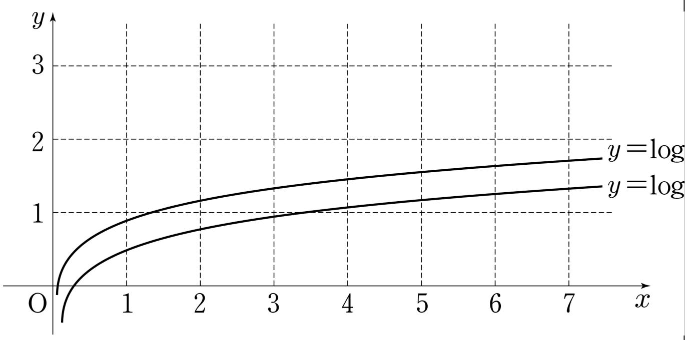
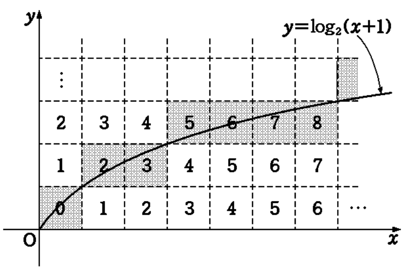
30. 좌표평면에서 다음 조건을 만족시키는 정사각형 중 두 함수 $y=\log 3x$, $y=\log 7x$ 의 그래프와 모두 만나는 것의 개수를 구하시오. [4점] 정답:79

(가) 꼭짓점의 x 좌표, y 좌표가 모두 자연수이고 한 변의 길이가 1이다.
(나) 꼭짓점의 x 좌표는 모두 100 이하이다.



수능완성 수1 p. 50 4번

1. 그림과 같이 좌표평면의 제1사분면을 한 변의 길이가 1인 정사각형으로 나눈 후 각 정사각형의 왼쪽 아래 꼭짓점의 x좌표와 y좌표를 더한 값을 그 정사각형에 쓴 다음, 로그함수 $y=\log_2(x+1)\,(0\le x\le 40)$의 그래프가 그 내부를 지나는 정사각형에 색칠을 한다.



이때, 색칠된 정사각형에 쓰인 수의 합을 구하여라.

2013년 6월 모평 30번

2. 3 보다 큰 자연수 n 에 대하여 $f(n)$ 을 다음 조건을 만족시키는 가장 작은 자연수 a 라 하자.

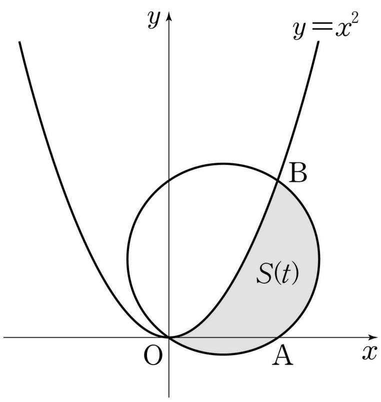
(가) $a \geqq 3$
(나) 두 점 $(2,\ 0)$, $(a,\ \log_n a)$ 를 지나는 직선의 기울기는 $\frac{1}{2}$ 보다 작거나 같다.

예를 들어 $f(5)=4$ 이다. $\sum_{n=4}^{30} f(n)$ 의 값을 구하시오.

2012학년도 6월 모의평가

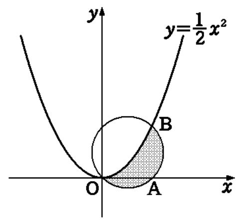
3. 100 이하의 자연수 전체의 집합을 S 라 할 때, $n\in S$ 에 대하여 집합 $\{k\,|\,k\in S$ 이고 $\log_2 n-\log_2 k$ 는 정수$\}$ 의 원소의 개수를 $f(n)$ 이라 하자. 예를 들어, $f(10)=5$ 이고 $f(99)=1$ 이다. 이때, $f(n)=1$ 인 n 의 개수를 구하시오.

29. 그림과 같이 곡선 $y=x^2$과 양수 t에 대하여 세 점 O$(0,\ 0)$, A$(t,\ 0)$, B$(t,\ t^2)$을 지나는 원 C가 있다. 원 C의 내부와 부등식 $y \le x^2$이 나타내는 영역의 공통부분의 넓이를 $S(t)$라 할 때, $S'(1)=\dfrac{p\pi+q}{4}$이다. p^2+q^2의 값을 구하시오. (단, p, q는 정수이다.) 정답 : 13



수능특강 미적분 P.91 1번

4. 그림과 같이 곡선 $y=\dfrac{1}{2}x^2$과 세 점 O$(0,\ 0)$, A$(2,\ 0)$, B$(2,\ 2)$를 지나는 원 C가 있다. 곡선 $y=\dfrac{1}{2}x^2$의 아래 부분과 원 C의 내부로 둘러싸인 도형의 넓이는?



