

이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」에 따라 최초 제작일부터 5년간 보호됩니다.
본 콘텐츠의 무단 배포 시, 콘텐츠산업 진흥법에 의거하여 책임을 질 수 있습니다.

1. 등식 ${}_{n+2}C_{n-1} + {}_{n+2}C_n = 56$ 을 만족시키는 자연수 n 의 값을 구하시오.

4. ${}_{n+2}C_m : {}_{n+2}C_{m+1} : {}_{n+2}C_{m+2} = 3 : 5 : 5$ 일 때, 두 자연수 m, n 의 곱 mn 의 값은?

- ① 10 ② 12 ③ 14
④ 16 ⑤ 18

2. ${}_{10}C_{n^2+1} + {}_{10}C_{2n+4}$ 를 만족시키는 자연수 n 의 개수는?

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

5. $\sum_{k=1}^{10} (-1)^{k-1} {}_{18}C_{2k-2}$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

3. 두 집합 $A = \{x \mid x = {}_4C_n, n = 1, 2, 3, 4\}$,

$B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ 일 때, 집합 $A \cap B$ 의 모든 원소의 합은?

- ① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

6. 남학생 3명, 여학생 4명 중에서 특정한 2명이 포함되도록 n 명을 뽑는 경우의 수가 10일 때, 모든 n 의 값의 합은?

- ① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

7. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 부분집합 중에서 소수와 합성수를 각각 2개씩만 포함하는 원소의 개수가 4인 부분집합의 개수는?

- ① 40 ② 45 ③ 50
④ 55 ⑤ 60

8. 남자 선수 n 명, 여자 선수 $(n+1)$ 명으로 이루어진 배드민턴 팀에서 남녀 혼합복식 팀을 구성하면 가능한 팀의 수가 12일 때, 가능한 여자 복식 팀의 수는?
(단, 혼합복식에 출전하는 선수가 여자 복식에도 출전할 수 있다.)

- ① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

9. 1부터 8까지의 자연수 중에서 두 수 x_1, x_2 를 뽑아 순서쌍 (x_1, x_2) 를 만들 때, $x_1 < x_2$ 인 경우의 수는?

- ① 26 ② 27 ③ 28
④ 29 ⑤ 30

10. 1부터 6까지의 자연수 중에서 서로 다른 두 수를 뽑아 곱했을 때, 나올 수 있는 서로 다른 수의 개수는?

- ① 11 ② 12 ③ 13
④ 14 ⑤ 15

11. 다섯 자리의 자연수 중에서 만의 자리의 숫자를 a , 천의 자리의 숫자를 b , 백의 자리의 숫자를 c , 십의 자리의 숫자를 d , 일의 자리의 숫자를 e 라고 할 때, $a > b > c = d > e$ 를 만족하는 자연수의 개수는?

- ① 210 ② 220 ③ 230
④ 240 ⑤ 250

12. 어느 고등학교에서 독서인증제를 실시하는데 추천도서인 인문학 도서 3권, 과학 도서 4권, 소설 4권 중에서 3권의 책을 선택하여야 한다. 인문학 도서는 최소 1권, 소설은 최대 2권을 선택할 수 있다고 할 때, 선택하는 모든 경우의 수는?

- ① 100 ② 103 ③ 106
④ 109 ⑤ 112

13. 2, 4, 6, 8의 네 개의 숫자 중에서 3개, 1, 3, 5, 7의 네 개의 숫자 중에서 2개를 선택하여 만들 수 있는 다섯 자리의 자연수의 개수는?

- ① 180 ② 360 ③ 720
④ 1440 ⑤ 2880

14. 어느 영화제에서 출품된 한국영화 5편, 외화 4편 중에서 개회식 날 6편을 상영하는데 외화는 2편만을 상영하려고 한다. 선택된 영화는 차례대로 상영한다고 할 때, 개회식 날 상영할 수 있는 모든 경우의 수를 구하시오.

15. A, B, C, D, E, F의 여섯 명 중에서 A, B, C를 포함하여 모두 다섯 명을 선택하여 일렬로 세울 때, A, B, C 세 명은 이웃하도록 세우는 경우의 수는?

- ① 106 ② 108 ③ 110
④ 112 ⑤ 114

16. 1, 2, 3, 4, 5, 6의 여섯 개의 숫자 중에서 3개를 선택하여 네 자리의 자연수를 만들 때, 가능한 자연수의 개수는?

(단, 선택된 3개의 수는 반드시 사용한다.)

- ① 710 ② 720 ③ 730
④ 740 ⑤ 750

17. 다음과 같은 휴대 전화 번호가 있다.

