 에 대하여 삼차함수 $f(x) = -x(x+a)(x-a)$ 의 극대점의 x 좌표를 b 라 하자.

$$\int_{-b}^a f(x) dx = A, \quad \int_b^{a+b} f(x-b) dx = B$$

일 때, $\int_{-b}^a |f(x)| dx$ 의 값은?

[3점][2006년 9월]

- ① $-A+2B$ ② $-2A+B$ ③ $-A+B$
 ④ $A+B$ ⑤ $A+2B$

13. 함수 $f_n(x) = \left(nx - \sum_{k=1}^n a_k \right)^2$ 가 $\int_0^1 f_n'(x) dx = -n^3$ 을 만족할

때, <보기> 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

(단, $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 은 상수)

[4점][2007년 7월]

<보 기>

$$\neg. \sum_{k=1}^n a_k = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\neg. f_2(2) = 3$$

$$\neg. \int_0^{n+1} f_n(x) dx = 2 \int_0^{\frac{n+1}{2}} f_n(x) dx$$

- ① $\neg$ ② $\neg$ ③ $\neg, \neg$
 ④ $\neg, \neg$ ⑤ $\neg, \neg$

14. 다항함수 $f(x)$ 가 다음 두 조건을 만족할 때, $f(0)$ 의 값은?

[3점][2008년 7월]

$$\text{I. } \int f(x) dx = \{f(x)\}^2$$

$$\text{II. } \int_{-1}^1 f(x) dx = 50$$

- ① 21 ② 22 ③ 23 ④ 24 ⑤ 25

15. 함수 $f(x) = \begin{cases} -1 & (x < 1) \\ -x+2 & (x \geq 1) \end{cases}$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \int_{-1}^x (t-1)f(t) dt$$

라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[4점][2008년 9월]

<보 기>

$$\neg. g(x) \text{는 구간}(1, 2) \text{에서 증가한다.}$$

$$\neg. g(x) \text{는 } x=1 \text{에서 미분가능하다.}$$

$$\neg. \text{방정식 } g(x)=k \text{가 서로 다른 세 실근을 갖도록 하는 실수 } k \text{가 존재한다.}$$

- ① $\neg$ ② $\neg$ ③ $\neg, \neg$
 ④ $\neg, \neg$ ⑤ $\neg, \neg, \neg$

16. 다항함수 $f(x)$ 가 다음 두 조건을 만족한다.

- (가) $f(0)=0$
 (나) $0 < x < y < 1$ 인 모든 x, y 에 대하여
 $0 < xf(y) < yf(x)$

세 수 $A=f'(0)$, $B=f(1)$, $C=2\int_0^1 f(x)dx$ 의 대소 관계를 옳게 나타낸 것은?

[4점][2008년 9월]

- ① $A < B < C$ ② $A < C < B$ ③ $B < A < C$
 ④ $B < C < A$ ⑤ $C < A < B$

17. 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- 모든 실수 x 에 대하여
 (가) $f(x)g(x)=x^3+3x^2-x-3$
 (나) $f'(x)=1$
 (다) $g(x)=2\int_1^x f(t)dt$

$\int_0^3 3g(x)dx$ 의 값을 구하시오.

[4점][2008년 10월]

18. 삼차함수 $f(x)=x^3-3x-1$ 이 있다. 실수 t ($t \geq -1$)에 대하여 $-1 \leq x \leq t$ 에서 $|f(x)|$ 의 최댓값을 $g(t)$ 라고 하자.

$\int_{-1}^1 g(t)dt = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p, q 는 서로소인 자연수이다.)

[4점][2010학년도 수능]

19. 두 함수 $f(x)=x^2-4x$ 와 $y=g(x)$ 가 임의의 실수 h 에 대하여 $g(x+h)-g(x)=\int_x^{x+h} f(t)dt$ 일 때, 방정식 $g(x)=0$ 의 모든 근의 합은?

[3점][2010년 7월]

- ① 6 ② 5 ③ 4 ④ 3 ⑤ 2

20. 모든 실수 x 에 대하여 이차함수 $y=f(x)$ 가 다음 조건을 만족한다.

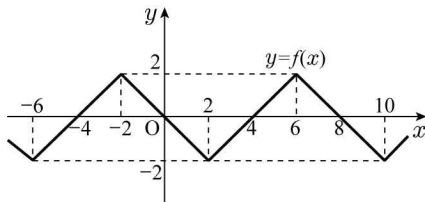
- (가) $f(0) = -2$
 (나) $f(-x) = f(x)$
 (다) $f(f'(x)) = f'(f(x))$

함수 $F(x) = \int f(x)dx$ 가 감소하는 구간의 길이는?

[3점][2010년 7월]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

21. 실수 전체의 집합에서 정의된 연속함수 $y=f(x)$ 의 그래프의 일부가 그림과 같다.



실수 전체의 집합에서 함수 $g(x)$ 를 $g(x) = \int_x^{x+2} f(t)dt$ 라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

[4점][2010년 10월]

- _____ < 보 기 > _____
 ㄱ. $g(-1)=0$
 ㄴ. 함수 $g(x)$ 는 개구간 $(-2, 2)$ 에서 감소한다.
 ㄷ. $-4 \leq x \leq 6$ 에서 방정식 $g(x)=2$ 의 모든 실근의 합은 4이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

22. x 에 대한 방정식 $\int_0^x |t-1|dt = x$ 의 양수인 실근이

$m+n\sqrt{2}$ 일 때, m^3+n^3 의 값을 구하시오. (단, m, n 은 유리수이다.)

[4점][2011년 4월]

23. 상수함수가 아닌 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_1^x f(t)dt = \{f(x)\}^2$$

을 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값은?

[3점][2011년 10월]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

24. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(x)$ 의 극댓값은?

[4점][2011년 10월]

- (가) 모든 실수 x 에 대하여 $f'(2+x) = f'(2-x)$ 이다.
 (나) $f(3) = -12$ 는 함수 $f(x)$ 의 극솟값이다.

- ① -8 ② -7 ③ -6 ④ -5 ⑤ -4

25. 모든 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. $\int_0^3 f(x) dx = 3 \int_0^1 f(x) dx$

ㄴ. $\int_0^1 f(x) dx = \int_0^2 f(x) dx + \int_2^1 f(x) dx$

ㄷ. $\int_0^1 \{f(x)\}^2 dx = \left\{ \int_0^1 f(x) dx \right\}^2$

- [4점][2011년 9월]
- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

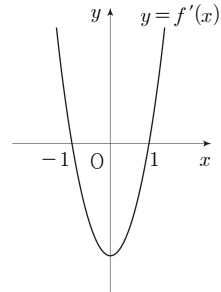
26. 이차함수 $f(x)$ 는 $f(0) = -1$ 이고,

$$\int_{-1}^1 f(x) dx = \int_0^1 f(x) dx = \int_{-1}^0 f(x) dx$$

를 만족시킨다. $f(2)$ 의 값은?

- [4점][2012학년도 수능]
- ① 11 ② 10 ③ 9 ④ 8 ⑤ 7

27. 삼차함수 $y = f(x)$ 의 도함수 $y = f'(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$f'(-1) = f'(1) = 0$ 이고 함수 $f(x)$ 의 극댓값이 4, 극솟값이 0일 때, $f(3)$ 의 값은?

- [4점][2012년 4월]
- ① 14 ② 16 ③ 18 ④ 20 ⑤ 22

28. 정수 a, b, c 에 대하여 함수 $f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + 10$ 이 다음 두 조건을 모두 만족시킨다.

- (가) 모든 실수 α 에 대하여 $\int_{-\alpha}^{\alpha} f(x) dx = 2 \int_0^{\alpha} f(x) dx$
 (나) $-6 < f'(1) < -2$

이때, 함수 $y = f(x)$ 의 극솟값은?

- [4점][2012년 7월]
- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

29. 실수 전체에서 정의된 연속함수 $f(x)$ 가 $f(x) = f(x+4)$ 를 만족하고

$$f(x) = \begin{cases} -4x+2 & (0 \leq x < 2) \\ x^2-2x+a & (2 \leq x \leq 4) \end{cases}$$

일 때, $\int_9^{11} f(x) dx$ 의 값은?

[3점][2012년 7월]

- ① -8 ② $-\frac{26}{3}$ ③ $-\frac{28}{3}$ ④ -10 ⑤ $-\frac{32}{3}$

30. 다항함수 $f(x)$ 가 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\int_1^x f(t) dt - f(x)}{x^2 - 1} = 2$ 를 만족할 때, $f'(1)$ 의 값은?

[4점][2012년 7월]

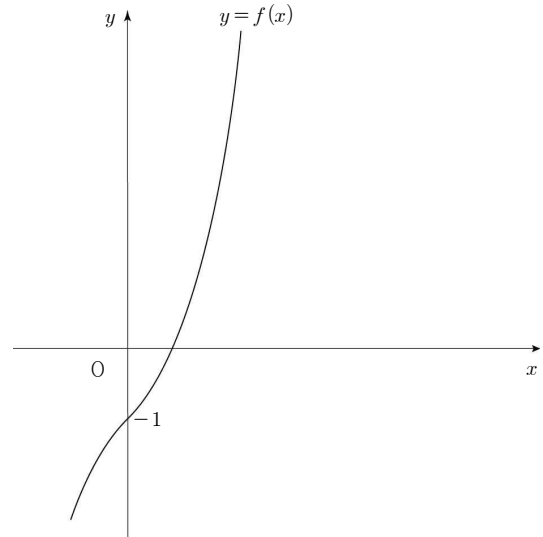
- ① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1 ⑤ 0

31. 함수 $f(x) = \int \left\{ \frac{d}{dx} (x^2 - 6x) \right\} dx$ 에 대하여 $f(x)$ 의 최솟값이 8일 때, $f(1)$ 의 값을 구하시오.

