

제 2 교시

수리 영역

‘가’형

성명

수험 번호

1

1. $\log_4 16 + \log_2 8$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

2. 이차정사각행렬 $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ 에 대하여,
 $X = A(A+B)$ 가 성립할 때, X 의 모든 성분의 합은?
[2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^3 - n^3 + 2n^2 + 4n}{n^2} = b$ 가 성립할 때,
 $a+b$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 방정식 $x^2 + 4x - 5 = \sqrt{x^2 + 4x - 3}$ 의 모든 근의
곱을 구하시오. [3점]

- ① -7 ② -6 ③ -5 ④ -4 ⑤ -3

5. 다음 조건들을 만족시키는 이차정사각행렬 A, B 에 대하여 $A - B = -E$, $A^2 = -B$ 를 만족할 때, $\sum_{n=1}^{11} A^n$ 의 모든 성분의 합을 구하여라. [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

6. 어느 광산에서 채광되는 광물의 순도는 정규분포 $M(60, 20^2)$ 을 따른다고 한다. 채광된 광물의 순도가 80% 이상일 때 1등급, 50%이상 80%미만일 때 2등급, 50% 미만은 3등급으로 분류한다. 채광된 광물이 3등급일 확률은 1등급일 확률의 k 배이다. k 값을 구하시오. [3점]

k	$P(0 \leq Z \leq k)$
0.25	0.10
0.50	0.20
1.00	0.35
1.50	0.43

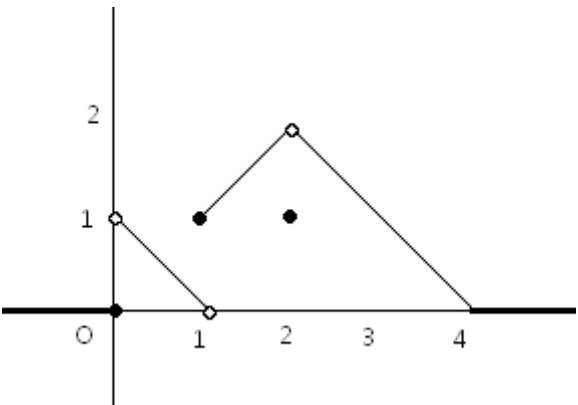
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. $y = |\log_2 x|$ 가 $y = -x^2 + a$ 와 만날 때 생기는 두 점을 각각 $A_a(p_a, q_a), B_a(p'_a, q'_a)$ ($p_a < p'_a$), $y = -x^2 + b$ ($b > a$)과 만났을 때 생기는 두 점을 각각 $A_b(p_b, q_b), B_b(p'_b, q'_b)$ ($p_b < p'_b$)라 하자. 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

- ㄱ. $q_b > q_a + (b - a)$
 ㄴ. $q'_b = q_a$ 일 때, $\triangle A_a B_b B_a$ 의 넓이는 $\triangle A_a B_b A_b$ 의 넓이와 같다.
 ㄷ. $p_b p'_b < p_a p'_a$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱㄴ ④ ㄱㄷ ⑤ ㄱㄴㄷ

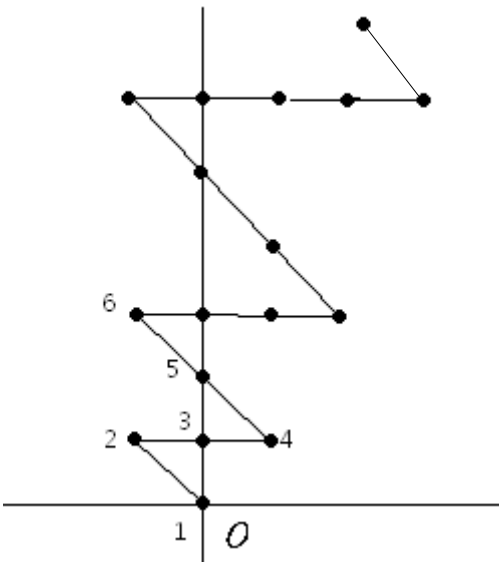
8. 다음과 같이 정의된 함수 $f(x)$ 에 대한 설명 중 옳은 것을 모두 고르시오. [4점]