① $\pi-\dfrac{1}{4}$ ② $\pi-\dfrac{1}{3}$ ③ $\pi-\dfrac{2}{3}$ ④ $\pi-\dfrac{4}{3}$ ⑤ $\pi-\dfrac{3}{2}$

2009년 수능

5. 삼차함수 $f(x)=x^3-3x-1$이 있다. 실수 $t\ (t \ge -1)$에 대하여 $-1 \le x \le t$에서 $|f(x)|$의 최댓값을 $g(t)$라고 하자. $\displaystyle\int_{-1}^{1} g(t)\,dt=\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 서로소인 자연수이다.)

28. 첫째항이 10인 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_n < a_{n+1}, \quad \sum_{k=1}^{n}(a_{k+1}-a_k)^2 = 2\left(1-\frac{1}{9^n}\right)$$

을 만족시킬 때, $\lim_{n\to\infty} a_n$의 값을 구하시오. 정답 :12

2012 9월 평가원 28

7. 첫째항이 12 이고 공비가 $\frac{1}{3}$ 인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 수열 $\{b_n\}$ 을 다음 규칙에 따라 정한다.

(가) $b_1 = 1$
(나) $n \geqq 1$ 일 때, b_{n+1} 은 점 $P_n\left(-b_n,\, b_n{}^2\right)$ 을 지나고 기울기가 a_n 인 직선과 곡선 $y=x^2$ 의 교점 중에서 P_n 이 아닌 점의 x 좌표이다.

$\lim_{n\to\infty} b_n$ 의 값을 구하시오.

2013년 6월 평가원 28

6. 수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_1 = 2$ 이고, $n \geqq 1$ 일 때, a_{n+1} 은 $\frac{1}{n+2} < \frac{a_k}{k} < \frac{1}{n}$ 을 만족시키는 자연수 k 의 개수이다. a_{10} 의 값을 구하시오.

2012 6월 평가원 28

8. 자연수 n 에 대하여 두 직선 $2x+y=4^n$, $x-2y=2^n$ 이 만나는 점의 좌표를 $(a_n,\, b_n)$ 이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{b_n}{a_n} = p$ 이다. $60p$ 의 값을 구하시오.

21. 좌표평면에서 두 함수

$$f(x) = 6x^3 - x, \quad g(x) = |x - a|$$

의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 모든 실수 a의 값의 합은? [4점] 정답 ④

① $-\frac{11}{18}$ ② $-\frac{5}{9}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $-\frac{4}{9}$ ⑤ $-\frac{7}{18}$

2011 수능

9. 실수 m 에 대하여 점 $(0,\ 2)$ 를 지나고 기울기가 m 인 직선이 곡선 $y = x^3 - 3x^2 + 1$ 과 만나는 점의 개수를 $f(m)$ 이라 하자. 함수 $f(m)$ 이 구간 $(-\infty,\ a)$ 에서 연속이 되게 하는 실수 a 의 최댓값은?

① -3 ② $-\frac{3}{4}$ ③ $\frac{3}{2}$

④ $\frac{15}{4}$ ⑤ 6

2007 6월 평가원

10. 양수 a 에 대하여 점 $(a, 0)$에서 곡선 $y = 3x^3$에 그은 접선과 점 $(0, a)$에서 곡선 $y = 3x^3$에 그은 접선이 서로 평행 할 때, $90a$ 의 값을 구하시오.

20. 어느 공장에서 생산하는 제품의 무게는 모평균이 m, 모표준편차가 $\frac{1}{2}$인 정규분포를 따른다고 한다. 이 공장에서 생산한 제품 중에서 25개를 임의추출하여 신뢰도 95%로 추정한 모평균 m에 대한 신뢰구간이 $[a,\ b]$일 때, $\mathrm{P}(|Z| \le c) = 0.95$를 만족시키는 c를 a, b로 나타낸 것은?
(단, 확률변수 Z는 표준정규분포를 따른다.) 정답 : ⑤

① $3(b-a)$ ② $\frac{7}{2}(b-a)$ ③ $4(b-a)$
④ $\frac{9}{2}(b-a)$ ⑤ $5(b-a)$

수능완성 미적분 유형편 P. 107 9번

12. 정규분포 $\mathrm{N}\left(m,\ \frac{1}{4}\right)$을 따르는 모집단으로부터 크기가 n인 표본을 임의추출하여 모평균 m을 신뢰도 99%로 추정한 신뢰구간이 $[\alpha,\ \beta]$이다. $\beta - \alpha = 0.129$일 때, n의 값을 구하여라. (단, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $\mathrm{P}(|Z| \le 2.58) = 0.99$로 계산한다.)

