

2021학년도 6월 모의고사 나형 보충프린트

■ 실시일: 2020년 6월 19일

★ 풀어보아야 하는 6월 가형 문항 ★

001 2021학년도 6월 평가원 수학 가형

--	--	--	--	--	--

6. 두 양수 a, b 에 대하여 좌표평면 위의 두 점 $(2, \log_4 a)$, $(3, \log_2 b)$ 를 지나는 직선이 원점을 지날 때, $\log_a b$ 의 값은?
(단, $a \neq 1$) [3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

002 2021학년도 6월 평가원 수학 가형

--	--	--	--	--	--

9. 함수

$$f(x) = 2 \log_{\frac{1}{2}}(x+k)$$

가 닫힌구간 $[0, 12]$ 에서 최댓값 -4 , 최솟값 m 을 갖는다.
 $k+m$ 의 값은? (단, k 는 상수이다.) [3점]

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

003 2021학년도 6월 평가원 수학 가형

--	--	--	--	--	--

12. 자연수 n 이 $2 \leq n \leq 11$ 일 때, $-n^2 + 9n - 18$ 의 n 제곱근
중에서 음의 실수가 존재하도록 하는 모든 n 의 값의 합은?
[3점]

- ① 31 ② 33 ③ 35 ④ 37 ⑤ 39

004 2021학년도 6월 평가원 수학 가형

--	--	--	--	--	--

14. $0 \leq \theta < 2\pi$ 일 때, x 에 대한 이차방정식

$$x^2 - (2\sin\theta)x - 3\cos^2\theta - 5\sin\theta + 5 = 0$$

이 실근을 갖도록 하는 θ 의 최솟값과 최댓값을 각각 α, β 라
하자. $4\beta - 2\alpha$ 의 값은? [4점]

- ① 3π ② 4π ③ 5π ④ 6π ⑤ 7π

005 2021학년도 6월 평가원 수학 가형

--	--	--	--	--

15. 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항은

$$a_n = (2^{2n} - 1) \times 2^{n(n-1)} + (n-1) \times 2^{-n}$$

이다. 다음은 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n a_k = 2^{n(n+1)} - (n+1) \times 2^{-n} \dots\dots (*)$$

임을 수학적 귀납법을 이용하여 증명한 것이다.

(i) $n=1$ 일 때, (좌변)=3, (우변)=3이므로 (*)이 성립한다.

(ii) $n=m$ 일 때, (*)이 성립한다고 가정하면

$$\sum_{k=1}^m a_k = 2^{m(m+1)} - (m+1) \times 2^{-m}$$

이다. $n=m+1$ 일 때,

$$\sum_{k=1}^{m+1} a_k = 2^{m(m+1)} - (m+1) \times 2^{-m} + (2^{2m+2} - 1) \times \boxed{(가)} + m \times 2^{-m-1}$$

$$= \boxed{(가)} \times \boxed{(나)} - \frac{m+2}{2} \times 2^{-m}$$

$$= 2^{(m+1)(m+2)} - (m+2) \times 2^{-(m+1)}$$

이다. 따라서 $n=m+1$ 일 때도 (*)이 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n a_k = 2^{n(n+1)} - (n+1) \times 2^{-n}$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(m)$, $g(m)$ 이라 할 때, $\frac{g(7)}{f(3)}$ 의 값은? [4점]

- ① 2 ② 4 ③ 8 ④ 16 ⑤ 32

006 2021학년도 6월 평가원 수학 가형

--	--	--	--	--

17. 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7이 하나씩 적혀 있는 7장의 카드가 있다. 이 7장의 카드를 모두 한 번씩 사용하여 일렬로 임의로 나열할 때, 다음 조건을 만족시킬 확률은? [4점]

- (가) 4가 적혀 있는 카드의 바로 양옆에는 각각 4보다 큰 수가 적혀 있는 카드가 있다.
- (나) 5가 적혀 있는 카드의 바로 양옆에는 각각 5보다 작은 수가 적혀 있는 카드가 있다.

- ① $\frac{1}{28}$ ② $\frac{1}{14}$ ③ $\frac{3}{28}$ ④ $\frac{1}{7}$ ⑤ $\frac{5}{28}$



007 2021학년도 6월 평가원 수학 가형

--	--	--	--	--

19. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 A 에서 B 로의 모든 함수 f 중에서 임의로 하나를 선택할 때, 이 함수가 다음 조건을 만족시킬 확률은? [4점]


$$f(1) \geq 2 \text{ 이거나 함수 } f \text{의 치역은 } B \text{이다.}$$

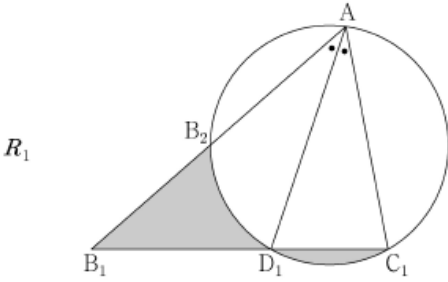
- ① $\frac{16}{27}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{20}{27}$ ④ $\frac{22}{27}$ ⑤ $\frac{8}{9}$

008 2021학년도 6월 평가원 수학 가형

--	--	--	--	--

20. 그림과 같이 $\overline{AB_1}=3$, $\overline{AC_1}=2$ 이고 $\angle B_1AC_1 = \frac{\pi}{3}$ 인

삼각형 AB_1C_1 이 있다. $\angle B_1AC_1$ 의 이등분선이 선분 B_1C_1 과 만나는 점을 D_1 , 세 점 A, D_1, C_1 을 지나는 원이 선분 AB_1 과 만나는 점 중 A 가 아닌 점을 B_2 라 할 때, 두 선분 B_1B_2 , B_1D_1 과 호 B_2D_1 로 둘러싸인 부분과 선분 C_1D_1 과 호 C_1D_1 로 둘러싸인 부분인  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.



다음 물음에 답하시오.

(1) 그림 R_1 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 구하시오.

(2) 선분 AB_2 의 길이를 구하시오.

009 2021학년도 6월 평가원 수학 가형

--	--	--	--	--

21. 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항은

$$a_n = \log_2 \sqrt{\frac{2(n+1)}{n+2}}$$

이다. $\sum_{k=1}^m a_k$ 의 값이 100 이하의 자연수가 되도록 하는 모든 자연수 m 의 값의 합은? [4점]

- ① 150 ② 154 ③ 158 ④ 162 ⑤ 166

010 2021학년도 6월 평가원 수학 가형

--	--	--	--	--

24. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1=9$, $a_2=3$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+2} = a_{n+1} - a_n$$

을 만족시킨다. $|a_k|=3$ 을 만족시키는 100 이하의 자연수 k 의 개수를 구하시오. [3점]

011 2021학년도 6월 평가원 수학 가형

--	--	--	--	--

29. 검은색 볼펜 1자루, 파란색 볼펜 4자루, 빨간색 볼펜 4자루가 있다. 이 9자루의 볼펜 중에서 5자루를 선택하여 2명의 학생에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수를 구하시오. (단, 같은 색 볼펜끼리는 서로 구별하지 않고, 볼펜을 1자루도 받지 못하는 학생이 있을 수 있다.) [4점]

★ 오답률 TOP 10 6월 나형 문항 + α ★

012 2021학년도 6월 평가원 수학 나형

21. 두 곡선 $y=2^x$ 과 $y=-2x^2+2$ 가 만나는 두 점을 (x_1, y_1) , (x_2, y_2) 라 하자. $x_1 < x_2$ 일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

ㄱ. $x_2 > \frac{1}{2}$

ㄴ. $y_2 - y_1 < x_2 - x_1$

ㄷ. $\frac{\sqrt{2}}{2} < y_1 y_2 < 1$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

오답률 Top 10 [정답률 43.6%]

Comment
 믿고 찍는 5번의 여파로 오답률이 Top10가 나왔다고 생각한다.
 만약 찍어서 맞았다면 자신의 점수에서 4점을 제외시키도록 하자.

