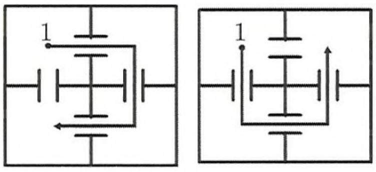
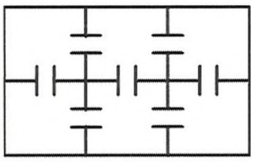
1. 순열(모의기출 유형)

1. [그림1]과 같이 네 개의 방이 통로로 연결되어 있을 때, 어느 한 방에서 출발하여 모든 방을 한 번만 방문하는 방법의 수는 출발하는 방의 경우의 수가 4(가지)이고 각 경우에 모든 방을 방문하는 방법의 수는 2(가지)이므로, $4\times2=8$(가지)이다.



[그림1]



[그림2]

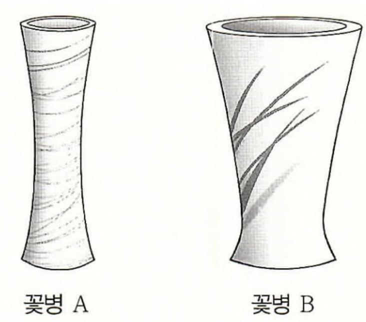
[그림2]와 같이 6개의 방이 통로로 연결되어 있을 때, 어느 한 방에서 출발하여 모든 방을 한 번만 방문하는 방법의 수는? [4점]

① 12가지 ② 14가지 ③ 15가지
④ 16가지 ⑤ 18가지

2. 집합 $\{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10,\ 12\}$에서 선택한 세 개의 원소 $a_1,\ a_2,\ a_3$이 $2a_2=a_1+a_3$을 만족시키는 경우의 수는? (단, $a_1<a_2<a_3$이다.) [3점]

① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

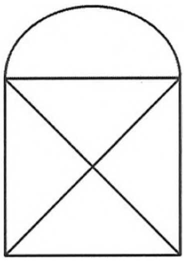
3. 장미 8송이, 카네이션 6송이, 백합 8송이가 있다. 이 중 1송이를 골라 꽃병 A에 꽂고, 이 꽃과는 다른 종류의 꽃들 중 꽃병 B에 꽂을 꽃 9송이를 고르는 경우의 수를 고르시오. (단, 같은 종류의 꽃은 서로 구분하지 않는다.) [4점]



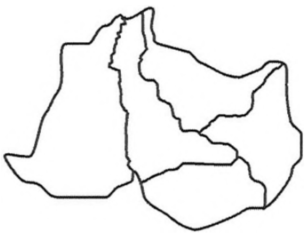
4. 동전 한 개를 던져 앞면이 나오면 H, 뒷면이 나오면 T로 나타내자. 동전 한 개를 6번 던져 HTHTTT, THTHHT와 같이 H 바로 다음에 T가 나오는 경우가 2번만 나타나는 모든 경우의 수는? [4점]

① 19 ② 21 ③ 23
④ 25 ⑤ 27

5. 그림과 같이 다섯 개의 영역으로 나누어진 도형이 있다. 각 영역에 빨간색, 노란색, 파란색 중 한 가지 색을 칠하는데, 인접한 영역은 서로 다른 색을 칠하여 구별하려고 한다. 칠할 수 있는 방법의 수를 구하시오. [4점]

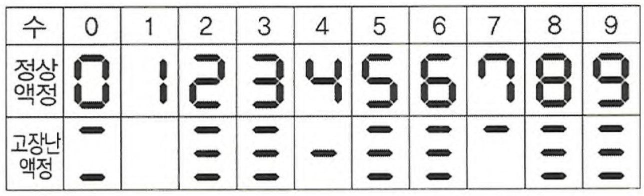


6. 서로 다른 네 가지의 색이 있다. 이 중 네 가지 이하의 색을 이용하여 인접한 행정 구역을 구별할 수 있도록 모두 칠하고자 한다. 다섯 개의 구역을 서로 다른 색으로 칠할 수 있는 모든 경우의 수는? (단, 행정 구역에는 한 가지 색만을 칠한다.) [3점]

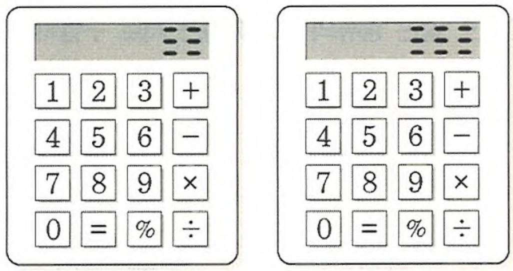


① 108　　② 144　　③ 216
④ 288　　⑤ 324

7. 다음과 같이 액정의 고장으로 가로 선만 표시되는 전자계산기가 있다.



[그림1]과 같이 액정에 표시된 두 자리 자연수 A에 대하여 $\boxed{\times}$,$\boxed{5}$,$\boxed{=}$의 버튼을 순서대로 눌렀더니 [그림2]와 같은 세 자리수가 액정에 표시되었다.



[그림1]　　[그림2]

이때 A가 될 수 있는 모든 수들의 합을 구하시오. [4점]

8. 1, 2, 3으로 만들 수 있는 세 자리의 자연수는 27개가 있다. 이 중에서 다음 규칙을 만족시키는 세 자리의 자연수의 개수를 구하시오. [3점]

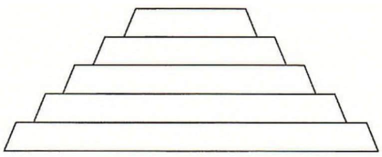
(가) 1 바로 다음에는 3이다. (나) 2 바로 다음에는 1 또는 3이다. (다) 3 바로 다음에는 1 또는 2 또는 3이다.

9. a, b, c, d, e 모두 사용하여 만든 다섯 자리 문자열 중에서 다음 세 조건을 만족시키는 문자열의 개수는?

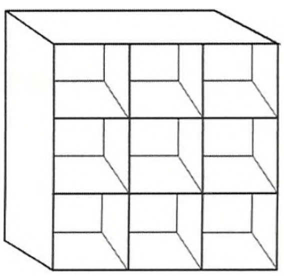
(가) 첫째 자리에는 b가 올 수 없다.
(나) 셋째 자리에는 a도 올 수 없고 b도 올 수 없다.
(다) 다섯째 자리에는 b도 올 수 없도 c도 올 수 없다.

① 24　② 28　③ 32
④ 36　⑤ 40

10. 그림과 같은 모양의 종이에 서로 다른 3가지 색을 사용하여 색칠하려고 한다. 이웃한 사다리꼴에는 서로 다른 색을 칠하고, 맨 위의 사다리꼴과 맨 아래의 사다리꼴에 서로 다른 색을 칠한다. 5개의 사다리꼴에 색을 칠하는 방법의 수를 구하시오. [4점]



11. 세 종류의 상품이 3개씩 있다. 이 상품을 그림과 같은 진열장에 한 칸에 하나씩 모두 진열하고자 한다. 가로줄에는 서로 다른 세 종류의 상품을 진열하고 세로줄에는 같은 종류의 상품이 이웃하지 않게 진열하는 방법의 수는? [4점]



① 24　② 30　③ 36
④ 42　⑤ 48

12. 다음은 네 자연수 1, 2, 3, 4를 한 번씩 사용하여 만든 네 자리 정수를 크기순으로 나열한 것이다.

1234	1243	...	1423	1432
2134	2143	...	2413	2431
3124	3142	...	3412	3421
4123	4132	...	4312	4321

위의 모든 수들의 총합은?

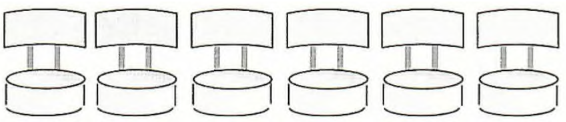
① 88880　② 77770　③ 66660
④ 55550　⑤ 44440

13. 어느 회사에서 사원 연수를 위하여 네 지역 서울, 부산, 광주, 대구에서 각각 3명씩 모두 12명의 사원을 선발하였다. 같은 지역에서 선발된 사원끼리는 같은 조에 속하지 않도록 각 지역에서 한 명씩 선택하여 4명으로 구성된 3개의 조로 나누는 방법의 수는? [3점]

① 80　② 144　③ 216
④ 240　⑤ 288

14. 그림과 같이 여섯 칸으로 나누어진 직사각형의 각 칸에 6개의 수 1, 2, 4, 6, 8, 9를 한 개씩 써 넣으려고 한다. 각 가로줄에 있는 세 수의 합이 서로 같은 경우의 수를 구하시오. [3점]

15. 그림과 같이 의자 6개가 나란히 설치되어 있다. 여학생 2명과 남학생 3명이 모두 의자에 앉을 때, 여학생이 이웃하지 않게 앉는 경우의 수를 구하시오. (단, 두 학생 사이에 빈 의자가 있는 경우는 이웃하지 않는 것으로 한다.) [4점]



16. 6개의 숫자 1, 2, 3, 5, 7, 9를 이용하여 다섯 자리 자연수를 만들 때 7만 중복하여 사용할 수 있다. 7을 2개 이상 포함하고, 7끼리는 이웃하지 않는 서로 다른 자연수의 개수를 구하시오. [3점]

17. 4명이 영화관에 갔더니 관람이 가능한 서로 다른 영화 3편이 있었다. 각자 한 편만 선택하기로 하였다면 4명이 영화를 선택할 수 있는 경우의 수는? [3점]

① 12 ② 24 ③ 48
④ 64 ⑤ 81

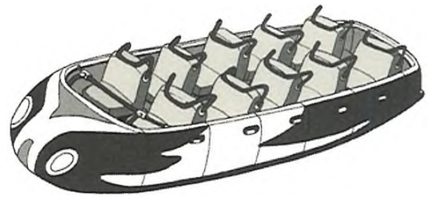
18. 1층에서 5명이 엘리베이터를 타고 출발하였다. 이들은 4층부터 7층까지 어느 한 층에서 내리며 7층에서는 엘리베이터에 남은 사람들은 모두 내린다. 이 때, 내리는 모든 방법의 수는?
(단, 2, 3층은 멈추지 않으며 어느 한 층에서 모두 내릴 수도 있다.) [4점]

