제3교시

10개년 공군사관학교 1차시험 기출문제

수 학 영 역

미적

성명	

수험번호							

○ 자신이 선택한 유형(미적분)의 문제지인지 확인하시오.

○ 먼저 **문제지**에 성명과 수험번호를 기입하시오.

○ **답안지**에 성명과 수험번호를 정확하게 표기하시오.

○ 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오.

○ 2022사관 1차 시험에서 반드시 수석하시오.

※ 시험이 아니니 언제든 표지를 넘기시오.

공 군 사 관 학 교

공 란

자연수 n에 대하여 $a_n = \sqrt{4n+1-2\sqrt{4n^2+2n}}$, $b_n = \sqrt{2n+1-2\sqrt{n^2+n}}$이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{b_n}$의 값은? [2점]

① $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② $-\frac{\sqrt{2}}{4}$ ③ 1 ④ $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

함수 $f(x) = x\ln x$에 대하여 등식 $f(e^2) - f(e) = e(e-1)f'(c)$를 만족시키는 c가 열린 구간 (e, e^2)에 존재한다. $\ln c$의 값은? [2점]

① $\frac{3}{e}$ ② $\frac{e+2}{e}$ ③ $\frac{2}{e-1}$ ④ $\frac{e}{e-1}$ ⑤ $\frac{2e}{e+1}$

자연수 n에 대하여 $S_n = \frac{3}{n\sqrt{n}} \sum_{k=1}^{n} \sqrt{n+2k}$ 일 때, $\lim_{n\to\infty}(S_n+1)$ 의 값은? [3점]

① $2\sqrt{3}$ ② $3\sqrt{3}$ ③ $4\sqrt{3}$ ④ $6\sqrt{3}$ ⑤ $9\sqrt{3}$

좌표평면 위를 움직이는 점 P 의 시각 t에서의 x, y좌표가 각각 $x = t - \sin 2t$, $y = 1 - \cos 2t$ 일 때, 점 P 의 속력의 최댓값은? (단, $t \geq 0$) [3점]

① 3 ② $2\sqrt{3}$ ③ 4 ④ $3\sqrt{2}$ ⑤ $2\sqrt{5}$

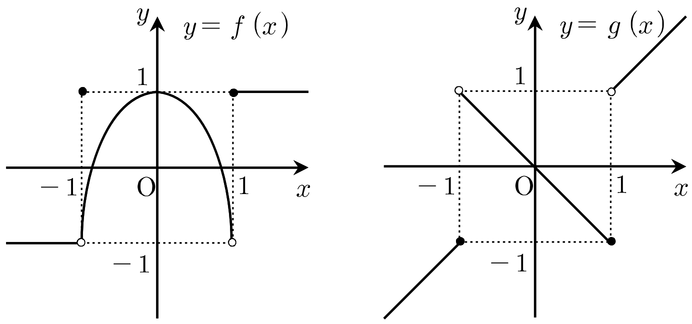
$0 < x < 2\pi$ 에서 삼각방정식 $3\sin x + 3\sin x \cos 2x - 6\sin x \cos x - \cos x + 1 = 0$ 의 모든 실근의 합은? [3점]

① $\frac{5}{2}\pi$ ② 3π ③ $\frac{7}{2}\pi$ ④ 4π ⑤ $\frac{9}{2}\pi$

좌표평면 위에서 원점을 중심으로 하여 $\frac{\pi}{3}$ 만큼 회전시키는 회전변환에 의하여 점 A 가 옮겨지는 점을 B 라 하고, 원점을 중심으로 하여 $-\frac{7}{12}\pi$ 만큼 회전시키는 회전변환에 의하여 점 B 가 옮겨지는 점을 C 라 하자. 점 B 의 x 좌표가 -1 이고, 점 C 는 x 축 위의 점일 때, 점 A 의 x 좌표와 y 좌표의 곱은? [3점]

① $2 - 2\sqrt{3}$ ② $4 - 2\sqrt{3}$ ③ $2\sqrt{3} - 1$ ④ $2 + 2\sqrt{3}$ ⑤ $4 + 2\sqrt{3}$

두 함수 $y=f(x)$와 $y=g(x)$의 그래프가 그림과 같다.



<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [3점]

<보기>

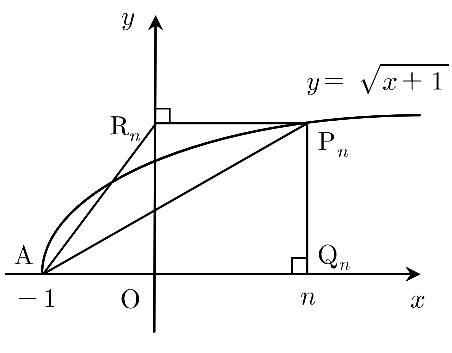
ㄱ. $\lim\limits_{x\to-1} g(f(x))=1$

ㄴ. $\lim\limits_{x\to-1} f(g(x))=-1$

ㄷ. 함수 $y=f(g(x))$의 불연속점의 개수는 2개이다.

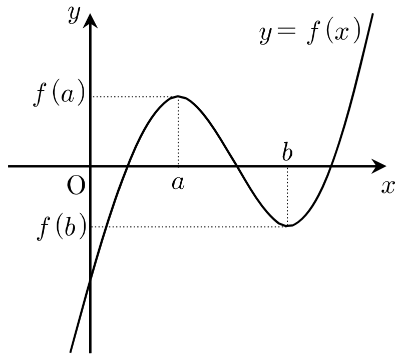
① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

무리함수 $f(x)=\sqrt{x+1}$과 자연수 n에 대하여 그림과 같이 $y=f(x)$의 그래프 위의 한 점 $\mathrm{P}_n(n, f(n))$에서 x축에 내린 수선의 발을 Q_n, y축에 내린 수선의 발을 R_n이라 하자.
점 $\mathrm{A}(-1, 0)$에 대하여 사각형 $\mathrm{AQ}_n\mathrm{P}_n\mathrm{R}_n$의 넓이를 S_n, 삼각형 $\mathrm{AQ}_n\mathrm{P}_n$의 넓이를 T_n이라 할 때, $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{S_n+T_n}{S_n-T_n}$의 값은? [3점]



① 1
② 2
③ 3
④ 4
⑤ 5

그림과 같이 $x=a$에서 극댓값, $x=b$에서 극솟값을 가지는 삼차함수 $f(x)$가 있다. $(0< a< b)$



함수 $g(x)=e^{-x^2}f(x)$에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [3점]

<보기>

ㄱ. $g'(0)>0$

ㄴ. $f'(a)+g'(a)>0$

ㄷ. $g(b)g'(b)>0$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 n항까지의 합을 S_n이라 하자. $a_{10}-a_1=27$, $S_{10}=a_{10}$일 때, S_{10}의 값을 구하시오. (단, $n=1, 2, 3, \cdots$) [2점]

$2\sum_{k=1}^{5} x_k + 3\sum_{k=6}^{10} x_k = 8$ 을 만족시키는 서로 다른 순서쌍 $(x_1, x_2, x_3, \cdots, x_{10})$의 개수를 구하시오. (단, x_i는 음이 아닌 정수이고 $i = 1, 2, 3, \cdots, 10$이다.) [3점]

함수 $f(x) = x\lim_{n\to\infty}\frac{2 - x^{2n}}{2 + x^{2n}}$에 대하여 $\lim_{x\to -1-0} f(x) = \alpha$, $\lim_{x\to 1-0} f(x) = \beta$라 할 때, $\alpha\beta$의 값은? [2점]

① -4 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 4

0이 아닌 서로 다른 세 실수 p, q, r에 대하여 삼차함수 $f(x)=(x-p)(x-q)(x-r)$라 할 때, $\dfrac{p^2}{f'(p)}+\dfrac{q^2}{f'(q)}+\dfrac{r^2}{f'(r)}$의 값은? [3점]

① -1 ② $-\dfrac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\dfrac{1}{2}$ ⑤ 1

곡선 $y=x^4+x^2$과 직선 $y=\dfrac{2}{n}$ $(n=1, 2, 3, \cdots)$로 둘러싸인 부분의 넓이를 a_n이라 하자.