013 2010학년도 수능 가형

16. 자연수 $n(n \geq 2)$ 에 대하여 직선 $y=-x+n$ 과 곡선 $y=|\log_2 x|$ 가 만나는 서로 다른 두 점의 x 좌표를 각각 $a_n, b_n(a_n < b_n)$ 이라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

ㄱ. $a_2 < \frac{1}{4}$

ㄴ. $0 < \frac{a_{n+1}}{a_n} < 1$

ㄷ. $1 - \frac{\log_2 n}{n} < \frac{b_n}{n} < 1$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

014 2021학년도 수능특강 수1 p35

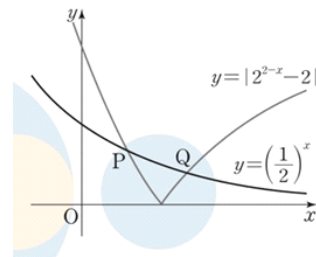
그림과 같이 두 곡선 $y=(\frac{1}{2})^x$, $y=|2^{2-x}-2|$ 가 만나는 두 점을 각각 $P(x_1, y_1)$, $Q(x_2, y_2)$ ($x_1 < x_2$)라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

< 보 기 >

ㄱ. $x_1 < 1 < x_2$

ㄴ. $y_2 > \frac{1}{2}$

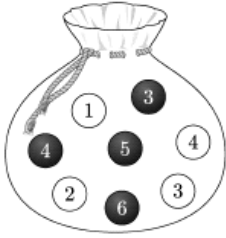
ㄷ. $x_1 > \frac{1}{2}$



015 2021학년도 6월 평가원 수학 나형

20. 주머니에 숫자 1, 2, 3, 4가 하나씩 적혀 있는 흰 공 4개와 숫자 3, 4, 5, 6이 하나씩 적혀 있는 검은 공 4개가 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 4개의 공을 동시에 꺼내는 시행을 한다. 이 시행에서 꺼낸 공에 적혀 있는 수가 같은 것이 있을 때, 꺼낸 공 중 검은 공이 2개일 확률은? [4점]

- ① $\frac{13}{29}$ ② $\frac{15}{29}$ ③ $\frac{17}{29}$ ④ $\frac{19}{29}$ ⑤ $\frac{21}{29}$



오답률 Top 9 [정답률 42.7%]

Comment

전형적인 조건부 확률이다. 꺼낸 공에 적혀 있는 수가 같은 것이 1개일 때, 2개일 때 case분류해서 구하며 된다.
 꺼낸 공에 적혀 있는 수가 같은 것이 1개일 때, 검은 공이 2개인 경우를 찾는 것이 point 였다. 이 부분이 살짝 어려울 수 있어서 평소에 출제되는 조건부 확률보다는 난이도가 높았다고 생각한다. 만약 틀렸다면 조건부 확률 기출문제를 많이 풀어보도록 하자.

016 2021 규토 고득점 N제 나형

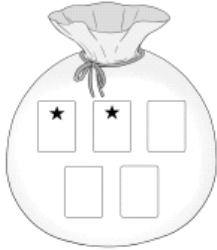
18. 서로 다른 2개의 주사위를 동시에 던져 나온 눈의 합이 6의 배수이면 한 개의 동전을 6번 던지고, 나온 눈의 합이 6의 배수가 아니면 한 개의 동전을 3번 던진다. 이 시행에서 동전의 앞면이 나온 횟수가 뒷면이 나온 횟수의 2배일 때, 동전을 3번 던졌을 확률은? [4점]

- ① $\frac{4}{9}$ ② $\frac{5}{9}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{7}{9}$ ⑤ $\frac{8}{9}$

017 2018년 고3 교육청 나형

--	--	--	--	--

28. 그림과 같이 주머니에 ★ 모양의 스티커가 각각 1개씩 붙어 있는 카드 2장과 스티커가 붙어 있지 않은 카드 3장이 들어 있다.



이 주머니를 사용하여 다음의 시행을 한다.

주머니에서 임의로 2장의 카드를 동시에 꺼낸 다음, 꺼낸 카드에 ★ 모양의 스티커를 각각 1개씩 붙인 후 다시 주머니에 넣는다.

위의 시행을 2번 반복한 뒤 주머니 속에 ★ 모양의 스티커가 3개 붙어 있는 카드가 들어 있을 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

018 2020학년도 규토 모의고사 나형

--	--	--	--	--

29. 그림과 같이 주머니에는 1부터 6까지의 숫자가 하나씩 적힌 6장의 카드가 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 1장의 카드를 꺼내어 카드에 적힌 숫자를 확인하고 다시 넣는 시행을 반복한다. 카드에 적힌 숫자가 3의 배수이면 나온 숫자를 점수로 하고, 3의 배수가 아니면 나온 숫자를 3으로 나누었을 때의 나머지를 점수로 한다. 첫 번째 시행에서 카드에 적혀 있는 숫자가 2 또는 3이 나왔을 때, 총 4번의 시행에서 나온 모든 점수의 합이 8이 될 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



019 2021학년도 6월 평가원 수학 나형

24. 곡선 $y = x^3 - 6x^2 + 6$ 위의 점 $(1, 1)$ 에서의 접선이 점 $(0, a)$ 를 지날 때, a 의 값을 구하시오. [3점]

오답률 Top 8 [정답률 40%]

Comment

정답률 실화냐... 만약 틀렸으면 당장 개념학습으로 돌아가자!!
라이트 N제 수2 강매다. 바로 구매도록 하자.

접선의 방정식 유형은 크게 4가지가 있다.

- ① 곡선 위의 점에서의 접선의 방정식
- ② 기울기가 주어진 접선의 방정식
- ③ 곡선 위에 있지 않은 점에서 곡선에 그은 접선의 방정식
- ④ 공통 접선

위 4가지를 완벽히 숙지하고 있어야 한다.

020 2021학년도 규토 라이트 N제 수학2

Theme ① 접선의 기울기

001

곡선 $y = 2x^3 - ax^2 + 3x + b$ 가 점 $(1, 2)$ 를 지나고 이 점에서의 접선의 기울기가 -1 일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.)

Theme ② 접선의 방정식-곡선 위의 점이 주어질 때

007

곡선 $y = x^3 - 6x + 5$ 위의 점 $(-1, 10)$ 에서의 접선의 방정식을 $y = mx + n$ 이라 할 때, $m + 3n$ 의 값을 구하시오. (단, m, n 은 상수이다.)

Theme ③ 접선의 방정식-기울기가 주어질 때

018

곡선 $y = x^4 - 2x + 4$ 에 접하고 직선 $y = 2x + 5$ 에 평행한 직선의 방정식이 $y = mx + n$ 일 때, $m + 3n$ 의 값을 구하시오. (단, m, n 은 상수이다.)

Theme ④ 접선의 방정식-곡선 밖의 점이 주어질 때

025

점 $(0, -1)$ 에서 곡선 $y = -4x^3 + x$ 에 그은 접선의 방정식은 $y = mx + n$ 이다. $m^2 + n^2$ 의 값을 구하시오. (단, m, n 은 상수이다.)

Theme ⑤ 접선의 방정식 - 공통 접선

031

상수 $k(k > 0)$ 에 대하여 함수 $f(x) = x^3 - 4x, g(x) = -2x^2 + k$ 의 그래프가 점 (a, b) 에서 공통인 접선을 가질 때, $a + b + k$ 의 값을 구하시오.

Theme ⑥ 접선의 방정식 - 교점에서의 접선

033

두 곡선 $y = -x^3, y = x^2 + ax + b$ 가 점 $(1, -1)$ 에서 만나고, 이 점에서의 접선이 서로 수직일 때, $b - 5a$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.)

021 2021학년도 6월 평가원 수학 나형

25. 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$a_1 = 1, \quad \frac{S_6}{S_3} = 2a_4 - 7$$

일 때, a_7 의 값을 구하시오. [3점]

오답률 Top 7 [정답률 39.7%]

Comment

정답률 실화냐... 절대 틀리면 안되는 기본 예제 유형이다.
만약 틀렸다면 등차등비수열 기출문제를 꼭 점검하도록 하자.

022 2021학년도 규토 라이트 N제 수학1

030

수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이

$S_n = 3^{n+2} - 9$ 일 때, 수열 $\{a_{2n}a_{3n}\}$ 의 일반항이

$a_{2n}a_{3n} = p \times q^n$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p, q 는 자연수이다.)

032 2019학년도 수능 나형

첫째항이 7인 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의

합을 S_n 이라 하자. $\frac{S_9 - S_5}{S_6 - S_2} = 3$ 일 때, a_7 의 값을

구하시오. [3점]

044 2019학년도 고3 9월 평가원 나형

모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터

제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$S_4 - S_3 = 2, S_6 - S_5 = 50$ 일 때,

a_5 의 값을 구하시오. [4점]

023 2021학년도 6월 평가원 수학 나형

17. 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x) = 4x^3 + x \int_0^1 f(t) dt$$

를 만족시킬 때, $f(1)$ 의 값은? [4점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

오답률 Top 6 [정답률 39%]

Comment

필수유형 중에 하나이다. 21번과 마찬가지로 절대 틀리면 안 되는 유형 중에 하나이다.
만약 틀렸다면 기본 필수유형 정리가 반드시 필요하다.