① 800 ② 1010 ③ 1024
④ 1204 ⑤ 2048

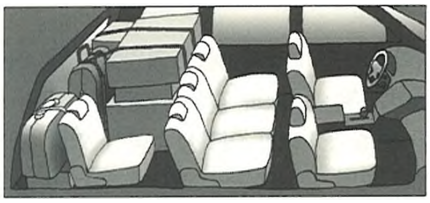
19. 1층에서 5명이 엘리베이터를 타고 출발하였다. 이들은 4층부터 7층까지 어느 한 층에서 내리며 7층에서는 엘리베이터에 남은 사람들은 모두 내린다. 이 때, 내리는 모든 방법의 수는?
(단, 2, 3층은 멈추지 않으며 어느 한 층에서 모두 내릴 수도 있다.) [4점]

① 800 ② 1010 ③ 1024
④ 1204 ⑤ 2048

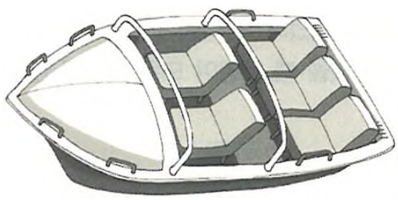
20. 남학생 2명과 여학생 2명이 함께 놀이 공원에 가서 어느 놀이기구를 타려고 한다. 이 놀이기구는 그림과 같이 한 줄에 2개의 의자가 있고 모두 5줄로 되어 있다. 남학생 1명과 여학생 1명이 짝을 지어 2명씩 같은 줄에 앉을 때, 4명이 모두 놀이기구의 의자에 앉는 방법의 수를 구하시오. [4점]



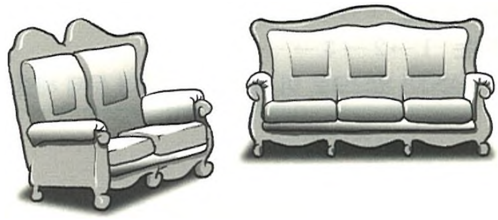
21. 할머니, 할아버지, 어머니, 아버지, 영희, 철수 모두 6명의 가족이 자동차를 타고 여행을 가려고 한다. 이 자동차에는 앉을 수 있는 좌석이 그림과 같이 앞줄에 2개, 가운데 줄에 3개, 뒷줄에 1개가 있다. 운전석에는 아버지나 어머니만 앉을 수 있고, 영희와 철수는 가운데 줄에만 앉을 수 있을 때, 가족 6명이 모두 자동차의 좌석에 앉는 경우의 수를 구하시오. [4점]



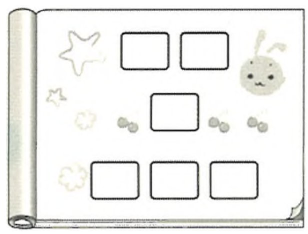
22. 어른 2명과 어린이 3명이 함께 놀이 공원에 가서 어느 놀이기구를 타려고 한다. 이 놀이기구는 그림과 같이 앞줄에 2개, 뒷줄에 3개의 의자가 있다. 어린이가 어른과 반드시 같은 줄에 앉을 때, 5명이 모두 놀이기구의 의자에 앉는 방법의 수를 구하시오. [4점]



23. A, B, C, D, E의 5명이 3인용 소파에 3명, 2인용 소파에 2명으로 나누어 앉으려고 한다. 이때 A와 B가 같은 소파에 이웃하여 앉는 방법의 수를 구하시오. [4점]

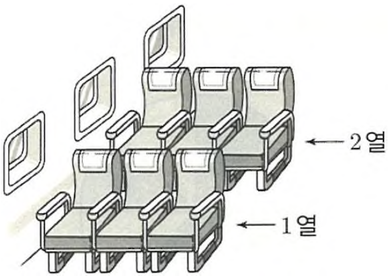


24. 다음 그림의 빈칸에 6장의 사진 A, B, C, D, E, F를 하나씩 배치하여 사진첩의 한 면을 완성할 때, A와 B가 이웃하는 경우의 수는?
(단, 옆으로 이웃하는 경우만 이웃하는 것으로 한다.) [4점]

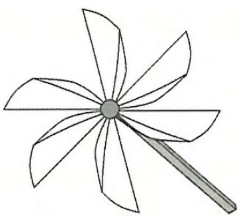


① 128 ② 132 ③ 136
④ 140 ⑤ 144

25. 할아버지, 할머니, 아버지, 어머니, 아들, 딸로 구성된 가족이 있다. 이 가족 6명이 그림과 같은 6개의 좌석에 모두 앉을 때, 할아버지, 할머니가 같은 열에 이웃하여 앉고, 아버지, 어머니도 같은 열에 이웃하여 앉는 경우의 수를 구하시오. [4점]



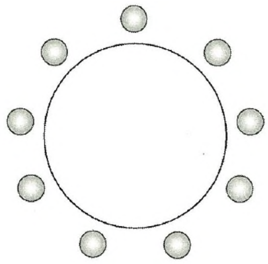
26. 빨간색과 파란색을 포함한 서로 다른 6가지의 색을 모두 사용하여 날개가 6개인 바람개비의 각 날개에 색칠하려고 한다. 빨간색과 파란색을 서로 맞은편의 날개에 칠하는 경우의 수는? (단, 각 날개에는 한 가지 색만 칠하고, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]



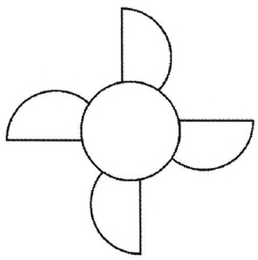
① 12 ② 18 ③ 24
④ 30 ⑤ 36

27. 남학생 4명, 여학생 2명이 그림과 같이 9개의 자리가 있는 원탁에 다음 두 조건에 따라 앉으려고 할 때, 앉을 수 있는 모든 경우의 수를 구하시오.
(단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4점]

(가) 남학생, 여학생 모두 같은 성별끼리 2명씩 조를 만든다.
(나) 서로 다른 두 개의 조 사이에 반드시 한 자리를 비워둔다.

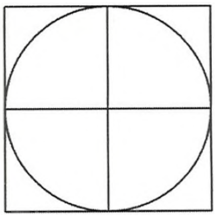


28. a, b, c, d 4가지 색의 일부 또는 전부를 사용하여 그림과 같은 프로펠러의 중앙 부분과 4개의 날개 부분을 모두 칠하려고 한다. 인접한 중앙 부분과 날개 부분은 서로 다른 색으로 칠하기로 할 때, 칠할 수 있는 방법의 수는? (단, 4개의 날개는 모두 합동이고, 회전하여 같은 경우에는 한 가지 방법으로 한다.) [4점]



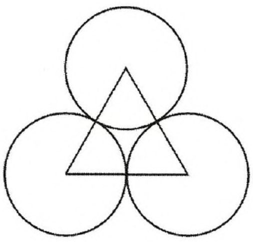
① 60 ② 72 ③ 84
④ 96 ⑤ 108

29. 정사각형에 내접하는 원을 4등분하여 그림과 같은 도형을 만들었다. 도형의 한 영역에 한 가지 색만 사용하여 8개의 영역에 서로 다른 8가지 색을 모두 칠하는 방법의 수는? (단, 회전에 의하여 겹쳐지는 것들은 같은 것으로 한다.) [3점]



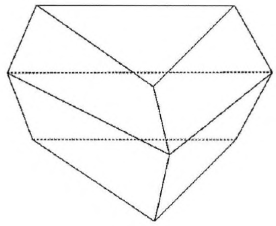
① 1680 ② 7260 ③ 10080
④ 11000 ⑤ 12680

30. 아래 그림과 같이 서로 접하고 크기가 같은 원 3개와 이 세 원의 중심을 꼭짓점으로 하는 정삼각형이 있다. 원의 내부 또는 정삼각형의 내부에 만들어지는 7개의 영역에 서로 다른 7가지 색을 모두 사용하여 칠하려고 한다. 한 영역에 한 가지 색만을 칠할 때, 색칠한 결과로 나올 수 있는 경우의 수는?
(단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4점]



① 1260 ② 1680 ③ 2520
④ 3760 ⑤ 5040

31. 아래 그림과 같이 합동인 정삼각형 2개와 합동인 등변사다리꼴 6개로 이루어진 팔면체가 있다. 팔면체의 각 면에는 한 가지의 색을 칠한다고 할 때, 서로 다른 8개의 색을 모두 사용하여 팔면체의 각 면을 칠하는 경우의 수는? (단, 팔면체를 회전시켰을 때 색의 배열이 일치하면 같은 경우로 생각한다.) [4점]

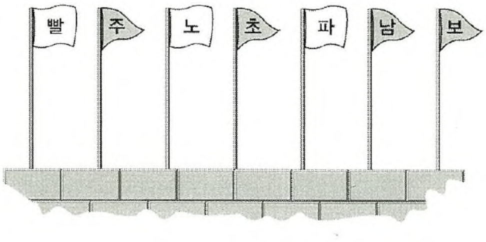


① 6520 ② 6620 ③ 6720
④ 6820 ⑤ 6920

32. CLASSIC의 7개 영문자를 일렬로 배열할 때, 영문자 A와 L이 이웃하게 배열되는 경우의 수는? [4점]
① 180 ② 240 ③ 300
④ 360 ⑤ 420

33. 6개의 문자 a, a, a, b, b, c중에서 4개를 선택하여 일렬로 나열할 때, 만들 수 있는 서로 다른 문자열의 개수는? [3점]
① 36 ② 38 ③ 40
④ 42 ⑤ 44

34. 그림과 같이 빨강, 주황, 노랑, 초록, 파랑, 남색, 보라 색깔의 깃발이 각각 하나씩 있다. 7개의 깃발을 모두 일렬로 배열할 때, 빨강이 노랑의 왼쪽에, 노랑은 파랑의 왼쪽에 위치하도록 하는 경우의 수를 구하시오.
(단, 깃발은 한 쪽 방향에서만 바라본다.) [3점]



35. 다음 표와 같이 3개 과목에 각각 2개의 수준으로 구성된 6개의 과제가 있다. 각 과목의 과제는 수준 Ⅰ의 과제를 제출한 후에만 수준 Ⅱ의 과제를 제출할 수 있다. 예를 들어 ‘국어 A → 수학 A → 국어 B → 영어 A → 영어 B →수학 B’
순서로 과제를 제출할 수 있다.