$S=\sum_{n=1}^{\infty}(a_n-a_{n+1})$ 이라 할 때, S의 값은? [3점]

① $\dfrac{11}{15}$ ② $\dfrac{22}{15}$ ③ $\dfrac{11}{5}$ ④ $\dfrac{44}{15}$ ⑤ $\dfrac{11}{3}$

이차함수 $f(x)$와 연속함수 $g(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$(x-2)g(x) = f(x) - f(2)$

를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [3점]

<보기>

ㄱ. $\lim_{x \to 2} g(x) = f'(2)$

ㄴ. 모든 실수 x에 대하여 $(x-2)g'(x) = f'(x) - g(x)$

ㄷ. $x > 2$일 때, $g(x) < f'(x)$

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

x, y에 대한 연립방정식

$$\begin{cases} \log_3 x + \log_2 \dfrac{1}{y} = 1 \\ \log_9 3x + \log_{\frac{1}{2}} y = 1 - \dfrac{k}{2} \end{cases}$$

의 해를 $x = \alpha$, $y = \beta$라 할 때, $\alpha \le \beta$를 만족시키는 정수 k의 최댓값은? [3점]

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

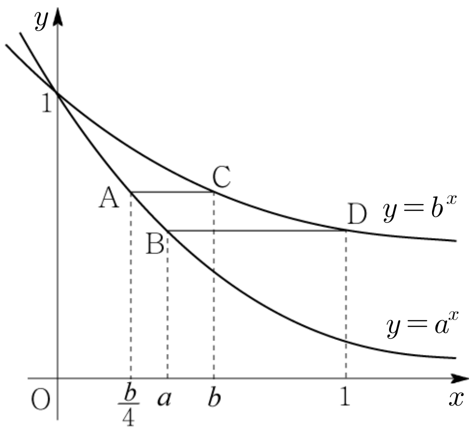
함수 $f(x)$를

$$f(x)=\begin{cases} -x(x-1) & (0\le x<1) \\ -\dfrac{1}{4^n}(x-n)(x-n-1) & (n\le x<n+1) \end{cases} \quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

이라 정의하자. $S_n=\displaystyle\int_0^{n+1} f(x)\,dx$라 할 때, $\displaystyle\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{2}{9}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{9}$

그림과 같이 $0<a<b<1$인 두 실수 a, b에 대하여 곡선 $y=a^x$ 위의 두 점 A, B의 x좌표는 각각 $\frac{b}{4}$, a이고, 곡선 $y=b^x$ 위의 두 점 C, D의 x좌표는 각각 b, 1이다. 두 선분 AC와 BD가 모두 x축과 평행할 때, a^2+b^2의 값은? [3점]



① $\frac{7}{16}$

② $\frac{1}{2}$

③ $\frac{9}{16}$

④ $\frac{5}{8}$

⑤ $\frac{11}{16}$

$\sqrt[6]{9^5} \times 24^{-\frac{2}{3}}$ 의 값은? [2점]

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ 3

$\lim_{x \to \frac{\pi}{2}} \frac{\cos^2 x}{(2x-\pi)^2}$ 의 값은? [2점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

곡선 $x^2+xy+y^2=7$ 위의 점 $(2,\ 1)$에서의 접선의 기울기는? [2점]

① $-\frac{3}{2}$ ② $-\frac{5}{4}$ ③ -1 ④ $-\frac{3}{4}$ ⑤ $-\frac{1}{2}$

$\lim_{n\to\infty}\frac{4}{n}\sum_{k=1}^{n}\sqrt{2-\left(\frac{k}{n}\right)^2}$ 의 값은? [3점]

① $\pi+1$ ② $\pi+2$ ③ $\pi+3$
④ $\pi+4$ ⑤ $\pi+5$

모든 실수 x에서 정의된 함수

$$f(x)=2\sin 2x+4\sin x-4\cos x+1$$

의 최댓값과 최솟값의 합은? [3점]

① $4-4\sqrt{2}$ ② $4-3\sqrt{2}$ ③ $4-2\sqrt{2}$
④ $5-2\sqrt{2}$ ⑤ $5-\sqrt{2}$

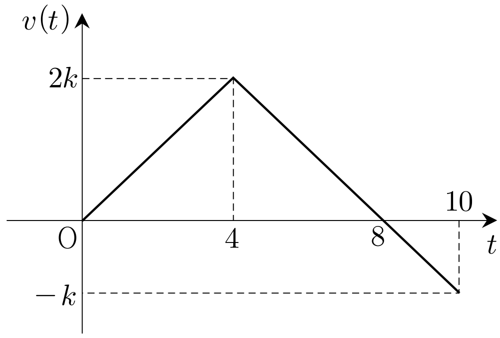
모든 실수 x에서 정의된 함수 $f(x)=\int_{1}^{x}(x^2-t)\,dt$에 대하여 직선 $y=6x-k$가 곡선 $y=f(x)$에 접할 때, 양수 k의 값은? [3점]

① $\frac{11}{2}$ ② $\frac{13}{2}$ ③ $\frac{15}{2}$ ④ $\frac{17}{2}$ ⑤ $\frac{19}{2}$

$\lim_{x \to 0} \dfrac{2\left(\frac{1}{2}+x\right)^4 - 2\left(\frac{1}{2}\right)^4}{x}$ 의 값은? [3점]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{3}{2}$

그림은 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t초$(0 \leq t \leq 10)$에서의 속도 $v(t)$를 나타낸 것이다. 점 P의 시각 t초에서의 위치를 $x(t)$라 할 때, $x(10) = \frac{35}{3}$이다. 출발 후 10초 동안 점 P가 움직인 거리는? (단, k는 양의 상수이고, 점선은 좌표축에 평행하다.) [3점]



① 15
② 16
③ 17
④ 18
⑤ 19

수열 $\{a_n\}$을

$$a_1 = 20,\ a_{n+1} = a_n - 2n + 9\ (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

로 정의하자. a_n의 최댓값은? [3점]

① 32 ② 34 ③ 36 ④ 38 ⑤ 40

$\log_{25}(a-b) = \log_9 a = \log_{15} b$를 만족시키는 두 양수 a, b에 대하여 $\dfrac{b}{a}$의 값은? [3점]

① $\dfrac{\sqrt{5}-1}{3}$ ② $\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$ ③ $\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{5}$

④ $\dfrac{\sqrt{2}+1}{4}$ ⑤ $\dfrac{\sqrt{2}+1}{3}$

그림과 같이 최고차항의 계수가 양수인 이차함수 $y=f(x)$의 그래프가 x축과 두 점 $(0,0)$, $(3,0)$에서 만날 때, 함수

$$S(x)=\int_{1}^{x} f(t)\,dt$$

의 극댓값과 극솟값을 각각 M, m이라 하자.

$M-m=6$일 때, $\lim_{x\to 1}\frac{S(x)}{x-1}$의 값은? [3점]

① $-\frac{8}{3}$ ② $-\frac{7}{3}$ ③ -2

④ $-\frac{5}{3}$ ⑤ $-\frac{4}{3}$

모든 실수 x에서 정의된 함수 $f(x)=\int_{1}^{x}(x^2-t)\,dt$에 대하여 직선 $y=6x-k$가 곡선 $y=f(x)$에 접할 때, 양수 k의 값은? [3점]

① $\frac{11}{2}$ ② $\frac{13}{2}$ ③ $\frac{15}{2}$ ④ $\frac{17}{2}$ ⑤ $\frac{19}{2}$

부등식

$$\log_2(x+y-4)+\log_2(x+y) \leq 1+\log_2 x+\log_2 y$$

를 만족시키는 실수 x, y에 대하여 $7y-x$의 최댓값을 구하시오. [3점]

$0<\alpha<\beta<\frac{\pi}{2}$인 두 수 α, β가

$$\sin\alpha\sin\beta=\frac{\sqrt{3}+1}{4}, \quad \cos\alpha\cos\beta=\frac{\sqrt{3}-1}{4}$$

을 만족시킬 때, $\cos(3\alpha+\beta)$의 값은? [3점]

① -1 ② $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ③ $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ 0

$\log_2(4\sqrt{2}-\sqrt{10})-\log_2(4-\sqrt{5})$ 의 값은? [2점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

$\lim_{x \to 1} \frac{\ln x}{x^3-1}$ 의 값은? [2점]

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

두 연속함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$을 다음과 같이 정의하자.

$$a_n = \int_0^n f(x)\,dx,\ b_n = \int_{n-1}^n g(x)\,dx \quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

두 물음에 답하시오.