024 2021학년도 규토 라이트 N제 수학2

042

다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(x) = 3x^2 - 2x + \int_0^2 f(t) dt$

일 때, $f(4)$ 의 값을 구하시오.

044

다항함수 $f(x)$ 에 대하여

$$f(x) = -9x^2 - 2x \int_0^1 f(t) dt + \left\{ \int_0^1 f(t) dt \right\}^2$$

이고 $f'(0) < 0$ 일 때, $f(0)$ 의 값을 구하시오.

045

다항함수 $f(x)$ 에 대하여

$$f(x) = 4x^3 + \int_{-1}^0 (x+2)f(t) dt \text{ 일 때,}$$

$f\left(\int_{-1}^0 f(t) dt\right)$ 의 값을 구하시오.

025 2021학년도 6월 평가원 수학 나형

18. 공차가 2인 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. $S_k = -16$, $S_{k+2} = -12$ 를 만족시키는 자연수 k 에 대하여 a_{2k} 의 값은? [4점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

오답률 Top 5 [정답률 37.6%]

026 2021학년도 규토 라이트 N제 수학1

010

등차수열 $\{a_n\}$ 에서 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때, $S_{10} = 50$, $S_{15} = 150$ 이다. a_{50} 의 값을 구하시오.

025

등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 에 대하여 $S_n = 15$, $S_{2n} = 45$ 일 때, S_{3n} 의 값을 구하시오.

026

첫째항이 2인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여
 $a_2 + a_4 + a_6 + \dots + a_{2k} = 340$,
 $a_1 + a_3 + a_5 + \dots + a_{2k-1} = 170$
 를 만족시키는 자연수 k 의 값을 구하시오.

028

등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여
 $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{10} = 32$
 $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \dots + \frac{1}{a_{10}} = 4$
 일 때, $\log_2 a_1 + \log_2 a_2 + \log_2 a_3 + \dots + \log_2 a_{10}$
 의 값을 구하시오.

046 2010학년도 수능 나형

수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. 수열 $\{S_{2n-1}\}$ 은 공차가 -3 인 등차수열이고, 수열 $\{S_{2n}\}$ 은 공차가 2 인 등차수열이다. $a_2 = 1$ 일 때, a_8 의 값을 구하시오. [4점]

Comment

이런 유형도 기출문제에 쌓이고 쌓여있다. 등차수열의 합공식을 이용하여 연립만하면 간단하게 구할 수 있다.

027 2021학년도 6월 평가원 수학 나형

27. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가) $a+b+c+d=6$
- (나) a, b, c, d 중에서 적어도 하나는 0이다.

오답률 Top 4 [정답률 36.7%]

028 2020학년도 수능 나형

29. 세 명의 학생 A, B, C에게 같은 종류의 사탕 6개와 같은 종류의 초콜릿 5개를 다음 규칙에 따라 남김없이 나누어 주는 경우의 수를 구하시오. [4점]

- (가) 학생 A가 받는 사탕의 개수는 1 이상이다.
- (나) 학생 B가 받는 초콜릿의 개수는 1 이상이다.
- (다) 학생 C가 받는 사탕의 개수와 초콜릿의 개수의 합은 1 이상이다.

029 2017학년도 수능 가형

27. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c 의 모든 순서쌍 (a, b, c) 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가) $a+b+c=7$
- (나) $2^a \times 4^b$ 은 8의 배수이다.

Comment

(나) 조건을 부정하여 여사건을 이용하는 문제였다. 작년 나형 수능에서도 출제된 바 있고 2017학년도 수능에도 출제되어 많은 학생들을 강제 재수시켰던 문항도 여사건을 이용한 문제였다. 이밖에도 여사건을 이용한 수 많은 기출문제가 존재한다. 확통은 기출+ebs로 끝내도록 하자.

030 2021학년도 6월 평가원 수학 나형

28. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \frac{4k-3}{a_k} = 2n^2 + 7n$$

을 만족시킨다. $a_5 \times a_7 \times a_9 = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

오답률 Top 3 [정답률 23.6%]

031 2021학년도 규토 라이트 N제 수학1

026

$\sum_{k=1}^n a_k = n^2 + 1$ 일 때, $\sum_{k=1}^{30} a_{2k-1}$ 의 값을 구하시오.

028

수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^n a_k = 3^{n+1} - 3$ 일 때,

$\sum_{k=1}^m (a_k)^2 = \frac{3^{42} - 9}{2}$ 를 만족시키는 자연수 m 의 값을 구하시오.

030

두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n a_k = \frac{3n^2 + n}{2}, \quad \sum_{k=1}^n a_k b_k = 2n^3 - n^2 - n$$

일 때, b_{10} 의 값을 구하시오.

034

수열 $\{a_n\}$ 이 자연수 n 에 대하여 $\sum_{k=1}^n \frac{a_k}{k+1} = n^2 + n$ 을

만족시킬 때, $\sum_{n=1}^{11} \frac{24}{a_n}$ 의 값을 구하시오.

Comment

이유형도 아주 정형화된 문제이다. 절대 틀리면 안된다.
 전형적인 $S_n - S_{n-1} = a_n (n \geq 2)$ 를 물어보는 문제이다.
 라이트 N제를 학습한 학생들은 등차수열의 합이라고 바로
 느꼈어야 정상이고 빨리 구하는 방법도 기억이 나와야 한다.
 (미분하고 최고차항 빼기)

032 2021학년도 6월 평가원 수학 나형

29. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 A 에서 A 로의 모든 함수 f 중에서 임의로 하나를 선택할 때, 이 함수가 다음 조건을 만족시킬 확률은 p 이다. $120p$ 의 값을 구하시오. [4점]

- (가) $f(1) \times f(2) \geq 9$
- (나) 함수 f 의 치역의 원소의 개수는 3이다.

오답률 Top 2 [정답률 21%]

033 2022학년도 예비시행 확통

27. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 함수 $f: X \rightarrow X$ 의 개수는? [3점]

- (가) $f(1) + f(2) + f(3) \geq 3f(4)$
- (나) $k=1, 2, 3$ 일 때 $f(k) \neq f(4)$ 이다.

- ① 41 ② 45 ③ 49 ④ 53 ⑤ 57

034 2020학년도 6월 평가원 가형

25. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \rightarrow X$ 의 개수를 구하시오. [3점]

- (가) 함수 f 의 치역의 원소의 개수는 4이다.
- (나) $f(a) = a$ 인 X 의 원소 a 의 개수는 3이다.

2020학년도 6월 평가원 가형 변형

집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족 시키는 함수 $f: X \rightarrow X$ 의 개수를 구하시오.

- (가) 함수 f 의 치역의 원소의 개수는 4이다.
- (나) $f(a) = a$ 인 X 의 원소 a 의 개수는 3이다.

035 2021학년도 규토 고득점 N제

집합 $X = \{1, 2, 3\}$ 에서 집합 $Y = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 으로의 함수 f 중에서 임의로 하나를 택할 때, 함수 f 가 다음 조건을 만족시킬 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

- (가) $f(1) + f(2)$ 가 4의 배수이다.
- (나) $f(1) \times f(2) \times f(3) \leq 80$

Comment

(가) 조건을 바탕으로 case분류하여 (나) 조건을 만족시키도록 하는 경우의 수를 찾는 문제이다. 작년 6월 평가원에 25번으로 출제되어 엄청난 오답률을 기록한 3점짜리 문제와 맥이 같다. 확통은 단시간에 늘지 않는다. 매일 5문제씩 풀어 주도록 하자. 확통은 기출과 ebs(하이 트레이닝 가능)로 끝내도록 하자.

036 2021학년도 6월 평가원 수학 나형

30. 이차함수 $f(x)$ 는 $x = -1$ 에서 극대이고, 삼차함수 $g(x)$ 는 이차항의 계수가 0이다. 함수

$$h(x) = \begin{cases} f(x) & (x \leq 0) \\ g(x) & (x > 0) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 다음 조건을 만족시킬 때, $h'(-3) + h'(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

- (가) 방정식 $h(x) = h(0)$ 의 모든 실근의 합은 1이다.
- (나) 닫힌구간 $[-2, 3]$ 에서 함수 $h(x)$ 의 최댓값과 최솟값의 차는 $3 + 4\sqrt{3}$ 이다.