수준 \ 과목	국어	수학	영어
Ⅰ	국어 A	수학 A	영어 A
Ⅱ	국어 B	수학 B	영어 B

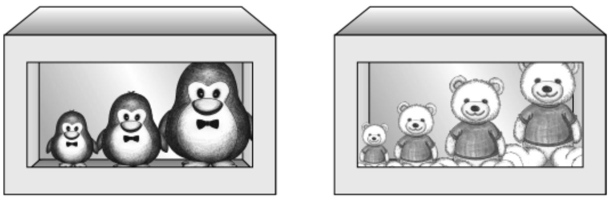
6개의 과제를 모두 제출할 때, 제출 순서를 정하는 경우의 수를 구하시오. [4점]

36. 1개의 본사와 지사로 이루어진 어느 회사의 본사로부터 각 지사까지의 거리가 표와 같다.

지사	가	나	다	라	마
거리(km)	50	50	100	150	200

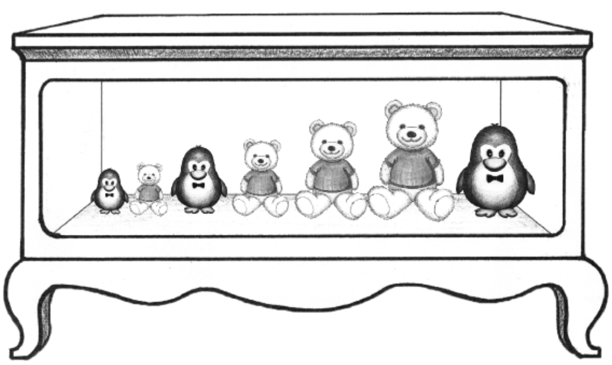
본사에서 각 지사에 A, B, C, D, E를 지사장으로 각각 발령할 때, A보다 B가 본사로부터 먼 지사의 지사장이 되도록 5명을 발령을 하는 경우의 수는? [4점]
① 50 ② 52 ③ 54
④ 56 ⑤ 58

37. 그림과 같이 크기가 서로 다른 3개의 펭귄 인형과 4개의 곰 인형이 두 상자 A, B에 왼쪽부터 크기가 작은 것에서 큰 것 순으로 담겨져 있다.


상자 A 상자 B

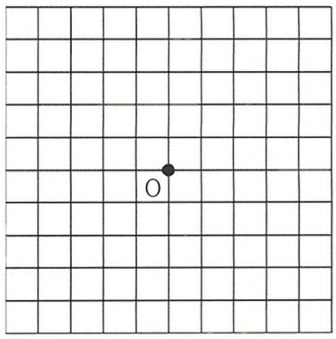
다음 조건을 만족시키도록 상자 A, B의 모든 인형을 일렬로 진열하는 경우의 수를 구하시오. [4점]

(가) 같은 상자에 담겨있는 인형은 왼쪽부터 크기가 작은 것에서 큰 것 순으로 진열한다.
(나) 상자 A의 왼쪽에서 두 번째 펭귄 인형은 상자 B의 왼쪽에서 두 번째 곰 인형보다 왼쪽에 진열한다.



38. $\frac{4}{4}$박자는 4분음을 한 박으로 하여 한마디가 네 박으로 구성된다. 예를 들어 $\frac{4}{4}$박자 한 마디는 4분음표(♩) 또는 8분 음표(♪)만을 사용하여 ♩♩♩♩ 또는 ♪♩♪♩♩와 같이 구성할 수 있다. 4분 음표 또는 8분 음표만 사용하여 $\frac{4}{4}$박자의 한마디를 구성하는 경우의 수를 구하시오. [4점]

39. 그림과 같이 이웃한 두 교차로 사이의 거리가 모두 1인 바둑판 모양의 도로망이 있다. 로봇이 한 번 움직일 때마다 길을 따라 거리 1만큼씩 이동한다. 로봇은 길을 따라 어느 방향으로도 움직일 수 있지만, 한 번 통과한 지점을 다시 지나지는 않는다. 이 로봇이 지점 O에서 출발하여 4번 움직일 때, 가능한 모든 경로의 수는?
(단, 출발점과 도착점은 일치하지 않는다.) [4점]

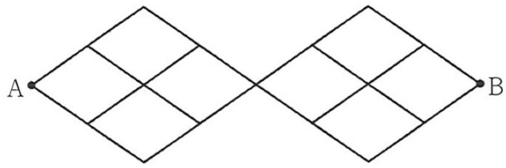


① 88 ② 96 ③ 100
④ 104 ⑤ 112

40. '꿈','은','이','루','어','진','다'라는 글자를 그림과 같이 배열하였다.'꿈'을 출발하여 선을 따라'다'까지 이을 때,'꿈은 이루어진다'를 만들 수 있는 경우의 수는? [3점]

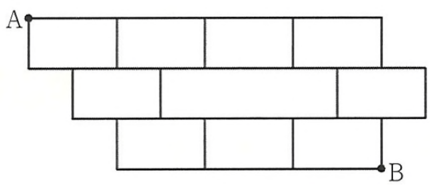
① 14
② 16
③ 18
④ 20
⑤ 22

41. 그림과 같이 마름모 모양으로 연결된 도로망이 있다. 이 도로망을 따라 A지점에서 출발하여 B지점까지 최단거리로 가는 경우의 수는? [3점]



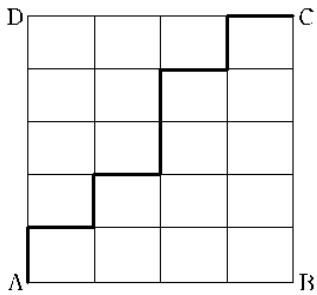
① 24 ② 28 ③ 32
④ 36 ⑤ 40

42. 그림과 같은 모양의 도로망이 있다. 지점 A에서 지점 B까지 도로를 따라 최단거리로 가는 경우의 수는? (단, 가로 방향 도로와 세로 방향 도로는 각각 서로 평행하다.) [4점]

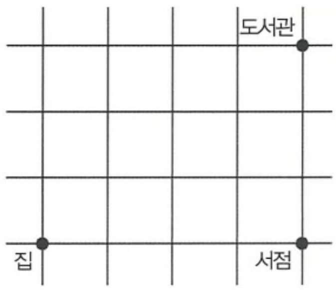


① 14 ② 16 ③ 18
④ 20 ⑤ 22

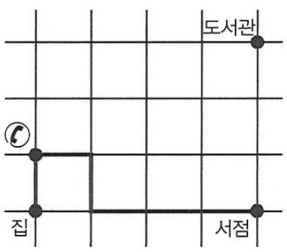
43. 그림과 같은 바둑판 모양의 도로망이 있다. 갑은 A 에서 C 까지 굵은 선을 따라 걷고, 을은 C 에서 A 까지 굵은 선을 따라 걸으며, 병은 B 에서 D 까지 도로를 따라 최단거리로 걷는다.
갑, 을, 병 세 사람이 모두 만나도록 병이 B 에서 D 까지 가는 경우의 수를 구하시오. (단, 갑, 을, 병은 동시에 출발하고 같은 속력으로 걷는다고 가정한다.) [4점]



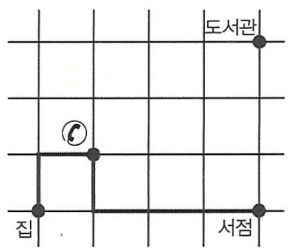
44. 그림과 같이 이웃한 두 교차로 사이의 거리가 모두 같은 도로망이 있다.



철수가 집에서 도로를 따라 최단거리로 약속장소인 도서관으로 가다가 어떤 교차로에서 약속장소로 서점으로 바뀌었다는 연락을 받고 곧바로 도로를 따라 최단거리로 서점으로 갔다. 집에서 서점까지 지나온 길이 같은 경우 하나의 경로로 간주한다.
예를 들어, [그림1]과 [그림2]는 연락받은 위치는 다르나 같은 경로이다.



[그림1]



[그림2]

철수가 집에서 서점까지 갈 수 있는 모든 경로의 수를 구하시오.
(단, 철수가 도서관에 도착한 후에 서점으로 가는 경우도 포함한다.) [4점]

45. 집합 $A=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$에서 A로의 함수 중에서 다음 두 조건을 만족시키는 함수 f의 개수를 구하여라. [4점]

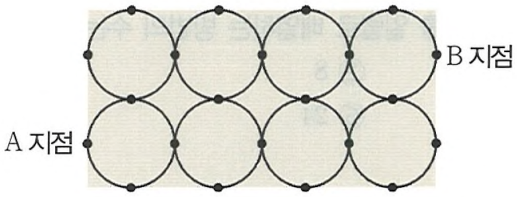
(가) 함수 f는 일대일대응이다.
(나) 정의역 A의 한 원소 n에 대하여 $f(n+1)-f(n)=5$이다.

46. 집합 $A=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7\}$에 대하여 다음 세 조건을 모두 만족하는 함수 $f:A\to A$의 개수를 구하시오. [4점]

(가) 함수 f는 일대일대응
(나) $f(1)=7$
(다) $k\geq 2$이면 $f(k)\leq k$

47. 집합 $A=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$에 대하여 함수 f는 A에서 A로의 일대일대응이다. 이때 임의의 $x\in A$에 대하여 $f(f(x))=x$를 만족하는 일대일대응 f의 개수는? [4점]
① 22 ② 26 ③ 30
④ 34 ⑤ 38

48. 직사각형 모양의 잔디밭에 산책로가 만들어져 있다. 이 산책로는 그림과 같이 반지름의 길이가 같은 원 8개가 서로 외접하고 있는 형태이다.