$f(x) = \sqrt{x}$, $g(x) = f(x)+1$일 때, $a_3 + b_4$의 값은? [3점]

① 5 ② $\frac{16}{3}$ ③ $\frac{17}{3}$ ④ 6 ⑤ $\frac{19}{3}$

$f(x) = g(x)$이고 $b_n = 2n+3$일 때, a_{10}의 값은? [3점]

① 110 ② 120 ③ 130 ④ 140 ⑤ 150

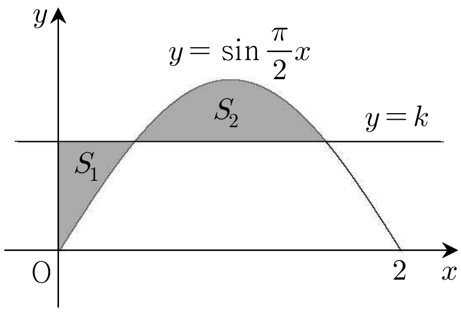
모든 실수 x 에서 미분가능하고 역함수가 존재하는 함수 $f(x)$ 에 대하여

$$\lim_{x\to1}\frac{f(x)-2}{x-1}=\frac{1}{2},\ \lim_{x\to2}\frac{f(x)-3}{x-2}=4$$

가 성립한다. 함수 $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, $\lim_{x\to3}\dfrac{g(g(x))-1}{x-3}$ 의 값은? [3점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

그림과 같이 곡선 $y=\sin\frac{\pi}{2}x$ $(0\le x\le 2)$ 와 직선 $y=k$ $(0<k<1)$ 가 있다. 곡선 $y=\sin\frac{\pi}{2}x$ 와 직선 $y=k$, y축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_1, 곡선 $y=\sin\frac{\pi}{2}x$ 와 직선 $y=k$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_2 라 하자. $S_2=2S_1$ 일 때, 상수 k 의 값은? [3점]



① $\frac{1}{2\pi}$ ② $\frac{1}{\pi}$ ③ $\frac{3}{2\pi}$ ④ $\frac{2}{\pi}$ ⑤ $\frac{5}{2\pi}$

$\log_3 \sqrt{8} \times \log_2 9$ 의 값은? [2점]

① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

로그방정식

$$\log_2(3x^2+7x)=1+\log_2(x+1)$$

의 해는 $x=\frac{q}{p}$ 이다. p^2+q^2 의 값을 구하시오. (단, p, q는 서로소인 자연수이다.) [3점]

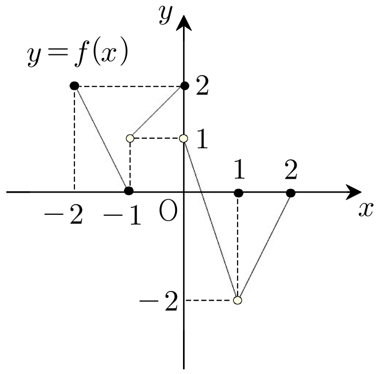
$\int_{-2}^{2}(x+|x|+2)\,dx$ 의 값은? [2점]

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

두 함수 $y=-x^2+4$, $y=2x^2+ax+b$ 의 그래프가 점 $\mathrm{A}(2,\,0)$ 에서 만나고, 점 A 에서 공통인 접선을 가질 때, 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은? [3점]

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

$-2 \le x \le 2$에서 정의된 함수 $f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \to -1-0} f(f(x)) + \lim_{x \to +0} f(f(x))$의 값은? [3점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여

$$\lim_{x \to 2} \frac{f(x)+1}{x-2} = 3, \quad \lim_{x \to 2} \frac{g(x)-3}{x-2} = 1$$

이 성립할 때, $\lim_{x \to 2} \frac{f(x)g(x)-f(2)g(2)}{x-2}$의 값은? [3점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

수열 $\{a_n\}$을 다음과 같이 정의하자.

$$a_n = \int_0^1 x^n (x-1)\, dx \quad (n=1,\, 2,\, 3,\, \cdots)$$

$\sum_{n=1}^{10} a_n$의 값은? [3점]

① $-\frac{5}{12}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $-\frac{1}{4}$ ④ $-\frac{1}{6}$ ⑤ $-\frac{1}{12}$

0이 아닌 세 실수 $a,\, b,\, c$가 다음 조건을 만족시킬 때, $a+b+c$의 값은? [3점]

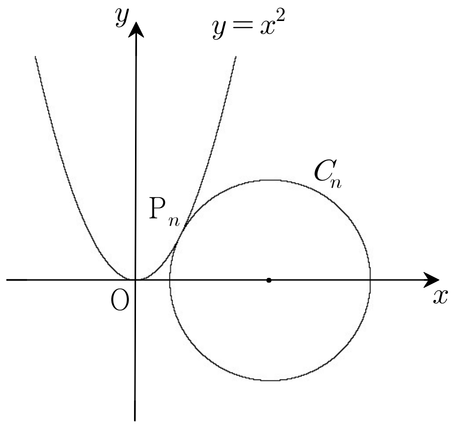
(가) $a,\, b,\, c$는 이 순서대로 등비수열을 이룬다.
(나) $ab=c$
(다) $a+3b+c=-3$

① -21 ② -18 ③ -15 ④ -12 ⑤ -9

좌표평면에서 곡선 $y=x^2$ 위의 점 $\mathrm{P}_n(n, n^2)$과 중심이 x축 위에 있는 원 C_n은 다음 조건을 만족시킨다. (단, $n=1, 2, 3, \cdots$ 이다.)

(가) 곡선 $y=x^2$과 원 C_n은 점 P_n에서 만난다. (나) 곡선 $y=x^2$과 원 C_n은 점 P_n에서 공통인 접선을 갖는다.

두 물음에 답하시오.



원 C_1의 중심의 x좌표는? [3점]

① 2　② $\frac{5}{2}$　③ 3　④ $\frac{7}{2}$　⑤ 4

원 C_n의 넓이를 $S(n)$이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{S(n)}{n^6}$의 값은? [3점]

① π　② 2π　③ 3π　④ 4π　⑤ 5π

함수 $f(x)=x^3+2x^2-3x+4$가 있다. 등식

$$\int_{-2}^{2} f(x)\,dx = f(-a)+f(a)$$

를 만족시키는 실수 a에 대하여 $3a^2$의 값을 구하시오. [3점]

$(\log_6 4)^2+(\log_6 9)^2+2\log_6 4\times\log_6 9$의 값은? [2점]

① 1 ② 4 ③ 9 ④ 16 ⑤ 25

5개의 실수 1, p, q, r, s가 이 순서대로 등차수열을 이루고 $s-p=9$일 때, r의 값은? [2점]

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

삼차함수 $f(x)=x^3+ax^2+(a+6)x+2$가 극값을 갖지 않도록 하는 정수 a의 개수는? [3점]

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)-2g(x)}{x^2}=1$
(나) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)+3g(x)}{x^3}=1$

$\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)+g(x)}{x^3}$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{5}$　② $\frac{2}{5}$　③ $\frac{3}{5}$　④ $\frac{4}{5}$　⑤ 1

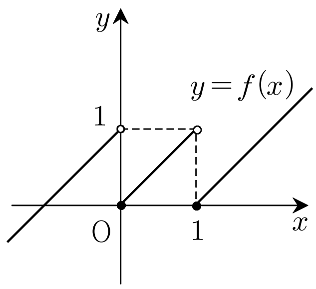
다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

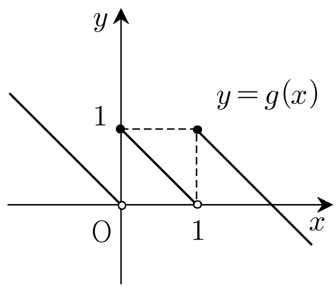
$$x^2\int_1^x f(t)\,dt-\int_1^x t^2 f(t)\,dt=x^4+ax^3+bx^2$$

을 만족시킬 때, $f(5)$의 값은? (단, a와 b는 상수이다.) [3점]

① 17　② 19　③ 21　④ 23　⑤ 25

두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 그래프가 다음과 같다.