오답률 Top 1 [정답률 4.2%]

Comment

여러조건이 어우러진 복합적인 개형추론 문제이다. 각 조건이 어떻게 이용되는지 왜 이 case는 안되는지 따지면서 논리적으로 푸는 연습을 반드시 해야한다. 또한 삼차함수 비율 관계나 식세우기 테크닉은 반드시 익히고 있어야 시간을 단축할 수 있다. 만약 논리적으로 문제를 깔끔하게 풀었으면 스스로에게 칭찬해주자. 수능 30번도 6월 30번과 난이도측면에서 비교해볼 때 크게 벗어나지 않을 것이다.

037 2021학년도 규토 고득점 N제

29. $f'(3) = f(3)$ 인 사차함수 $f(x)$ 와 $g'(0) = 3$ 인 다항함수 $g(x)$ 에 대하여 미분가능한 함수 $h(x)$ 는

$$h(x) = \begin{cases} f(x) & (x \geq 0) \\ g(x) & (x < 0) \end{cases}$$

이다. $h(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $a < 0, b < 0$ 인 임의의 두 실수 a, b 에 대하여 $\frac{b}{h(b) - 36} = \frac{a}{h(a) - 36}$ 이다.
- (나) 함수 $|h(x)|$ 는 $x = p, x = 3, x = 4$ 에서만 극솟값을 갖는다.

$\frac{h(8)}{p}$ 의 값을 구하시오. [4점]

<규토 라이트 N제 추천 커리큘럼 (6.15)>

규토 라이트 N제는 본격적으로 기출분석 강의 + 기출문제를 들어가시기 전에 보시면 아주 좋습니다.

개념과 기출을 이어주는 bridge 역할로 기획한 교재이기 때문입니다.

본격적으로 기출문제를 풀기 전에 보면 좋다는 것이지 기출문제를 풀었으면 안 풀어도 좋다가 아닙니다.

개인적으로 라이트 N제 수1,수2 는 기출문제 학습 유무와 상관없이

나형의 경우 고정 96~100이 아니시라면 꼭 보시고 가형의 경우 3등급 이하는 꼭 보셨으면 좋겠습니다.

참고로 나형은 라이트 수1+수2 완벽히 체화하면 96까지 충분히 가능합니다. (100점은 고득점으로~)

가형은 라이트 수2하나면 수2는 따로 공부 안 해도 됩니다. :D

★ 교과개념+실전개념+예제+개념확인 문제+ 필수유형 자작 +기출선별(3점~킬러4점까지) + 준킬러~킬러급 자작 모두 수록 ★

* 규토 라이트 N제 수학1 책소개 (정식버전) : <https://orbi.kr/00028843804>

책소개 QR코드 :



* 규토 라이트 N제 수학2 책소개 (정식버전) : <https://orbi.kr/00030598071>

책소개 QR코드 :



* 규토 라이트 N제 질문 카톡방 운영 중 : <https://orbi.kr/00029282261>

질문 카톡방 QR코드 :



★필독★

아래 계획표에는 일주일 혹은 하루에 대단원 한 개씩이라고 되어있지만

이는 학생에 따라서는 매우 큰 부담감으로 작용할 수 있습니다.

도리어 빨리 풀어야한다는 압박감에 정작 가장 중요한 100퍼센트

공부법을 제대로 이행하지 못하는 부작용이 생길 수 있습니다.

따라서 대단원이 부담되시면 대단원을 쪼개서

소단원을 기준으로 하셔도 됩니다.

(특히 **라이트 수2**의 경우 난이도가 수1에 비해 높기 때문에 소단원으로 하시거나 마스터 스텝은 전체 1회독 후 마지막에 푸셔도 됩니다.)

저는 큰 틀을 제시한 것이고 각자의 상황에 맞게

조금씩 변화를 주시면 됩니다.

건투를 빌겠습니다.

화이팅입니다~!

(라이트n제 질문 카톡방에 항시 대기 중이니 도움이 필요하시면 들어오세요~
언제든지 환영입니다 :D)

선택 1. 개념강의 + 개념부교재(워크북) + 규토 라이트 N제 병행 (성적대가 높은 학생)

1회독기준 3주 완성 커리큘럼 (1주에 대단원 한 개씩)

월	화	수	목	금	토	일
* 1단원 개념강의 수강 (수강 후 10분이 지나기 전에 복습) * 개념부교재	* 1단원 개념강의 수강 (수강 후 10분이 지나기 전에 복습) * 개념부교재	* 1단원 개념강의 수강 (수강 후 10분이 지나기 전에 복습) * 개념부교재	* 1단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Guide step ~ Master step)	* 1단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Guide step ~ Master step)	* 1단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Guide step ~ Master step)	* 새로운 문제 금지 * 복습의 날 (일주일동안 했던 것 복습 및 누적 복습) * 동그라미 커리큘럼 이행하기 (전주, 전전주 틀린 문제 다시 풀기)
* 2단원 개념강의 수강 (수강 후 10분이 지나기 전에 복습) * 개념부교재	* 2단원 개념강의 수강 (수강 후 10분이 지나기 전에 복습) * 개념부교재	* 2단원 개념강의 수강 (수강 후 10분이 지나기 전에 복습) * 개념부교재	* 2단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Guide step ~ Master step)	* 2단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Guide step ~ Master step)	* 2단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Guide step ~ Master step)	* 새로운 문제 금지 * 복습의 날 (일주일동안 했던 것 복습 및 누적 복습) * 동그라미 커리큘럼 이행하기 (전주, 전전주 틀린 문제 다시 풀기)
* 3단원 개념강의 수강 (수강 후 10분이 지나기 전에 복습) * 개념부교재	* 3단원 개념강의 수강 (수강 후 10분이 지나기 전에 복습) * 개념부교재	* 3단원 개념강의 수강 (수강 후 10분이 지나기 전에 복습) * 개념부교재	* 3단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Guide step ~ Master step)	* 3단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Guide step ~ Master step)	* 3단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Guide step ~ Master step)	* 새로운 문제 금지 * 복습의 날 (일주일동안 했던 것 복습 및 누적 복습) * 동그라미 커리큘럼 이행하기 (전주, 전전주 틀린 문제 다시 풀기)

* 추후에 계속 틀린 문제 복습해야함 (동그라미 커리큘럼, 최대한 책에 적힌 100%공부법으로 학습할 것!)

* 각 Step이 끝날 때마다 해설보기

ex) Training - 1step 문제 풀고 -> 해설보기 -> Training - 2step 문제 풀고 -> 해설보기

* **라이트 N제 수2**의 경우 전체 한 바퀴 돌린 후 Master step으로 들어가길 추천

선택 2. 개념강의 + 개념부교재(워크북) + 규토 라이트 N제 병행 (성적대가 낮은 학생)

1회독기준 4주 완성 커리큘럼 (1주에 대단원 한 개씩, 마지막주에 Master step 풀기)

월	화	수	목	금	토	일
* 1단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Guide step) 정독 후 해당 소단원 개념강의 수강 (수강 후 10분이 지나기 전에 복습) * 개념부교재	* 1단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Guide step) 정독 후 해당 소단원 개념강의 수강 (수강 후 10분이 지나기 전에 복습) * 개념부교재	* 1단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Guide step) 정독 후 해당 소단원 개념강의 수강 (수강 후 10분이 지나기 전에 복습) * 개념부교재	* 1단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Guide step ~ Training - 2step)	* 1단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Guide step ~ Training - 2step)	* 1단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Guide step ~ Training - 2step)	* 새로운 문제 금지 * 복습의 날 (일주일동안 했던 것 복습 및 누적 복습) * 동그라미 커리큘럼 이행하기 (전주, 전전주 틀린 문제 다시 풀기)
* 2단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Guide step) 정독 후 해당 소단원 개념강의 수강 (수강 후 10분이 지나기 전에 복습) * 개념부교재	* 2단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Guide step) 정독 후 해당 소단원 개념강의 수강 (수강 후 10분이 지나기 전에 복습) * 개념부교재	* 2단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Guide step) 정독 후 해당 소단원 개념강의 수강 (수강 후 10분이 지나기 전에 복습) * 개념부교재	* 2단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Guide step ~ Training - 2step)	* 2단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Guide step ~ Training - 2step)	* 2단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Guide step ~ Training - 2step)	* 새로운 문제 금지 * 복습의 날 (일주일동안 했던 것 복습 및 누적 복습) * 동그라미 커리큘럼 이행하기 (전주, 전전주 틀린 문제 다시 풀기)
* 3단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Guide step) 정독 후 해당 소단원 개념강의 수강 (수강 후 10분이 지나기 전에 복습) * 개념부교재	* 3단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Guide step) 정독 후 해당 소단원 개념강의 수강 (수강 후 10분이 지나기 전에 복습) * 개념부교재	* 3단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Guide step) 정독 후 해당 소단원 개념강의 수강 (수강 후 10분이 지나기 전에 복습) * 개념부교재	* 3단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Guide step ~ Training - 2step)	* 3단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Guide step ~ Training - 2step)	* 3단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Guide step ~ Training - 2step)	* 새로운 문제 금지 * 복습의 날 (일주일동안 했던 것 복습 및 누적 복습) * 동그라미 커리큘럼 이행하기 (전주, 전전주 틀린 문제 다시 풀기)
* 1단원 Guide step 복습 *1단원 Guide step ~Training - 2step 틀린 문제 다시보기 * 1단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Master step)	* 1단원 Guide step 복습 *1단원 Guide step ~Training - 2step 틀린 문제 다시보기 * 1단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Master step)	* 2단원 Guide step 복습 *2단원 Guide step ~Training - 2step 틀린 문제 다시보기 * 2단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Master step)	* 2단원 Guide step 복습 *2단원 Guide step ~Training - 2step 틀린 문제 다시보기 * 2단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Master step)	* 3단원 Guide step 복습 *3단원 Guide step ~Training - 2step 틀린 문제 다시보기 * 3단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Master step)	* 3단원 Guide step 복습 *3단원 Guide step ~Training - 2step 틀린 문제 다시보기 * 3단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Master step)	* 새로운 문제 금지 * 복습의 날 (일주일동안 했던 것 복습 및 누적 복습) * 동그라미 커리큘럼 이행하기 (전주, 전전주 틀린 문제 다시 풀기)