A지점을 출발하여 산책로를 따라 최단 거리고 B지점에 도착하는 경우의 수를 구하시오. (단, 원 위에 표시된 점은 원과 직사각형 또는 원과 원의 접점을 나타낸다.) [4점]

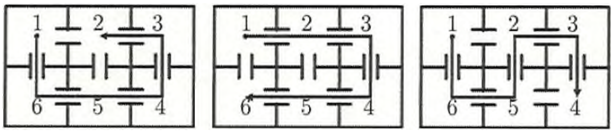
49. 어느 행사장에는 현수막을 1개씩 설치할 수 있는 장소가 5곳이 있다. 현수막은 A, B, C 세 종류가 있고, A는 1개, B는 4개, C는 2개가 있다. 다음 조건을 만족시키도록 현수막 5개를 택하여 5곳에 설치할 때, 그 결과로 나타날 수 있는 경우의 수는?
(단, 같은 종류의 현수막끼리는 구분하지 않는다.) [3점]

(가) A는 반드시 설치한다.
(나) B는 2곳 이상 설치한다.

① 55 ② 65 ③ 75
④ 85 ⑤ 95

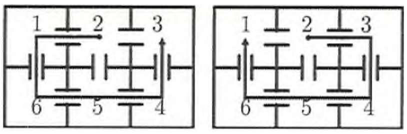
1. 정답 ④

(i) 1번 방에서 출발하는 경우 : 3(가지)



3번, 4번, 6번 방에서 출발하는 경우도 같으므로
$3\times4=12$(가지)

(ii) 2번 방에서 출발하는 경우 : 2(가지)



5번 방에서 출발하는 경우도 같으므로 $2\times2=4$(가지)

따라서 합의 법칙에 의하여 $12+4=16$(가지)

2. 정답 ②

$a_1<a_2<a_3$이고 $2a_2=a_1+a_3$이므로

a_1, a_2, a_3은 공차가 양수인 등차수열

(i) 공차가 2인 경우
(2, 4, 6), (4, 6, 8), (6, 8, 10), (8, 10, 12)의 4(가지)

(ii) 공차가 4인 경우
(2, 6, 10), (4, 8, 12)의 2(가지)

(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는 6(가지)

3. 정답 20

(i) 꽃병 A에 장미를 꽂은 경우
꽃병 B에 꽂을 꽃 9송이 중 카네이션이 a송이, 백합이 b송이라 하면 (a,b)로 가능한 경우의 수는
(1, 8), (2, 7), (3, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3)의 6가지

(ii) 꽃병 A에 카네이션을 꽂은 경우
꽃병 B에 꽂을 꽃 9송이 중 장미가 a송이, 백합이 b송이라 하면 (a,b)로 가능한 경우의 수는
(1, 8), (2, 7), (3, 6), (4, 5),
(5, 4), (6, 3), (7, 2), (8, 1)의 8가지

(iii) 꽃병 A에 백합을 꽂은 경우
꽃병 B에 꽂을 꽃 9송이 중 카네이션이 a송이, 장미가 b송이라 하면 (a,b)로 가능한 경우의 수는
(1, 8), (2, 7), (3, 6), (4, 5), (5,4), (6,3)의 6가지

(i)~(iii)에서 구하는 경우의 수는 $6+8+6=20$

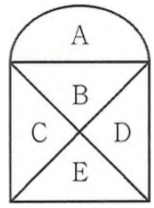
4. 정답 ②

(i) HT가 2번 나오고 2개의 □가 이웃하여 있는 경우
HTHT□□, HT□□HT, □□HTHT이므로 □□에는 HT를 제외한 HH, TH, TT가 들어갈 수 있으므로 3가지
∴ $3\times3=9$

(ii) HT가 2번 나오고 2개의 □가 이웃하지 않는 경우
□HT□HT, □HTHT□, HT□HT□이므로 2개의 □에 H와 T가 모두 들어갈 수 있으므로 $2\times2=4$가지
∴ $4\times3=12$

(i),(ii)에서 모든 경우의 수는 $9+12=21$

5. 정답 36



그림에서 A, B영역에 칠할 수 있는 색은 각각
3(가지), 2(가지)

(i) C, D영역에 같은 색을 칠하고 E영역을 칠하는 경우의 수는 2×2(가지)

(ii) C, D영역에 다른 색을 칠하고 E영역을 칠하는 경우의 수는 2×1(가지)

따라서 구하는 경우의 수는 $3\times2\times(2\times2+2\times1)=36$(가지)

6. 정답 ②

지도에서
B지역 → E지역 → C지역
→ D지역 → A지역
순으로 색을 칠하는 경우의 수는
$4\times3\times2\times2\times3=144$(가지)

[다른 풀이]

B지역 → E지역 → D지역 → C지역 → A지역

(i) E, D지역에 같은 색을 칠할 경우의 수
$4\times3\times1\times2\times3=72$(가지)

(ii) E, D지역에 다른 색을 칠할 경우의 수
$4\times3\times2\times1\times3=72$(가지)

(i), (ii)에 의해 경우의 수는 $72+72=144$(가지)

7. 정답 177

2, 3, 5, 6, 8, 9만 사용하여야 하고

$(10a+b)\times5$에서 백의 자리의 수는 $50a$의 백의 자리수와 같으므로

a가 될 수 있는 수는 5, 6

b가 될 수 있는 수는 홀수이어야 하므로 3, 5, 9

6개의 계산 결과 중 조건을 만족하는 것은

$53\times5=265$, $59\times5=295$, $65\times5=325$의 3(가지)

따라서 구하는 모든 수의 합은
$53+59+65=177$

8. 정답 13

조건 (가), (나), (다)를 만족하는 세 자리 수는 다음과 같다.
(ⅰ) 131, 132, 133의 3(가지)
(ⅱ) 213, 231, 232, 233의 4(가지)
(ⅲ) 313, 321, 323, 331, 332, 333의 6(가지)
(ⅰ),(ⅱ), (ⅲ)에서 구하는 경우의 수는 $3+4+6=13$(가지)

9. 정답 ②

조건 (가), (나), (다)를 만족시키는 첫째, 셋째, 다섯째 자리를 채우는 것에 대한 수형도를 작성해본다.
첫째　셋째　다섯째 자리
$a---c---d$
$a---c---e$
$a---d---e$
$a---e---d$
$c---d---a$
$c---d---e$
$c---e---a$
$c---e---d$
$d---c---a$
$d---c---e$
$d---e---a$
$e---c---a$
$e---c---d$
$e---d---a$
이때, 첫째, 셋째, 다섯째 자리를 채우는 방법이 $4+4+3+3=14$가지이고, 남은 둘째, 넷째 자리를 두 개의 문자로 채우는 방법은 각각 2가지씩 있다.
따라서 구하는 문자열의 개수는 $14\times2=28$

10. 정답 30

서로 다른 3가지 색을 A, B, C라고 하면 맨 위와 맨 아래의 사다리꼴에 서로 다른 색을 칠하는 방법의 수는
${}_3C_1\times{}_2C_1=6$
위에서 구한 6가지 경우 중 맨 위와 맨 아래의 사다리꼴에 A, B 두 색을 칠한 경우 중간의 사다리꼴에 색을 칠하는 경우의 수를 구하면 다음의 5가지이다.
A－B－A－C－B / A－B－C－A－B / A－C－A－C－B / A－C－B－A－B / A－C－B－C－B
따라서 구하는 경우의 수는 $6\times5=30$

11. 정답 ①

세 종류의 상품 3개씩을 각각
$aaa,\ bbb,\ ccc$
라 하면

④	⑤	⑥
①	②	③
a	b	c

맨 아래 칸에 진열하는 방법의 수는
$3!=6$(가지)
이때 예를 들어 그림과 같이 abc의 순서로 상품이 나열되어 있다면 ①, ②, ③에 들어가는 순서는 bca, cab로 2
이때 두 번째 칸에 bca가 진열되어 있다면
④, ⑤, ⑥에 들어갈 수 있는 상품은 abc, cab로 2
따라서 구하고자 하는 경우의 수는 $6\times2\times2=24$

12. 정답 ③

네 자연수 1, 2, 3, 4에서 네 자리 정수들의 개수는 네 수를 일렬로 나열하는 방법의 수와 같으므로 $4!=24$
24개의 네 자리 정수들에 대해 각 자리에 사용된 1, 2, 3, 4의 개수는 각각 6개로 동일하므로 수들의 총합은
$$1000\times(1+2+3+4)\times6+100\times(1+2+3+4)\times6$$
$$+10\times(1+2+3+4)\times6+1\times(1+2+3+4)\times6$$
$$=6666\times(1+2+3+4)$$
$$=66660$$

13. 정답 ③

12명을 4명씩 A, B, C의 세 조로 나누면 각 지역에서 선발된 3명을 세 조에 한 명씩 배치하는 경우의 수는 각각 $3!=6$
네 지역의 12명을 모두 배치하는 경우의 수는 6^4
따라서 세 조 A, B, C는 서로 구별되지 않으므로 구하는 경우의 수는
$$\frac{6^4}{6}=6^3=216$$

14. 정답 72

$1+2+4+6+8+9=30$이므로 세 수의 합은 15로 같아야 한다.
세 수의 합이 각각 15인 경우를 순서쌍으로 나타내면 (1, 6, 8), (2, 4, 9)의 1가지뿐이다.
(1, 6, 8)을 윗줄에 배열하는 방법의 수는 $3!$
(2, 4, 9)를 아랫줄에 배열하는 방법의 수는 $3!$
윗줄과 아랫줄이 바뀌어도 되므로 구하는 경우의 수는
$3!\times3!\times2=72$(가지)