- ㄱ. $1 + \frac{1}{f(x)} = \frac{2}{\{f(x)\}^2}$ 의 근은 3개이다.
- ㄴ. $f(f(x))$ 가 불연속인 점은 2개이다.
- ㄷ. $f(f(x)) = f(-x+4)$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱㄷ ④ ㄴㄷ ⑤ ㄱㄴㄷ

9. 다음과 같이 대각선의 길이가 $\sqrt{2}, 2\sqrt{2}, 3\sqrt{2}, \dots$ 가로의 길이는 $2, 3, 4, 5, \dots$ 가 되도록 좌표평면 위에 점을 찍어 나간다고 할 때, n 번째 점의 좌표를 (x_n, y_n) 이라 하자. $x_{180} + y_{180}$ 의 값을 구하시오. [4점]



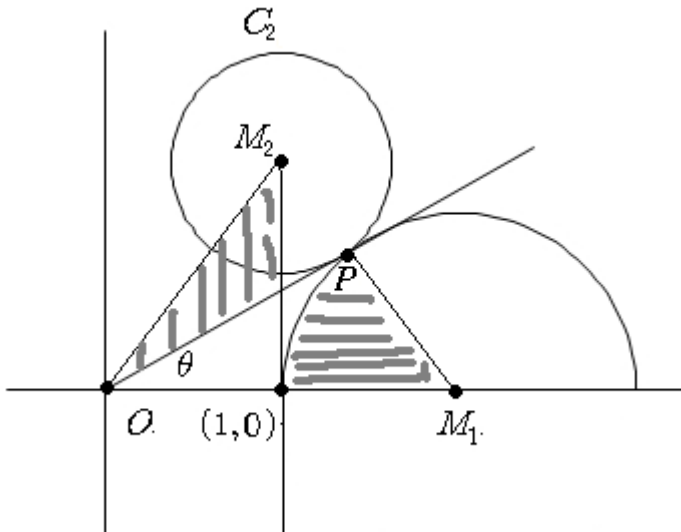
- ① 90 ② 100 ③ 110 ④ 120 ⑤ 130

10. 같은 모양의 사과 5개와 배 4개를 3명에게 남김없이 나눠주려 한다. 가능한 경우의 수는? [3점]

- ① 300 ② 305 ③ 310 ④ 315 ⑤ 320

11. 중심 M_1 이 x 축 위에 있고, $y = (\tan\theta)x$ 와 점 P 에서 접하며 $(1,0)$ 을 지나는 반원 C_1 이 있다. 그림과 같이 직선 $x=1$ 위에 중심이 M_2 이고 반원 C_1 과 접하는 원 C_2 를 그리고, 선분 $\overline{OM_2}$ 와 $\overline{M_1P}$ 를 긋는다. 색칠한 부분의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때,

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{S(\theta) - \frac{1}{2\cos\theta}}{\theta^2} \text{의 값을 구하시오. [4점]}$$



- ① $\frac{\pi}{4}$ ② $\frac{\pi}{3}$ ③ $\frac{\pi}{2}$ ④ $\frac{2\pi}{3}$ ⑤ π

12. 다음과 같이 정의된 행렬 A, B 에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 고르면? [3점]

$$A = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \mid a = d, b = -c \right\}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

ㄱ. $X \in A, Y \in A$ 일 때, 일차변환 $f: X, g: Y$ 에 대해 $f \circ g = g \circ f$ 이다.

ㄴ. 일차변환 $p: B$ 에 대하여 $Q = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}$ 가 옮겨지는

점을 Q' 라 할 때, $\overline{OQ} = \overline{OQ'}$ 이다.

ㄷ. $X \in A$ 일 때, 일차변환 $f: X, p: B$ 에 대하여 $f \circ p = p \circ f$ 이다.