* 추후에 계속 틀린 문제 복습해야함 (동그라미 커리큘럼, 최대한 책에 적힌 100%공부법으로 학습할 것!)

* 각 Step이 끝날 때마다 해설보기

ex) Training - 1step 문제 풀고 -> 해설보기 -> Training - 2step 문제 풀고 -> 해설보기

선택 3. 개념강좌 완강 후 규토 라이트 N제 (성적대가 높은 학생)

1회독기준 1주 완성 커리큘럼

월	화	수	목	금	토	일
* 1단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Guide step ~ Training - 2step)	* 1단원 수록된 규토 라이트 N제 (Master step)	* 2단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Guide step ~ Training - 2step)	* 2단원 수록된 규토 라이트 N제 (Master step)	* 3단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Guide step ~ Training - 2step)	* 3단원 수록된 규토 라이트 N제 (Master step)	* 새로운 문제 금지 * 복습의 날 (일주일동안 했던 것 복습 및 누적 복습) * 동그라미 커리큘럼 이행하기 (전주, 전전주 틀린 문제 다시 풀기)

* 추후에 계속 틀린 문제 복습해야함 (동그라미 커리큘럼, 최대한 책에 적힌 100%공부법으로 학습할 것!)

* 각 Step이 끝날 때마다 해설보기

ex) Training - 1step 문제 풀고 -> 해설보기 -> Training - 2step 문제 풀고 -> 해설보기

선택 4. 개념강좌 완강 후 규토 라이트 N제 (성적대가 낮은 학생)

1회독기준 2주 완성 커리큘럼

월	화	수	목	금	토	일
* 1단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Guide step ~ Training - 2step)	* 1단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Guide step ~ Training - 2step)	* 2단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Guide step ~ Training - 2step)	* 2단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Guide step ~ Training - 2step)	* 3단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Guide step ~ Training - 2step)	* 3단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Guide step ~ Training - 2step)	* 새로운 문제 금지 * 복습의 날 (일주일동안 했던 것 복습 및 누적 복습) * 동그라미 커리큘럼 이행하기 (전주, 전전주 틀린 문제 다시 풀기)
* 1단원 Guide step 복습 *1단원 Guide step ~Training - 2step 틀린 문제 다시보기	* 1단원 Guide step 복습 *1단원 Guide step ~Training - 2step 틀린 문제 다시보기	* 2단원 Guide step 복습 *2단원 Guide step ~Training - 2step 틀린 문제 다시보기	* 2단원 Guide step 복습 *2단원 Guide step ~Training - 2step 틀린 문제 다시보기	* 3단원 Guide step 복습 *3단원 Guide step ~Training - 2step 틀린 문제 다시보기	* 3단원 Guide step 복습 *3단원 Guide step ~Training - 2step 틀린 문제 다시보기	* 새로운 문제 금지 * 복습의 날 (일주일동안 했던 것 복습 및 누적 복습) * 동그라미 커리큘럼 이행하기 (전주, 전전주 틀린 문제 다시 풀기)
* 1단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Master step)	* 1단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Master step)	* 2단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Master step)	* 2단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Master step)	* 3단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Master step)	* 3단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Master step)	

* 추후에 계속 틀린 문제 복습해야함 (동그라미 커리큘럼, 최대한 책에 적힌 100%공부법으로 학습할 것!)

* 각 Step이 끝날 때마다 해설보기

ex) Training - 1step 문제 풀고 -> 해설보기 -> Training - 2step 문제 풀고 -> 해설보기

2021학년도 6월 모의고사 나형 보충프린트 (답지)

■ 실시일: 2020년 6월 19일

<답>

1. ③
2. ④
3. ①
4. ①
5. ④
6. ②
7. ④
8. (1) $\frac{21\sqrt{3}}{50}$ (2) $\frac{8}{5}$
9. ④
10. 33
11. 114
12. ⑤
13. ④
14. ㄱ, ㄷ
15. ⑤
16. ⑤ (해설 별첨)
17. 131
18. 125 (유튜브에 “규토 모의 나형” 검색 해설강의 1:54:37)
19. 10
- 20.

001

$f(x) = 2x^3 - ax^2 + 3x + b$ 라 하면
 $f(1) = 2 \Rightarrow 5 - a + b = 2 \Rightarrow -a + b = -3$
 $f'(1) = -1 \Rightarrow 6 - 2a + 3 = -1 \Rightarrow a = 5$
 $a = 5$ 이므로 $b = 2$ 이다.
 따라서 $a + b = 7$ 이다.

답은 7

007

$f(x) = x^3 - 6x + 5$ 라 하면
 $f'(x) = 3x^2 - 6$
 $f'(-1) = 3 - 6 = -3$
 점 $(-1, 10)$ 에서의 접선의 방정식은
 $y = -3(x + 1) + 10 \Rightarrow y = -3x + 7$
 $m = -3, n = 7$ 이므로 $m + 3n = -3 + 21 = 18$ 이다.

답은 18

018

$f(x) = x^4 - 2x + 4$ 라 하면
 $f'(x) = 4x^3 - 2$

직선 $y = 2x + 5$ 에 평행하려면 기울기가 같아야 하므로
 $m = 2$ 이다.

점점의 x 좌표를 t 라 하면
 $4t^3 - 2 = 2 \Rightarrow t = 1$.
 $f(1) = 3$ 이므로
 $y = mx + n \Rightarrow y = 2(x - 1) + 3 \Rightarrow y = 2x + 1$
 $m = 2, n = 1$ 이므로 $m + 3n = 5$ 이다.

답은 5

026

$f(x) = -4x^3 + x$ 라 하면
 $f'(x) = -12x^2 + 1$

점점의 x 좌표를 t 라 하면
 점선의 방정식은
 $y = (-12t^2 + 1)(x - t) - 4t^3 + t$

$\Rightarrow y = (-12t^2 + 1)x + 8t^3$
 점선의 방정식이 $(0, -1)$ 를 지나므로
 $-1 = 8t^3 \Rightarrow t = -\frac{1}{2}$

즉, $y = -2x - 1$
 $m = -2, n = -1$ 이므로 $m^2 + n^2 = 5$ 이다.

답은 5

031

상수 $k (k > 0)$
 $f(x) = x^3 - 4x, g(x) = -2x^2 + k$
 $f'(x) = 3x^2 - 4, g'(x) = -4x$
 점점의 x 좌표를 t 라 하면

$f(t) = g(t) \Rightarrow t^3 - 4t = -2t^2 + k \Rightarrow t^3 + 2t^2 - 4t = k$
 $f'(t) = g'(t) \Rightarrow 3t^2 - 4 = -4t \Rightarrow (3t - 2)(t + 2) = 0$
 $\Rightarrow t = -2$ or $t = \frac{2}{3}$

① $t = \frac{2}{3}$

$t^3 + 2t^2 - 4t = k \Rightarrow \frac{8}{27} + \frac{8}{9} - \frac{8}{3} = -\frac{40}{27} = k$
 $k < 0$ 이므로 조건을 만족하지 않는다.