[4점][2012년 7월]

32. 함수 $f(x) = x^3 + x - 1$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, $\int_1^9 g(x) dx$ 의 값은?

[4점][2012년 7월]



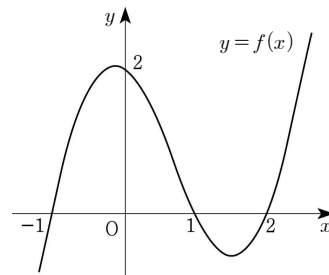
- ① $\frac{47}{4}$ ② $\frac{49}{4}$ ③ $\frac{51}{4}$ ④ $\frac{53}{4}$ ⑤ $\frac{55}{4}$

33. 그림과 같이 삼차함수 $y = f(x)$ 가

$$f(-1) = f(1) = f(2) = 0, \quad f(0) = 2$$

를 만족시킬 때, $\int_0^2 f'(x) dx$ 의 값은?

[3점][2012년 10월]

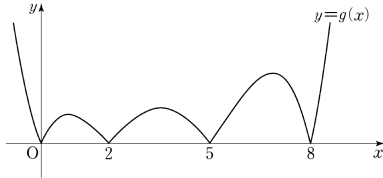


- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

34. 삼차함수 $f(x)$ 는 $f(0) > 0$ 을 만족시킨다. 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \left| \int_0^x f(t) dt \right|$$

라 할 때, 함수 $g(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[4점][2013학년도 수능]

[보 기]

ㄱ. 방정식 $f(x)=0$ 은 서로 다른 3개의 실근을 갖는다.

ㄴ. $f'(0) < 0$

ㄷ. $\int_m^{m+2} f(x) dx > 0$ 을 만족시키는 자연수 m 의 개수는 3이다.

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

35. 삼차함수 $f(x) = x^3 - 3x + a$ 에 대하여 함수 $F(x) = \int_0^x f(t) dt$ 가 오직 하나의 극값을 갖도록 하는 양수 a 의 최솟값은?

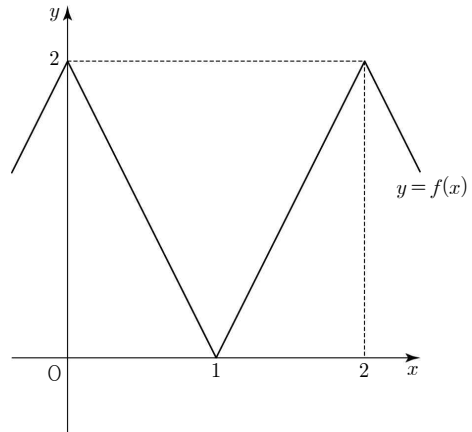
[4점][2013학년도 수능]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

36. 그림은 다음 조건을 만족시키는 함수 $y=f(x)$ 의 그래프의 일부이다.

(가) $f(x) = 2|x-1|$ ($0 \leq x \leq 2$)

(나) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+2) = f(x)$ 이다.



$g(k) = \int_{2k}^{4k} f(x) dx$ 라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} \sum_{k=1}^n g(k)$ 의 값은?

[4점][2013년 4월]

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

37. 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 가

$$g(x) = \int \{x^2 + f(x)\} dx, \quad f(x)g(x) = -2x^4 + 8x^3$$

을 만족시킬 때, $g(1)$ 의 값은?

[4점][2012년 9월]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

38. 양수 a, b 에 대하여 함수 $f(x) = \int_0^x (t-a)(t-b)dt$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $a+b$ 의 값은?

[4점][2014년 7월]

- (가) 함수 $f(x)$ 는 $x = \frac{1}{2}$ 에서 극값을 갖는다.
(나) $f(a) - f(b) = \frac{1}{6}$

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

39. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 실수 x 에 대하여 $1 \leq f'(x) \leq 3$ 이다.
(나) 모든 정수 n 에 대하여 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 점 $(4n, 8n)$, 점 $(4n+1, 8n+2)$, 점 $(4n+2, 8n+5)$, 점 $(4n+3, 8n+7)$ 을 모두 지난다.
(다) 모든 정수 k 에 대하여 닫힌구간 $[2k, 2k+1]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 그래프는 각각 이차함수의 그래프의 일부이다.

$\int_3^6 f(x)dx = a$ 라 할 때, $6a$ 의 값을 구하시오.

[4점][2014년 6월]

40. 연속함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(-x) = f(x)$
(나) $f(x+2) = f(x)$
(다) $\int_{-1}^1 (2x+3)f(x)dx = 15$

$\int_{-6}^{10} f(x)dx$ 의 값을 구하시오.

[4점][2014년 7월]

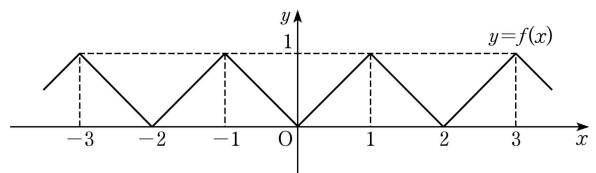
41. 모든 실수 x 에 대하여 함수 $f(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(x+2) = f(x)$
(나) $f(x) = |x|$ ($-1 \leq x < 1$)

함수 $g(x) = \int_{-2}^x f(t)dt$ 라 할 때,

실수 a 에 대하여 $g(a+4) - g(a)$ 의 값은?

[4점][2014년 10월]



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

42. 최고차항의 계수가 1 인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $0 \leq x < 2$ 일 때, $g(x) = \begin{cases} f(x) & (0 \leq x < 1) \\ f(2-x) & (1 \leq x < 2) \end{cases}$ 이다.
 (나) 모든 실수 x 에 대하여 $g(x+2) = g(x)$ 이다.
 (다) 함수 $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

$g(6) - g(3) = \frac{q}{p}$ 라 할 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

[4점][2014년 10월]

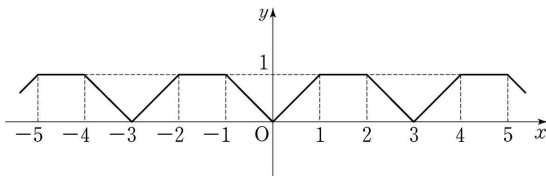
43. 함수 $f(x)$ 는 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+3) = f(x)$ 를 만족시키고,

$$f(x) = \begin{cases} x & (0 \leq x < 1) \\ 1 & (1 \leq x < 2) \\ -x+3 & (2 \leq x < 3) \end{cases}$$

이다. $\int_{-a}^a f(x)dx = 13$ 일 때, 상수 a 의 값은?

[4점][2015학년도 수능]

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18



44. 최고차항의 계수가 1이고 다음 조건을 만족시키는 모든 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 $\int_0^3 f(x)dx$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, $4m$ 의 값을 구하시오.

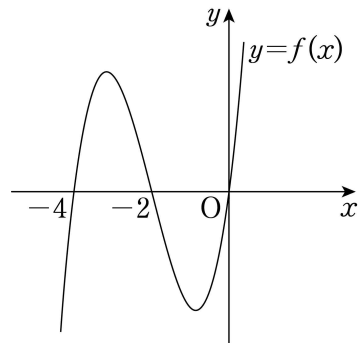
[4점][2015년 7월]

- (가) $f(0) = 0$
 (나) 모든 실수 x 에 대하여 $f'(2-x) = f'(2+x)$ 이다.
 (다) 모든 실수 x 에 대하여 $f'(x) \geq -3$ 이다.

45. 함수 $f(x) = x(x+2)(x+4)$ 에 대하여, 함수

$g(x) = \int_2^x f(t)dt$ 는 $x = \alpha$ 에서 극댓값을 갖는다. $g(\alpha)$ 의 값은?

[4점][2015년 10월]



- ① -28 ② -29 ③ -30 ④ -31 ⑤ -32

46. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_1^x f(t)dt = xf(x) - 3x^4 + 2x^2$$

을 만족시킬 때, $f(0)$ 의 값은?

[4점][2015년 7월]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

47. 이차함수 $f(x)$ 가 $f(0)=0$ 이고 다음 조건을 만족시킨다.

$$\begin{aligned} \text{(가)} \quad & \int_0^2 |f(x)|dx = -\int_0^2 f(x)dx = 4 \\ \text{(나)} \quad & \int_2^3 |f(x)|dx = \int_2^3 f(x)dx \end{aligned}$$

$f(5)$ 의 값을 구하시오.

[4점][2016학년도 수능]

48. 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f(-x) = -f(x), \quad g(-x) = g(x)$$

를 만족시킨다. 함수 $h(x) = f(x)g(x)$ 에 대하여

$$\int_{-3}^3 (x+5)h'(x)dx = 10$$

일 때, $h(3)$ 의 값은?