수능특강 미적분 P.151 3번

11. 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ 20^2)$을 따르는 모집단에서 임의추출한 크기 100인 표본의 표본평균 $\overline{X}$를 이용하여 신뢰도 α%로 모평균 m을 추정하려고 한다. Z가 표준정규분포를 따를 때, 양수 k에 대하여 $\mathrm{P}(Z \ge k) = \dfrac{1-\frac{\alpha}{100}}{2}$이다. 다음 중 모평균 m에 대한 신뢰구간은?

① $\overline{X} - \frac{k}{2} \le m \le \overline{X} + \frac{k}{2}$

② $\overline{X} - k \le m \le \overline{X} + k$

③ $\overline{X} - \frac{3}{2}k \le m \le \overline{X} + \frac{3}{2}k$

④ $\overline{X} - 2k \le m \le \overline{X} + 2k$

⑤ $\overline{X} - \frac{5}{2}k \le m \le \overline{X} + \frac{5}{2}k$

수능완성 미적분 유형편 P.109 8번

13. 모표준편차가 σ로 알려진 정규분포를 따르는 모집단에서 표본의 크기가 100인 표본을 임의추출하여 95%의 신뢰도로 모평균을 추정하였더니 신뢰구간이 $[2,\ 4]$이었고, 표본의 크기가 400인 표본을 임의추출하여 95%의 신뢰도로 모평균을 추정하였더니 신뢰구간이 $[4,\ k]$이었다. 이때, k의 값은? (단, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $\mathrm{P}(|Z| \le 1.96) = 0.475$로 계산한다.)

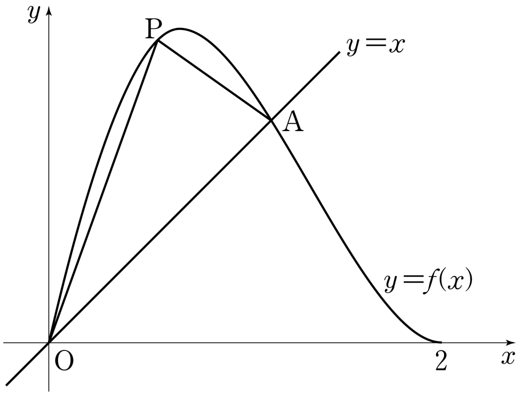
① 4.5 ② 5 ③ 5.5 ④ 6 ⑤ 6.5

19. 닫힌 구간 $[0, 2]$에서 정의된 함수

$$f(x) = ax(x-2)^2 \ \left(a > \frac{1}{2}\right)$$

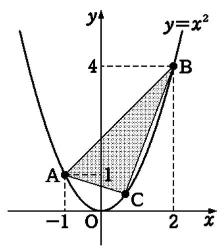
에 대하여 곡선 $y = f(x)$와 직선 $y = x$의 교점 중 원점 O가 아닌 점을 A라 하자. 점 P가 원점으로부터 점 A까지 곡선 $y = f(x)$ 위를 움직일 때, 삼각형 OAP의 넓이가 최대가 되는 점 P의 x좌표가 $\frac{1}{2}$이다. 상수 a의 값은? [4점] 정답 : ②

① $\frac{5}{4}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{17}{12}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{19}{12}$



수능완성 실전편 P.36 10번

14. 그림과 같이 곡선 $y = x^2$ 위의 세 점 $A(-1,\ 1)$, $B(2,\ 4)$, $C(t,\ t^2)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이의 최댓값은? (단, $-1 < t < 2$) [4점]

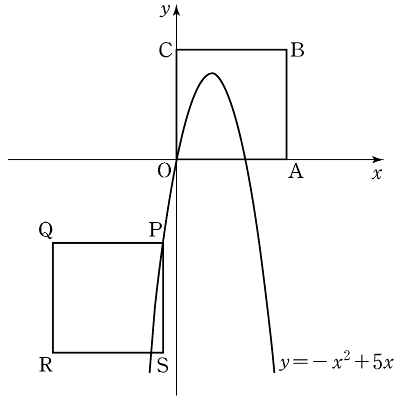


① 3 ② $\frac{25}{8}$ ③ $\frac{13}{4}$

④ $\frac{27}{8}$ ⑤ $\frac{7}{2}$

2007년 6월 평가원

15. 그림과 같이 좌표평면 위에 네 점 $O(0, 0)$, $A(8, 0)$, $B(8, 8)$, $C(0, 8)$을 꼭지점으로 하는 정사각형 OABC와 한 변의 길이가 8이고 네 변이 좌표축과 평행한 정사각형 PQRS가 있다. 점 P가 점 $(-1, -6)$에서 출발하여 포물선 $y = -x^2 + 5x$를 따라 움직이도록 정사각형 PQRS를 평행이동시킨다. 평행이동시킨 정사각형과 정사각형 OABC가 겹치는 부분의 넓이의 최대값을 $\frac{q}{p}$라 할 때, $p + q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)



18. 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$가

$$g(x)=\int \{x^2+f(x)\}dx, \quad f(x)g(x)=-2x^4+8x^3$$

을 만족시킬 때, $g(1)$의 값은? [4점] 정답 : ②

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

수능완성 미적분 유형편 P.53 2번

16. 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f'(2)+g(2)$의 값을 구하여라.