② $t = -2$

$t^3 + 2t^2 - 4t = k \Rightarrow 8 = k$
 $k > 0$ 이므로 조건을 만족한다.

$t = -2$ 이므로 점점 $(a, b) = (-2, 0)$ 이다.
 따라서 $a + b + k = -2 + 0 + 8 = 6$ 이다.

답은 6

033

$f(x) = -x^3, g(x) = x^2 + ax + b$ 라 하면
 $f'(x) = -3x^2, g'(x) = 2x + a$

두 곡선 $y = f(x), y = g(x)$ 가 점 $(1, -1)$ 에서 만나므로
 $f(1) = g(1) = -1 \Rightarrow -1 = 1 + a + b \Rightarrow a + b = -2$

점 $(1, -1)$ 에서의 접선이 서로 수직이므로
 $f'(1) \times g'(1) = -1 \Rightarrow -3 \times (2 + a) = -1$

$\Rightarrow a = -\frac{5}{3}$

$a + b = -2, a = -\frac{5}{3} \Rightarrow b = -\frac{1}{3}$

따라서 $b - 5a = -\frac{1}{3} + \frac{25}{3} = \frac{24}{3} = 8$ 이다.

답은 8

21 .64

22.

030

$S_n - S_{n-1} = 3^{n+2} - 9 - (3^{n+1} - 9) = 3^{n+2} - 3^{n+1}$
 $= 3^{n+1}(3 - 1) = 2 \times 3^{n+1}$

$a_n = 2 \times 3^{n+1}$ 이므로

$a_{2n} = 2 \times 3^{2n+1}, a_{3n} = 2 \times 3^{3n+1} \Rightarrow a_{2n} a_{3n} = 4 \times 3^{5n+2}$

$a_{2n} a_{3n} = 4 \times 3^{5n+2} = 4 \times 9 \times 243^n = 36 \times 243^n = p \times q^n$

따라서 $p + q = 36 + 243 = 279$ 이다.

답은 279

032

$a = 7,$

$\frac{S_9 - S_5}{S_6 - S_2} = \frac{a_6 + a_7 + a_8 + a_9}{a_3 + a_4 + a_5 + a_6} = \frac{ar^5 + ar^6 + ar^7 + ar^8}{ar^2 + ar^3 + ar^4 + ar^5}$
 $= r^3 = 3$

따라서 $a_7 = ar^6 = 7 \times 3^2 = 63$ 이다.

답은 63

044

$S_4 - S_3 = a_4 = ar^3 = 2, S_6 - S_5 = a_6 = ar^5 = 50$

$\frac{a_6}{a_4} = \frac{ar^5}{ar^3} = r^2 = 25 \Rightarrow r = 5 (r > 0)$

따라서 $a_5 = a_4 \times r = 2 \times 5 = 10$ 이다.

답은 10

23. ①

24.

042

다항함수 $f(x)$

$f(x) = 3x^2 - 2x + \int_0^2 f(t) dt$

$\int_0^2 f(t) dt = a$ 라 하면

$f(x) = 3x^2 - 2x + a$

$\int_0^2 f(x) dx = \int_0^2 (3x^2 - 2x + a) dx = [x^3 - x^2 + ax]_0^2$

$= 4 + 2a = a \Rightarrow a = -4$

$f(x) = 3x^2 - 2x - 4$ 이므로 $f(4) = 48 - 8 - 4 = 36$ 이다.

답은 36

044

다항함수 $f(x)$

$f(x) = -9x^2 - 2x \int_0^1 f(t) dt + \left\{ \int_0^1 f(t) dt \right\}^2$

$\int_0^1 f(t) dt = a$ 라 하면

$f(x) = -9x^2 - 2ax + a^2$

$\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 (-9x^2 - 2ax + a^2) dx$

$= [-3x^3 - ax^2 + a^2x]_0^1 = -3 - a + a^2 = a$

$a^2 - 2a - 3 = 0 \Rightarrow (a - 3)(a + 1) = 0$

$\Rightarrow a = 3$ or $a = -1$

① $a = -1$

$f(x) = -9x^2 + 2x + 1$

$f'(x) = -18x + 2$

$f'(0) > 2$ 이므로 조건을 만족시키지 않는다.

② $a = 3$

$f(x) = -9x^2 - 6x + 9$

$f'(x) = -18x - 6$

$f'(0) < 0$ 이므로 조건을 만족시킨다.

따라서 $f(0) = 9$ 이다.

답은 9

045

다항함수 $f(x)$

$$f(x) = 4x^3 + \int_{-1}^0 (x+2)f(t) dt$$

$$\begin{aligned} \int_{-1}^0 (x+2)f(t) dt &= (x+2) \int_{-1}^0 f(t) dt \\ &= x \int_{-1}^0 f(t) dt + 2 \int_{-1}^0 f(t) dt \end{aligned}$$

(t 에 대한 적분식이므로 x 는 상수로 간주하면 된다.)

마치 $\sum_{k=1}^n ak = a \sum_{k=1}^n k$ 와 같다.)

$$f(x) = 4x^3 + x \int_{-1}^0 f(t) dt + 2 \int_{-1}^0 f(t) dt$$

$$\int_{-1}^0 f(t) dt = a \text{라 하면}$$

$$f(x) = 4x^3 + ax + 2a$$

$$\int_{-1}^0 f(x) dx = \int_{-1}^0 (4x^3 + ax + 2a) dx$$

$$= \left[x^4 + \frac{a}{2}x^2 + 2ax \right]_{-1}^0 = -\left(1 + \frac{a}{2} - 2a\right)$$

$$= -1 + \frac{3}{2}a = a \Rightarrow a = 2$$

$$f(x) = 4x^3 + 2x + 4 \text{이므로}$$

$$f\left(\int_{-1}^0 f(t) dt\right) = f(a) = f(2) = 32 + 4 + 4 = 40 \text{이다.}$$

답은 40

25. ②

26.

010

$$S_{10} = \frac{10(2a+9d)}{2} = 5(2a+9d) = 50 \Rightarrow 2a+9d = 10$$

$$S_{15} = \frac{15(2a+14d)}{2} = 15(a+7d) = 150 \Rightarrow a+7d = 10$$

연립하면 $a = -4, d = 2$ 이다.

따라서 $a_{50} = a + 49d = -4 + 98 = 94$ 이다.

답은 94

025

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} = 15, S_{2n} = \frac{a(r^{2n} - 1)}{r - 1} = 45$$

$$S_{2n} = \frac{a(r^{2n} - 1)}{r - 1} = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} \times (r^n + 1) = 45 \text{ 이므로}$$

$$15 \times (r^n + 1) = 45 \Rightarrow r^n = 2$$

$$S_n \text{에 } r^n = 2 \text{를 대입하면 } \frac{a}{r - 1} = 15 \text{이다.}$$

$$\text{따라서 } S_{3n} = \frac{a(r^{3n} - 1)}{r - 1} = 15 \times (2^3 - 1) = 105 \text{이다.}$$

답은 105

026

$$a = 2$$

$$a_2 + a_4 + a_6 + \dots + a_{2k} = \frac{ar(r^{2k} - 1)}{r^2 - 1} = 340$$

$$a_1 + a_3 + a_5 + \dots + a_{2k-1} = \frac{a(r^{2k} - 1)}{r^2 - 1} = 170$$

$$\frac{a(r^{2k} - 1)}{r^2 - 1} \times r = 170 \times r = 340 \Rightarrow r = 2$$

$$a = 2, r = 2 \text{이므로 } \frac{a(r^{2k} - 1)}{r^2 - 1} = \frac{2(4^k - 1)}{3} = 170$$

$$4^k - 1 = 255 \Rightarrow 4^k = 256 \Rightarrow k = 4$$

답은 4

028

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{10} = \frac{a(r^{10} - 1)}{r - 1} = 32$$