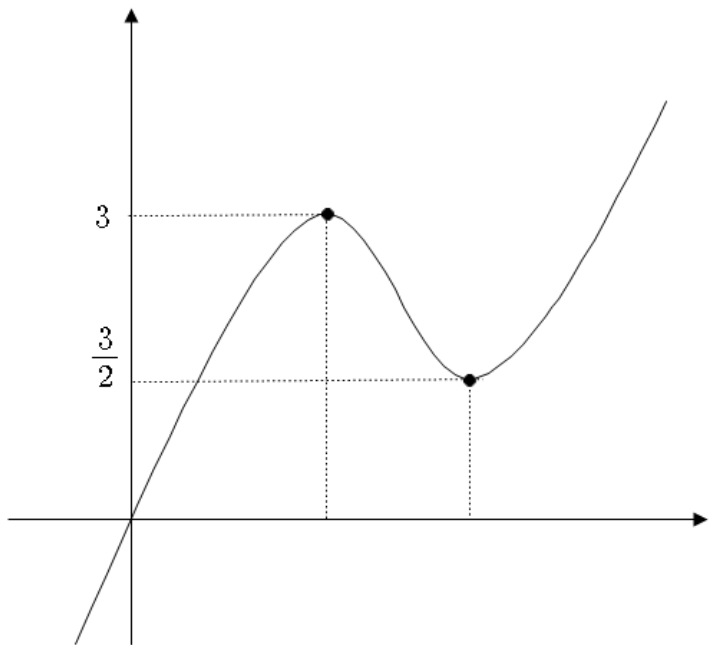
- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱㄴ ④ ㄱㄷ ⑤ ㄱㄴㄷ

13. 좌표평면에 초점이 F, F' 인 쌍곡선 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$ 이 있다. 이 쌍곡선의 한 초점 F 에서 점 $(0, 4\sqrt{3})$ 에 선을 그을 때 생기는 쌍곡선과의 교점을 B 라 하자. B 에서 나머지 초점 F' 에 선분 l 을 그었을 때, l 의 길이를 구하시오.

[3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

14. 함수 $f(x)$ 의 개형이 다음과 같을 때, 방정식 $kf(x) = \sqrt{1 - \{f(x) - 2\}^2}$ 의 근의 개수를 $g(k)$ 라 하자. $g(k) = p$ 의 근이 존재할 때, 가능한 p 값의 합을 구하시오. [4점]



- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

15. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $\int_0^x f(3t)dt = 3x^3 - 9x^2$ 이 성립할 때, $f(x)$ 의 최솟값을 구하시오. [3점]

- ① -9 ② -8 ③ -7 ④ -6 ⑤ -5

16. $y = 2^{x-a} + 3$ 과 $x = a$ 에서 대칭인 함수 $g(x)$ 가 있다. $g(x)$ 의 y 절편이 5일 때 a 의 값으로 옳은 것은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

17. 어느 RPG 게임에서는 다음 ‘주문서’들을 사용하여 아이템을 강화시킬 수 있다. 한 번 강화하면 실패, 성공에 상관없이 강화가능 횟수 1씩 줄어든다. 주문서들은 선택될 확률은 각각 같고 개수는 충분히 있으며, 주문서의 능력치는 다음과 같다.

20% 주문서: 20%확률로 공격력+5, 실패할 경우
50%확률로 아이템 파괴

80% 주문서: 80%확률로 공격력+2, 실패할 경우
50%확률로 아이템 파괴.

이 주문서들을 무작위로 골라 강화 가능 횟수가 5인 아이템을 강화하다가 파괴되었다고 한다. 이 때, 파손되기 직전에 공격력이 15 ‘초과’로 강화되었을 확률은 $\frac{p}{q}$ 이다. p 의 값은? [4점]

(단, p, q 는 서로소인 자연수, $(\frac{3}{4})^5 = \frac{6}{25}$ 로 계산)