<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [3점]

<보 기>

ㄱ. $\lim\limits_{x\to 1-0} f(x)+\lim\limits_{x\to 1+0} g(x)=2$

ㄴ. $\lim\limits_{x\to +0} g(f(x))=0$

ㄷ. 함수 $f(x)g(x)$는 $x=1$에서 연속이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

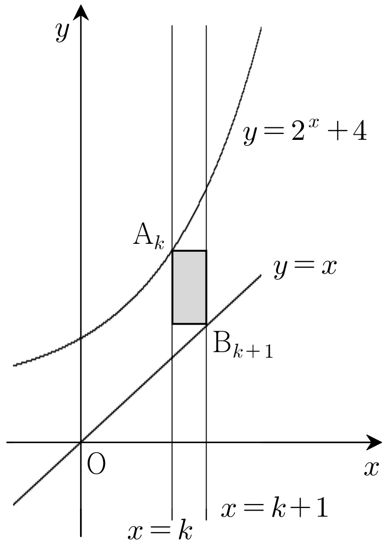
수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하면

$$S_{2n-1}=\frac{2}{n+2},\ S_{2n}=\frac{2}{n+1}\quad (n\ge 1)$$

이 성립한다. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_{2n-1}$의 값은? [3점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

그림과 같이 좌표평면에서 직선 $x=k$가 곡선 $y=2^{x}+4$와 만나는 점을 A_k라 하고, 직선 $x=k+1$이 직선 $y=x$와 만나는 점을 B_{k+1}이라 하자. 선분 $\mathrm{A}_k\mathrm{B}_{k+1}$을 대각선으로 하고 각 변은 x축 또는 y축에 평행한 직사각형의 넓이를 S_k라 할 때, $\sum_{k=1}^{8} S_k$의 값은? [3점]



① 494 ② 496 ③ 498 ④ 500 ⑤ 502

다항함수 $f(x)$가 $\lim_{x\to 2}\frac{f(x)-3}{x-2}=4$를 만족시킨다. 함수 $g(x)=x^2f(x)$에 대하여 $g'(2)$의 값을 구하시오. [3점]

수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n}(a_{2k-1}+a_{2k})=2n^2-n$$

을 만족시킨다. $a_{10}+a_{11}=20$일 때, a_9+a_{12}의 값을 구하시오. [3점]

연속함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$f(x)=e^x+\int_0^1 tf(t)\,dt$$

를 만족시킬 때, $\int_0^1 f(x)\,dx$의 값은? [3점]

① $e-1$ ② $e+1$ ③ $2e-1$ ④ $2e$ ⑤ $2e+1$

$0 \le x \le \pi$ 에서 함수 $f(x)=2\sin\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)+\sqrt{3}\cos x$ 는 $x=\theta$ 일 때 최댓값을 갖는다. $\tan\theta$ 의 값은? [3점]

① $\dfrac{\sqrt{3}}{12}$ ② $\dfrac{\sqrt{3}}{6}$ ③ $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$ ④ $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

이차함수 $f(x)=x^2+2kx+2k^2+k$ 가 있다. x 에 대한 방정식

$$\frac{1}{\sqrt{f(x)+3}}-\frac{1}{f(x)}=\frac{3}{f(x)\sqrt{f(x)+3}}$$

이 서로 다른 두 개의 실근을 갖도록 하는 모든 정수 k 의 값의 합은? [3점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

좌표평면에서 매개변수 θ로 나타내어진 곡선

$$x = 2\cos\theta + \cos 2\theta,\ y = 2\sin\theta + \sin 2\theta$$

에 대하여 두 물음에 답하시오. (단, θ는 실수이다.)

$\theta = \frac{\pi}{6}$에 대응하는 이 곡선 위의 점에서의 접선의 기울기는? [3점]

① -2 ② $-\sqrt{3}$ ③ -1 ④ $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $-\frac{1}{2}$

$0 \le \theta \le \pi$일 때, 이 곡선의 길이는? [3점]

① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

수열 $\{a_n\}$이

$$a_1 = 1,\ a_{n+1} = a_n + 3n\ \ (n \geq 1)$$

일 때, a_7의 값을 구하시오. [3점]

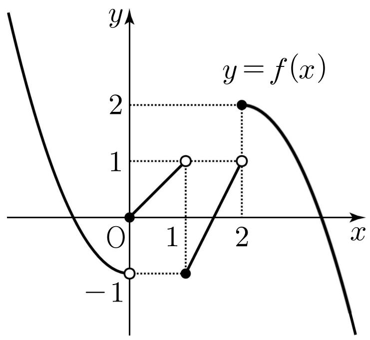
$\log_4 72 - \log_2 6$의 값은? [2점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $\sqrt{2}$

함수 $f(x)=x^3+2x^2+13x+10$에 대하여 $f'(1)$의 값은? [2점]

① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x\to 1+0} f(x) - \lim_{x\to 2-0} f(x)$의 값은? [3점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

첫째항이 1이고, 둘째항이 p인 수열 $\{a_n\}$이 $a_{n+2} = a_n + 2\,(n \geq 1)$를 만족시킨다. $\sum_{k=1}^{10} a_k = 70$일 때, 상수 p의 값은? [3점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

x에 대한 이차방정식 $x^2 - kx + 72 = 0$의 두 근 α, β에 대하여 α, β, $\alpha+\beta$가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, 양수 k의 값을 구하시오. [3점]

수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{a_n}{3^n}-4\right)=2$일 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{a_n+2^n}{3^{n-1}+4}$의 값은? [3점]

① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

연립방정식

$$\begin{cases}\log_x y=\log_3 8\\ 4(\log_2 x)(\log_3 y)=3\end{cases}$$

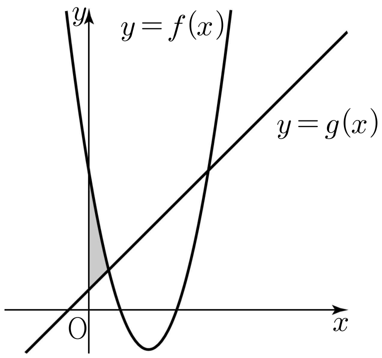
의 해를 $x=\alpha$, $y=\beta$라 할 때, $\alpha\beta$의 값은? (단, $\alpha>1$이다.) [3점]

① 4 ② $2\sqrt{5}$ ③ $2\sqrt{6}$ ④ $2\sqrt{7}$ ⑤ $4\sqrt{2}$

자연수 n에 대하여 두 함수 $f(x)$, $g(x)$를

$$f(x)=x^2-6x+7,$$
$$g(x)=x+n$$

이라 하자. 의 두 물음에 답하시오.



$n=1$일 때, 곡선 $y=f(x)$와 y축 및 직선 $y=g(x)$로 둘러싸인 어두운 부분의 넓이는? [3점]

① $\frac{8}{3}$ ② $\frac{17}{6}$ ③ 3 ④ $\frac{19}{6}$ ⑤ $\frac{10}{3}$

곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=g(x)$가 만나는 두 점 사이의 거리를 a_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{10} {a_n}^2$의 값은? [3점]

① 780 ② 800 ③ 820 ④ 840 ⑤ 860

함수 $f(x)=3x^2+4x$ 에 대하여 $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}f\left(1+\frac{2k}{n}\right)$ 의 값을 구하시오. [3점]

$\int_{1}^{2}\frac{1}{x^2}\,dx$ 의 값은? [2점]

① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

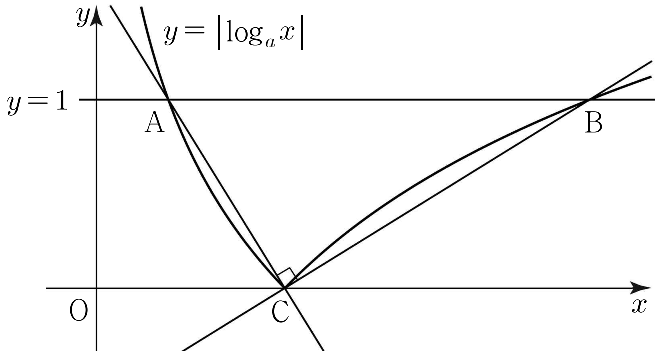
$\lim_{x \to \frac{\pi}{2}} (1-\cos x)^{\sec x}$ 의 값은? [3점]

① $\frac{1}{e^2}$ ② $\frac{1}{e}$ ③ 1 ④ e ⑤ e^2

곡선 $y=\tan\frac{x}{2}$ 와 직선 $x=\frac{\pi}{2}$ 및 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

① $\frac{1}{4}\ln 2$ ② $\frac{1}{2}\ln 2$ ③ $\ln 2$ ④ $2\ln 2$ ⑤ $4\ln 2$

그림과 같이 곡선 $y=|\log_a x|$가 직선 $y=1$과 만나는 점을 각각 A, B라 하고 x축과 만나는 점을 C라 하자. 두 직선 AC, BC가 서로 수직이 되도록 하는 모든 양수 a의 값의 합은? (단, $a \neq 1$) [3점]



① 2　② $\frac{5}{2}$　③ 3　④ $\frac{7}{2}$　⑤ 4

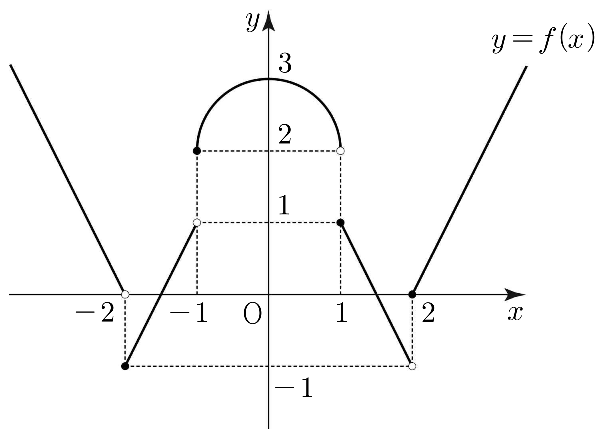
$\sin^2\theta = \frac{4}{5}\left(0 < \theta < \frac{\pi}{2}\right)$일 때, $\cos\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) = p$이다. $\frac{1}{p^2}$의 값을 구하시오. [3점]