‘010-5212-□□□□’

마지막 네 자리의 번호가

010-4211-1010, 010-4211-1001 등과 같이 2개의 숫자가 두 번씩 나타나는 경우의 수는?

- ① 260 ② 265 ③ 270
④ 275 ⑤ 280

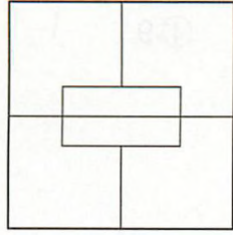
18. 서로 다른 10권의 책 중에서 6권의 책을 그림과 같은 책꽂이에 꽂으려고 한다. 각 칸에 꽂을 수 있는 책은 6권 이상이라고 할 때, 책을 꽂는 경우의 수는?

(단, 각 칸에 꽂는 책의 순서는 고려하지 않는다.)

- ① 25×6^5 ② 35×6^4
③ 20×3^8 ④ 65×3^7
⑤ 70×3^7



19. 그림과 같은 크기의 정사각형 네 개 위에 같은 크기의 직사각형 두 개를 붙여 만든 도형은 6개의 영역으로 나누어져 있다. 6개의 색을 모두 이용하여 6개의 영역을 서로 구분이 되도록 칠하는 경우의 수는?
(단, 회전했을 때 같은 경우는 하나로 생각한다.)



- ① 360 ② 364 ③ 368
④ 372 ⑤ 376

20. 남학생 4명, 여학생 4명 중에서 2명의 식사당번을 정하려고 할 때, 적어도 1명의 여학생이 식사당번으로 뽑히는 경우의 수는?

- ① 18 ② 19 ③ 20
④ 21 ⑤ 22

21. 1부터 10까지의 자연수 중에서 적어도 1개의 짝수가 포함되도록 4개의 수를 뽑아 크기의 순서에 따라 일렬로 나열하는 경우의 수는?

- ① 410 ② 420 ③ 430
④ 440 ⑤ 450

22. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 부분집합 중 다음 조건을 만족시키는 집합 B 의 개수는?

(가) $n(B) = 5$

(나) 집합 A 의 원소 중에서 6의 약수를 적어도 2개 이상 포함한다.

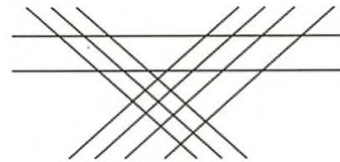
- ① 174 ② 178 ③ 182
④ 186 ⑤ 190

23. 그림과 같이 한 점에서 만나는 두 직선 l_1, l_2 위에 8개의 점이 있다. 이들 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 개수는?



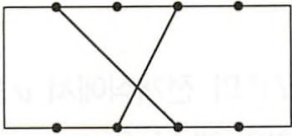
- ① 41 ② 42 ③ 43
④ 44 ⑤ 45

24. 그림과 같이 세 방향의 평행선이 각각 2개, 3개, 4개 있다. 이 평행선으로 만들 수 있는 사각형의 개수는?
(단, 어느 세 점도 한 점에서 만나지 않는다.)



- ① 96 ② 97 ③ 98
④ 99 ⑤ 100

25. 그림과 같이 직사각형의 마주 보는 두 변 위에 각각 점이 4개씩 있다. 마주 보는 두 변 위의 각각의 한 점을 서로 이었을 때, 두 선분의 교점이 생기는 경우의 수는?



- ① 16 ② 25 ③ 36
④ 49 ⑤ 64

26. 부등식 $x+y+z < 4$ 를 만족시키는 음이 아닌 정수 해의 개수는?

- ① 16 ② 18 ③ 20
④ 22 ⑤ 24

27. 사과 20개, 배 10개, 오렌지 7개 중에서 중복을 허락하여 8개의 과일이 담긴 과일바구니를 만들려고 한다. 서로 다른 과일바구니의 개수는? (단, 담긴 과일의 순서와 위치는 생각하지 않는다.)

- ① 41 ② 42 ③ 43
④ 44 ⑤ 45

28. 빨간색 볼펜 8자루를 5명의 학생에게 적어도 1개씩 갖도록 모두 나누어 주고, 검은색 볼펜 15자루는 홀수개씩 갖도록 모두 나누어 주는 경우의 수는?

- ① 4410 ② 4420 ③ 4430
④ 4440 ⑤ 4450

29. $(a+b+c+d)^6$ 의 전개식에서 a 는 포함하지 않고 b 는 포함하는 항의 개수는?

- ① 21 ② 22 ③ 23
④ 24 ⑤ 25

30. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에서 X 로의 함수 f 중에서 $f(1) \leq f(3) \leq f(5)$ 를 만족시키는 함수 f 의 개수는?