[4점][2016학년도 수능]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

49. 다항함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$\begin{aligned} \text{(가)} \quad & \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^4} = 1 \\ \text{(나)} \quad & f(1) = f'(1) = 1 \end{aligned}$$

$-1 \leq n \leq 4$ 인 정수 n 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = f(x-n) + n \quad (n \leq x < n+1)$$

이라 하자. 함수 $g(x)$ 가 열린구간 $(-1, 5)$ 에서 미분가능할 때,

$$\int_0^4 g(x)dx = \frac{q}{p} \quad \text{이다. } p+q \text{의 값을 구하시오.}$$

(단, p , q 는 서로소인 자연수이다.)

[4점][2016년 7월]

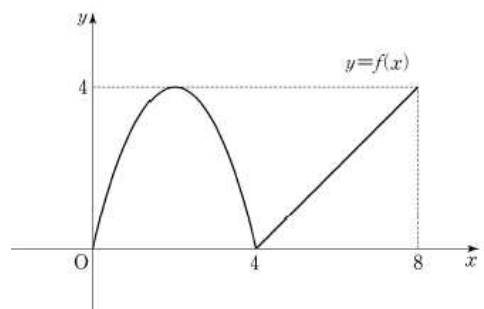
50. 구간 $[0, 8]$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} -x(x-4) & (0 \leq x < 4) \\ x-4 & (4 \leq x \leq 8) \end{cases}$$

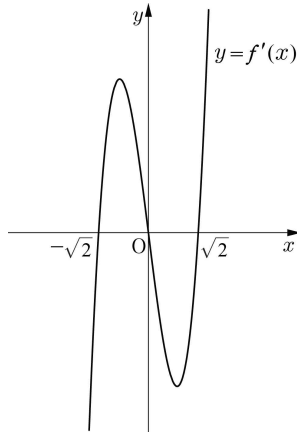
이다. 실수 a ($0 \leq a \leq 4$)에 대하여 $\int_a^{a+4} f(x)dx$ 의 최솟값은 $\frac{q}{p}$

이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

[4점][2016년 9월]



51. 사차함수 $f(x)$ 의 도함수 $y=f'(x)$ 의 그래프가 그림과 같고,
 $f'(-\sqrt{2})=f'(0)=f'(\sqrt{2})=0$ 이다.



$f(0)=1$, $f(\sqrt{2})=-3$ 일 때, $f(m)f(m+1)<0$ 을 만족시키는 모든 정수 m 의 값의 합은?

[4점][2016년 10월]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

52. 최고차항의 계수가 양수이고, $f(1)=0$ 인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x)=\int_1^x f(t)dt$$

라 할 때, 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g(2)=-6$

(나) 방정식 $|g(x)|=-g(3)$ 은 서로 다른 세 실근을 갖는다.

$g(-1)$ 의 값은?

[4점][2016년 10월]

- ① -68 ② -66 ③ -64 ④ -62 ⑤ -60

53. 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$ 가

$$f(x)=\int xg(x)dx, \quad \frac{d}{dx}\{f(x)-g(x)\}=4x^3+2x$$

를 만족시킬 때, $g(1)$ 의 값은?

[4점][2016년 7월]

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

54. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $f(x)$ 는 $x=0$ 에서 극댓값, $x=k$ 에서 극솟값을 가진다. (단, k 는 상수이다.)

(나) 1보다 큰 모든 실수 t 에 대하여

$$\int_0^t |f'(x)|dx = f(t)+f(0)$$

이다.

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[4점][2017학년도 수능]

$$\neg. \int_0^k f'(x)dx < 0$$

$$\neg. 0 < k \leq 1$$

ㄷ. 함수 $f(x)$ 의 극솟값은 0이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

적분(2) 정적분, 부정적분 답

문 항	답	문 항	답	문 항	답	문 항	답	문 항	답
1	2	6	20	11	28	16	4	21	4
2	2	7	3	12	1	17	27	22	9
3	1	8	4	13	4	18	17	23	1
4	3	9	16	14	5	19	1	24	1
5	3	10	16	15	3	20	1	25	1

문 항	답	문 항	답	문 항	답	문 항	답	문 항	답
26	1	31	13	36	1	41	2	46	1
27	4	32	3	37	2	42	3	47	45
28	2	33	1	38	2	43	1	48	1
29	2	34	5	39	167	44	27	49	137
30	1	35	2	40	40	45	5	50	43

문 항	답
51	1
52	5
53	5
54	5

적분(3) 정적분의 정의

1. $\overline{AB}=2$, $\overline{BC}=1$, $\angle B=90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 가 있다. 변 AB 를 n 등분한 점을 오른쪽 그림과 같이 $B_1, B_2, B_3, \dots, B_{n-1}$ 이라 하고, 각 점에서 변 $\overline{BC}$ 에 평행하게 직선을 그어 변 $\overline{AB}$ 와 만나는 점을 각각 $C_1, C_2, C_3, \dots, C_{n-1}$ 이라 할 때

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2\pi}{n} \sum_{k=1}^{n-1} \overline{B_k C_k}^2 \text{의 값은?}$$

[1점][1996학년도 수능]

- ① $\frac{\pi}{6}$ ② $\frac{\pi}{3}$ ③ $\frac{\pi}{2}$ ④ $\frac{2\pi}{3}$ ⑤ π

2. 다음은 정적분 $\int_0^1 (x^2+1)dx$ 의 근삿값의 오차의 한계를 구하는 과정의 일부이다.

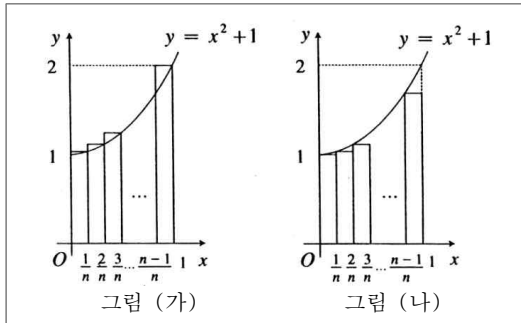
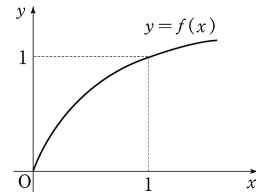


그림 (가), (나)와 같이 폐구간 $[0, 1]$ 을 n 등분하여 얻은 n 개의 직사각형들의 넓이와 합을 각각 A, B 라 하자. $A - B \leq 0.15$ 가 되는 n 의 최솟값은?

[3점][2001학년도 수능]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

3. 다음은 연속함수 $y=f(x)$ 의 그래프이다.



구간 $[0, 1]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 역함수 $g(x)$ 가 존재하고 연속일 때, 극한값 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \left\{ g\left(\frac{k}{n}\right) - g\left(\frac{k-1}{n}\right) \right\} \frac{k}{n}$ 와 같은 값을 갖는 것은?

[4점][2005학년도 수능]

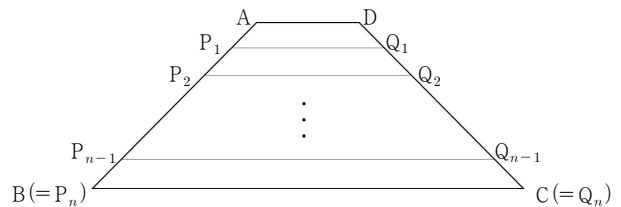
- ① $\int_0^1 g(x) dx$ ② $\int_0^1 x g(x) dx$
 ③ $\int_0^1 f(x) dx$ ④ $\int_0^1 x f(x) dx$
 ⑤ $\int_0^1 \{f(x) - g(x)\} dx$

4. $\overline{AD}=1$, $\overline{AB}=\sqrt{2}$, $\overline{BC}=3$ 인 등변사다리꼴 ABCD에서 변 AB를 n 등분한 점을 각각 $P_1, P_2, P_3, \dots, P_{n-1}$ 이라 하고 각 점에서 변 BC에 평행한 직선을 그어 변 CD와 만나는 점을 각각 $Q_1, Q_2, \dots, Q_{n-1}$ 이라 할 때,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} (\overline{P_1 Q_1}^3 + \overline{P_2 Q_2}^3 + \overline{P_3 Q_3}^3 + \dots + \overline{P_n Q_n}^3)$$

의 값을 구하시오.

[4점][2007년 7월]



5. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=n+1}^{2n} \frac{\sqrt{k}}{n\sqrt{n}} = \int_a^b \sqrt{x} dx$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

[3점][2007년 10월]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

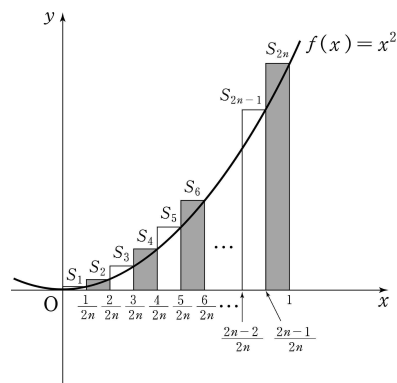
6. 함수 $f(x) = x^3 + x$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f\left(1 + \frac{2k}{n}\right)$ 의 값을 구하시오.