매개변수 $t\,(t>0)$으로 나타내어진 함수

$$x=t^3,\ y=2t-\sqrt{2t}$$

의 그래프 위의 점 $(8,\ a)$에서의 접선의 기울기는 b이다. $100ab$의 값을 구하시오. [3점]

함수 $f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim\limits_{x\to1-}f(x)+\lim\limits_{x\to0+}f(x-2)$의 값은? [3점]

① -2　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 2

$\left(2^{\frac{1}{3}} \times 2^{-\frac{4}{3}}\right)^{-2}$ 의 값은? [2점]

① $\frac{1}{4}$　② $\frac{1}{2}$　③ 1　④ 2　⑤ 4

$\lim_{n\to\infty} \frac{3^n + 2^{n+1}}{3^{n+1} - 2^n}$ 의 값은? [2점]

① $\frac{1}{3}$　② $\frac{1}{2}$　③ 1　④ 2　⑤ 3

1이 아닌 두 양수 a, b에 대하여 등식

$$\log_3 a = \frac{1}{\log_b 27}$$

이 성립할 때, $\log_a b^2 + \log_b a^2$의 값은? [3점]

① 6 ② $\frac{20}{3}$ ③ $\frac{22}{3}$ ④ 8 ⑤ $\frac{26}{3}$

함수 $f(x) = x(x-3)(x-a)$의 그래프 위의 점 $(0,\ 0)$에서의 접선과 점 $(3,\ 0)$에서의 접선이 서로 수직이 되도록 하는 모든 실수 a의 값의 합은? [3점]

① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

모든 실수 x에 대하여 부등식

$$x^4-4x^3+12x \geq 2x^2+a$$

가 성립할 때, 실수 a의 최댓값은? [3점]

① -11 ② -10 ③ -9 ④ -8 ⑤ -7

이차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{2x^2-x-1} = \frac{1}{2}$
(나) $\lim_{x \to 1} \frac{f(x)}{2x^2-x-1} = 4$

$f(2)$의 값을 구하시오. [3점]

함수 $f(x)=x^2e^{x-1}$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$\int_0^{\frac{\pi}{3}} \tan x\,dx$ 의 값은? [3점]

① $\frac{\ln 2}{2}$ ② $\frac{\ln 3}{2}$ ③ $\ln 2$ ④ $\ln 3$ ⑤ $2\ln 2$

함수 $f(x)=a\sin bx+c\ (a>0,\ b>0)$의 최댓값은 4, 최솟값은 -2이다. 모든 실수 x에 대하여 $f(x+p)=f(x)$를 만족시키는 양수 p의 최솟값이 π일 때, abc의 값은?
(단, a, b, c는 상수이다.) [3점]

① 6　② 8　③ 10　④ 12　⑤ 14

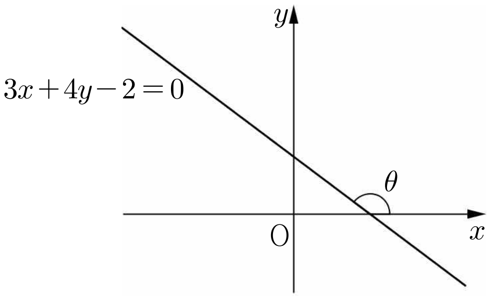
실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\int_{1}^{x}(x-t)f(t)\,dt=e^{x-1}+ax^2-3x+1$$

을 만족시킬 때, $f(a)$의 값은? (단, a는 상수이다.) [3점]

① -3　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 3

그림과 같이 직선 $3x+4y-2=0$이 x축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 θ라 할 때, $\tan\left(\frac{\pi}{4}+\theta\right)$의 값은? [3점]

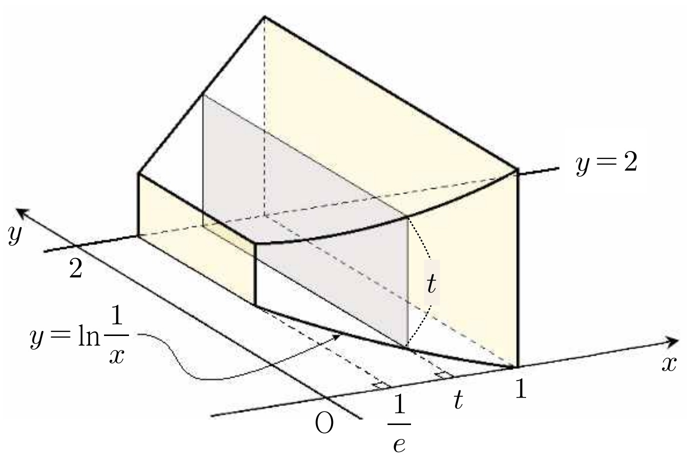


① $\frac{1}{14}$　② $\frac{1}{7}$　③ $\frac{3}{14}$　④ $\frac{2}{7}$　⑤ $\frac{5}{14}$

함수 $f(x)$가 $\lim_{x\to\infty}\left\{f(x)\ln\left(1+\frac{1}{2x}\right)\right\}=4$를 만족시킬 때, $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x-3}$의 값은? [3점]

① 6　② 8　③ 10　④ 12　⑤ 14

그림과 같이 곡선 $y=\ln\frac{1}{x}\left(\frac{1}{e}\leq x\leq 1\right)$과 직선 $x=\frac{1}{e}$, 직선 $x=1$ 및 직선 $y=2$로 둘러싸인 도형을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을 x축 위의 $x=t\left(\frac{1}{e}\leq t\leq 1\right)$인 점을 지나고 x축에 수직인 평면으로 자른 단면이 한 변의 길이가 t인 직사각형일 때, 이 입체도형의 부피는? [3점]



① $\frac{1}{2}-\frac{1}{3e^2}$　② $\frac{1}{2}-\frac{1}{4e^2}$　③ $\frac{3}{4}-\frac{1}{3e^2}$　④ $\frac{3}{4}-\frac{1}{4e^2}$　⑤ $\frac{3}{4}-\frac{1}{5e^2}$

직선 $y=-4x$가 곡선 $y=\frac{1}{x-2}-a$에 접하도록 하는 모든 실수 a의 값의 합을 구하시오. [3점]

도함수가 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f(-x)=-f(x)$이다.
(나) $f(\pi)=0$
(다) $\int_0^{\pi} x^2 f'(x)\,dx=-8\pi$

$\int_{-\pi}^{\pi}(x+\cos x)f(x)\,dx=k\pi$일 때, k의 값을 구하시오. [3점]

수열 $\{(x^2-6x+9)^n\}$이 수렴하도록 하는 모든 정수 x의 값의 합을 구하시오. [3점]

$\lim_{n\to\infty}\frac{3\times 4^n+3^n}{4^{n+1}-2\times 3^n}$ 의 값은? [2점]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1 ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

다항함수 $f(x)$에 대하여

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(1+3h)-f(1)}{2h}=6$$

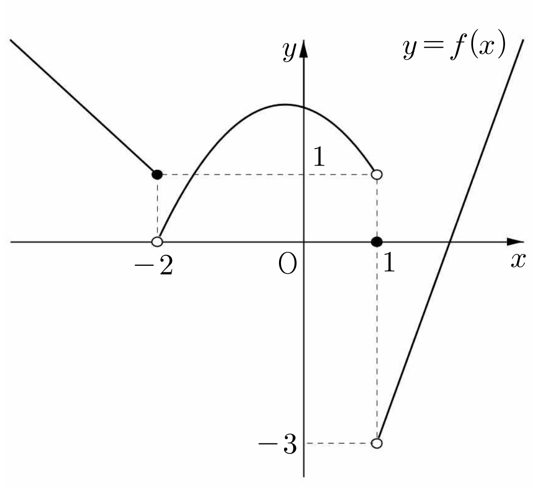
일 때, $f'(1)$의 값은? [2점]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

곡선 $y=x^3-4x$ 위의 점 $(-2, 0)$에서의 접선의 기울기는? [3점]

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

함수 $y=f(x)$의 그래프가 다음과 같다.