- ① 855 ② 860 ③ 865
④ 870 ⑤ 875

31. 정의역이 $X = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ 이고 공역이 $y = \{0, 2, 4, 6, 8, 10, 12\}$ 인 함수 f 가 다음 조건을 만족시킬 때, 함수 f 의 개수는?

(가) $f(0) = 4$

(나) 집합 X 의 임의의 두 원소 x_1, x_2 에 대하여 $x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) < f(x_2)$ 이다.

- ① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

32. 집합 $X = \{1, 2, 3\}$ 에서 집합 $y = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 으로의 함수 f 가 다음 조건을 만족시킬 때, 함수 f 의 개수는?

(가) $f(1) \geq 4$

(나) 집합 X 의 임의의 두 원소 x_1, x_2 에 대하여 $x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) > f(x_2)$ 이다.

- ① 16 ② 17 ③ 18
④ 19 ⑤ 20

33. 0, 1, 2, 3, 4, 5의 6개의 숫자 중에서 서로 다른 3개의 숫자를 적어도 한 번씩 이용하여 만든 네 자리의 자연수의 개수를 구하시오.

34. 1부터 9까지의 자연수를 모두 사용하여 그림과 같이 9개의 빈 칸에 다음과 같은 규칙으로 적는 모든 경우의 수를 구하시오.

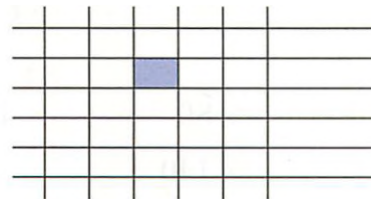
	제1열	제2열	제3열
제1행			
제2행			
제3행			

(규칙1) 제1열에 나열된 수들은 모두 홀수이다.

(규칙2) 제3열에 나열된 수들은 모두 짝수이다.

(규칙3) 모든 열에 나열된 수들은 위부터 아래로 숫자가 커진다.

35. 그림과 같이 가로로 평행한 6개의 직선과 세로로 평행한 6개의 직선으로 이루어진 도형이 있다. 이 직선 12개를 이용하여 만들 수 있는 사각형 중에서 그림의 색칠된 부분을 포함하지 않는 사각형의 개수를 구하시오.



36. 14개의 동전을 일렬로 나열할 때, 이웃하는 동전의 앞면과 뒷면의 짝은 다음과 같이 네 가지 경우이다.

‘앞앞’, ‘앞뒤’, ‘뒤앞’, ‘뒤뒤’

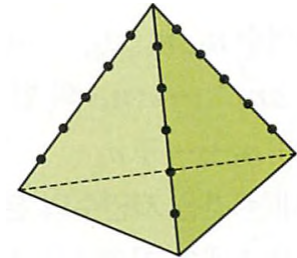
예를 들어, 14개의 동전을 일렬로 나열한 결과가

‘앞앞앞뒤뒤앞앞앞뒤뒤뒤뒤뒤’

이였다면 ‘앞앞’은 4개, ‘앞뒤’는 2개, ‘뒤앞’은 1개, ‘뒤뒤’는 6개다. 이와 같은 방법으로 14개의 동전을 일렬로 나열할 때, ‘앞앞’은 0개, ‘뒤뒤’는 9개, ‘앞뒤’는 2개, ‘뒤앞’은 2개가 나오도록 동전을 나열하는 경우의 수는?

- ① 55 ② 60 ③ 65
④ 70 ⑤ 75

37. 그림과 같이 정사면체의 세 모서리에 각각 5개씩 모두 15개의 점이 있다. 모서리에 있는 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 개수는?



- ① 405 ② 410 ③ 415
④ 420 ⑤ 425

1. 정답 5

$$\begin{aligned}
 & {}_{n+2}C_{n-1} + {}_{n-2}C_n \\
 &= {}_{n+2}C_{(n+2)-(n-1)} + {}_{n+2}C_{(n+2)-n} \\
 &= {}_{n+2}C_3 + {}_{n+2}C_2 \\
 &= \frac{(n+2)(n+1)n}{3 \times 2 \times 1} + \frac{(n+2)(n+1)}{2 \times 1} = 56 \\
 &(n+2)(n+1)n + 3(n+2)(n+1) = 6 \times 56 \\
 &(n+1)(n+2)(n+3) = 6 \times 7 \times 8 \\
 &\text{따라서 } n = 5
 \end{aligned}$$