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \dots + \frac{1}{a_{10}} = \frac{\frac{1}{a} \left(1 - \frac{1}{r^{10}}\right)}{1 - \frac{1}{r}} = 4$$

$$\frac{\frac{1}{a} \left(1 - \frac{1}{r^{10}}\right)}{1 - \frac{1}{r}} = \frac{\frac{1}{a} \left(\frac{r^{10} - 1}{r^{10}}\right)}{\frac{r - 1}{r}} = \frac{r}{a(r - 1)} \left(\frac{r^{10} - 1}{r^{10}}\right) = 4$$

$$\frac{a(r^{10} - 1)}{r - 1} = 32 \Rightarrow \frac{r^{10} - 1}{r - 1} = \frac{32}{a} \text{ 이므로}$$

$$\frac{r}{a(r - 1)} \left(\frac{r^{10} - 1}{r^{10}}\right) = 4 \Rightarrow \frac{32}{a^2 r^9} = 4 \Rightarrow a^2 r^9 = 8$$

$$\log_2 a_1 + \log_2 a_2 + \log_2 a_3 + \dots + \log_2 a_{10}$$

$$= \log_2 a_1 a_2 \dots a_{10} = \log_2 a \times ar \times \dots \times ar^9 = \log_2 a^{10} r^{45}$$

$$= \log_2 (a^2 r^9)^5 = \log_2 8^5 = \log_2 2^{15} = 15$$

답은 15

046

수열 $\{S_{2n-1}\}$ 은 공차가 -3 인 등차수열이므로
 $S_{2n-1} = S_1 + (n-1)(-3) = -3n + 3 + S_1$ 이고
 수열 $\{S_{2n}\}$ 은 공차가 2 인 등차수열이므로
 $S_{2n} = S_2 + (n-1)2 = 2n - 2 + S_2$ 이다.
 $S_8 - S_7 = a_8$ 이므로
 $S_8 - S_7 = (6 + S_2) - (-9 + S_1) = 15 + S_2 - S_1 = 15 + a_2$
 $= a_8$
 $a_2 = 1$ 이므로 따라서 $a_8 = 16$ 이다.

답은 16

- 27. 74
- 28. 285
- 29. 32
- 30. 58
- 31.

026

$\sum_{k=1}^n a_k = n^2 + 1 \Rightarrow a_n = 2n - 1 \ (n \geq 2), a_1 = 2$
 $a_k = 2k - 1 \Rightarrow a_{2k-1} = 2(2k-1) - 1 = 4k - 3$ 라고 생각
 하고 합을 계산한 뒤 잘못된 것($a_1 = 1$)을 빼주고
 원래의 것($a_1 = 2$)을 더해준다.

$$\sum_{k=1}^{30} a_{2k-1} = \sum_{k=1}^{30} (4k-3) - 1 + 2 = \frac{30 \times (1+117)}{2} + 1 = 1771$$

답은 1771

029

$\sum_{k=1}^n a_k = 3^{n+1} - 3 = S_n$
 $S_n - S_{n-1} = 3^{n+1} - 3 - (3^n - 3) = 3^{n+1} - 3^n = 3^n(3-1)$
 $= 2 \times 3^n = a_n$
 $\sum_{k=1}^m (a_k)^2 = \sum_{k=1}^m 4 \times 3^{2k} = \frac{36(9^m - 1)}{9-1} = \frac{9(9^m - 1)}{2}$
 $= \frac{9^{m+1} - 9}{2} = \frac{3^{2m+2} - 9}{2} = \frac{3^{42} - 9}{2}$
 따라서 $m = 20$ 이다.

답은 20

030

$$\sum_{k=1}^n a_k = \frac{3n^2 + n}{2} \Rightarrow a_n = 3n + \frac{1}{2} - \frac{3}{2} = 3n - 1$$

$$\sum_{k=1}^n a_k b_k = 2n^3 - n^2 - n = S_n$$

$$S_n - S_{n-1} = 2n^3 - n^2 - n - (2(n-1)^3 - (n-1)^2 - (n-1))$$

$$= 2n^3 - n^2 - n - (2n^3 - 7n^2 + 7n - 2) = 6n^2 - 8n + 2$$

$$= 2(3n-1)(n-1) = a_n b_n$$

$$S_1 = 0 = 2(3-1)(1-1) = a_1 b_1$$

이므로

$$a_n b_n = 2(3n-1)(n-1) \Rightarrow (3n-1)b_n = 2(3n-1)(n-1)$$

$$\text{따라서 } b_n = 2(n-1) \Rightarrow b_{10} = 18$$

답은 18

034

$$\sum_{k=1}^n \frac{a_k}{k+1} = n^2 + n \Rightarrow \frac{a_n}{n+1} = 2n + 1 - 1$$

$$\Rightarrow a_n = 2n(n+1)$$

$$\sum_{n=1}^{11} \frac{24}{a_n} = 12 \sum_{n=1}^{11} \frac{1}{n(n+1)} = 12 \sum_{n=1}^{11} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right)$$

$$= 12 \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{12} \right) = 12 - 1 = 11$$

답은 11

- 32. 15
- 33. ⑤
- 34. 60 / 변형문제 답 1260
- 35. 263
- 36. 38
- 37. 75 (별도 해설첨부)

17. [경우의 수 자작문제 18] 확률과 통계

√ check

18. 서로 다른 2개의 주사위를 동시에 던져 나온 눈의 합이 6의 배수이면 한 개의 동전을 6번 던지고, 나온 눈의 합이 6의 배수가 아니면 한 개의 동전을 3번 던진다. 이 시행에서 동전의 앞면이 나온 횟수가 뒷면이 나온 횟수의 2배일 때, 동전을 3번 던졌을 확률은? [4점]

- ① $\frac{4}{9}$ ② $\frac{5}{9}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{7}{9}$ ⑤ $\frac{8}{9}$

출제의도

약간 복잡한 조건부 확률 !

해설

주사위 2개를 동시에 던져서 두 눈의 합의 최댓값이 12니까 6의 배수는 6과 12겠죠?

6의 배수일 때와 아닐 때를 나누어 case분류 해봅시다~

① 6의 배수일 때

$$6 = (1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)$$

$$12 = (6, 6)$$

총 6개니 6의 배수일 확률은 $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ 겠죠?

동전을 6번 던지면

$$(\text{앞 개수}, \text{뒤 개수}) = (6, 0), (5, 1), (4, 2), (3, 3), (2, 4), (1, 5), (0, 6)$$

앞 개수가 뒤 개수의 2배가 되는 것은 (4, 2)일 때 뿐이죠?

$$\text{앞 } 4, \text{ 뒤 } 2 = {}_6C_4 \left(\frac{1}{2}\right)^6$$

$$\therefore \frac{1}{6} \times \frac{15}{64} = \frac{5}{128}$$

② 6의 배수 아닐 때

6의 배수일 때가 $\frac{1}{6}$ 이었으니까 여사건을 통해 구하면 $\frac{5}{6}$
동전을 3번 던지면

(앞 개수, 뒤 개수) = (3, 0), (2, 1), (1, 2), (0, 3)

앞 개수가 뒤 개수의 2배가 되는 것은 (2, 1)일 때 뿐이죠?

$$\text{앞 } 2, \text{ 뒤 } 1 = {}_3C_2 \left(\frac{1}{2}\right)^3$$

$$\therefore \frac{5}{6} \times \frac{3}{8} = \frac{5}{16}$$

이제 조건부 확률로 마무리 계산해봅시다~

$$\therefore \frac{\frac{5}{16}}{\frac{5}{16} + \frac{5}{128}} = \frac{8}{8+1} = \frac{8}{9}$$

답은 ⑤ $\frac{8}{9}$

✓ check

출제자의 한마디

6의 배수일 때, 6의 배수가 아닐 때 case분류하고 각각에 대해서 독립시행의 확률로 처리하면 되겠죠? ㅎㅎ 아주 무난무난한 문제이지만 이렇게 또 나온다는 사실 -_-;;

2. [미분 자작문제 17] 미적분 I

29. $f'(3) = f(3)$ 인 사차함수 $f(x)$ 와 $g'(0) = 3$ 인 다항함수 $g(x)$ 에 대하여 미분가능한 함수 $h(x)$ 는

$$h(x) = \begin{cases} f(x) & (x \geq 0) \\ g(x) & (x < 0) \end{cases}$$

이다. $h(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a < 0, b < 0$ 인 임의의 두 실수 a, b 에 대하여

$$\frac{b}{h(b)-36} = \frac{a}{h(a)-36} \text{ 이다.}$$

(나) 함수 $|h(x)|$ 는 $x = p, x = 3, x = 4$ 에서만 극솟값을 갖는다.

$\frac{h(8)}{p}$ 의 값을 구하시오. [4점]

출제의도

① $\frac{b}{h(b)-36} = \frac{a}{h(a)-36}$ 의 의미를 reading 할 수 있는가?

② $f(x)$ 의 개형 추론과 식 세우기!

해설

(가) $\frac{b}{h(b)-36} = \frac{a}{h(a)-36}$ 무엇을 의미할까요?