(가) $f'(x)+g'(x)=3x^2+1$

(나) $g(x)+2xf'(1)=x^2-5$

수능완성 실전편 P. 43 9번

17. 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가 모든 실수 x에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

2. (가) $f(x)=6x+\dfrac{1}{3}\displaystyle\int_0^2 g(t)\,dt$

3. (나) $g(x)=(x+1)f(x-1)$

$\displaystyle\int_{-1}^{1} f(x)\,dx$의 값은?

① -8 ② -6 ③ -4 ④ -2 ⑤ 0

12. 주머니 안에 1, 2, 3, 4의 숫자가 하나씩 적혀 있는 4장의 카드가 있다. 주머니에서 갑이 2장의 카드를 임의로 뽑고 을이 남은 2장의 카드 중에서 1장의 카드를 임의로 뽑을 때, 갑이 뽑은 2장의 카드에 적힌 수의 곱이 을이 뽑은 카드에 적힌 수보다 작을 확률은? 정답 : ③

① $\dfrac{1}{12}$ ② $\dfrac{1}{6}$ ③ $\dfrac{1}{4}$ ④ $\dfrac{1}{3}$ ⑤ $\dfrac{5}{12}$

수능특강 미적분 P.114 4번

18. 1부터 6까지의 자연수가 하나씩 적힌 6장의 카드가 있다. 이 6장의 카드 중에서 임의로 갑이 먼저 1장의 카드를 뽑은 후, 을이 남은 5장의 카드 중에서 2장의 카드를 뽑았다. 을이 뽑은 2장의 카드에 적힌 수의 합이 갑이 뽑은 1장의 카드에 적힌 수보다 작거나 같을 확률은?

① $\dfrac{3}{20}$ ② $\dfrac{11}{60}$ ③ $\dfrac{13}{60}$ ④ $\dfrac{1}{4}$ ⑤ $\dfrac{17}{60}$

2009년 수능

19. 각 면에 1, 1, 1, 2, 2, 3 의 숫자가 하나씩 적혀있는 정육면체 모양의 상자를 던져 윗면에 적힌 수를 읽기로 한다. 이 상자를 3 번 던질 때, 첫 번째와 두 번째 나온 수의 합이 4 이고 세 번째 나온 수가 홀수일 확률은?

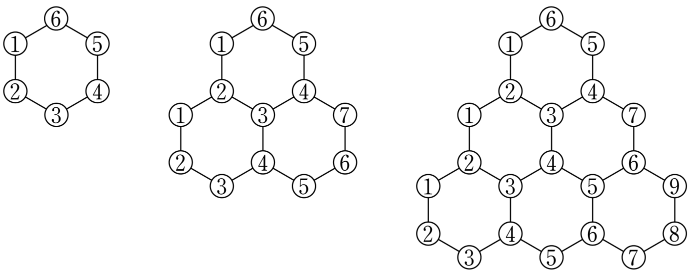
① $\dfrac{5}{27}$ ② $\dfrac{11}{54}$ ③ $\dfrac{2}{9}$

④ $\dfrac{13}{54}$ ⑤ $\dfrac{7}{27}$

14. 다음 [단계]에 따라 정육각형이 인접해 있는 모양의 도형에 자연수를 적는다.

[단계 1] <그림 1>과 같이 한 개의 정육각형을 그리고, 각 꼭짓점에 자연수를 1부터 차례로 적는다.
[단계 2] <그림 1>의 아래에 2개의 정육각형을 그리고, 새로 생긴 각 꼭짓점에 자연수를 1부터 차례로 적어서 <그림 2>를 얻는다.
⋮
[단계 n] <그림 $n-1$>의 아래에 n개의 정육각형을 그리고, 새로 생긴 각 꼭짓점에 자연수를 1부터 차례로 적어서 <그림 n>을 얻는다.