2. 정답 ①

$$\begin{aligned}
 & {}_{10}C_{n^2+1} = {}_{10}C_{2n+4} \text{이므로} \\
 & n^2 + 1 = 2n + 4, \quad n^2 - 2n - 3 = 0 \\
 & (n-3)(n+1) = 0, \quad n = 3 \\
 & \text{또한, } {}_{10}C_{n^2+1} = {}_{10}C_{9-n^2} \text{이므로 } {}_{10}C_{9-n^2} = {}_{10}C_{2n+4} \text{에서} \\
 & 9 - n^2 = 2n + 4, \quad n^2 + 2n - 5 = 0 \quad \dots\dots ㉠ \\
 & \text{그런데 ㉠을 만족시키는 자연수 } n \text{은 존재하지 않는다.} \\
 & \text{따라서 자연수 } n \text{의 개수는 1이다.}
 \end{aligned}$$

3. 정답 ⑤

$$\begin{aligned}
 & {}_4C_1 = 4, \quad {}_4C_2 = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6, \quad {}_4C_3 = {}_4C_1 = 4, \quad {}_4C_4 = 1 \\
 & \text{따라서 } A = \{1, 4, 6\} \text{이므로 } A \cap B = \{4, 6\} \text{이다.} \\
 & \text{그러므로 집합 } A \cap B \text{의 모든 원소의 합은} \\
 & 4 + 6 = 10
 \end{aligned}$$

4. 정답 ①

$$\begin{aligned}
 & {}_{n+2}C_{m+1} : {}_{n+2}C_{m+2} = 1 : 1 \text{에서 } {}_{n+2}C_{m+1} = {}_{n+2}C_{m+2} \\
 & \text{즉, } {}_{n+2}C_{(n+2)-(m+1)} = {}_{n+2}C_{m+2} \text{이므로} \\
 & n - m + 1 = m + 2, \quad 2m - n = -1 \quad \dots\dots ㉠ \\
 & {}_{n+2}C_m : {}_{n+2}C_{m+1} = 3 : 5 \text{에서} \\
 & {}_{3n+2}C_{m+1} = {}_{5n+2}C_m \\
 & \text{즉, } 3 \times \frac{{}_{n+2}P_{m+1}}{(m+1)!} = 5 \times \frac{{}_{n+2}P_m}{m!} \text{이므로} \\
 & \frac{3(n+2-m)}{m+1} = 5, \quad 3n+6-3m = 5m+5 \\
 & 8m-3n = 1 \quad \dots\dots ㉡ \\
 & ㉠, ㉡을 연립하여 풀면 } m = 2, \quad n = 5 \\
 & \text{따라서 } mn = 10
 \end{aligned}$$

5. 정답 ③

$$\sum_{k=1}^{10} (-1)^{k-1} {}_{18}C_{2k-2} = {}_{18}C_0 - {}_{18}C_2 + {}_{18}C_4 - \dots + {}_{18}C_{16} - {}_{18}C_{18}$$

이때, ${}_{18}C_0 = {}_{18}C_8$, ${}_{18}C_2 = {}_{18}C_{16}$, $\dots$, ${}_{18}C_8 = {}_{18}C_{10}$ 이므로

$$\sum_{k=1}^{10} (-1)^{k-1} {}_{18}C_{2k-2} = 10$$

6. 정답 ④

특정한 2명은 포함되었다고 생각하면 나머지 5명 중에서 $(n-2)$ 명을 뽑는 경우의 수가 10이 되어야 하므로

$${}_5C_{n-2} = 10$$

$$\text{이때 } {}_5C_3 = {}_5C_2 = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10 \text{이므로}$$

$$n-2 = 3 \text{ 또는 } n-2 = 2$$

$$n = 5 \text{ 또는 } n = 4$$

따라서 모든 n 의 값의 합은

$$5 + 4 = 9$$

7. 정답 ⑤

10 이하의 자연수 중에서 소수는 2, 3, 5, 7의 4개이고 합성수는 4, 6, 8, 9, 10의 5개이므로 구하는 부분집합의 개수는

$${}_4C_2 \times {}_5C_2 = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} \times \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 60$$

8. 정답 ①

남자 선수 n 명 중에서 1명을 뽑고, 여자 선수 $(n+1)$ 명 중에서 1명을 뽑으면 남녀 혼합복식 팀을 구성할 수 있으므로

$${}_nC_1 \times {}_{n+1}C_1 = n(n+1) = 12$$

$$n^2 + n - 12 = 0, \quad (n+4)(n-3) = 0$$

따라서 $n = 3$ 이므로 여자 선수는 모두 4명이다.

4명의 여자 선수 중에서 2명을 뽑으면 여자 복식 팀을 구성할 수 있으므로 여자 복식 팀의 수는

$${}_4C_2 = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$$

9. 정답 ③

8개의 자연수 중에서 2개를 뽑으면 크기가 정해져 있으므로 x_1, x_2 가 결정된다.