[3점][2008학년도 수능]

7. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{(n+1)^4}{n^5} + \frac{(n+2)^4}{n^5} + \frac{(n+3)^4}{n^5} + \dots + \frac{(n+n)^4}{n^5} \right\} = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수)

[3점][2008년 10월]

8. 함수 $f(x) = x^2$ 에 대하여 그림과 같이 구간 $[0, 1]$ 을 $2n$ 등분한 후, 구간 $\left[\frac{k-1}{2n}, \frac{k}{2n}\right]$ 를 밑변으로 하고 높이가 $f\left(\frac{k}{2n}\right)$ 인 직사각형의 넓이를 S_k 라 하자.
(단, n 은 자연수이고 $k=1, 2, 3, \dots, 2n$ 이다.)



<보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

[4점][2006년 9월]

<보 기>

㉠. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n S_k = \int_0^{\frac{1}{2}} x^2 dx$

㉡. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n (S_{2k} - S_{2k-1}) = 0$

㉢. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n S_{2k} = \frac{1}{2} \int_0^1 x^2 dx$

- ① ㉠ ② ㉠, ㉡ ③ ㉠, ㉢
④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

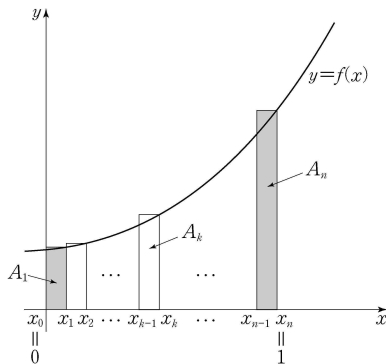
9. 모든 실수 x 에 대하여 함수 $f(x)$ 는 $f(x+2)=f(x)$ 를 만족시키고, $-1 \leq x \leq 1$ 에서 다음과 같이 정의된다.

$$f(x) = 30x^2 + 15$$

이 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f\left(10 + \frac{2k}{n}\right)$ 의 값을 구하시오.

[3점][2009년 10월]

10. 함수 $f(x) = x^2 + ax + b$ ($a \geq 0, b > 0$)가 있다. 그림과 같이 2 이상인 자연수 n 에 대하여 폐구간 $[0, 1]$ 을 n 등분한 각분점 (양 끝점도 포함)을 차례로 $0 = x_0, x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_n = 1$ 이라 하자. 폐구간 $[x_{k-1}, x_k]$ 를 밑변으로 하고 높이가 $f(x_k)$ 인 직사각형의 넓이를 A_k 라 하자. ($k = 1, 2, \dots, n$)



양 끝에 있는 두 직사각형의 넓이의 합이

$$A_1 + A_n = \frac{7n^2 + 1}{n^3}$$

일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{8k}{n} A_k$ 의 값을 구하시오.

[4점][2010학년도 수능]

11. $F'(x) = f(x)$ 인 이차함수 $y = f(x)$ 와 임의의 두 실수 a, c 에 대하여 서로 다른 두 점 $A(a, F(a)), B(a+c, F(a+c))$ 를 지나는 직선의 기울기와 같은 값을 갖는 것은?

[3점][2010년 7월]

- ① $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f\left(\frac{k}{2n}\right) \frac{c}{n}$ ② $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f\left(a + \frac{ck}{n}\right) \frac{1}{n}$
 ③ $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f\left(a+c + \frac{k}{n}\right) \frac{1}{n}$ ④ $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^{n-1} f\left(c + \frac{ak}{n}\right) \frac{1}{2n}$
 ⑤ $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^{n-1} f\left(a + \frac{k}{n}\right) \frac{2}{n}$

12. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 있다. 2 이상인 자연수 n 에 대하여 폐구간 $[0, 1]$ 을 n 등분한 각 분점 (양 끝점도 포함)을 차례대로 $0 = x_0, x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_n = 1$ 이라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

[4점][2010년 9월]

[보 기]

$$\neg. n = 2m \text{ (} m \text{은 자연수)이면 } \sum_{k=0}^{m-1} \frac{f(x_{2k})}{m} \leq \sum_{k=0}^{n-1} \frac{f(x_k)}{n} \text{ 이다.}$$

$$\neg. \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{n} \left\{ \frac{f(x_{k-1}) + f(x_k)}{2} \right\} = \int_0^1 f(x) dx$$

$$\neg. \sum_{k=0}^{n-1} \frac{f(x_k)}{n} \leq \int_0^1 f(x) dx \leq \sum_{k=1}^n \frac{f(x_k)}{n}$$

- ① $\neg$ ② $\neg$ ③ $\neg$
 ④ $\neg, \neg$ ⑤ $\neg, \neg$

13. 다항함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(0) = 2$
 (나) $x > 0$ 이면 $f'(x) > 0$ 이다.

2이상인 자연수 n 과 $1 \leq k \leq n$ 인 자연수 k 에 대하여, 곡선 $y = f'(x)$ 와 세 직선 $x = \frac{k-1}{n}$, $x = \frac{k}{n}$, $y = 0$ 으로 둘러싸인 도형의 넓이를 $A_n(k)$ 라 하면

$$n^3 \{A_n(1) + A_n(2) + \cdots + A_n(k)\} = \frac{1}{2}k^3 + 2n^2k$$

가 성립한다. 곡선 $y = xf(x)$ 와 x 축, y 축, $x = 1$ 로 둘러싸인 도형의 넓이가 $\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로 소인 자연수이다.)

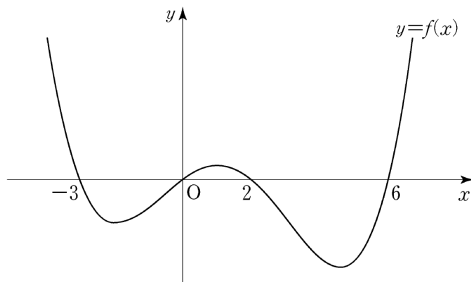
[4점][2010년 11월]

14. 사차함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f\left(m + \frac{k}{n}\right) < 0$$

을 만족시키는 정수 m 의 개수는?

[4점][2012년 6월]



- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

15. 삼차함수 $f(x) = 3x^3 + 4x^2 - 2x - 1$ 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{n} f\left(-1 + \frac{2k}{n}\right)$$

의 값은?

[4점][2011년 10월]

- ① $-\frac{1}{3}$ ② $-\frac{1}{6}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

16. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \left(1 + \frac{2k}{n}\right) \frac{1}{n}$ 의 값을 구하시오.

[3점][2011년 7월]

17. 함수 $f(x) = ax + 2$ ($a > 0$)가 극한값

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f\left(\frac{k}{n}\right) \frac{1}{n} + \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \left\{ f\left(\frac{k}{n}\right) - f\left(\frac{k-1}{n}\right) \right\} \frac{k-1}{n} = 5$$

을 만족시킬 때, $10a$ 의 값을 구하시오.

[4점][2011년 10월]

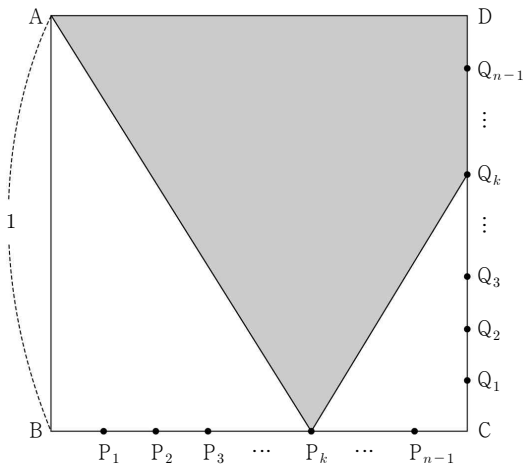
18. 좌표평면 위의 두 점 $O(0, 0)$, $A(2, 0)$ 이 있다. 자연수 n 에 대하여 $\overline{OA}$ 를 n 등분한 점을 차례로 $A_1, A_2, \dots, A_{n-1}$ 이라 하고, 점 O 는 A_0 , 점 A 는 A_n 이라 하자. 점 A_k 를 지나고 x 축과 수직인 직선이 함수 $f(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ 의 그래프와 만나는 점을 B_k 라 하자. ($k = 1, 2, 3, \dots, n$)
 $\overline{A_{k-1}A_k}$ 를 밑변으로 하고, $\overline{A_kB_k}$ 를 높이로 하는 직사각형 n 개의 넓이의 합을 S_n 이라 할 때, $2\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값을 구하시오.

[4점][2012년 7월]

19. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 $ABCD$ 가 있다. 2 이상의 자연수 n 에 대하여 변 BC 를 n 등분한 각 분점을 점 B 에서 가까운 것부터 차례로 $P_1, P_2, P_3, \dots, P_{n-1}$ 이라 하고, 변 CD 를 n 등분한 각 분점을 점 C 에서 가까운 것부터 차례로 $Q_1, Q_2, Q_3, \dots, Q_{n-1}$ 이라 하자. $1 \leq k \leq n-1$ 인 자연수 k 에 대하여 사각형 AP_kQ_kD 의 넓이를 S_k 라 하자.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n-1} S_k = \alpha \text{ 일 때, } 150\alpha \text{의 값을 구하시오.}$$

[4점][2013년 4월]



20. 함수 $f(x) = x^2$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{6}{n} f\left(1 + \frac{k}{n}\right)$ 의 값은?