<그림 6>에 적혀있는 모든 수의 합은? [4점]



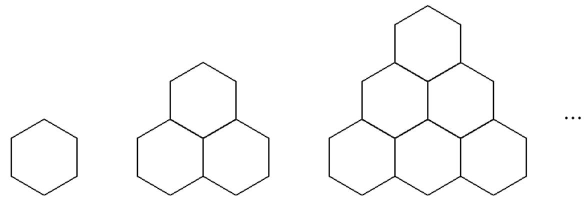
<그림 1> <그림 2> <그림 3>

① 338 ② 349 ③ 360 ④ 371 ⑤ 382

정답 : ④

수능완성 수1 P.84 4번

20. 그림과 같이 크기가 같은 정육각형을 [1단계]에서는 1개를 그리고 [2단계]에서는 [1단계]에서 그린 정육각형 아래로 2개의 정육각형을 더 그린다. [3단계]에서는 [2단계]에서 그린 정육각형 아래로 3개의 정육각형을 더 그린다. 이와 같은 방법으로 [n단계]에서 n개의 정육각형을 그릴 때, [n단계]에 그려진 모든 정육각형의 개수를 $a_n\,(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$이라 하자. 예를 들어 $a_1=1,\ a_2=3,\ a_3=6$이다. 이때, $\sum_{k=1}^{9}\frac{100}{a_k}$의 값은?

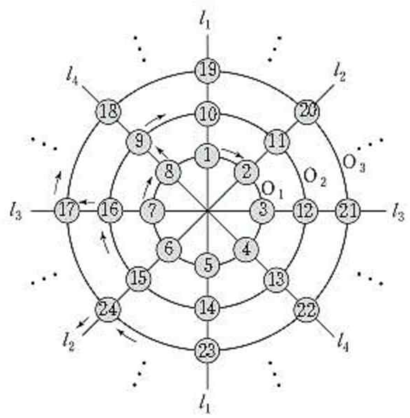


[1단계] [2단계] [3단계]

① 120 ② 140 ③ 160 ④ 180 ⑤ 200

2007년 6월 평가원

21. 다음 그림은 동심원 $\mathrm{O}_1, \mathrm{O}_2, \mathrm{O}_3, \cdots$과 직선 l_1, l_2, l_3, l_4의 교점 위에 자연수를 1부터 차례로 적은 것이다.



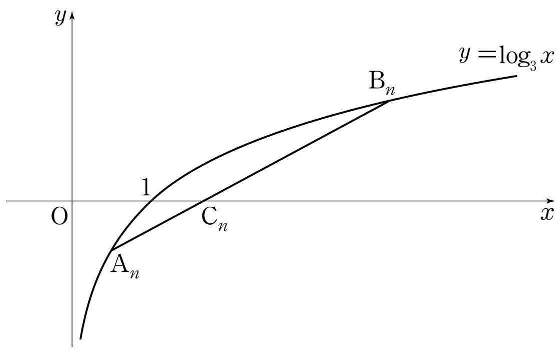
이미 채워진 수들의 규칙에 따라 계속하여 적어 나가면 475는 원 O_m과 직선 l_n의 교점 위에 있다. $m+n$의 값을 구하시오.

15. 2 이상의 자연수 n에 대하여 함수 $y=\log_3 x$의 그래프 위의 x좌표가 $\frac{1}{n}$인 점을 A_n이라 하자. 그래프 위의 점 B_n과 x축 위의 점 C_n이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 점 C_n은 선분 $\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n$과 x축의 교점이다.
(나) $\overline{\mathrm{A}_n\mathrm{C}_n} : \overline{\mathrm{C}_n\mathrm{B}_n} = 1 : 2$

점 C_n의 x좌표를 x_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{x_n}{n^2}$의 값은?

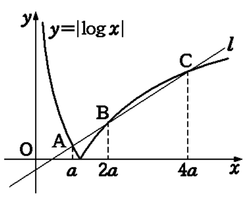
① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ 1



정답 : ①

수능완성 수1 P.50 5번

22. 그림과 같이 함수 $y=|\log x|$의 그래프와 직선 l의 세 교점 A, B, C의 x좌표가 각각 a, $2a$, $4a$일 때, 직선 l의 y절편은? $\left(단,\ \frac{1}{2}<a<1\right)$



① $-\log 2$ ② $-\frac{3}{4}\log 2$ ③ $-\frac{1}{2}\log 2$

④ $-\frac{1}{4}\log 2$ ⑤ $-\frac{1}{8}\log 2$

작년 ebs 수능완성 수1 P.51 4번

23. 함수 $y=\log_3 x$의 그래프 위의 서로 다른 두 점 A, B가 다음 두 조건을 만족한다.

(가) 선분 AB의 중점이 x축 위에 있다.
(나) 선분 AB를 $3:1$로 외분하는 점이 y축 위에 있다.

이때, 삼각형 OAB의 넓이는?(단, O는 원점이다.)