따라서 구하는 조합의 수는

$${}_8C_2 = \frac{8 \times 7}{2 \times 1} = 28$$

10. 정답 ③

1부터 6까지의 자연수 중에서 서로 다른 두 수를 뽑는 경우의 수는

$${}_6C_2 = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15$$

이 중에서 $1 \times 6 = 2 \times 3$, $2 \times 6 = 3 \times 4$ 는 서로 같은 결과의
수이므로 구하는 서로 다른 수의 개수는

$$15 - 2 = 13$$

11. 정답 ①

0부터 9까지의 10개의 숫자 중에서 4개의 숫자를 뽑는다.

예를 들어, 0, 2, 3, 4가 뽑혔다면
 $a = 4$, $b = 3$, $c = d = 2$, $e = 0$ 이라 하면 되므로 구하
는 자연수의 개수는

$${}_{10}C_4 = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 210$$

12. 정답 ④

인문학 도서를 선택한 개수를 a , 과학 도서를 선택한 개수를
 b , 소설을 선택한 개수를 c 라고 하면 $a \geq 1$, $c \leq 20$ 이므
로 가능한 순서쌍 (a, b, c) 는

$(1, 0, 2), (2, 0, 1), (1, 1, 1), (3, 0, 0), (2, 1, 0), (1, 2, 0)$

따라서 구하는 모든 경우의 수는

$${}_3C_1 \times {}_4C_2 + {}_3C_2 \times {}_4C_1 + {}_3C_1 \times {}_4C_1 \times {}_4C_1 + {}_3C_3 + {}_3C_2 \times {}_4C_1 + {}_3C_1 \times {}_4C_2$$

$$= 3 \times \frac{4 \times 3}{2 \times 1} + 3 \times 4 + 3 \times 4 \times 4 + 1 + 3 \times 4 + 3 \times \frac{4 \times 3}{2 \times 1}$$

$$= 18 + 12 + 48 + 1 + 12 + 18 = 109$$

13. 정답 ⑤

4개의 짝수 중에서 3개를 선택하고, 4개의 홀수 중에서 2개를
선택한 후 일렬로 나열하면 되므로 구하는 자연수의 개수
는

$${}_4C_3 \times {}_4C_2 \times 5! = 4 \times \frac{4 \times 3}{2 \times 1} \times 120 = 2880$$

14. 정답 21600

한국영화는 5편 중에서 4편을 상영하고, 외화는 4편 중에서
2편을 상영하면 되므로 구하는 경우의 수는

$${}_5C_4 \times {}_4C_2 \times 6! = 5 \times \frac{4 \times 3}{2 \times 1} \times 720 = 21600$$

15. 정답 ②

D, E, F 중에서 2명을 뽑는 경우의 수는 ${}_3C_2 = 3$

A, B, C를 한 사람으로 보고 세 사람을 일렬로 세우는 경우
의 수는

$$3! = 6$$

이때, A, B, C끼리 자리를 바꾸는 경우의 수는 $3! = 6$

따라서 구하는 경우의 수는

$$3 \times 6 \times 6 = 108$$

16. 정답 ②

6개의 숫자 중에서 3개의 숫자를 선택하는 경우의 수는

$${}_6C_3 = \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = 20$$

이때, 선택된 3개의 숫자로 네 자리의 자연수를 만들려면 1개
의 숫자는 반드시 두 번 사용해야 하므로 가능한 경우의
수는

$${}_3C_1 \times \frac{4!}{2!} = 3 \times 12 = 36$$

따라서 구하는 자연수의 개수는

$$20 \times 36 = 720$$

17. 정답 ③

0부터 9까지의 숫자 중에서 2개의 숫자를 선택하는 경우의
수는

$${}_{10}C_2 = \frac{10 \times 9}{2 \times 1} = 45$$

같은 숫자가 2개씩인 4개의 수를 나열하는 경우의 수는

$$\frac{2 \times 4!}{2!2!} = 6$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$45 \times 6 = 270$$

18. 정답 ⑤

10권의 책 중에서 6권의 책을 선택하는 경우의 수는

$${}_{10}C_6 = {}_{10}C_4 = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 210$$

이 각각에 대하여 3개의 칸에 책을 꽂는 경우의 수는 집합

$$X = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6\} \text{에서 집합}$$

$$Y = \{b_1, b_2, b_3\} \text{로의 함수의 개수와 같으므로 } {}_3\Pi_6 = 3^6$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$210 \times 3^6 = 70 \times 3^7$$

19. 정답 ①

6개의 색 중에서 2개를 선택하여 안쪽의 직사각형을 칠하는
경우의 수는

$${}_6C_2 = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15$$

나머지 4개의 색을 나머지 4개의 영역에 칠하는 경우의 수는

$$4! = 24$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$15 \times 24 = 360$$