$\lim_{x\to 1+} f(x) + \lim_{x\to -2-} f(x)$의 값은? [3점]

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

함수

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{\sqrt{x+7}-a}{x-2} & (x \neq 2) \\ b & (x=2) \end{cases}$$

가 $x=2$에서 연속일 때, ab의 값은? (단, a, b는 상수이다.) [3점]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1 ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_2=14$, $a_4+a_5=23$일 때, $a_7+a_8+a_9$의 값을 구하시오. [3점]

곡선 $y=x^3$과 y축 및 직선 $y=8$로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오. [3점]

함수 $f(x)=\ln(2x+3)$에 대하여 $\lim_{h\to 0}\frac{f(2+h)-f(2)}{h}$의 값은? [2점]

① $\frac{2}{7}$ ② $\frac{5}{14}$ ③ $\frac{3}{7}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{4}{7}$

방정식 $2^x + \frac{16}{2^x} = 10$ 의 모든 실근의 합은? [2점]

① 3 ② $\log_2 10$ ③ $\log_2 12$ ④ $\log_2 14$ ⑤ 4

좌표평면 위를 움직이는 점 P 의 시각 $t\,(0 < t < \pi)$에서의 위치 $\mathrm{P}(x, y)$가

$$x = \cos t + 2, \quad y = 3\sin t + 1$$

이다. 시각 $t = \frac{\pi}{6}$ 에서 점 P 의 속력은? [3점]

① $\sqrt{5}$ ② $\sqrt{6}$ ③ $\sqrt{7}$ ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 3

실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$에 대하여

$$\int_{1}^{e^2} \frac{f(1+2\ln x)}{x}\,dx=5$$

일 때, $\int_{1}^{5} f(x)\,dx$의 값은? [3점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

곡선 $y=e^{\frac{x}{3}}$과 이 곡선 위의 점 $(3,\,e)$에서의 접선 및 y축으로 둘러싸인 도형의 넓이는? [3점]

① $\frac{e}{2}-1$ ② $e-2$ ③ $\frac{3}{2}e-3$ ④ $2e-4$ ⑤ $\frac{5}{2}e-5$

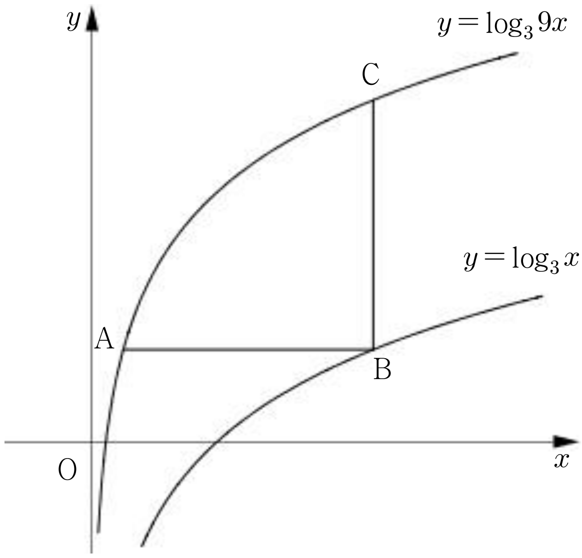
실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$xf(x)=x^2e^{-x}+\int_1^x f(t)\,dt$$

를 만족시킬 때, $f(2)$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{e}$ ② $\frac{e+1}{e^2}$ ③ $\frac{e+2}{e^2}$ ④ $\frac{e+3}{e^2}$ ⑤ $\frac{e+4}{e^2}$

곡선 $y=\log_3 9x$ 위의 점 $\mathrm{A}(a, b)$를 지나고 x축에 평행한 직선이 곡선 $y=\log_3 x$와 만나는 점을 B, 점 B를 지나고 y축에 평행한 직선이 곡선 $y=\log_3 9x$와 만나는 점을 C라 하자. $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{BC}}$일 때, $a+3^b$의 값은? (단, a, b는 상수이다.) [3점]



① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

함수

$$f(x) = \begin{cases} -14x + a & (x \le 1) \\ \dfrac{5\ln x}{x-1} & (x > 1) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a의 값을 구하시오. [3점]

곡선 $x^2 + y^3 - 2xy + 9x = 19$ 위의 점 $(2, 1)$에서의 접선의 기울기를 구하시오. [3점]

함수 $f(x)=\left(x^2+2x\right)\left(2x+1\right)$에 대하여 $f'(1)$의 값은? [2점]

① 14 ② 15 ③ 16 ④ 17 ⑤ 18

$\lim_{n\to\infty}\frac{an^2+2}{3n(2n-1)-n^2}=3$을 만족시키는 상수 a의 값은? [2점]

① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

다항함수 $f(x)$가

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(1+2h)-3}{h} = 3$$

을 만족시킬 때, $f(1)+f'(1)$의 값은? [3점]

① $\frac{5}{2}$ ② 3 ③ $\frac{7}{2}$ ④ 4 ⑤ $\frac{9}{2}$

모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_2 a_4 = 2a_5, \qquad a_5 = a_4 + 12a_3$$

일 때, $\log_2 a_{10}$의 값은? [3점]

① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases}\dfrac{a_n+2}{2} & (a_n\text{은 짝수})\\ \dfrac{a_n-1}{2} & (a_n\text{은 홀수})\end{cases}$$

를 만족시킨다. $a_1=20$일 때, $\sum_{k=1}^{10} a_k$의 값은? [3점]

① 38　② 42　③ 46　④ 50　⑤ 54

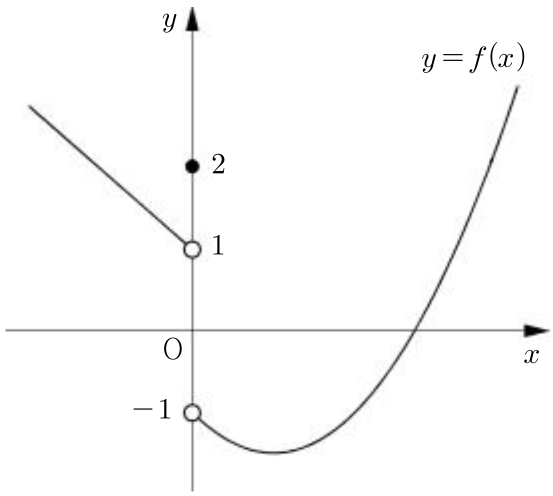
등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. $S_5=a_1$, $S_{10}=40$일 때, a_{10}의 값은? [3점]

① 10　② 13　③ 16　④ 19　⑤ 22

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $g(x)$에 대하여

$$\lim_{x\to 0+}\frac{g(x)}{f(x)}=1, \qquad \lim_{x\to 1-}f(x-1)g(x)=3$$

일 때, $g(2)$의 값은? [3점]



① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

$\sqrt{3\sqrt[4]{27}}=3^{\frac{q}{p}}$ 일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [3점]

수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10}(2k+1)^2 a_k = 100, \qquad \sum_{k=1}^{10} k(k+1)a_k = 23$$

일 때, $\sum_{k=1}^{10} a_k$의 값을 구하시오. [3점]

함수

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2-8x+a}{x-6} & (x \neq 6) \\ b & (x=6) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $a+b$의 값을 구하시오. (단, a, b는 상수이다.) [3점]

제3사분면의 각 θ에 대하여 $\cos\theta = -\frac{1}{2}$ 일 때, $\tan\theta$의 값은? [2점]

① $-\sqrt{3}$ ② $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ④ 1 ⑤ $\sqrt{3}$

$\lim_{x \to 0} \frac{2x\sin x}{1-\cos x}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

함수 $f(x)=\dfrac{6x^3}{x^2+1}$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, $g'(3)$ 의 값은? [3점]

① $\dfrac{1}{6}$ ② $\dfrac{1}{3}$ ③ $\dfrac{1}{2}$ ④ $\dfrac{2}{3}$ ⑤ $\dfrac{5}{6}$

$0 \le x \le 2\pi$ 일 때, 방정식 $\tan 2x \sin 2x = \dfrac{3}{2}$ 의 모든 해의 합은? [3점]

① 2π ② $\dfrac{5}{2}\pi$ ③ 3π ④ $\dfrac{7}{2}\pi$ ⑤ 4π

함수 $f(x)=(3x+e^{x})^{3}$ 에 대하여 $f'(0)$ 의 값을 구하시오. [3점]