- ① 319 ② 320 ③ 321 ④ 322 ⑤ 323

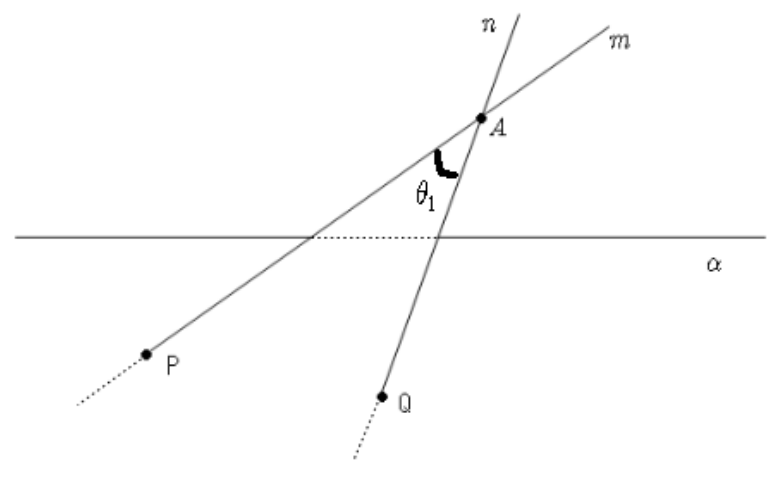
18. α 평면 위의 점 P 를 지나는 직선 m 과 점 Q 를 지나는 직선 n 이 다음 그림과 같이 점 A 에서 만난다. m 을 α 에 정사영 내린 직선과 평행하며 Q 를 지나는 직선을 m' , n 을 α 에 정사영 내린 직선과 평행하며 P 를 지나는 직선을 n' 이라 하고, m' 과 n' 의 교점을 C 라 할 때. 다음이 성립한다.

(가) $\overline{AP} = 2\sqrt{5}$, $\overline{AQ} = 4$

(나) $2\overline{CP} = \sqrt{3}\overline{CQ}$

(다) m 과 n 이 이루는 각이 θ_1 일 때, $\cos\theta_1 = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

$\triangle ACQ$ 의 넓이를 S 라 할 때, S^2 을 구하시오. [4점]



- ① 24 ② 26 ③ 28 ④ 30 ⑤ 32

19. 주머니 속에 1부터 $2n$ 까지의 숫자가 쓰여진 카드가 들어있다. 각 카드의 개수는 다음 조건을 만족한다.

- (가) 홀수가 쓰여진 카드는 쓰여진 숫자의 3배만큼 들어있다.
ex) 1은 3개, 3은 9개, 5는 15개
- (나) 짝수가 쓰여진 카드는 쓰여진 숫자의 2배만큼 들어있다.
ex) 2는 4개, 4는 8개, 6은 12개

이 주머니 속에 들어있는 카드를 모두 꺼내서 나열하여 정수를 만들 때, 이 정수가 짝수일 확률을 P_{2n} 이라 하자. $\lim_{n \rightarrow \infty} P_{2n}$ 의 값으로 옳은 것은? [3점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{2}{5}$ ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

20. 밑이 $a(a > 1)$ 인 지수함수 $f(x) = a^x$ 와,
 $g(x) = (\frac{1}{a})^{x-p} + q$ 가 있다. $f(x)$ 와 $g(x)$ 의 교점을 A ,
 $y = f(x)$ 와 $y = g(0)$ 의 교점을 Q , $g(x)$ 의 y 절편을 P 라
할 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (단, $g(0) > 0$)
[4점]

- ㄱ. $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = 0$ 을 만족할 때, $f(x)$ 와 $g(x)$ 는 $x = \frac{p}{2}$
에 대해 대칭이다.
- ㄴ. 임의의 $g(x)$ 에 대해 $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) - \beta = 0$ 인 β 가
각각 존재한다.
- ㄷ. $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) > 0$ 이면 \overline{AP} 의 기울기의 크기는 \overline{AQ} 의
기울기의 크기보다 작다.