① $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ 1

④ $\sqrt{2}$ ⑤ $\sqrt{3}$

작년 ebs 수능완성 수1 P.38 7번

24. 함수 $f(x)=a^x$의 그래프와 그 역함수 $g(x)$의 그래프가 두 점 $A(\alpha,\ \alpha^{\alpha})$, $B(\beta,\ \alpha^{\beta})$에서 만난다. 선분 AB를 $1:2$로 외분하는 점이 원점일 때, $a\alpha\beta$의 값은? (단, $a>0,\ a\neq 1$)

① $4\sqrt{2}$ ② 8 ③ $8\sqrt{2}$

④ 16 ⑤ $16\sqrt{2}$

16. 역행렬이 존재하는 두 이차정사각행렬 A, B가

$$(A+B)(A^{-1}+B^{-1})=4E$$

를 만족시킨다. 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?
(단, E는 단위행렬이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. $A^{-1}+B^{-1}$의 역행렬이 존재한다.
ㄴ. $A=E$이면 $B=E$이다.
ㄷ. $AB=\frac{1}{2}E$이면 $A^2+B^2=E$이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ 정답 : ③

수능특강 수1 P.29 1번

25. 두 이차정사각행렬 A, B와 단위행렬 E에 대하여 다음 등식이 성립할 때, 행렬 A^2+B^2의 모든 성분의 합은?

$$(A+B)^{-1}=\frac{1}{4}(A^{-1}+B^{-1}),\ AB=\frac{1}{2}E$$

① 0 ② 1 ③ 2
④ 3 ⑤ 4

수능완성 수1 P.14 7번

26. 이차정사각행렬 A, B가 모든 역행렬을 가질 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은? (단, E는 단위행렬이다.)

보기

ㄱ. $A^2B=E$이면 $B^{-1}A^{-1}=A$이다.
ㄴ. $A^2=E$이고 $ABA=B$이면 $AB=BA$이다.
ㄷ. $B^2+BA=A^{-1}$이면 $(A+B)^{-1}B^{-1}=A$이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

수능완성 수1 P.14 8번

27. 두 행렬 $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$에 대하여 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은? (단, $ad-bc\neq 0$)

보기

ㄱ. $AB=BA$
ㄴ. $a+d\neq 0$이면 $(A+B)^{-1}=A^{-1}+B^{-1}$이다.
ㄷ. $AC=CA$를 만족시키는 행렬 C에 대하여 $ABC=CBA$가 성립한다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

16. 수열 $\{a_n\}$은 $a_1 = -\frac{4}{9}$이고,

$$2^n a_{n+1} - 2^{n+1} a_n = n \quad (n \ge 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n을 구하는 과정이다.

주어진 식 $2^n a_{n+1} - 2^{n+1} a_n = n$의 양변을 2^{2n+1}으로 나누면

$$\frac{a_{n+1}}{2^{n+1}} - \frac{a_n}{2^n} = \frac{n}{2^{2n+1}} \quad (n \ge 1)$$

이므로 $n \ge 2$인 자연수 n에 대하여

$$\frac{a_n}{2^n} = \frac{a_1}{2} + \sum_{k=1}^{n-1} \frac{k}{2^{2k+1}} \quad \cdots\cdots (*)$$

이다. 한편

$$\sum_{k=1}^{n-1} \frac{k}{2^{2k+1}} = \frac{2}{3}\left(\sum_{k=1}^{n-1} \frac{k}{2^{2k}} - \frac{1}{4}\sum_{k=1}^{n-1} \frac{k}{2^{2k}}\right)$$

$$= \frac{2}{3}\left\{\left(\frac{1}{4} + \frac{2}{4^2} + \cdots + \frac{n-1}{4^{n-1}}\right) - \left(\frac{1}{4^2} + \frac{2}{4^3} + \cdots + \frac{n-1}{4^n}\right)\right\}$$

$$= \frac{2}{3}\left(\sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{4^k} - \frac{\boxed{(가)}}{4^n}\right)$$

이므로 $(*)$에 의하여

$$a_n = \boxed{(나)} + \frac{2^{n+1}}{3}\left(\sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{4^k} - \frac{\boxed{(가)}}{4^n}\right)$$

$$= -\frac{3n+1}{9 \cdot 2^{n-1}} \quad (n \ge 2)$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$이라 할 때, $f(10) \times g(5)$의 값은? [4점]

① -64 ② -56 ③ -48
④ -40 ⑤ -32

정답 : ①

수능완성 미적분 실전편 P.37 14번

28. 수열 $\{a_n\}$이 다음과 같이 정의되어 있다.

$a_1 = 0$,

$$na_{n+1} - (n+1)a_n = \frac{1}{n+2} \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

다음은 이 수열의 일반항 a_n에 대하여 무한급수 $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n+1)a_n}$의 값을 구하는 과정이다.