[3점][2013년 7월]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

21. 연속함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \ f(2) = 1$$

$$(나) \ \int_0^2 f(x) dx = \frac{1}{4}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \left\{ f\left(\frac{2k}{n}\right) - f\left(\frac{2k-2}{n}\right) \right\} \frac{k}{n} \text{의 값은?}$$

[4점][2013년 10월]

- ① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{4}{5}$ ③ $\frac{5}{6}$ ④ $\frac{6}{7}$ ⑤ $\frac{7}{8}$

22. 함수 $f(x) = 3x^2 - ax$ 가

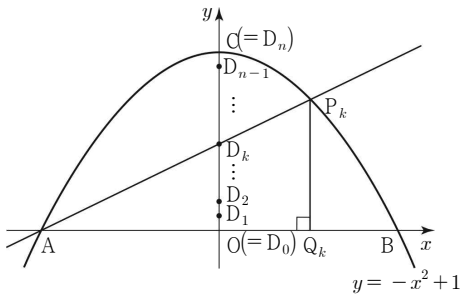
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f\left(\frac{3k}{n}\right) = f(1)$$

을 만족시킬 때, 상수 a 의 값을 구하시오.

[4점][2014학년도 수능]

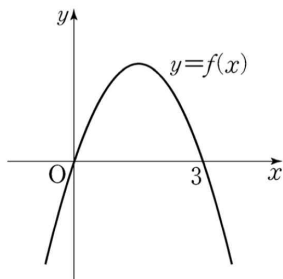
23. 그림과 같이 곡선 $y = -x^2 + 1$ 위에 세 점 $A(-1, 0)$, $B(1, 0)$, $C(0, 1)$ 이 있다. 2이상의 자연수 n 에 대하여 선분 OC 를 n 등분할 때, 양 끝점을 포함한 각 분점을 차례로 $O = D_0, D_1, D_2, \dots, D_{n-1}, D_n = C$ 라 하자.
- 직선 AD_k 가 곡선과 만나는 점 중 A 가 아닌 점을 P_k 라 하고, 점 P_k 에서 x 축에 내린 수선의 발을 Q_k 라 하자. ($k=1, 2, \dots, n$)
- 삼각형 AP_kQ_k 의 넓이를 S_k 라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n S_k = \alpha$ 이다.
- 24α 의 값을 구하시오.

[4점][2014년 4월]



24. 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 그림과 같고, $f(0) = f(3) = 0$ 이다. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f\left(\frac{k}{n}\right) = \frac{7}{6}$ 일 때, $f'(0)$ 의 값은?

[4점][2014년 9월]



- ① $\frac{5}{2}$ ② 3 ③ $\frac{7}{2}$ ④ 4 ⑤ $\frac{9}{2}$

25. 이차함수 $f(x) = x^2 + 1$ 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f\left(1 + \frac{k}{n}\right) \frac{k^2 + 2nk}{n^3}$$

의 값은?

[4점][2014년 7월]

- ① $\frac{26}{5}$ ② $\frac{31}{5}$ ③ $\frac{36}{5}$ ④ $\frac{41}{5}$ ⑤ $\frac{46}{5}$

26. 함수 $f(x) = 4x^2 + 6x + 32$ 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{k}{n^2} f\left(\frac{k}{n}\right)$$

의 값을 구하시오.

[4점][2016년 9월]

27. 함수 $f(x) = 4x^3 + 8$ 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f\left(\frac{k}{n}\right)$$

의 값을 구하시오.

[4점][2016년 10월]

28. $f(1)=1$ 인 이차함수 $f(x)$ 와 함수 $g(x)=x^2$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x)=f(x)$ 이다.

$$(나) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \left\{ f\left(\frac{k}{n}\right) - g\left(\frac{k}{n}\right) \right\} = 27$$

두 곡선 $y=f(x)$ 와 $y=g(x)$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오.

[4점][2016년 7월]

적분(3) 정적분의 정의

문 항	답	문 항	답	문 항	답	문 항	답	문 항	답
1	4	6	12	11	2	16	10	21	5
2	2	7	36	12	2	17	30	22	12
3	3	8	5	13	83	18	11	23	11
4	10	9	25	14	5	19	100	24	2
5	4	10	14	15	5	20	4	25	1

문 항	답
26	19
27	9
28	54

정적분 (4) 그래프로 둘러싸인 넓이

1. 정사각형 모양의 타일이 좌표평면에 오른쪽 그림과 같이 가로, 세로가 각각 x 축, y 축과 일치되게 놓여 있다. 이 타일에 $y=f(x)$ 와 $y=g(x)$ 의 그래프를 경계로 하여 파랑색과 노랑색을 칠하려고 한다. 파랑색과 노랑색이 칠해지는 부분의 면적의 비가 2 : 3일 때, $\int_0^{15} f(x) dx$ 의 값을 구하여라.
(단, 함수 $g(x)$ 는 함수 $f(x)$ 의 역함수이다.)

[2점][1997학년도 수능]

2. 포물선 $y=(x-a)^2+b$ 위의 두 점 $P(s+a, s^2+b)$ 와 $Q(t+a, t^2+b)$ 에서 각각 그은 이 포물선의 접선은 서로 수직이다. 이 두 접선과 위 포물선으로 둘러싸인 도형의 면적을 A 라고 하자. 다음 <보기> 중 옳은 것을 모두 고르면?
(단, $s < 0 < t$)

[2점][1997학년도 수능]

[보 기]

- ㄱ. s 가 증가하면 t 도 증가한다.
ㄴ. a 가 증가하면 면적 A 도 증가한다.
ㄷ. b 가 변하면 면적 A 도 변한다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

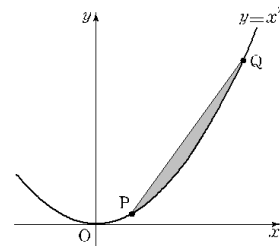
3. 자연수 n 에 대하여, 두 곡선 $y=x^2-2$, $y=-x^2+\frac{2}{n^2}$ 로 둘러싸인 도형의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은?

[3점][2000학년도 수능]

- ① $\frac{16}{3}$ ② $\frac{14}{3}$ ③ 4 ④ $\frac{10}{3}$ ⑤ $\frac{8}{3}$

4. 포물선 $y=x^2$ 위에서 두 점 $P(a, a^2)$, $Q(b, b^2)$ 가 조건 「선분 PQ와 포물선 $y=x^2$ 으로 둘러싸인 도형의 넓이는 36」을 만족하면서 움직이고 있다. $\lim_{a \rightarrow \infty} \frac{\overline{PQ}}{a}$ 의 값을 구하시오.

[4점][2004년 9월]

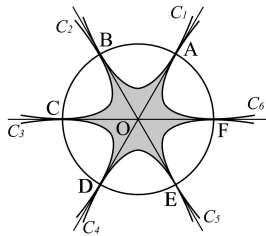


5. 곡선 $y=6x^2+1$ 과 x 축 및 두 직선 $x=1-h$,
 $x=1+h$ ($h>0$)로 둘러싸인 부분의 넓이를 $S(h)$ 라 할 때,

$$\lim_{h \rightarrow +0} \frac{S(h)}{h} \text{의 값을 구하시오.}$$

[3점][2007년 9월]

6. 그림과 같이 중심이 O 이고 반지름의 길이가 2인 원의 둘레를 6등분하는 점을 각각 A, B, C, D, E, F 라 하자.
두 점 A, B 에서 두 직선 OA, OB 에 접하는 포물선 C_1 을 그리고,
두 점 B, C 에서 두 직선 OB, OC 에 접하는 포물선 C_2 를 그린다.

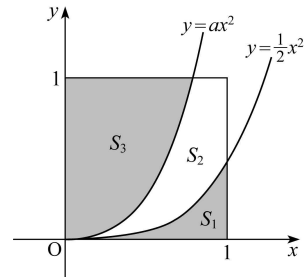


이와 같은 방법으로 포물선 C_3, C_4, C_5, C_6 을 그릴 때, 6개의 포물선으로 둘러싸인 부분의 넓이는?

[4점][2007년 10월]

- ① $2\sqrt{3}$ ② $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ ③ $3\sqrt{3}$ ④ $\frac{7\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $4\sqrt{3}$

7. 그림과 같이 네 점 $(0, 0), (1, 0), (1, 1), (0, 1)$ 을 꼭짓점으로 하는 정사각형의 내부를 두 곡선 $y=\frac{1}{2}x^2, y=ax^2$ 으로 나눈 세 부분의 넓이를 각각 S_1, S_2, S_3 이라 하자.



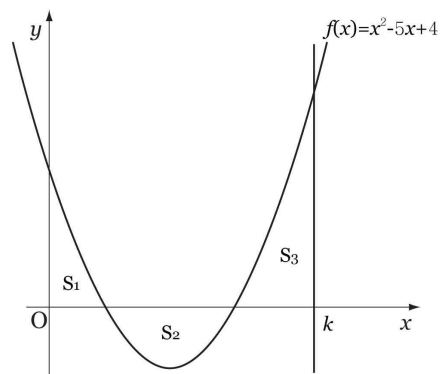
S_1, S_2, S_3 이 이 순서로 등차수열을 이룰 때, 양수 a 의 값은?