15. 정답 480

빈자리를 포함하여 남학생 3명과 빈 자리 1개를 나열하는 경우의 수는 $4!=24$

사이사이에 여학생이 앉는 경우의 수는 ${}_5P_2=5\cdot4=20$

따라서 구하는 경우의 수 $24\times20=480$

16. 정답 380

7의 개수에 따라 나누어 생각하면

(ⅰ) 7이 두 개인 경우

∨□∨□∨□∨의 꼴에서 □의 자리에 1, 2, 3, 5, 9 중 세 개를 넣고 나머지 ∨의 자리에 2개의 7을 배열하는 방법의 수는

$${}_5P_3\times{}_4C_2=60\times6=360$$

(ⅱ) 7이 세 개인 경우

7□7□7의 꼴에서 □의 자리에 1, 2, 3, 5, 9 중에서

두 개의 수를 배열하는 방법의 수는 ${}_5P_2=20$

따라서 구하는 경우의 수는 $20+360=380$

17. 정답 ⑤

4명이 영화 3편을 선택할 수 있는 경우의 수는 영화 3편에서 중복을 허락하여 4개를 택하여 한 줄로 배열하는 수와 같으므로

$${}_3\Pi_4=3^4=81$$

18. 정답 ③

어느 한 사람에 대하여 내리는 층을 정하는 경우의 수는 4가지이므로 4개 층에서 중복을 허락하여 5개를 택하여 5명에게 일렬도 배열하는 수와 같으므로

$${}_4\Pi_5=4^5=1024$$

19. 정답 ③

어느 한 사람에 대하여 내리는 층을 정하는 경우의 수는 4가지이므로 4개 층에서 중복을 허락하여 5개를 택하여 5명에게 일렬도 배열하는 수와 같으므로

$${}_4\Pi_5=4^5=1024$$

20. 정답 160

남학생과 여학생이 짝을 짓는 방법의 수는 $2!=2$

이 각각에 대하여 짝지어진 남학생과 여학생이 자리를 정하는 방법의 수는

$$2!\times2!=4$$

또 5줄에서 짝을 짓는 두 쌍이 2줄을 선택하여 나열하는 방법의 수는

$${}_5P_2=5\times4=20$$

따라서 구하는 방법의 수는 $2\times20\times4=160$

21. 정답 72

운전석은 아버지 또는 어머니가 앉을 수 있으므로 2

가운데 줄에 영희와 철수가 앉는 경우의 수는

$${}_3P_2=3\times2=6$$

운전석과 영희와 철수의 좌석이 정해지면 나머지 가족들이 세 자리에 앉는 경우의 수는 $3!=6$

따라서 구하는 경우의 수는

$$2\times{}_3P_2\times3!=2\times6\times6=72$$

22. 정답 72

어른 2명이 앉는 방법은 앞줄과 뒷줄에 한 명씩 앉아야 하므로 2가지이고 앞에 2자리, 뒤에 3자리 중 한자리에 어른을 각각 앉히는 방법의 수는

$${}_2P_1\times{}_3P_1=6$$

즉 어른 2명을 앉히는 방법의 수는 $2\times6=12$

어린이 3명을 나머지 3개의 자리에 앉히는 방법의 수는

$$3!=6$$

따라서 구하는 경우의 수는 $12\times6=72$

[다른 풀이]

5명을 5개의 자리에 앉히는 경우의 수는 $5!=120$

어른 2명은 모두 앞줄에 앉고 어린이 3명은 모두 뒷줄에 앉는 경우의 수는 $2!\times3!=12$

어른 2명은 모두 뒷줄에 앉고 어린이 3명은 나머지 3개의 자리에 앉는 경우의 수는 ${}_3P_2\times3!=36$

따라서 구하는 경우의 수는 $120-(12+36)=72$

23. 정답 36

(ⅰ) A, B가 2인용 소파에 앉는 경우

A, B가 2인용 소파에 앉는 경우의 수는 2!

C, D, E 가 3인용 소파에 앉는 경우의 수는 3!

즉 구하는 경우이 수 $2!\times3!=2\times6=12$

(ⅱ) A, B가 3인용 소파에 앉는 경우

A, B를 한 묶음으로 생각하면 A, B가 서로 자리를 바꾸는 경우의 수는 2!이고 3인용 소파에 A, B 묶음을 배열하는 경우의 수는 2!

C, D, E가 남은 소파의 세 자라에 나눠 앉는 경우의 수는

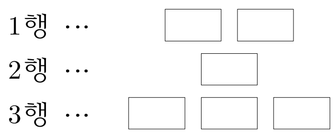
$$3!$$

즉 구하는 경우의 수는 $2\times2!\times3!=24$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 경우의 수는 $12+24=36$

24. 정답 ⑤

두 집단을 배열하는 순열



A와 B를 한 묶음으로 묶어서
(i) A와 B가 1행에 오는 경우의 수는 $1\times4!\times2!=48$(가지)
(ii) A와 B가 3행에 오는 경우의 수는 $2!\times4!\times2!=96$(가지)
(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는 $48+96=144$(가지)

[다른 풀이]

우선 A, B를 이웃하도록 배열하는 방법은 6가지이고
나머지 4개를 배열하는 경우의 수는 $4!$(가지)
따라서 $6\times4!=144$(가지)

25. 정답 64

두 집단을 배열하는 순열

할아버지, 할머니가 앉는 열과 아버지, 어머니가 앉는 열을 정하는 경우의 수는 2(가지)
그 각각에 대하여 아들과 딸이 앉는 열을 정하는 경우의 수는

2(가지)

1열에서 세 사람이 앉을 때, 특정한 2명이 이웃하도록 앉는 경우의 수는 $2!\times2!=4$(가지)
2열에서 세 사람이 앉을 때, 특정한 2명이 이웃하도록 앉는 경우의 수는 $2!\times2!=4$(가지)
따라서 구하는 경우의 수는 $2\times2\times4\times4=64$(가지)

26. 정답 ③

원탁에 둘러앉는 방법의 수

6개의 날개 중 한 곳에 빨간색이 칠해지면 파란색은 맞은편의 날개에 칠해지므로 빨간색과 파란색을 같은 색으로 취급하면 서로 다른 5개의 색을 원형으로 배열하는 원순열의 수와 같다.
따라서 $(5-1)!=4!=24$(가지)

[참고]

색칠하기 문제에 자주 나오는 유형으로 빨간색이 칠해지면 파란색의 자리가 정해지므로 결국 5개의 색을 칠하는 것과 같아진다.

[다른 풀이]

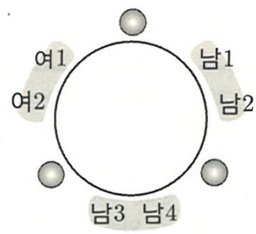
6개의 날개 중 한 곳에 빨간색이 칠해지면 파란색은 맞은편의 날개에 칠해지므로 나머지 4개의 날개에 4가지 색을 칠하는 방법의 수는 $4!=24$(가지)

27. 정답 48

(i) 여학생은 조가 정해져 있으므로 남학생끼리 조를 만드는 방법의 수는

$${}_4C_2\times{}_2C_2\times\frac{1}{2!}=3(\text{가지})$$

(ii) 다음 그림과 같이 빈 의자를 고정시킨 후 빈 의자들 사이에 3개의 조를 배열하는 방법의 수는 $(3-1)!=2$(가지)



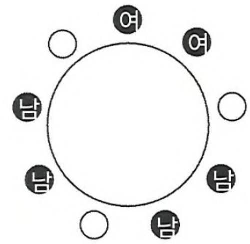
[참고]

2명의 학생과 1개의 빈자리를 묶어서 생각하면 3개의 묶음을 원형으로 배열하는 원순열의 경우의 $(3-1)!=2$(가지)
(iii) 같은 조의 학생끼리 서로 자리를 바꾸는 경우의 수는

$2\times2\times2=8$(가지)

(i), (ii), (iii)에 의하여 ${}_4C_2\times\frac{1}{2!}\times(3-1)!\times3^3=48$(가지)

[다른 풀이]



여학생 두 명이 먼저 앉으려면 2(가지)
남학생 4명을 a, b, c, d라 하면 2명씩 조를 짜는 방법은

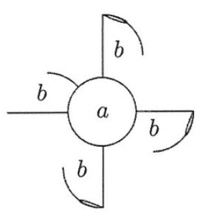
$(a,\ b),\ (c,\ d)\ /\ (a,\ c),\ (b,\ d)\ /\ (a,\ c),\ (b,\ c)$
$(b,\ c),\ (a,\ d)\ /\ (b,\ d),\ (a,\ c)\ /\ (c,\ d),\ (a,\ b)$

와 같이 6가지이고 그 각각의 조에서 앉으려면 4가지가 있다.
따라서 원탁에 앉으려면 여학생을 먼저 나열하고 나중에 남학생들을 나열하므로

$2\cdot6\cdot4=48$(가지)

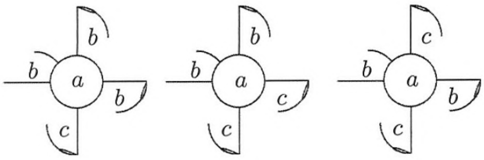
28. 정답 ④

주어진 프로펠러를 칠하는데 사용된 색의 수로 구분한다.



(i) 2가지 색이 사용된 경우
a, b에 사용될 색을 택하여 칠하는 방법의 수는 ${}_4P_2=12$(가지)
(ii) 3가지 색이 사용된 경우
a, b, c에 사용될 색을 택하여 칠하는 방법의 수는

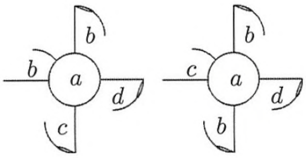
$${}_4P_3+{}_4P_3\times\frac{1}{2}+{}_4P_3\times\frac{1}{2}=48(\text{가지})$$



(ⅲ) 4가지 색이 모두 사용된 경우

a, b, c, d에 사용될 색을 택하여 칠하는 방법의 수는

$${}_4\mathrm{P}_4 + {}_4\mathrm{P}_4 \times \frac{1}{2} = 36(\text{가지})$$



따라서 구하는 방법의 수는

$$12 + 48 + 36 = 96(\text{가지})$$

29. 정답 ③

원탁에 둘러앉는 방법의 수

(ⅰ) 원 내부영역에 칠할 4가지 색을 선택하고 칠하는 방법의 수는

$${}_8\mathrm{C}_4 \times (4-1)!(\text{가지})$$

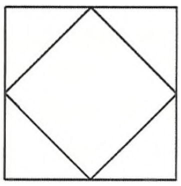
(ⅱ) 나머지 4가지 색을 원 외부 4영역에 칠하는 방법의 수는 4!(가지)

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 구하는 방법의 수는

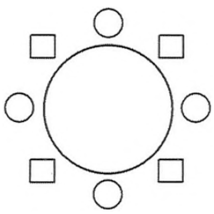
$${}_8\mathrm{C}_4 \times (4-1)! \times 4! = 70 \times 6 \times 24 = 13080(\text{가지})$$

유사문제

오른쪽 그림과 같이 정사각형의 각 변의 중점을 이어 만든 도형이 있다. 이 도형의 다섯 부분에 서로 다른 다섯 가지의 색을 칠하여 구별하고자 한다. 사용할 수 있는 색이 6가지 일 때, 구별할 수 있는 모든 방법의 수를 구하여라.