등식 $na_{n+1} - (n+1)a_n = \frac{1}{n+2}$에서 양변을 $n(n+1)$로 나누면

$$\frac{a_{n+1}}{n+1} - \frac{a_n}{n} = \frac{1}{n(n+1)(n+2)} \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

이므로

$n \ge 2$일 때,

$$\frac{a_n}{n} = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{k(k+1)(k+2)}$$

$$= \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n-1}\left\{\frac{1}{k(k+1)} - \frac{1}{(k+1)(k+2)}\right\}$$

$$= \frac{1}{4} - \boxed{㈎}$$

$$\therefore\ a_n = \boxed{㈏} \quad (n = 2,\ 3,\ \cdots)$$

$$\therefore \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n+1)a_n} = \lim_{n\to\infty} \frac{4}{3}\sum_{k=2}^{n}\left(\frac{1}{k-1} - \qquad\right)$$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{11}{6} = \frac{22}{9}$$

위의 ㈎, ㈐에 들어갈 식을 각각 $f(n)$, $g(k)$라 할 때, $\frac{1}{f(3)} \times \frac{1}{g(3)}$의 값은? [3점]

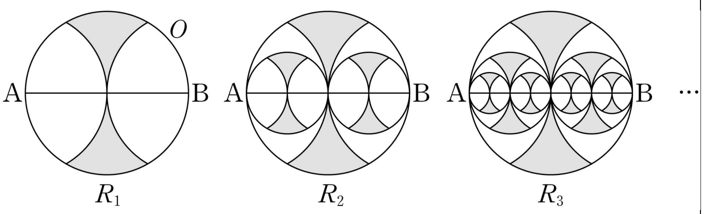
① 40 ② 60 ③ 80
④ 100 ⑤ 120

9. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 원 O가 있다. A, B를 각각 중심으로 하고 원 O와 반지름의 길이가 같은 두 원의 외부와 원 O의 내부의 공통부분인 ⌛ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.

그림 R_1에 선분 AB를 2등분한 선분을 각각 지름으로 하는
두 원을 그리고, 이 두 원 안에 각각 그림 R_1을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 ⌛ 모양의 두 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.

그림 R_2에 선분 AB를 4등분한 선분을 각각 지름으로 하는
네 원을 그리고, 이 네 원 안에 각각 그림 R_1을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 ⌛ 모양의 네 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_3이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 ⌛ 모양의 모든 도형의 넓이의 합을 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은? [3점]



① $3\sqrt{3}-\frac{4}{3}\pi$ ② $2\sqrt{3}-\frac{2}{3}\pi$

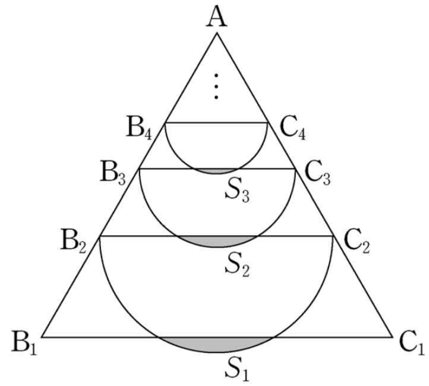
③ $2\sqrt{3}-\frac{\pi}{2}$ ④ $3\sqrt{3}-\pi$

⑤ $3\sqrt{3}-\frac{2}{3}\pi$ 정답 : ②

2013학년도 6월 평가원

29. 한 변의 길이가 3 인 정삼각형 AB_1C_1 이 있다. 그림과 같이 선분 AB_1 과 선분 AC_1 을 2 : 1 로 내분하는 점을 각각 B_2, C_2 라 하고, 선분 B_2C_2 를 지름으로 하는 원의 호 B_2C_2 와 선분 B_1C_1 로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_1 이라 하자.

정삼각형 AB_2C_2 에서 선분 AB_2 과 선분 AC_2 을 2 : 1 로 내분하는 점을 각각 B_3, C_3 라 하고, 선분 B_3C_3 를 지름으로 하는 원의 호 B_3C_3 와 선분 B_2C_2 로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_2 이라 하자.



이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 부분의 넓이를 S_n 이라할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은? [3점]

① $\frac{3\pi-5\sqrt{3}}{10}$ ② $\frac{6\pi-9\sqrt{3}}{20}$ ③ $\frac{4\pi-5\sqrt{3}}{10}$