[4점][2008년 10월]

- ① $\frac{16}{9}$ ② $\frac{17}{9}$ ③ 2 ④ $\frac{19}{9}$ ⑤ $\frac{20}{9}$

8. 그림과 같이 곡선 $f(x)=x^2-5x+4$ 와 x 축 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_1 , 곡선 $y=f(x)$ 와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_2 , 곡선 $y=f(x)$ 와 x 축 및 $x=k$ ($k>4$)로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_3 이라 하자. S_1, S_2, S_3 이 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, $\int_0^k f(x)dx$ 의 값은?

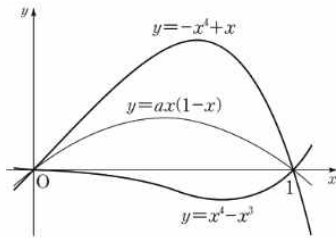
[3점][2009년 7월]



- ① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

9. 두 곡선 $y = x^4 - x^3$, $y = -x^4 + x$ 로 둘러싸인 도형의 넓이가 곡선 $y = ax(1-x)$ 에 의하여 이등분할 때, 상수 a 의 값은? (단, $0 < a < 1$)

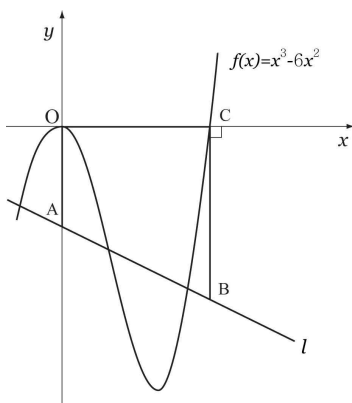
[3점][2009년 9월]



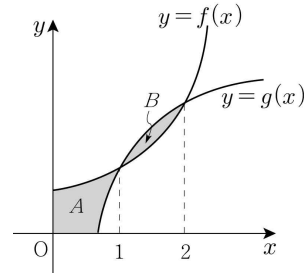
- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{5}{8}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{7}{8}$

10. 그림과 같이 임의로 그은 직선 l 이 y 축과 만나는 점을 A, 점 C(6, 0)을 지나고 y 축과 평행하게 그은 직선과의 교점을 B라 하자. 사다리꼴 OABC의 넓이가 곡선 $f(x) = x^3 - 6x^2$ 과 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이와 같을 때, 임의의 직선 l 은 항상 일정한 점 D를 지난다. 이 때, $\triangle ODC$ 의 넓이를 구하시오. (단, $\overline{AB}$ 는 $\overline{OC}$ 아래에 있다.)

[4점][2009년 7월]



11. 그림과 같이 함수 $f(x) = ax^2 + b$ ($x \geq 0$)의 그래프와 그 역함수 $g(x)$ 의 그래프가 만나는 두 점의 x 좌표는 1과 2이다. $0 \leq x \leq 1$ 에서 두 곡선 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 및 x 축, y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 A라 하고, $1 \leq x \leq 2$ 에서 두 곡선 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 B라 하자.

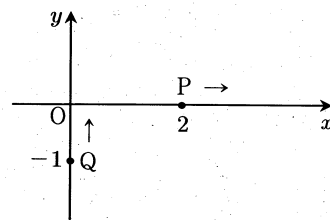


이때, $A - B$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

[3점][2009년 10월]

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{2}{9}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{4}{9}$ ⑤ $\frac{5}{9}$

12. 그림과 같이 두 점 P, Q는 각각 (2, 0), (0, -1)에서 동시에 출발하여 점 P는 매초 3의 속도로 x 축의 양의 방향으로 움직이고, 점 Q는 매초 1의 속도로 y 축의 양의 방향으로 움직인다.

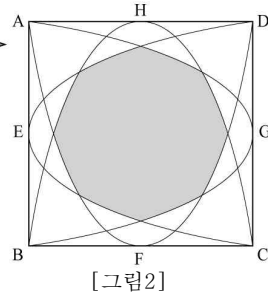
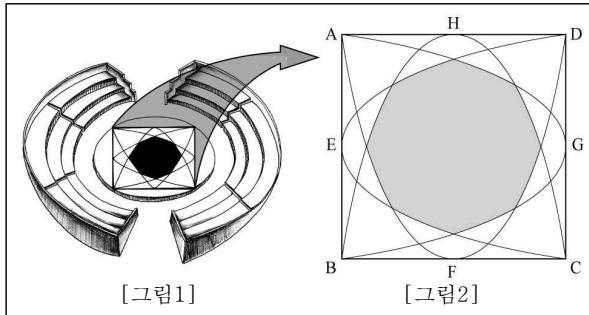


출발한 지 t 초 후의 위치를 각각 P' , Q' 이라 하고 $\triangle OP'Q'$ 의 넓이를 $S(t)$ 라 하자. $\int_0^2 S(t) dt = \frac{q}{p}$ 일 때, $p^2 + q^2$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.)

[4점][2010년 11월]

13. [그림1]은 무대 디자이너 길섭이가 야외공연 무대디자인 공모전에 출품한 작품이다. [그림1]의 중앙무대를 확대하면 [그림2]와 같고, 중앙 무대를 디자인하는 과정은 다음과 같다.

- (1) 한 변의 길이가 2인 정사각형 ABCD를 그리고 각 변의 중점을 각각 E, F, G, H라 한다.
- (2) 변 BC를 좌표평면 위의 x 축과 평행하게 놓고 두 점 B, C를 지나며 점 H를 꼭짓점으로 하는 이차함수의 그래프와 두 점 A, D를 지나며 점 F를 꼭짓점으로 하는 이차함수의 그래프를 그린다.
- (3) 변 AB를 좌표평면 위의 x 축과 평행하게 놓고 (2)와 같은 방법으로 세 점 A, B, G를 지나는 이차함수와 세 점 C, D, E를 지나는 이차함수의 그래프를 추가로 그린다.

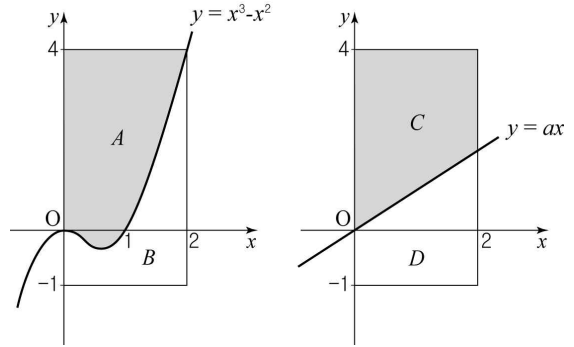


[그림2]의 어두운 부분의 넓이를 $\frac{p\sqrt{2}+q}{3}$ 라 할 때, $p-q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 정수이다.)

[4점][2011년 7월]

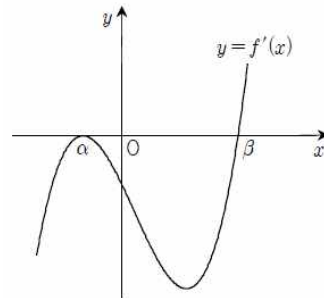
14. 그림과 같이 네 점 $(0, -1)$, $(2, -1)$, $(2, 4)$, $(0, 4)$ 를 꼭짓점으로 하는 직사각형 내부가 곡선 $y = x^3 - x^2$ 에 의하여 나누어지는 두 부분을 A, B, 직선 $y = ax$ 에 의하여 나누어지는 두 부분을 C, D라 하자. 영역 A의 넓이와 영역 C의 넓이가 같을 때, $300a$ 의 값을 구하시오.

[4점][2011년 7월]



15. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 에 대하여 방정식 $f(x) = 0$ 이 서로 다른 두 실근 p, q ($p < q$)를 갖고, $y = f'(x)$ 의 그래프는 그림과 같다. 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

[4점][2011년 10월]



<보 기>

- ㄱ. 함수 $f(x)$ 의 최솟값은 $f(\beta)$ 이다.
- ㄴ. 방정식 $f'(x) - f(x) = 0$ 의 실근의 개수는 1이다.
- ㄷ. $x \geq \alpha$ 에서 함수 $S(x) = \int_{\alpha}^x f(t)dt$ 의 최솟값은 $S(q)$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

16. 이차함수 $f(x) = (x - \alpha)(x - \beta)$ 에서 두 상수 α, β 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $\alpha < 0 < \beta$
(나) $\alpha + \beta > 0$

이때, 세 정적분

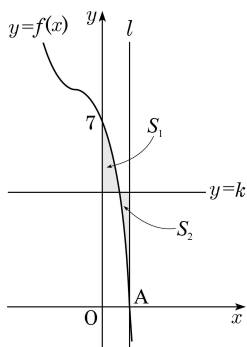
$$A = \int_{\alpha}^0 f(x) dx, \quad B = \int_0^{\beta} f(x) dx, \quad C = \int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx$$

의 값의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

[3점][2011년 10월]

- ① $A < B < C$ ② $A < C < B$ ③ $B < A < C$
④ $C < A < B$ ⑤ $C < B < A$

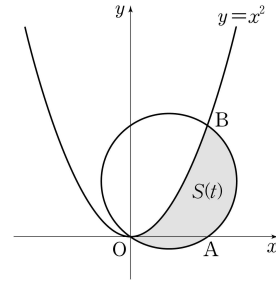
17. 그림과 같이 삼차함수 $f(x) = -(x+1)^3 + 8$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점을 A라 하고, 점 A를 지나고 x 축에 수직인 직선을 l 이라 하자. 또, 곡선 $y = f(x)$ 와 y 축 및 직선 $y = k$ ($0 < k < 7$)로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_1 이라 하고, 곡선 $y = f(x)$ 와 직선 l 및 직선 $y = k$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_2 라 하자. 이때, $S_1 = S_2$ 가 되도록 하는 상수 k 에 대하여 $4k$ 의 값을 구하시오.