Solution



(ⅰ) 6가지 중 5가지 색을 선택하는 경우의 수는

$${}_6\mathrm{C}_5 = 6(\text{가지})$$

(ⅱ) 5가지 중 가운데 색을 선택하는 경우의 수는

$${}_5\mathrm{C}_4 = 5(\text{가지})$$

(ⅲ) 주변 4군데 원형 배열하는 경우의 수는

$$(4-1)! = 3! = 6(\text{가지})$$

따라서 ${}_6\mathrm{C}_5 \times {}_5\mathrm{C}_4 \times (4-1)! = 180(\text{가지})$

30. 정답 ②

[방법 1] $\frac{n!}{n}$을 이용하여 풀이

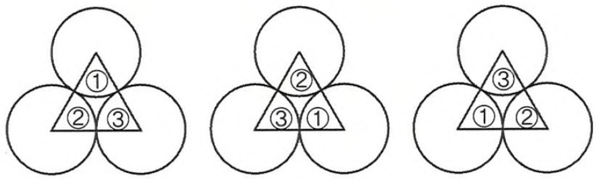
$\frac{n!}{n}$의 경우는 n개를 원형으로 배열한 후 그 원형 자체를 회전시켜 같은 것을 찾는 방법이다.

한 가지 배열에 대해 한 칸씩 n번 회전할 때,

순열로 보면 모두 다른 경우의 수이지만 원순열로 보면 동일한 배열이므로 원순열의 경우의 수는 순열의 경우의 수를 회전 횟수인 n으로 나눠야 한다.

7개의 영역에 7가지 색을 전부 칠한 후 회전을 한다.

이때 가운데 부분을 제외한 삼각형 내부의 남은 세 부분을 기준으로 동일한 배열이 3번 나오게 된다.



따라서 경우의 수는 $\frac{7!}{3} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{3} = 1680$ (가지)

[다른 풀이]

원순열 $(n-1)!$을 이용하여 풀이

[방법 2] $(n-1)!$을 이용하여 풀이

$(n-1)!$의 경우는 어느 한 개의 위치를 고정하고 나머지를 일렬로 배열하는 순열로 계산하는 방법이다.

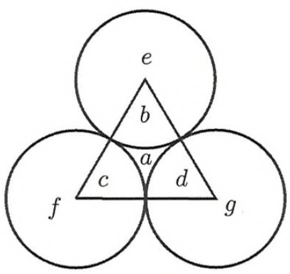
기준이 있는 순열과 달리 원순열은 기준이 존재하지 않는다.

따라서 기준을 정하기 위해 임의로 하나를 먼저ㅓ 고정시키고 나머지 $(n-1)$개를 순서대로 배열하는 것이다.

가운데 부분을 먼저 칠하기 위해 7가지 색 중 하나를 선택하고 삼각형 내부의 남은 세 부분을 칠하기 위해 남은 6가지 색 중에서 3가지 색을 선택한 후, 임의로 한 부분을 기준으로 잡아 원순열로 배열한다.

그 후 외부에 남은 부분을 칠할 때에는 남은 3가지 색을 선택의 필요가 없고 기준도 삼각형을 통해 이미 정해져 있으므로 순열로 배열하면 된다.

다음 그림과 같이 7개의 영역을 각각 a, b, c, d, e, f, g라 하자.



(ⅰ) a에 색칠하는 방법의 수는 ${}_7\mathrm{C}_1 = 7(\text{가지})$

(ⅱ) b, c, d에 색칠하는 것은 회전하여 일치하는 경우가 생기므로 그 방법의 수는

$${}_6\mathrm{C}_3 \times (3-1)! = 40(\text{가지})$$

(ⅲ) e, f, g에 색칠하는 것은 회전에 의하여 일치할 수 없으므로 색칠하는 방법의 수는

$${}_3C_3 \times 3! = 6(\text{가지})$$

(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에 의하여 구하는 방법의 수는

(가운데)×(삼각형의 내부의 남은 세 부분)

×(외부에 남은 세 부분)

$${}_7C_1 \times {}_6C_3 \times (3-1)! \times 3! = \frac{7!}{3} = 1680(\text{가지})$$

31. 정답 ③

$\frac{n!}{n}$을 이용하여 풀이

먼저 8개의 색을 팔면체의 모든 면에 한 번씩 칠한 후, 옆쪽 방향으로 3번 회전한다.

이때 위, 아래를 뒤집어도 동일한 배열이 나타난다.

따라서 경우의 수는

$$\frac{8!}{3\times2} = \frac{8\times7\times6\times5\times4\times3\times2\times1}{3\times2} = 6720(\text{가지})$$

또한, 다른 방법으로 먼저 8개의 색 중에서 2개의 색을 선택하여 위와 아래 칠한 후, 옆쪽 방향으로 3번 회전만 해도 되므로 경우의 수는

$${}_8C_2 \times \frac{6!}{3} = 28 \times 240 = 6720(\text{가지})$$

[다른 풀이]

먼저 8개의 색 중에서 2개의 색을 선택하여 합동인 정삼각형 2개를 칠한다.

이때 문제에서 주어진 팔면체는 위, 아래의 구분이 없으므로 그냥 색을 선택하면 된다.

남은 6개의 색 중에서 3개의 색을 선택하여 위쪽에 있는 등변사다리꼴 3개를 칠하면 되는데 기준이 없으므로 원순열이다.

다시 남은 3개의 색으로 아래쪽에 있는 등변사다리꼴 3개를 칠하면 되는데 위쪽 등변사다리꼴의 색을 통해 기준이 생겼으므로 원순열이 아닌 순열이 된다.

따라서 경우의 수는

(정삼각형 2개)×(위쪽 등변사다리꼴 3개)

×(아래쪽 등변사다리꼴 3개)

$$= {}_8C_2 \times \{{}_6C_3 \times (3-1)!\} \times 3!$$

$$= \frac{8\times7}{2\times1} \times \frac{6\times5\times4}{3\times2\times1} \times 2\times1\times3\times2\times1$$

$$= 6720(\text{가지})$$

[다른 풀이]

합동인 정삼각형 2개, 등변사다리꼴 6개로 된 팔면체에 서로 다른 8가지 색으로 색칠하는 방법의 수는

(ⅰ) 밑면에 8가지 반대편에 7가지 색칠하면 8×7(가지)

이때 밑면을 결정하는 방법이 2개로 같으므로 $\frac{8\times7}{2}$(가지)

(ⅱ) 밑면에 접한 3개 면에 색칠하는 경우의 수는 ${}_6P_3$(가지)

이때 밑면에 접한 3개 면을 원형으로 배열할 때, 접하는 등변사다리꼴의 개수가 3개이므로 $\frac{{}_6P_3}{3}$(가지)

(ⅲ) 나머지 3개 면을 일렬로 색칠하는 방법의 수 3!(가지)

따라서 (ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에서 $\frac{8\times7}{2} \times \frac{{}_6P_3}{3} \times 3! = 6720(\text{가지})$

[다른 풀이]

정삼각형을 밑면으로 고정시켜 한 가지 색을 칠하는 경우의 수는 8가지 윗면에 색을 칠하는 경우의 수는 7(가지)

나머지 6가지 색을 옆면인 등변사다리꼴에 칠하는 경우의 수는 원순열로 나타나므로

$${}_6C_3 \times (3-1)! \times 3! = 240(\text{가지})$$

이때 팔면체의 밑면과 윗면을 바꾸어도 같은 경우이다.

따라서 구하는 경우의 수는 $8\times7\times240\frac{\times1}{2} = 6720(\text{가지})$

32. 정답 ④

A, L을 한 문자로 생각하여 일렬로 배열하는 경우의 수는

$$\frac{6!}{2!\,2!} = 180(\text{가지})$$

또한, A, L를 서로 바꾸는 경우이 수는 2(가지)

따라서 구하는 경우의 수는 $180\times2 = 360(\text{가지})$

33. 정답 ②

같은 문자가 있는 순열의 수

순서에 관계없이 4개를 선택하는 경우를 a의 개수를 기준으로 생각하면 5가지이고 각각의 경우에 일렬로 나열하는 경우의 수는

5명의 학생이 음료수 A를 기준으로 다음과 같이 분류한다.

(ⅰ) a가 3개인 경우

a, a, a, b를 일렬로 나열하는 문자열의 개수는 $\frac{4!}{3!} = 4$

a, a, a, c를 일렬로 나열하는 문자열의 개수는 $\frac{4!}{3!} = 4$

(ⅱ) a가 2개인 경우

a, a, b, b를 일렬로 나열하는 문자열의 개수는 $\frac{4!}{2!2!} = 6$

a, a, b, c를 일렬로 나열하는 문자열의 개수는

$\frac{4!}{2!}=12$

(ⅲ) a가 1개인 경우

a, b, b, c를 일렬로 나열하는 문자열의 개수는 $\frac{4!}{2!}=12$

(ⅰ) ~(ⅲ)에서 서로 다른 문자열의 개수는 $4+4+6+12+12=38$

34. 정답 840

빨강이 노랑의 왼쪽에, 노랑이 파랑의 왼쪽에 위치하도록 하는 경우의 수는 빨강, 노랑, 파랑이 순서 있게 일렬로 배열하는 경우의 수는 $\frac{7!}{3!}=840$(가지)

35. 정답 90

[방법 1] 순열을 이용한 풀이

조건에서 각 과목의 과제는 수준Ⅰ의 과제를 제출한 후에만 수준 Ⅱ의 과제를 제출할 수 있다고 했다. 그런데 수준Ⅰ과 수준Ⅱ의 순서를 먼저 생각하면 국어, 수학, 영어에 따라 경우를 다 나눠야 하는 것이 아닌지 고민하여 혼란이 올 수 있다.