매개변수 t 로 나타내어진 곡선

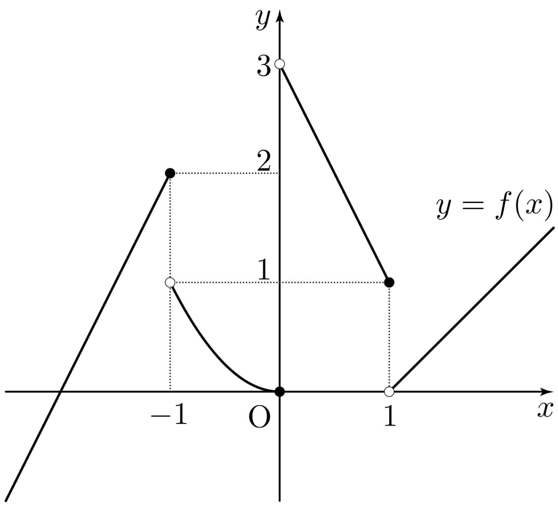
$$x=2\sqrt{2}\sin t+\sqrt{2}\cos t,\ y=\sqrt{2}\sin t+2\sqrt{2}\cos t$$

가 있다. 이 곡선 위의 $t=\frac{\pi}{4}$ 에 대응하는 점에서의 접선의 y 절편을 구하시오. [3점]

$\sqrt[3]{36}\times\left(\sqrt[3]{\dfrac{2}{3}}\right)^2=2^a$일 때, a의 값은? [2점]

① $\dfrac{4}{3}$　② $\dfrac{5}{3}$　③ 2　④ $\dfrac{7}{3}$　⑤ $\dfrac{8}{3}$

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim\limits_{x\to-1+}f(x)+\lim\limits_{x\to0-}f(x)$의 값은? [2점]

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

4개의 수 6, a, 15, b가 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, $\frac{b}{a}$의 값은? [3점]

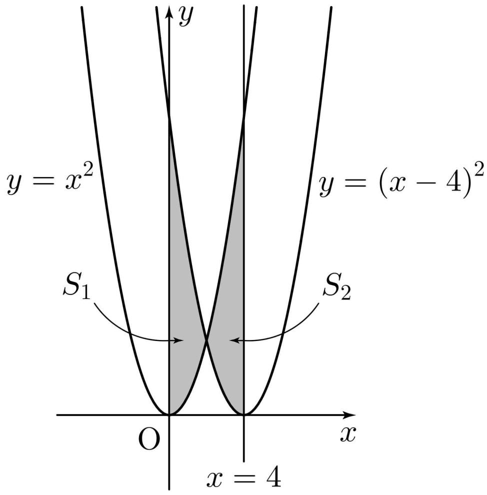
① $\frac{3}{2}$　② 3　③ $\frac{5}{2}$　④ 4　⑤ $\frac{7}{2}$

다항함수 $f(x)$에 대하여 $\lim_{h \to 0} \frac{f(1+h)-3}{h} = 2$일 때, 함수 $g(x)=(x+2)f(x)$에 대하여 $g'(1)$의 값은? [3점]

① 5　② 6　③ 7　④ 8　⑤ 9

두 곡선 $y=x^2$, $y=(x-4)^2$과 y축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_1, 두 곡선 $y=x^2$, $y=(x-4)^2$과 직선 $x=4$로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_2라 할 때, S_1+S_2의 값은? [3점]

① 30 ② 32 ③ 34 ④ 36 ⑤ 38



함수

$$f(x)=\begin{cases} a & (x<1) \\ x+3 & (x\ge 1) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $(x-a)f(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 실수 a의 값의 합은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a\times3^{n+2}-2^n}{3^n-3\times2^n}=207$ 일 때, 상수 a의 값을 구하시오. [3점]

자연수 n에 대하여 좌표평면에서 직선 $x=n$이 곡선 $y=x^2$과 만나는 점을 A_n, 직선 $x=n$이 직선 $y=-2x$와 만나는 점을 B_n이라 할 때, $\sum\limits_{n=1}^{9}\overline{\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n}$의 값을 구하시오. [3점]

이차함수 $f(x)$가 $f(0)=0$이고

$$\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-x}{x-1}$$

일 때, $60\times f'(0)$의 값을 구하시오. [3점]

$\sin\theta=-\frac{1}{3}$일 때, $\frac{\cos\theta}{\tan\theta}$의 값은? [2점]

① -4 ② $-\frac{11}{3}$ ③ $-\frac{10}{3}$ ④ -3 ⑤ $-\frac{8}{3}$

$\left(\frac{9}{4}\right)^{-\frac{3}{2}}$ 의 값은? [2점]

① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{4}{9}$ ③ $\frac{8}{27}$ ④ $\frac{16}{81}$ ⑤ $\frac{32}{243}$

$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{\sqrt{n^2+5n}-n}$ 의 값은? [2점]

① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ 1

함수 $y=4^{x}-1$의 그래프를 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 그래프가 함수 $y=2^{2x-3}+3$의 그래프와 일치할 때, ab의 값은? [3점]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

곡선 $x^2-2xy+3y^3=5$ 위의 점 $(2,\ -1)$에서의 접선의 기울기는? [3점]

① $-\frac{6}{5}$ ② $-\frac{5}{4}$ ③ $-\frac{4}{3}$ ④ $-\frac{3}{2}$ ⑤ -2

x에 대한 연립부등식

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)^{1-x} \geq \left(\frac{1}{16}\right)^{x-1} \\ \log_2 4x < \log_2 (x+k) \end{cases}$$

의 해가 존재하지 <u>않도록</u> 하는 양수 k의 최댓값은? [3점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

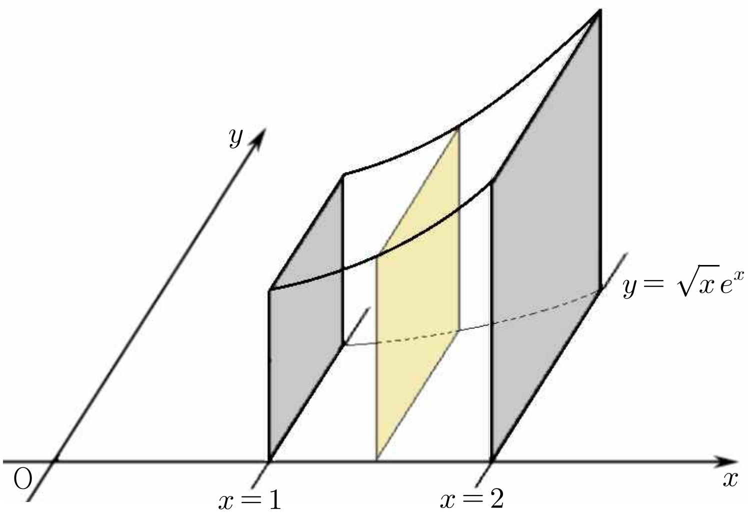
$0 \leq x < 2\pi$일 때, 방정식 $\cos^2 3x - \sin 3x + 1 = 0$의 모든 실근의 합은? [3점]

① $\frac{3}{2}\pi$ ② $\frac{7}{4}\pi$ ③ 2π ④ $\frac{9}{4}\pi$ ⑤ $\frac{5}{2}\pi$

함수 $f(x)=\dfrac{e^{x}}{\sin x+\cos x}$ 에 대하여 $-\dfrac{\pi}{4}<x<\dfrac{3}{4}\pi$ 에서 방정식 $f(x)-f'(x)=0$ 의 실근은? [3점]

① $-\dfrac{\pi}{6}$ ② $\dfrac{\pi}{6}$ ③ $\dfrac{\pi}{4}$ ④ $\dfrac{\pi}{3}$ ⑤ $\dfrac{\pi}{2}$

그림과 같이 곡선 $y=\sqrt{x}e^{x}\,(1 \le x \le 2)$와 x축 및 두 직선 $x=1$, $x=2$로 둘러싸인 도형을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을 x축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정사각형일 때, 이 입체도형의 부피는? [3점]



① $\dfrac{e^{4}+e^{2}}{4}$ ② $\dfrac{2e^{4}-e^{2}}{4}$ ③ $\dfrac{2e^{4}+e^{2}}{4}$ ④ $\dfrac{3e^{4}-e^{2}}{4}$ ⑤ $\dfrac{3e^{4}+e^{2}}{4}$

함수 $f(x)=5\sin\left(\frac{\pi}{2}x+1\right)+3$ 의 주기를 p, 최댓값을 M이라 할 때, $p+M$의 값을 구하시오. [3점]