[4점][2011년 10월]

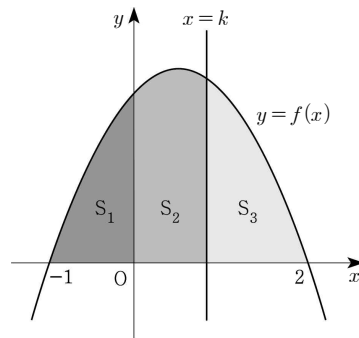
18. 그림과 같이 곡선 $y = x^2$ 과 양수 t 에 대하여 세 점 $O(0, 0)$, $A(t, 0)$, $B(t, t^2)$ 을 지나는 원 C 가 있다. 원 C 의 내부와 부등식 $y \leq x^2$ 이 나타내는 영역의 공통부분의 넓이를 $S(t)$ 라 할 때, $S'(1) = \frac{p\pi + q}{4}$ 이다. $p^2 + q^2$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 정수이다.)

[4점][2012년 9월]



19. 함수 $f(x) = -x^2 + x + 2$ 에 대하여 그림과 같이 곡선 $y = f(x)$ 와 x 축으로 둘러싸인 부분을 y 축과 직선 $x = k$ ($0 < k < 2$)로 나눈 세 부분의 넓이를 각각 S_1, S_2, S_3 이라 하자. S_1, S_2, S_3 이 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, S_2 의 값은?

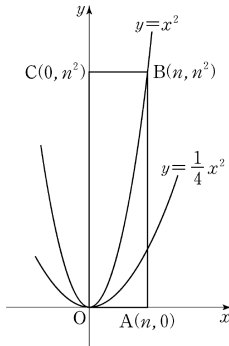
[4점][2012년 10월]



- ① 1 ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

20. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 가 $f(3)=0$ 이고,
 $\int_0^{2013} f(x)dx = \int_3^{2013} f(x)dx$ 를 만족시킨다. 곡선 $y=f(x)$ 와 x
 축으로 둘러싸인 부분의 넓이가 S 일 때, $30S$ 의 값을 구하시오.
 [4점][2013학년도 수능]

21. 그림은 두 곡선 $y=x^2$, $y=\frac{1}{4}x^2$ 과 꼭짓점의 좌표가
 $O(0, 0)$, $A(n, 0)$, $B(n, n^2)$, $C(0, n^2)$ 인 직사각형 $OABC$ 를 나
 타낸 것이다. (단, n 은 자연수)



$n=4$ 일 때, 두 곡선 $y=x^2$, $y=\frac{1}{4}x^2$ 과 직선 AB 로 둘러싸인
 부분의 넓이는?

- [3점][2013년 9월]
 ① 14 ② 16 ③ 18 ④ 20 ⑤ 22

22. 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 두 조건을 만족시킨다.

- (가) $f'(x) = 3x^2 - 4x - 4$
 (나) 함수 $y=f(x)$ 의 그래프는 $(2, 0)$ 을 지난다.

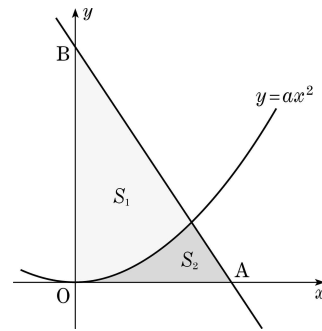
이때 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이
 는?

[4점][2013년 7월]

- ① $\frac{56}{3}$ ② $\frac{58}{3}$ ③ 20 ④ $\frac{62}{3}$ ⑤ $\frac{64}{3}$

23. 그림과 같이 좌표평면 위의 두 점 $A(2, 0)$, $B(0, 3)$ 을
 지나는 직선과 곡선 $y=ax^2$ ($a>0$) 및 y 축으로 둘러싸인 부분
 중에서 제1사분면에 있는 부분의 넓이를 S_1 이라 하자. 또, 직선
 AB 와 곡선 $y=ax^2$ 및 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_2 라
 하자. $S_1:S_2=13:3$ 일 때, 상수 a 의 값은?

[4점][2013년 10월]



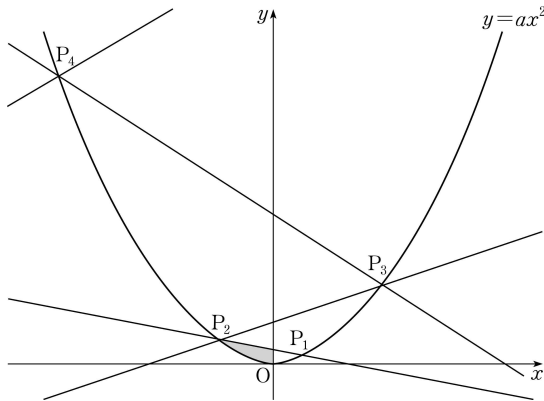
- ① $\frac{2}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{4}{9}$ ④ $\frac{5}{9}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

24. 자연수 n 에 대하여 곡선 $y = ax^2 (a > 0)$ 위의 점 P_n 을 다음 규칙에 따라 정한다.

(가) 점 P_1 의 좌표는 (x_1, ax_1^2) 이다.

(나) 점 P_{n+1} 은 점 $P_n(x_n, ax_n^2)$ 을 지나는 직선

$y = -ax_nx + 2ax_n^2$ 과 곡선 $y = ax^2$ 이 만나는 점 중에서 점 P_n 이 아닌 점이다.



점 P_1 의 좌표가 $(1, \frac{1}{3})$ 일 때, 곡선 $y = ax^2$ 과 직선 P_1P_2 로 둘러싸인 부분 중에서 제2사분면에 있는 부분의 넓이는?

[4점][2014년 10월]

- ① $\frac{4}{3}$ ② $\frac{10}{9}$ ③ $\frac{8}{9}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{4}{9}$

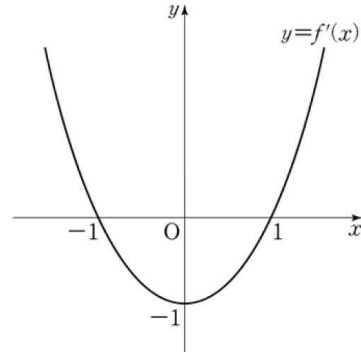
25. 곡선 $y = x^2 - 3x + 2$ 와 직선 $y = 2$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는?

[4점][2016년 10월]

- ① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

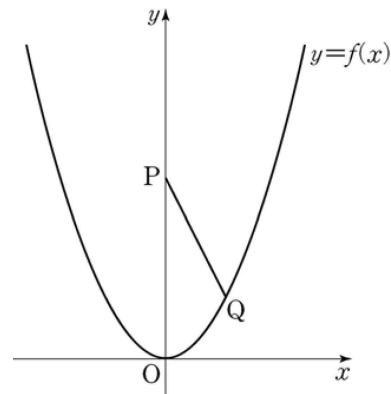
26. 함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 가 $f'(x) = x^2 - 1$ 이고, $f(0) = 0$ 일 때, 곡선 $y = f(x)$ 와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는?

[4점][2015년 9월]



- ① $\frac{9}{8}$ ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{11}{8}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{13}{8}$

27. 자연수 n 에 대하여 좌표가 $(0, 2n+1)$ 인 점을 P 라 하고, 함수 $f(x) = nx^2$ 의 그래프 위의 점 중 y 좌표가 1이고 제1사분면에 있는 점을 Q 라 하자.



$n=1$ 일 때, 선분 PQ 와 곡선 $y = f(x)$ 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는?

[3점][2016학년도 수능]

- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{19}{12}$ ③ $\frac{5}{3}$ ④ $\frac{7}{4}$ ⑤ $\frac{11}{6}$

적분(4) 그래프로 둘러싸인 넓이 답

문 항	답	문 항	답	문 항	답	문 항	답	문 항	답
1	45	6	1	11	4	16	5	21	2
2	1	7	1	12	29	17	17	22	5
3	5	8	4	13	15	18	13	23	2
4	12	9	4	14	200	19	4	24	2
5	14	10	54	15	1	20	40	25	4

문 항	답
26	4
27	3

적분(5) 속도 가속도

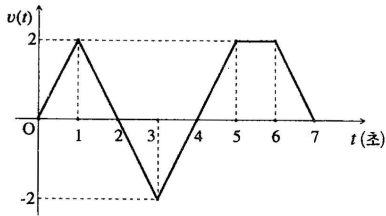
1. 고속 열차가 출발하여 3km를 달리는 동안은 시간 t 분에서의 속력이 $v(t) = \frac{3}{4}t^2 + \frac{1}{2}t$ (km/분)이고 그 이후로는 속력이 일정하다. 출발 후 5분 동안 이 열차가 달린 거리는?