힌트를 드리면 역수를 취해보세요~

$$\frac{h(b)-36}{b} = \frac{h(a)-36}{a} \text{ 보이시나요?}$$

$$\frac{h(b)-36}{b-0} = \frac{h(a)-36}{a-0}$$

$(b, h(b))$ 와 $(0, 36)$ 의 기울기 = $(a, h(a))$ 와

$(0, 36)$ 의 기울기를 의미하는 식이에요.

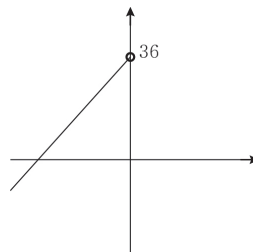
a 와 b 가 음수라고 했으니까 $h(x)$ 를 $g(x)$ 라고 해도 되겠죠?

$(0, 36)$ 에서 $g(x)$ 위에 있는 점과 기울기가 모두 같으려면

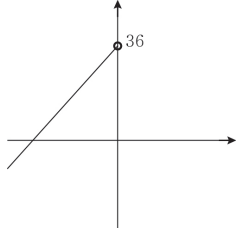
$g(x)$ 가 $(0, 36)$ 을 지나는 **일차함수**가 되어야 해요.

(만약에 $g(x)$ 가 상수함수가 되면 분모가 0이기 때문에 될 수 없어요. 또한

$g'(0) = 3$ 라는 조건도 만족시킬 수 없겠죠? ㅎㅎ)



$g(x)$



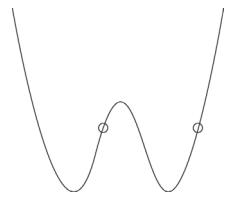
$g'(0) = 3$ 이고 $(0, 36)$ 을 지나므로
 $g(x) = 3x + 36$ 가 되겠죠?

문제에서 실수 전체에서 미분 가능한 $h(x)$ 라고 했기 때문에
 $f(0) = g(0)$ 이 두 조건을 만족해야 되는 것도 알 수 있어요.

$$f'(0) = g'(0) = 3$$

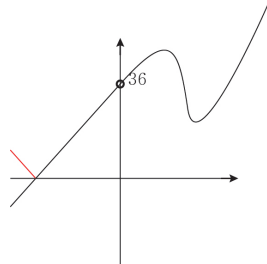
case 분류하기 전에 $f(x)$ 의 최고차항의 계수가 없으니까 음수도 고려해야겠죠?
 절대 잊지 마세요~

①

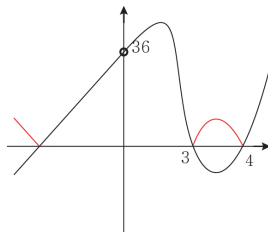


$f'(0) = 3$ 이므로 기울기가 양수인 부분과 이어져야 돼요.
 case ① 은 동그라미 친 두 군데로 나눠서 생각하면 되겠죠?

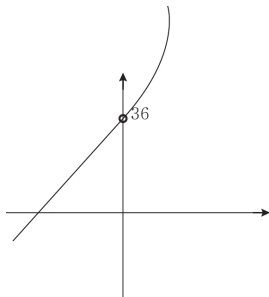
① i) (나) 조건 X



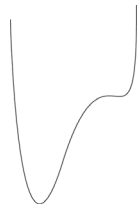
① ii) (나) 조건은 만족하지만 $f'(3) = f(3)$ 만족 X



① iii) (나) 조건 X



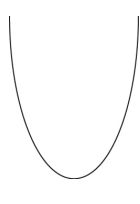
② (나) 조건 X



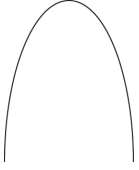
③ (나) 조건 X



④ (나) 조건 X



⑤ (나) 조건 X



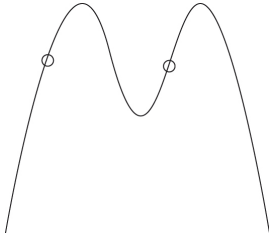
⑥ (나) 조건 X



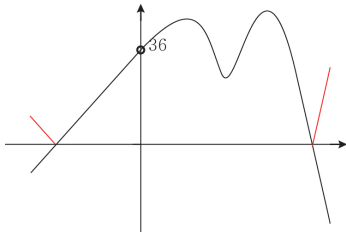
⑦ (나) 조건 X



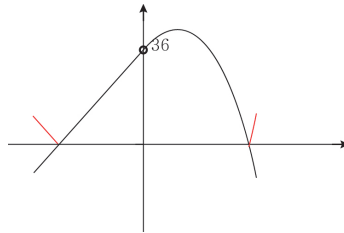
⑧ 동그라미 친 두 근데로 나눠서 생각하면 되겠죠?



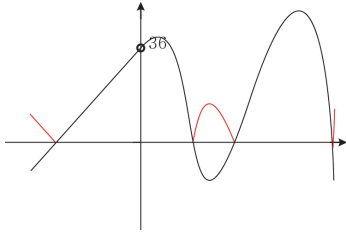
⑧ i) $f'(3) = f(3)$ 만족 X



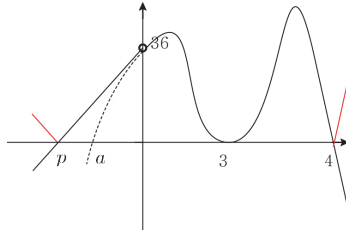
⑧ ii) $f'(3) = f(3)$ 만족 X



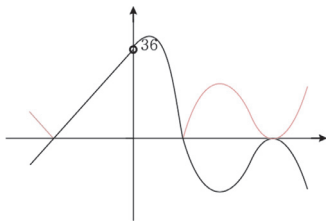
⑧ iii) (나) 조건 X



⑧ iv) (나) 조건과 $f'(3) = f(3)$ 만족 !



⑧ v) $f'(3) = f(3)$ 만족 X



$f(x)$ 식을 세워 봅시다! $f(x)$ 가 0이 되는 x 값들 중 음수를 a 라고 두면

$f(x) = k(x-a)(x-3)^2(x-4)$ 조건 $f(0) = 36$, $f'(0) = 3$ 을 만족해야 하므로

$f'(x) = k((x-3)^2(x-4) + 2(x-a)(x-3)(x-4) + (x-a)(x-3)^2)$

$36ka = 36 \Rightarrow ka = 1$ $k(-36 - 33a) = 3 \Rightarrow -12k - 11ka = 1 \Rightarrow -12k = 12$

$\therefore k = -1$, $a = -1$

방금 구한 미지수technic ! 꼭 기억하세요. 이 technic을 사용하면 사차함수 식을 세울 때 굉장히 효율적으로 식을 세울 수 있어요.

$$f(x) = -(x+1)(x-3)^2(x-4)$$

$$h(8) = f(8) = -9 \times 4 \times 25$$

p 는 $g(x) = 3x + 36$ 의 x 절편이기 때문에 -12 가 되겠죠?

$$\text{따라서 } \frac{-9 \times 4 \times 25}{-12} = 75$$

답은 75

출제자의 한마디

조각가가 자신이 조각한 조각상에 사랑에 빠지듯이 저도 이 문제를 만들고 나서 사랑에 빠졌었어요. 문제를 만들고 난 후 심장의 떨림을 처음 느끼게 해준 문제였어요. $h(x)$ 가 미분가능하다는 조건을 통해 독특하게 기울기가 양수인 부분과 이어져야 한다는 사실을 바탕으로 개형을 추론하는 문제예요. 또한 미지수를 놓고 식 세우기 technic 과 (가)가 의미하는 것을 알려주고 싶었어요. 매번 강조하지만 최고차항의 계수가 없으면 음수도 생각하는 것 잊지 마세요!

다항함수는 개형이 정해져있어요. 당황하지 말고 모든 개형을 그리고 난 뒤 천천히 case분류를 해주세요. 이 경우는 왜 안 되는지 하나하나 따져가면서 차분히 개형추론을 해주세요.

이 책의 문제들은 모의고사용이 아니라 공부용이에요.

“문제를 풀 수 있니?”가 아니라 “이런 것도 있으니 알아가렴”이라는 마음가짐으로 만들었어요. 따라서 별로 고민도 하지 않고 모르면 바로 답지 보는 것보다는 최대한 생각을 많이 해보고 치열하게 고민하면서 사고력을 높여주는 편이 훨씬 이득이에요. 그러니 조금만 고민하시지 마시고 정말 뇌에 쥐가 날 정도로 고민해보세요. 이 책에 있는 개형추론 문제를 모두 체화 시켰을 때 다른 문제집이나 기출들을 보면 굉장히 쉽게 느껴질 것이라 확신합니다. 할 수 있어요. 치열하게 고민해봅시다!