이때는 국어를 a, 수학을 b, 영어를 c로 놓고 a, a, b, b, c, c를 일렬로 나열한 후, 같은 문자에서 앞은 A, 뒤는 B로 놓으면 된다.

6개 중에서 a, b, c가 각각 2개씩 있으므로 a, a, b, b, c, c를 일렬로 나열하는 경우의 수 A

따라서 $\frac{6!}{2!2!2!}=\frac{6\times5\times4\times3\times2\times1}{2\times1\times2\times1\times2\times1}=90$(가지)

[다른 풀이]

[방법 2] 조합을 이용한 풀이

전체 제출해야 하는 과제의 자리가 6개 있다고 생각하고 이 중에서 2개를 선택하여 첫 번째 자리에는 국어 A를, 두 번째 자리에는 국어 B를 배열한다.

다시 나머지 4개 중에서 2개를 선택하여 첫 번째 자리에는 수학 A를, 두 번째 자리에는 수학 B를 배열한 후 나머지 2개 중에서 첫 번째 자리에는 영어 A를, 두 번째 자리에는 영어 B를 배열한다.

$$\therefore\ {}_6C_2\times{}_4C_2\times1=\frac{6\times5}{2\times1}\times\frac{4\times3}{2\times1}\times1=90(\text{가지})$$

즉, 자리만 정하고 나면 순서가 정해져 있기 때문에 조합을 이용하여 계산한 것이다.

36. 정답 ③

A와 B를 동일하게 생각하여 조건에 맞게 발령지를 배치하면 다섯 명 A, B, C, D, E를 다섯 곳에 발령할 때, A의 발령지보다 B의 발령지를 멀도록 하는 경우의 수는 A와 B를 동일한 사람으로 생각하여 거리가 먼 경우를 B로 발령하면 되므로 같은 것이 있는 순열로 생각할 수 있다.

즉, $\frac{5!}{2!}=60$(가지)

이 중에서 A, B가 같은 거리인 경우는 A → 50, B → 50이므로 C, D, E를 100, 150, 200에 발령하는 방법의 수는

$3!=6$(가지)

따라서 구하는 방법의 수는 $60-6=54$(가지)

[다른 풀이]

(ⅰ) A가 (가), (나)에 발령받는 경우 B는 (다), (라), (마) 중에 발령하는 경우의 수는 $2\times3=6$(가지)

(ⅱ) A가 (다)에 발령받는 경우 B는 (마)에 발령하는 경우의 수는 $1\times2=2$(가지)

(ⅲ) A가 (라)에 발령받는 경우 B는 (마)에 발령하는 경우의 수는 $1\times1=1$(가지)

(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에 의해 A와 B가 발령지를 선택하는 경우의 수는 $6+2+1=9$(가지)

이때 C, D, E가 나머지 발령지를 선택하는 경우의 수는

$3!=6$(가지)

따라서 구하는 경우의 수는 $9\times6=54$(가지)

[다른 풀이]

(ⅰ) B가 지사 (다)에 발령되는 경우의 수는 ${}_2C_1\times3!=12$(가지)

(ⅱ) B가 지사 (라)에 발령되는 경우의 수는 ${}_3C_1\times3!=18$(가지)

(ⅲ) B가 지사 (마)에 발령되는 경우의 수는 ${}_4C_1\times3!=24$(가지)

(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에서 구하는 경우의 수는

$12+18+24=54$(가지)

[다른 풀이]

A보다 B가 거리가 먼 지사를 선택해야 하므로

A가 (가)인 경우 B는 (다), (라), (마)

A가 (나)인 경우 B는 (다), (라), (마)

A가 (다)인 경우 B는 (라), (마)

A가 (라)인 경우 B는 (마)이면 된다.

따라서 C, D, E는 나머지 세 곳을 한 곳씩 선택하면 되므로

$(3+3+2+1)\times3!=54$(가지)

37. 정답 13

[방법 1] 순열을 이용한 풀이

펭귄 인형을 크기가 작은 것부터 a_1, a_2, a_3이라 하고 곰 인형을 크기가 작은 것부터 b_1, b_2, b_3, b_4라 하면 a_2는 b_2보다 왼쪽에 있으므로 다음과 같이 배열할 수 있다.

(ⅰ) a_3이 b_2보다 오른쪽에 있는 경우

b_2의 왼쪽에 a, a, b_1을 b_2의 오른쪽에 a_3, b, b를 배열하는 방법과 같으므로 경우의 수는

$\frac{3!}{2!}\times\frac{3!}{2!}=9$(가지)

(ⅱ) a_3이 b_2보다 왼쪽에 있는 경우

b_2의 왼쪽에 a, a, a, b_1을 배열하는 방법과 같으므로 경우의 수는 $\frac{4!}{3!}=4$(가지)

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 구하는 경우의 수는 $9+4=13$(가지)

[참고]

주어진 조건을 만족하는 진열은 다음 표와 같이 분할 할 수 있다.

진열	1	2	3	4	5	6	7
(ⅰ)	a_1	a_2	b_1	b_2	b_3	b_4	a_3
(ⅱ)	a_1	a_2	a_3	b_1	b_2	b_3	b_4

[다른 풀이]

[방법 2] 조합을 이용한 풀이

(ⅰ) a_3이 b_2보다 왼쪽에 있는 경우

(b_1), a_1, (b_1), a_2, (b_1), a_3, b_2, b_3, b_4

즉, 경우의 수는 ${}_4C_1\times1=4$(가지)

(ⅱ) a_3이 b_2보다 오른쪽에 있는 경우

(b_1), a_1, (b_1), a_2, (b_1), b_2, (a_3), b_3, (a_3), b_4, (a_3)

즉, 경우의 수는 ${}_3C_1\times1\times{}_3C_1=9$(가지)

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 구하는 경우의 수는 $9+4=13$(가지)

38. 정답 34

[방법 1] 순열을 이용한 풀이

4분 음표 또는 8분 음표만 사용하여 $\frac{4}{4}$박자의 한 마디를 구성하는 경우는 다음과 같이 분류한다.

(ⅰ) 4분 음표(♩) 4개로 구성하는 경우의 수는 1(가지)

(ⅱ) 4분 음표(♩) 3개, 8분 음표(♪) 2개로 구성하는 경우의 수는

$\frac{5!}{3!2!}=10$(가지)

(ⅲ) 4분 음표(♩) 2개, 8분 음표(♪) 4개로 구성하는 경우의 수는

$\frac{6!}{2!4!}=15$(가지)

(ⅳ) 4분 음표(♩) 1개, 8분 음표(♪) 6개로 구성하는 경우의 수는

$\frac{7!}{6!}=7$(가지)

(ⅴ) 8분 음표(♪) 8개로 구성하는 방법의 수는 1(가지)

(ⅰ) ~(ⅴ)에서 구하는 경우의 수는

$1+10+15+7+1=34$(가지)

[다른 풀이]

[방법 2] 조합을 이용한 풀이

(ⅰ) 4분 음표(♩) 4개로 구성하는 경우의 수는 1(가지)

(ⅱ) 4분 음표(♩) 3개, 8분 음표(♪) 2개로 구성하는 경우의 수는

다섯 개의 자리 중에서 4분 음표 3개를 놓을 자리를 택하고 나머지 자리에는 8분 음표를 놓는 방법과 같으므로

${}_5C_3\times1=10$(가지)

(ⅲ) 4분 음표(♩) 2개, 8분 음표(♪) 4개로 구성하는 경우의 수는

여섯 개의 자리 중에서 4분 음표 2개를 놓을 자리를 택하고 나머지 자리에는 8분 음표를 놓는 방법과 같으므로

${}_6C_2\times1=15$(가지)

(ⅳ) 4분 음표(♩) 1개, 8분 음표(♪) 6개로 구성하는 경우의 수는

일곱 개의 자리 중에서 4분 음표 1개를 놓을 자리를 택하고 나머지 자리에는 8분 음표를 놓는 방법과 같으므로

${}_7C_1\times1=7$(가지)

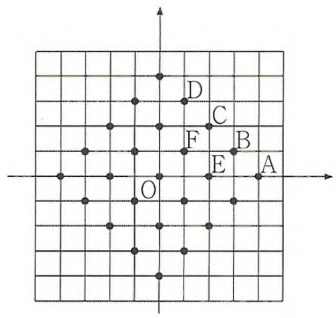
(ⅴ) 8분 음표(♪) 8개로 구성하는 방법의 수는 1(가지)

(ⅰ) ~(ⅴ)에서 구하는 경우의 수는 $1+10+15+7+1=34$(가지)

39. 정답 ③

같은 것이 있는 순열의 활용

오른쪽 그림과 같이 점 O를 원점으로 하는 좌표평면 위에 길을 옮겨 놓는다.



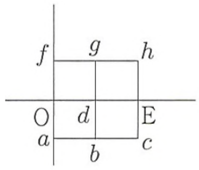
그림에서 A, B, C, D, E, F를 도착점으로 하는 경우의 수를 구한 후에 대칭성을 이용한다.