20. 정답 ⑤

남학생 4명, 여학생 4명의 8명 중에서 2명의 식사당반을 정하

는 경우의 수는

$${}_8C_2 = \frac{8 \times 7}{2 \times 1} = 28$$

이때, 남학생 4명 중에서 2명을 식사당번으로 정하는 경우의 수는

$${}_4C_2 = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$28 - 6 = 22$$

21. 정답 ①

1부터 10까지의 자연수 중에서 4개의 수를 뽑아 크기의 순서에 따라 일렬로 나열하는 경우의 수는

$${}_{10}C_4 \times 2 = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7}{4 \times 3 \times 2 \times 1} \times 2 = 420$$

1, 3, 5, 7, 9의 5개의 홀수 중에서 4개를 뽑아 크기의 순서에 따라 일렬로 나열하는 경우의 수는

$${}_5C_4 \times 2 = 5 \times 2 = 10$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$420 - 10 = 410$$

22. 정답 ④

$A = \{1, 2, 3, \dots, 9, 10\}$ 이므로 $n(A) = 10$

10개의 원소 중에서 5개의 원소를 선택하는 경우의 수는

$${}_{10}C_5 = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 252$$

또한, 집합 A 의 원소 중 6의 약수는 1, 2, 3, 6이므로 이 4개의 원소 중에서 0개 또는 1개가 포함되는 경우의 수는

$${}_6C_5 + {}_6C_4 \times {}_4C_1 = {}_6C_1 + {}_6C_2 \times {}_4C_1 = 6 + \frac{6 \times 5}{2 \times 1} \times 4 = 66$$

따라서 구하는 집합 B 의 개수는

$$252 - 66 = 186$$

23. 정답 ②

8개의 점 중에서 3개의 점을 선택하는 경우의 수는

$${}_8C_3 = \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} = 56$$

이때, 일직선 위에 있는 3개의 점으로 삼각형을 만들 수 없으므로 삼각형을 만들 수 없는 경우의 수는

$${}_5C_3 + {}_4C_3 = {}_5C_2 + {}_4C_1 = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} + 4 = 14$$

따라서 삼각형의 개수는

$$56 - 14 = 42$$

24. 정답 ④

세 가지 방향 $\rightarrow, \searrow, \swarrow$ 을 각각 a, b, c 라고 하면 a 가 2개,

b 가 3개, c 가 4개이고 사각형을 만들 수 있는 경우의 수는 다음과 같다.

(i) a 가 2개, b 가 2개일 때,

$${}_2C_2 \times {}_3C_2 = 1 \times 3 = 3$$

(ii) a 가 2개, c 가 2개일 때,

$${}_2C_2 \times {}_4C_2 = 1 \times \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$$

(iii) b 가 2개, c 가 2개일 때,

$${}_3C_2 \times {}_4C_2 = 3 \times \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 18$$

(iv) a 가 2개, b 가 1개, c 가 1개일 때,

$${}_2C_2 \times {}_3C_1 \times {}_4C_1 = 1 \times 3 \times 4 = 12$$

(v) a 가 1개, b 가 2개, c 가 1개일 때,

$${}_2C_1 \times {}_3C_2 \times {}_4C_1 = 2 \times 3 \times 4 = 24$$

(vi) a 가 1개, b 가 1개, c 가 2개일 때,

$${}_2C_1 \times {}_3C_1 \times {}_4C_2 = 2 \times 3 \times \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 36$$

따라서 구하는 사각형의 개수는

$$3 + 6 + 18 + 12 + 24 + 36 = 99$$

25. 정답 ③

윗변에서 두 개의 점을 선택하고, 아랫변에서도 두 개의 점을 선택하면 반드시 교점이 한 개 생기도록 선분을 그을 수 있다.

따라서 구하는 경우의 수는

$${}_4C_2 \times {}_4C_2 = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} \times \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 36$$

26. 정답 ③

(i) $x + y + z = 3$ 을 만족시키는 음이 아닌 정수해의 개수는

$${}_3H_3 = {}_{3+3-1}C_3 = {}_5C_3 = {}_5C_2 = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$$

(ii) $x + y + z = 2$ 를 만족시키는 음이 아닌 정수해의 개수는

$${}_3H_2 = {}_{3+2-1}C_2 = {}_4C_2 = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$$