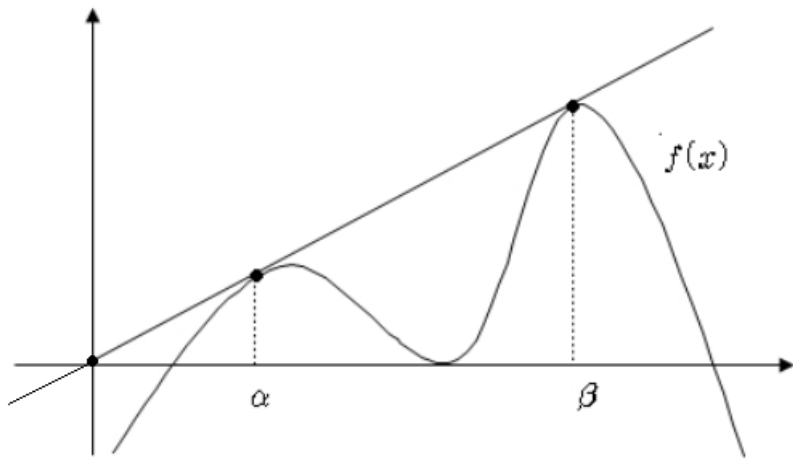
ㄹ.(보너스) $\lim_{n \rightarrow \infty} g(x) = \beta$ 일 때의 AP 의 기울기를
 p_β , AQ 의 기울기를 q_β 라 할 때, $\beta(p_\beta - q_\beta) > 0$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱㄴ ④ ㄱㄷ ⑤ ㄱㄴㄷ

21. 다음 그림과 같이 원점을 지나는 직선과 α, β 에서 접하며 모든 실수에서 미분 가능한 함수 $f(x)$ 가 있다.

$$\int_{\alpha}^{\beta} f(x) - f(\alpha) dx = 0 \text{을 만족할 때, 보기에서}$$

옳은 것을 모두 고르시오. [4점]



ㄱ. $(\alpha, f(\alpha))$ 와 $(\beta, f(\beta))$ 사이의 기울기는 $f'(\alpha)$ 이다.

ㄴ. $\frac{(\beta - \alpha)^2 f'(\alpha)}{2} = \int_{\alpha}^{\beta} f'(\alpha)x - f(x) dx$

ㄷ. $f(\beta) = 3f(\alpha)$ 일 때, $\int_{\alpha}^{\beta} f'(\alpha)x dx = 2 \int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱㄴ ④ ㄱㄷ ⑤ ㄱㄴㄷ

단답형

22. 두 일차변환 f 와 g 를 나타내는 행렬이 각각

$$f: \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad g: \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \text{ 일 때, 점 } A(2\cos 75^\circ, 2\sin 75^\circ) \text{은}$$

f 와 $g \circ f$ 에 의해 각각 점 B , 점 C 로 옮겨진다. 이 때

생기는 삼각형 ABC 의 넓이를 S 라 할 때, S^2 은?

[3점]

23. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1 = 1, \quad a_2 = 3, \quad a_n + a_{n+2} = 2 \cdot (-1)^n \text{가 성립할 때,}$$

$$\sum_{k=1}^{10} a_k + \sum_{k=1}^{13} a_k \text{의 값으로 옳은 것은? [3점]}$$

24. 최근 10전의 전적이 6승 4패인 테니스선수가 있다. 이 후의 5번 경기에서 3승 2패를 했더니 최근 10전 전적이 5승 5패가 되었다. 승·패의 순서가 다르면 다른 경우라고 할 때, 이 선수의 최근 15전 전적으로 가능한 경우의 수를 구하시오. [4점]

25. 방정식 $(2^{2x} + 2^{-2x}) - 6(2^x + 2^{-x}) + 10 = 0$ 의 근의 개수는? [3점]

26. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 가 있다. $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = -f'(-x)$, $\{f(0)\}^2 = f(1)$ 를 만족할 때, $2f'(1)$ 의 최솟값을 구하시오. [3점]

27. 수열 $\{a_k\}$ 에 대하여
 a_{2k-1} : 공차가 3인 등차수열,
 a_{2k} : 공비가 3인 등비수열 이고, $a_1 = 3$, $a_2 = 3$ 이다.
 $a_6 = a_p$ 일 때, p 의 값으로 옳은 것은? [3점]

28. 반지름의 길이가 1인 원에 다음과 같이

$$\angle A = \frac{\pi}{6}, \overline{AB} = \sqrt{3} - 1 \text{이며}$$

지름을 한 변으로 하는 삼각형 ABC 가 있다.