④ $\frac{8\pi-9\sqrt{3}}{20}$ ⑤ $\frac{10\pi-9\sqrt{3}}{20}$

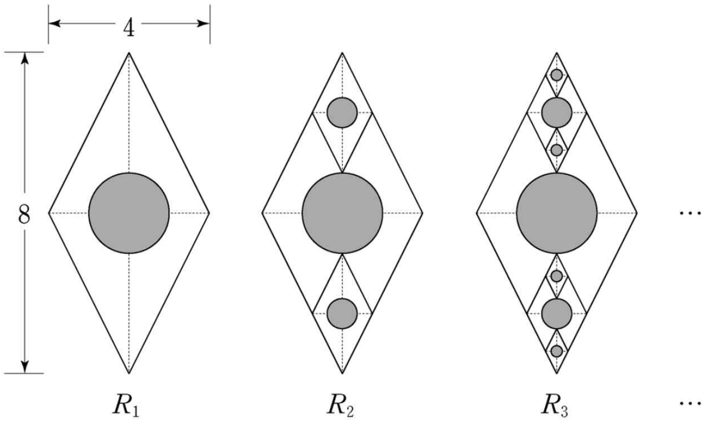
2012학년도 9월 평가원

30. 그림과 같이 두 대각선의 길이가 각각 8, 4 인 마름모 내부에 두 대각선의 교점을 중심으로 하고 짧은 대각선의 길이의 $\frac{1}{2}$ 을 지름으로 하는 원을 그려서 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에 있는 마름모에 긴 대각선의 양 끝점으로부터 그 대각선과 원의 두 교점 중 가까운 점까지의 선분을 각각 긴 대각선으로 하고, 마름모의 이웃하는 두 변 위에 짧은 대각선의 양 끝점이 놓이도록 마름모를 2 개 그린다. 새로 그려진 각 마름모에서, 두 대각선의 교점을 중심으로 하고 짧은 대각선의 길이의 $\frac{1}{2}$ 을 지름으로 하는 원을 그려서 얻은 그림을 R_2 라 하자.

그림 R_2 에 있는 작은 두 마름모에 긴 대각선의 양 끝점으로부터 그 대각선과 원의 두 교점 중 가까운 점까지의 선분을 각각 긴 대각선으로 하고, 마름모의 이웃하는 두 변 위에 짧은 대각선의 양 끝점이 놓이도록 마름모를 4 개 그린다. 새로 그려진 각 마름모에서, 두 대각선의 교점을 중심으로 하고 짧은 대각선의 길이의 $\frac{1}{2}$ 을 지름으로 하는 원을 그려서 얻은 그림을 R_3 이라 하자.

이와 같은 방법으로 n 번째 얻은 그림 R_n 에 있는 모든 원의 넓이의 합을 S_n 이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$ 의 값은?



[3점][2011년 9월 평가원모의고사 나형 9번]

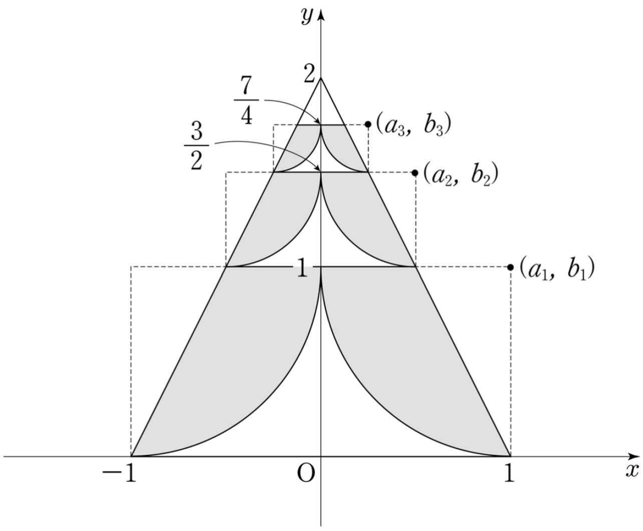
① $\frac{16}{13}\pi$ ② $\frac{32}{25}\pi$ ③ $\frac{4}{3}\pi$ ④ $\frac{32}{23}\pi$ ⑤ $\frac{16}{11}\pi$

2012학년도 6월 평가원

31. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 의 일반항이 각각

$$a_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}, \quad b_n = \sum_{k=1}^{n} \left(\frac{1}{2}\right)^{k-1}$$

이다. 좌표평면에서 중심이 (a_n, b_n) 이고 y 축에 접하는 원의 내부와 연립부등식 $\begin{cases} y \leq b_n \\ 2x+y-2 \leq 0 \end{cases}$ 이 나타내는 영역의 공통부분을 P_n 이라 하고, y 축에 대하여 P_n 과 대칭인 영역을 Q_n 이라 하자. P_n 의 넓이와 Q_n 의 넓이의 합을 S_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은? [4점]



① $\frac{5(\pi-1)}{9}$ ② $\frac{11(\pi-1)}{18}$

③ $\frac{2(\pi-1)}{3}$ ④ $\frac{13(\pi-1)}{18}$

⑤ $\frac{7(\pi-1)}{9}$

정답

1. 923
2. 86
3. 25
4. ③
5. 17
6. 513
7. 19
8. 30
9. ④
10. 20
11. ④
12. 400
13. ②
14. ④
15. 527
16. 12
17. ①
18. ③
19. ①
20. ④
21. 64
22. ④
23. ①
24. ③
25. ⑤
26. ⑤
27. ④
28. ⑤
29. ②
30. ④
31. ③