[1994학년도 수능 2차]

- ① 17km ② 16km ③ 15km
④ 14km ⑤ 13km

2. 원점을 출발하여 수직선 위를 7초 동안 움직이는 점 P의 t 초 후의 속도 $v(t)$ 가 다음 그림과 같을 때, <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

[1.5점][1995학년도 수능]



[보 기]

- ㄱ. 점 P는 출발하고 나서 1초 동안 멈춘 적이 있었다.
ㄴ. 점 P는 움직이는 동안 방향을 4번 바꿨다.
ㄷ. 점 P는 출발하고 나서 4초 후 출발점에 있었다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

3. 지면에 정지해 있던 열기구가 수직 방향으로 출발한 후 t 분일 때, 속도 $v(t)$ (m/분)를

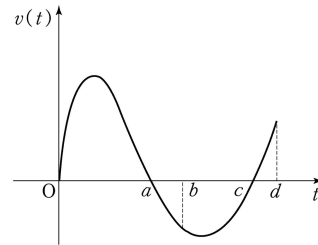
$$v(t) = \begin{cases} t & (0 \leq t \leq 20) \\ 60 - 2t & (20 \leq t \leq 40) \end{cases}$$

라 하자. 출발한 후 $t = 35$ 분일 때, 지면으로부터 열기구의 높이는? (단, 열기구는 수직 방향으로만 움직이는 것으로 가정한다.)

[3점][2004학년도 수능]

- ① 225m ② 250m ③ 275m
④ 300m ⑤ 325m

4. 다음은 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간 t ($0 \leq t \leq d$)에서의 속도 $v(t)$ 를 나타내는 그래프이다.



$\int_0^a |v(t)| dt = \int_a^d |v(t)| dt$ 일 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $0 < a < b < c < d$ 이다.)

[3점][2007학년도 수능]

[보 기]

ㄱ. 점 P는 출발하고 나서 원점을 다시 지난다.

ㄴ. $\int_0^c v(t) dt = \int_c^d v(t) dt$

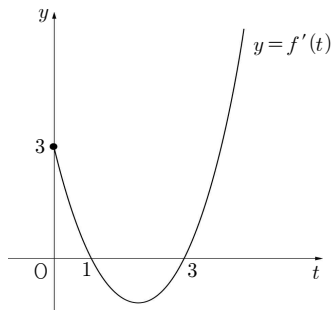
ㄷ. $\int_0^b v(t) dt = \int_b^d |v(t)| dt$

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

5. 어떤 전망대에 설치된 엘리베이터는 1 층에서 출발하여 꼭대기 층까지 올라가는 동안, 출발 후 처음 2 초까지는 3 m/초^2 의 가속도로 올라가고 2 초 후부터 10 초까지는 등속도로 올라가며 10 초 후부터는 -2 m/초^2 의 가속도로 올라가서 멈춘다. 이 엘리베이터가 출발하여 멈출 때까지 움직인 거리는 몇 m인지 구하시오.

[3점][2005년 10월]

6. 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간 t 에서의 위치 $f(t)$ 에 대하여 이차함수 $y=f'(t)$ 의 그래프는 그림과 같다.



점 P가 출발할 때의 운동 방향에 대하여 반대 방향으로 움직인 거리를 d 라 할 때, $12d$ 의 값을 구하시오.

[3점][2007년 7월]

7. 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간 $t(0 \leq t \leq 5)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가 다음과 같다.

$$v(t) = \begin{cases} 4t & (0 \leq t < 1) \\ -2t+6 & (1 \leq t < 3) \\ t-3 & (3 \leq t \leq 5) \end{cases}$$

$0 < x < 3$ 인 실수 x 에 대하여 점 P가

시간 $t=0$ 에서 $t=x$ 까지 움직인 거리,

시간 $t=x$ 에서 $t=x+2$ 까지 움직인 거리,

시간 $t=x+2$ 에서 $t=5$ 까지 움직인 거리

중에서 최소인 값을 $f(x)$ 라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

[4점][2011학년도 수능]

[보 기]

ㄱ. $f(1)=2$

ㄴ. $f(2)-f(1)=\int_1^2 v(t)dt$

ㄷ. 함수 $f(x)$ 는 $x=1$ 에서 미분가능하다.

① ㄱ

② ㄴ

③ ㄱ, ㄴ

④ ㄱ, ㄷ

⑤ ㄴ, ㄷ

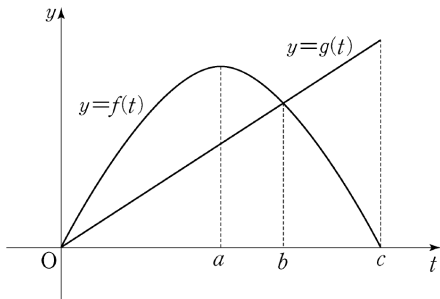
8. 원점 O를 출발하여 수직선 위를 16초 동안 움직이는 점 P의 t 초 후의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = \begin{cases} \frac{1}{2}t - 1 & (0 \leq t < 2) \\ -t^2 + 10t - 16 & (2 \leq t < 8) \\ 2 - \frac{1}{4}t & (8 \leq t \leq 16) \end{cases}$$

일 때, 선분 OP의 길이의 최댓값을 구하시오.

[4점][2011년 7월]

9. 같은 높이의 지면에서 동시에 출발하여 지면과 수직인 방향으로 올라가는 두 물체 A, B가 있다. 그림은 시각 t ($0 \leq t \leq c$)에서 물체 A의 속도 $f(t)$ 와 물체 B의 속도 $g(t)$ 를 나타낸 것이다.



$\int_0^c f(t)dt = \int_0^c g(t)dt$ 이고 $0 \leq t \leq c$ 일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

[보 기]

- ㄱ. $t=a$ 일 때, 물체 A는 물체 B보다 높은 위치에 있다.
 ㄴ. $t=b$ 일 때, 물체 A와 물체 B의 높이의 차가 최대이다.
 ㄷ. $t=c$ 일 때, 물체 A와 물체 B는 같은 높이에 있다.

[4점][2011년 9월]

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

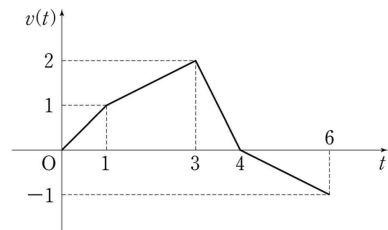
10. 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q가 있다. 점 P는 점 A(5)를 출발하여 시각 t 에서의 속도가 $3t^2 - 2$ 이고, 점 Q는 점 B(k)를 출발하여 시각 t 에서의 속도가 1이다. 두 점 P, Q가 동시에 출발한 후 2번 만나도록 하는 정수 k 의 값은? (단, $k \neq 5$)

[4점][2011년 10월]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

11. 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t ($0 \leq t \leq 6$)에서의 속도 $v(t)$ 의 그래프가 그림과 같다. 점 P가 시각 $t=0$ 에서 시각 $t=6$ 까지 움직인 거리는?

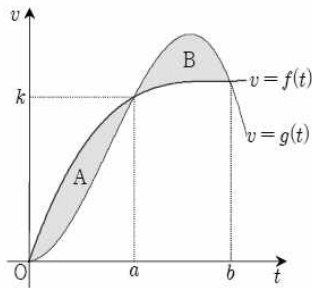
[3점][2012년 5월]



- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{5}{2}$ ③ $\frac{7}{2}$ ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ $\frac{11}{2}$

12. 원점을 동시에 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시간 t 에서의 속도 v 가 각각 $f(t)$, $g(t)$ 이다. 그림과 같이 두 곡선 $v=f(t)$, $v=g(t)$ 로 둘러싸인 두 부분 A, B의 넓이가 각각 S_1 , S_2 일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

[4점][2011년 10월]



- <보 기> —
- ㄱ. $S_1 = S_2$ 이면 두 점 P, Q는 $t=b$ 일 때 만난다.
- ㄴ. $S_1 > S_2$ 이면 $\int_0^b f(t)dt > \int_0^b g(t)dt$
- ㄷ. $S_1 < S_2$ 이면 $\int_0^c \{f(t)dt - g(t)dt\}dt = 0$ 을 만족시키는 c 가 열린구간 (a, b) 에 존재한다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

13. 원점을 동시에 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시간 t ($0 \leq t \leq 8$)에서의 속도가 각각 $2t^2 - 8t$, $t^3 - 10t^2 + 24t$ 이다. 두 점 P, Q 사이의 거리의 최댓값을 구하시오.

[4점][2013년 10월]

14. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간 t ($t \geq 0$)에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = -2t + 4$$

이다. $t=0$ 부터 $t=4$ 까지 점 P가 움직인 거리는?

[3점][2017학년도 수능]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

적분(5) 속도, 가속도 답

문 항	답	문 항	답	문 항	답
1	3	6	16	11	5
2	2	7	1	12	5
3	3	8	35	13	64
4	4	9	5	14	1
5	63	10	2		

위 문제들의 저작권은 한국 교육과정 평가원 및 각 교육청에게 있습니다.



수고하셨습니다!

2018년 8월 25일 10시 37분 부 완성.

수정 및 건의사항들은
포만한 수학카페에 우주설 에게 남겨주세요.

저는 이제 미적분2 편 수정하러 이만!