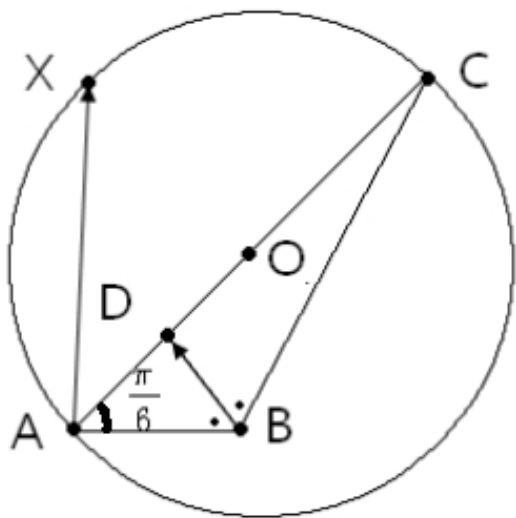
이 때, $\angle B$ 의 이등분선이 \overline{AC} 와 만나는 점을 D 라 하자.

점 X 는 원 C 위를 움직이며 $\overrightarrow{AX} \cdot \overrightarrow{BD}$ 가 최대가

되는 X 를 P 라 할 때, $\angle CAP = \frac{q}{p}\pi$ 이다.

(p 와 q 는 서로소인 자연수) 이 때, $p - q$ 의 값을 구하시오.

[4점]



29. 도함수가 $f'_t(x) = x^3 - tx^2 + (3t - 7)x - 2t + 6$ 인

사차함수 $f_t(x)$ 에 대하여 $|f_t(x) - f_t(t - 3)|$

미분 불가능한 점의 개수를 $g(t)$ 라 하자. 방정식

$g(t) = -3(t - 3)(t - 5)$ 의 근의 개수를 구하시오. [4점]

30. 평면 α 위에 높이가 2인 원기둥이 놓여있다.

원기둥의 윗면을 C_1 이라 하고 평면 α 에 포함된 두 원을

C_2, C_3 이라 하자. 원들의 반지름의 길이는 모두 1이며

각 원의 중심을 M_1, M_2, M_3 라 할 때,

$$\overline{M_1M_2} = \overline{M_1M_3} = 4, \overline{M_2M_3} = 2\sqrt{3} \text{ 이다.}$$

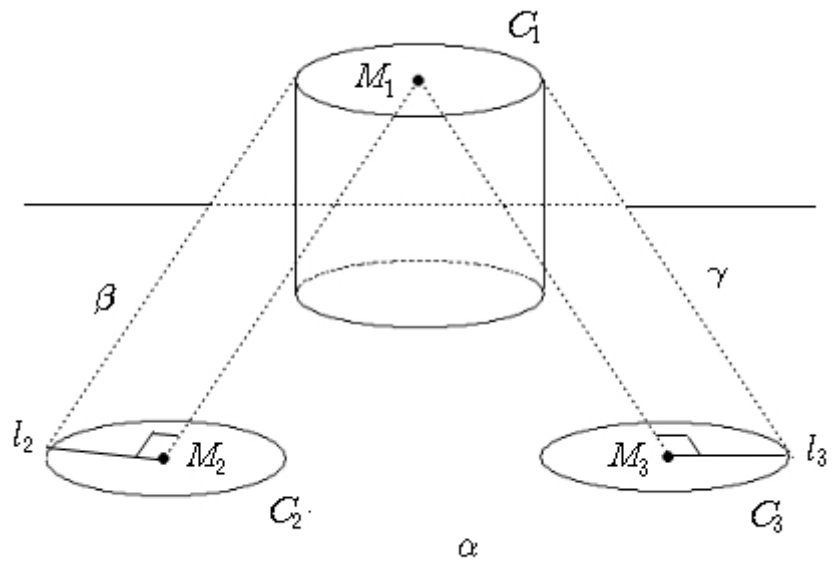
$\overline{M_1M_2}$ 와 수직인 C_2 위의 반지름을 l_2 ,

$\overline{M_1M_3}$ 와 수직인 C_3 위의 반지름을 l_3 라 하자.

$\overline{M_1M_2}$ 와 l_2 를 포함하는 평면을 β , $\overline{M_1M_3}$ 와 l_3 를 포함하

는 평면을 γ 라 할 때, β 와 γ 가 이루는 각은 θ 이다.

$24\cos\theta$ 의 값을 구하시오. ($0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$) [4점]



※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.