(iii) $x + y + z = 1$ 을 만족시키는 음이 아닌 정수해의 개수는

$${}_3H_1 = {}_{3+1-1}C_1 = {}_3C_1 = 3$$

(iv) $x + y + z = 0$ 을 만족시키는 음이 아닌 정수해의 개수는

$${}_3H_0 = {}_{3+0-1}C_0 = {}_2C_0 = 1$$

따라서 구하는 정수해의 개수는

$$10 + 6 + 3 + 1 = 20$$

27. 정답 ④

과일바구니에 담긴 사과와 배의 개수를 x , 오렌지

의 개수를 z 라고 하면

$$x + y + z = 8$$

.....㉠

㉠을 만족시키는 음이 아닌 정수해의 개수는

$${}_3H_8 = {}_{3+8-1}C_8 = {}_{10}C_8 = {}_{10}C_2 = \frac{10 \times 9}{2 \times 1} = 45$$

이때, $x = 0, y = 0, z = 8$ 인 경우는 제외해야 하므로 구하는 서로 다른 과일바구니의 개수는

$$45 - 1 = 44$$

28. 정답 ①

빨간색 볼펜 8자루를 5명의 학생에게 각각 1개씩 나누어 주고 나머지 3자루의 볼펜을 5명의 학생에게 나누어 주면 되므로 빨간색 볼펜을 나누어 주는 경우의 수는 5명의 학생이 갖는 볼펜의 개수를 a, b, c, d, e (a, b, c, d, e 는 음이 아닌 정수)라고 할 때, 방정식 $a + b + c + d + e = 3$ 의 해의 개수와 같다.

$$\text{즉, } {}_5H_3 = {}_{5+3-1}C_3 = {}_7C_3 = \frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1} = 35$$

또한, 5명의 학생이 갖는 검은색 볼펜의 개수를 x, y, z, w, v 라고 하면

$$x + y + z + w + v = 15$$

이때, $x = 2x' + 1, y = 2y' + 1, z = 2z' + 1, w = 2w' + 1, v = 2v' + 1$ (x', y', z', w', v' 는 음이 아닌 정수)이라고 하면

$$(2x' + 1) + (2y' + 1) + (2z' + 1) + (2w' + 1) + (2v' + 1) = 15$$

$$x' + y' + z' + w' + v' = 5$$

위의 방정식의 음이 아닌 정수해의 개수는

$${}_5H_5 = {}_{5+5-1}C_5 = {}_9C_5 = {}_9C_4 = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 126$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$35 \times 126 = 4410$$

29. 정답 ①

a 를 제외한 $(b + c + d)^6$ 의 전개식의 항의 개수는

$${}_3H_6 = {}_{3+6-1}C_6 = {}_8C_6 = {}_8C_2 = \frac{8 \times 7}{2 \times 1} = 28$$

이 중에서 b 를 포함하지 않는 항의 개수는 $(c + d)^6$ 의 전개식의 항의 개수와 같으므로

$${}_2H_6 = {}_{2+6-1}C_6 = {}_7C_6 = 7$$

따라서 구하는 항의 개수는

$$28 - 7 = 21$$

30. 정답 ⑤

$f(1), f(3), f(5)$ 의 값은 1, 2, 3, 4, 5 중에서 중복을 허락하여 3개를 선택하면 되므로

$${}_5H_3 = {}_{5+3-1}C_3 = {}_7C_3 = \frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1} = 35$$