O → A : 1(가지)

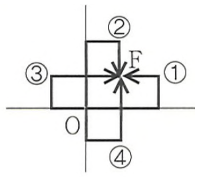
O → B : $\frac{4!}{3!}=4$(가지)

O → C : $\frac{4!}{2!2!}=6$(가지)

O → D : $\frac{4!}{3!}=4$(가지)



[그림1]



[그림2]

O → E :[그림1]과 같이

$OabcE$, $OdbcE$, $OfghE$, $OfgdE$의 6(가지)

O → F :[그림2]와 같이 4(가지)

따라서 $4(1+4+6+4+6+4)=100$(가지)

[다른 풀이]

지점 O에서 로봇이 출발하여 1만큼 움직일 때, 움직일 수 있는 방향은 4(가지)

도착한 각각의 지점에서 한 번 통과한 지점은 다시 지나지 않으므로 다시 1만큼 움직일 수 있는 방향은 3(가지)

로봇이 1만큼씩 4번 움직일 수 있는 경로의 수는

$$4\times3\times3\times3=108\text{(가지)}$$

그런데 로봇이 처음 출발한 방향에서 시계 방향으로 돌거나 시계 반대방향으로 돌면 도착점이 시작점과 일치하므로 $4\times2=8$가지인 경우는 만족하지 않는다.

따라서 $108-8=100$(가지)

40. 정답 ④

최단 경로의 수

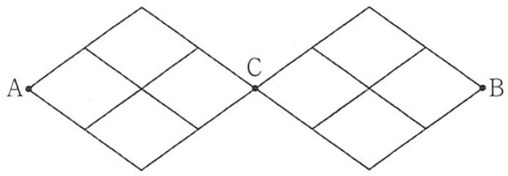
'꿈'에서 출발하여'다'까지 최단거리로 가는 경우의 수는

$$\frac{6!}{3!3!}=20\text{(가지)}$$

41. 정답 ④

최단 경로의 수

그림과 같이 점 C를 잡으면 점 C를 반드시 지나야 하므로



A지점에서 C지점까지 최단거리로 가는 경우의 수는

$$\frac{4!}{2!2!}=6\text{(가지)}$$

C지점에서 B지점까지 최단거리로 가는 경우의 수는

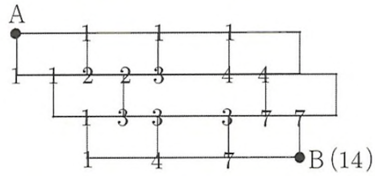
$$\frac{4!}{2!2!}=6\text{(가지)}$$

따라서 구하는 경우의 수는 $6\times6=36$(가지)

42. 정답 ①

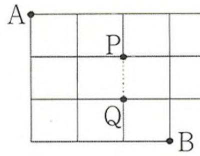
최단 경로의 수

각 갈림길에서 최단 경로로 가는 경우의 수를 적으면 다음과 같다.



[다른 풀이]

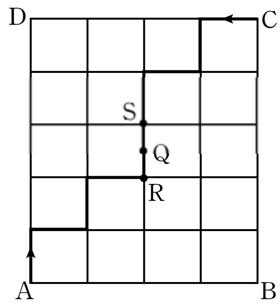
구하는 최단 경로의 수는 다음 그림에서 A에서 B로 가는 최단 경로의 수는 그림에서와 같이 A → B의 최단거리에서 A → P → Q → B 최단거리를 뺀다.



따라서 $\frac{6!}{3!3!}-\frac{3!}{2!}\cdot2!=20-6=14$(가지)

43. 정답 36

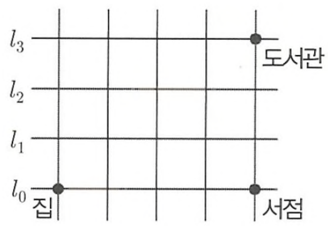
갑, 을이 같은 속력으로 각각 A와 C에서 굵은 선을 따라 걸으므로 두 사람이 만나는 곳은 다음 그림의 Q이고, 이 때, 병도 갑, 을과 같은 속력으로 걸어가고 있으므로 세 사람이 모두 만나려면 병도 Q를 반드시 지나야 한다. 즉, 세 사람이 모두 만나는 경우의 수는 병이 B에서 출발하여 Q를 거쳐 D에 도달하는 경우의 수와 같다.



이 때, 병이 B → R → S → D로 가는 최단거리로 가는 경우의 수는 $\frac{4!}{2!2!}\times1\times\frac{4!}{2!2!}=6\times1\times6=36$

44. 정답 296

최단 경로의 수



(ⅰ) 연락 받은 교차로가 l_0에 있는 경우의 수는 1(가지)

(ⅱ) 연락 받은 교차로가 l_1에 있는 경우의 수는

$$\frac{6!}{4!2!}=15\text{(가지)}$$

(ⅲ) 연락 받은 교차로가 l_2에 있는 경우의 수는

$$\frac{8!}{4!4!}=70(\text{가지})$$

(ⅳ) 연락 받은 교차로가 l_3에 있는 경우의 수는

$$\frac{10!}{4!6!}=210(\text{가지})$$

(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ), (ⅳ)에서 구하는 경우의 수는

$$1+15+70+210=296(\text{가지})$$

45. 정답 120

순열 조합을 이용한 함수의 개수

집합 $A=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$에서 A로의 함수 f에 대하여 정의역의 한 원소 n이 $f(n+1)-f(n)=5$를 만족하려면 $f(n)=1,\ f(n+1)=6$이어야 한다.

$n=1$일 때, $f(1)=1,\ f(2)=6$이므로 함수 f의 개수는 $4!$이고 $n=2,\ 3,\ \cdots,\ 5$일 때도 마찬가지이다.

따라서 구하는 함수 f의 개수는 $5\times 4!=120(\text{가지})$

46. 정답 32

순열 조합을 이용한 함수의 개수

조건 (가), (나), (다)에서 2는 1, 2로 가는 2(가지)

3은 위에서 남은 수 1개 와 3으로 가는 2(가지)

4는 위의 두 경우에서 대응하는 수를 제외하고 남은 수 1개와 4로 가는 2(가지)

⋮

마지막 7은 1개로 가는 1(가지)

따라서 구하는 경우의 수는 $2\times2\times2\times2\times2\times1=32$(가지)

47. 정답 ②

순열 조합을 이용한 함수의 개수

(ⅰ) $i=1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5$일 때, $f(i)=i$인 경우 1(가지)

(ⅱ) $f(1)=2,\ f(2)=1,\ f(3)=3,\ f(4)=4,\ f(5)=5$인 경우

조건을 만족하는 경우의 수는 ${}_5C_2=10(\text{가지})$

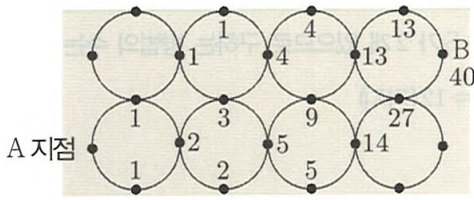
(ⅲ) $f(1)=2,\ f(2)=1,\ f(3)=4,\ f(4)=3,\ f(5)=5$인 경우

조건을 만족하는 경우의 수는 ${}_5C_2\times{}_3C_2\times\frac{1}{2!}=15$ (가지)

따라서 일대일대응의 개수는 $1+10+15=26(\text{가지})$

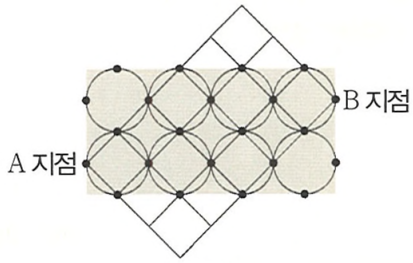
48. 정답 40

A지점에서 출발하여 최단거리로 B지점까지 가는 동안 A에서 출발하여 각 지점까지의 최단경로의 수를 적으면 아래와 같다.

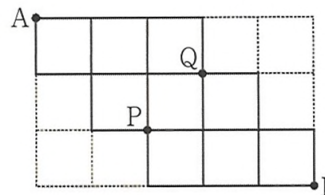


따라서 구하는 경우의 수는 40(가지)

[다른 풀이]



[그림1]



[그림2]

[그림1]에서 A지점에서 출발하여 산책로를 따라 최단 거리로 B지점에 도착하는 경우의 수는 [그림2]에서 A지점에서 출발하여 실선을 따라 최단 거리로 B지점에 도착하는 경우의 수와 같다.

(ⅰ) A → P → B의 경우

$$\left(\frac{4!}{2!2!}-1\right)\times\frac{4!}{3!}=5\times4=20(\text{가지})$$

(ⅱ) A → Q → B의 경우

$$\frac{4!}{3!}\times\left(\frac{4!}{2!2!}-1\right)=4\times5=20(\text{가지})$$

따라서 구하는 경우의 수는 $20+20=40(\text{가지})$

49. 정답 ①

현수막 B는 2곳 이상 설치해야 하므로 B가 2곳, 3곳, 4곳에 설치하는 경우로 나누어 분류한다.

(ⅰ) B가 2곳에 설치하는 경우

A, B, B, C, C를 설치하는 경우의 수와 같으므로

$$\frac{5!}{2!2!}=30(\text{가지})$$

(ⅱ) B가 3곳에 설치하는 경우

A, B, B, B, C를 설치하는 경우의 수와 같으므로

$$\frac{5!}{3!}=20(\text{가지})$$

(ⅲ) B가 4곳에 설치하는 경우

A, B, B, B, B를 설치하는 경우의 수와 같으므로

$$\frac{5!}{4!}=5(\text{가지})$$

따라서 구하는 경우의 수는 $30+20+5=55(\text{가지})$

[다른 풀이]

(ⅰ) B가 2곳에 설치하는 A, B, B, C, C인 경우

다섯 개의 자리 중에서 B를 놓을 자리를 택하고 나머지 세 자리 중 두 자리에 C를 놓는 경우의 수와 같으므로

$_5C_2 \times {}_3C_2 \times {}_1C_1 = 30$(가지)

(ⅱ) B가 3곳에 설치하는 A, B, B, B, C인 경우
다섯 개의 자리 중에서 B를 놓을 자리를 택하고 나머지 두 자리에 A, C를 놓는 경우의 수와 같으므로

$_5C_3 \times {}_2C_1 \times {}_1C_1 = 20$(가지)

(ⅲ) B가 4곳에 설치하는 A, B, B, B, B인 경우
다섯 개의 자리 중에서 B를 놓을 자리를 택하고 나머지 한 자리에 A를 놓는 경우의 수와 같으므로

$_5C_4 \times {}_1C_1 = 5$(가지)

따라서 구하는 경우의 수는 $30+20+5=55$(가지)