또한, $f(2), f(4)$ 의 값은 1, 2, 3, 4, 5 중에서 중복을 허락하여 2개를 선택하여 나열하면 되므로

$${}_5\Pi_2 = 5^2 = 25$$

따라서 구하는 함수 f 의 개수는

$$35 \times 25 = 875$$

31. 정답 ②

$f(0) = 4$ 이므로 $f(-2), f(-1)$ 의 값은 0, 2 중에서 서로 다른 2개를 선택하면 되므로

$${}_2C_2 = 1$$

$f(1), f(2), f(3)$ 의 값은 6, 8, 10, 12 중에서 서로 다른 3개를 선택하면 되므로

$${}_4C_3 = {}_4C_1 = 4$$

따라서 구하는 함수 f 의 개수는

$$1 \times 4 = 4$$

32. 정답 ④

(i) $f(1) = 4$ 인 경우

조건 (나)를 만족시키려면 $f(2), f(3)$ 의 값은 1, 2, 3 중에서 서로 다른 2개를 택하면 되므로

$${}_3C_2 = {}_3C_1 = 3$$

(ii) $f(1) = 5$ 인 경우

조건 (나)를 만족시키려면 $f(2), f(3)$ 의 값은 1, 2, 3, 4 중에서 서로 다른 2개를 택하면 되므로

$${}_4C_2 = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$$

(iii) $f(1) = 6$ 인 경우

조건 (나)를 만족시키려면 $f(2), f(3)$ 의 값은 1, 2, 3, 4, 5 중에서 서로 다른 2개를 택하면 되므로

$${}_5C_2 = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$$

따라서 구하는 함수 f 의 개수는

$$3 + 6 + 10 = 19$$

33. 정답 600

(i) 0을 포함하지 않는 경우

0을 제외한 5개의 숫자 중에서 3개의 숫자를 뽑는 경우의 수는

$${}_5C_3 = {}_5C_2 = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$$

예를 들어 1, 2, 3이 뽑혔다면 네 자리의 자연수의 개수는

$$3 \times \frac{4!}{2!} = 36$$

따라서 네 자리의 자연수의 개수는 $10 \times 36 = 360$

(ii) 0을 포함하는 경우

0을 제외한 5개의 숫자 중에서 2개의 숫자를 뽑는 경우의 수는

$${}_5C_2 = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$$

예를 들어 0, 1, 2가 뽑혔다면 네 자리의 자연수의 개수는

$$3 \times \frac{4!}{2!} - \left(3! + \frac{3!}{2!} \times 2 \right) = 36 - 12 = 24$$

따라서 네 자리의 자연수의 개수는 $10 \times 24 = 240$

(i), (ii)에서 구하는 네 자리의 자연수의 개수는

$$360 + 240 = 600$$

34. 정답 40

제1열에 수를 나열하는 경우의 수는 홀수 1, 3, 5, 7, 9 중에서 3개를 뽑으면 순서가 정해져 있으므로

$${}_5C_3 = {}_5C_2 = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$$

제3열에 수를 나열하는 경우의 수는 짝수 2, 4, 6, 8 중에서 3개를 뽑으면 순서가 정해져 있으므로

$${}_4C_3 = {}_4C_1 = 4$$

제2열에 수를 나열하는 경우의 수는 나머지 세 수를 나열하면 되고 순서가 정해져 있으므로 1이다.

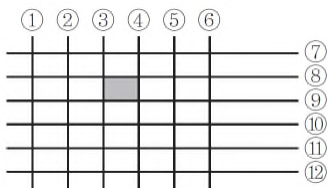
따라서 구하는 모든 경우의 수는

$$10 \times 4 \times 1 = 40$$

35. 정답 153

가로로 평행한 6개의 직선 중에서 2개, 세로로 평행한 6개의 직선 중에서 2개를 선택하면 하나의 사각형을 만들 수 있으므로 모든 사각형의 개수는

$${}_6C_2 \times {}_6C_2 = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} \times \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 225$$



색칠된 부분을 포함하는 사각형의 개수는 ①, ②, ③ 중에서 1개, ④, ⑤, ⑥ 중에서 1개, ⑦, ⑧ 중에서 1개, ⑨, ⑩, ⑪, ⑫ 중에서 1개를 택하면 되므로

$$3 \times 3 \times 2 \times 4 = 72$$

따라서 구하는 사각형의 개수는

$$225 - 72 = 153$$

36. 정답 ③

‘앞뒤’가 2개, ‘뒤앞’이 2개 나오는 경우는 ‘앞뒤앞뒤’ 또는 ‘뒤앞뒤앞’의 두 가지이다.

(i) ‘앞뒤앞뒤’인 경우

동전이 모두 14개이므로 ‘뒤’가 11개 나오고 ‘앞’이 3개 나와야 한다.

따라서 11개의 ‘뒤’를 나열한 후에 맨 앞과 맨 뒤에 ‘앞’을 넣고 11개의 ‘뒤’가 나온 동전 사이의 10곳에 ‘앞’이 나온 동전을 넣는 경우의 수는

$${}_{10}C_2 = 10$$

(ii) ‘뒤앞뒤앞’인 경우

동전이 모두 14개이므로 ‘뒤’가 12개 나오고 ‘앞’이 2개 나와야 한다.

따라서 12개의 ‘뒤’를 나열한 후에 12개의 동전 사이의 11곳에 ‘앞’이 나온 동전을 넣는 경우의 수는

$${}_{11}C_2 = \frac{11 \times 10}{2 \times 1} = 55$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$10 + 55 = 65$$

37. 정답 ⑤

세 개의 모서리에서 각각 1개의 점을 선택하면 1개의 삼각형이 결정되므로 삼각형의 개수는

$${}_5C_1 \times {}_5C_1 \times {}_5C_1 = 5 \times 5 \times 5 = 125$$

한 모서리에서 2개의 점을 택하고 다른 한 모서리에서 한 개의 점을 택하면 삼각형이 결정되므로 삼각형의 개수는

$$3 \times {}_5C_2 \times ({}_5C_1 + {}_5C_1) = 3 \times \frac{5 \times 4}{2 \times 1} \times (5 + 5) = 300$$

따라서 구하는 삼각형의 개수는

$$125 + 300 = 425$$