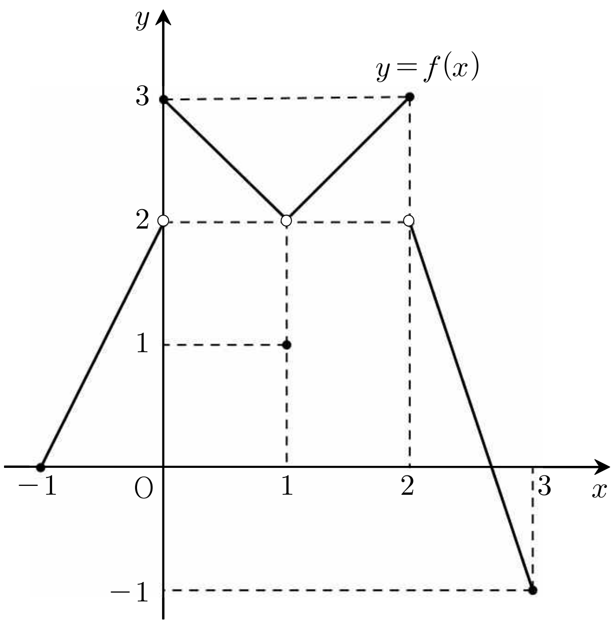
$\left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{3}{2}}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 4 ④ 8 ⑤ 16

함수 $f(x)=(x^3-2x+3)(ax+3)$ 에 대하여 $f'(1)=15$ 일 때, a 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [3점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

닫힌구간 $[-1, 3]$ 에서 정의된 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \to 0-} f(x) + \lim_{x \to 2+} f(x)$ 의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\int_1^x f(t)\,dt = x^3 + ax - 3$$

을 만족시킬 때, $f(a)$의 값은? (단, a는 상수이다.) [3점]

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

곡선 $y=-x^3+3x^2+4$에 접하는 직선 중에서 기울기가 최대인 직선을 l이라 하자. 직선 l과 x축 및 y축으로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

$0 \le x < 2\pi$ 일 때, 방정식 $|\sin 2x| = \frac{1}{2}$ 의 모든 실근의 합은? [3점]

① 4π ② 6π ③ 8π ④ 10π ⑤ 12π

시각 $t=0$ 일 때 동시에 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t\,(t \ge 0)$ 에서의 속도가 각각

$$v_1(t) = 2t+3, \quad v_2(t) = at(6-t)$$

이다. 시각 $t=3$ 에서 두 점 P, Q가 만날 때, a 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

수열 $\{a_n\}$은 $a_1 = \dfrac{3}{2}$ 이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{2n-1} + a_{2n} = 2a_n$$

을 만족시킨다. $\sum_{n=1}^{16} a_n$의 값은? [3점]

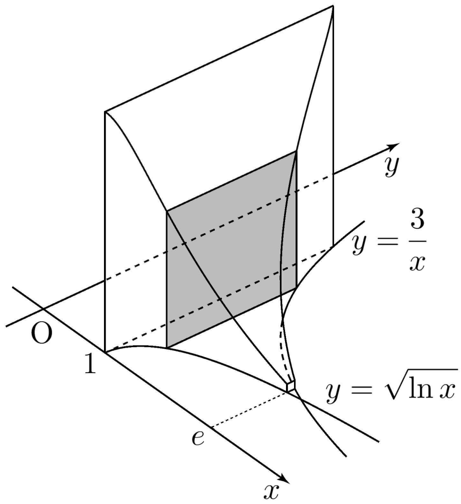
① 22 ② 24 ③ 26 ④ 28 ⑤ 30

$\lim_{x \to \infty}\left(\sqrt{x^2+22x} - x\right)$의 값을 구하시오. [3점]

함수 $f(x)=5\sin\left(\frac{\pi}{2}x+1\right)+3$의 주기를 p, 최댓값을 M이라 할 때, $p+M$의 값을 구하시오. [3점]

부등식 $2+\log_{\frac{1}{3}}(2x-5)>0$을 만족시키는 모든 정수 x의 개수를 구하시오. [3점]

그림과 같이 두 곡선 $y=\dfrac{3}{x}$, $y=\sqrt{\ln x}$ 와 두 직선 $x=1$, $x=e$ 로 둘러싸인 도형을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을 x축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정사각형일 때, 이 입체도형의 부피는? [4점]



① $5-\dfrac{9}{e}$ ② $5-\dfrac{8}{e}$ ③ $5-\dfrac{7}{e}$ ④ $6-\dfrac{9}{e}$ ⑤ $6-\dfrac{8}{e}$

함수 $f(x)=xe^{2x}-(4x+a)e^{x}$ 이 $x=-\frac{1}{2}$ 에서 극댓값을 가질 때, $f(x)$ 의 극솟값은? (단, a 는 상수이다.) [4점]

① $1-\ln 2$ ② $2-2\ln 2$ ③ $3-3\ln 2$ ④ $4-4\ln 2$ ⑤ $5-5\ln 2$

함수 $f(x)=\dfrac{1}{x}\ln x$에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보기>

ㄱ. 함수 $f(x)$의 최댓값은 $\dfrac{1}{e}$이다.

ㄴ. $2011^{2012} > 2012^{2011}$

ㄷ. 열린 구간 $(0, e)$에서 $y=f(x)$의 그래프는 위로 볼록하다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

$\overline{AB} = 1$, $\overline{BC} = 2$인 삼각형 ABC의 변 BC의 중점을 M이라 하고, $\angle BAM = \alpha$, $\angle CAM = \beta$라 하자. $\cos 2\alpha = \frac{1}{4}$일 때, $8\cos(2\alpha - \beta)$의 값은? [4점]

① $\sqrt{15}$ ② 4 ③ $\sqrt{17}$ ④ $3\sqrt{2}$ ⑤ $\sqrt{19}$

$0<a<b<1$ 일 때, 직선 $y=1$ 이 $y=\log_a x$ 의 그래프와 $y=\log_b x$ 의 그래프와 만나는 점을 각각 P, Q 라 하고 직선 $y=-1$ 이 $y=\log_a x$ 의 그래프와 $y=\log_b x$ 의 그래프와 만나는 점을 각각 R, S 라 하자. 네 직선 PS, PR, QS, QR 의 기울기를 각각 $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ 라 할 때, 다음 중 옳은 것은? [4점]

① $\delta<\alpha<\beta<\gamma$
② $\gamma<\alpha<\delta<\beta$
③ $\gamma<\alpha<\beta<\delta$
④ $\gamma<\alpha=\delta<\beta$
⑤ $\alpha=\delta<\beta<\gamma$

두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가 임의의 실수 x, y에 대하여 $x\{f(x+y)-f(x-y)\}=4y\{f(x)+g(y)\}$를 만족시킨다. $f(1)=4$, $g(0)=1$일 때, $f'(2)$의 값은? [4점]

① 20 ② 24 ③ 28 ④ 32 ⑤ 36

함수 $f(x)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{9^{n}x^{18}}{\left(9+x^{2p}\right)^{n}}$에 대하여 $f(x)$가 실수전체의 집합에서 연속이기 위한 자연수 p의 개수는? [4점]

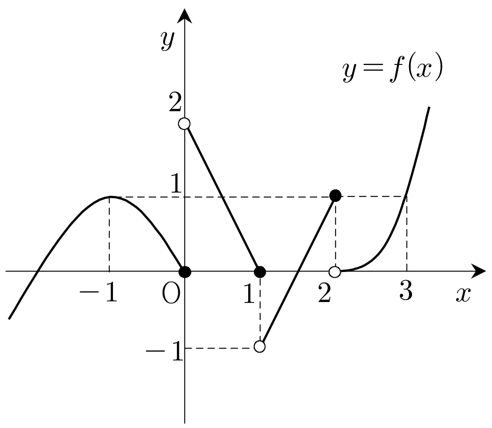
① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

$0<a<\frac{1}{2}$일 때, 곡선 $y=x^2$ 위의 임의의 점 $\mathrm{P}(a,\ a^2)$에서 그은 접선 l이 x축 위의 점 A에서 만난다. 접선 l을 x축에 대하여 대칭이동시킨 직선을 m이라 하고, 직선 m이 y축과 만나는 점을 B라 하자. 또, 점 A를 지나고 접선 l에 수직인 직선을 n이라 할 때, 직선 n이 y축과 만나는 점을 C라 하자. 삼각형 ABC의 넓이를 $S(a)$라 할 때, $S(a)$의 극댓값은? [4점]

① $\frac{\sqrt{3}}{144}$ ② $\frac{1}{48}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{72}$ ④ $\frac{1}{12}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{6}$

다항함수 $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$에 대하여 $g(x)$는 $f(x)$의 도함수이고, $h(x)$는 $g(x)$의 도함수라 하자. 모든 실수 x에 대하여 $f(x)+h(x)=2g(x)+x^4+1$이 성립할 때, $f(-1)$의 값을 구하시오. [4점]

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. 함수 $f(x-1)$은 $x=0$에서 연속이다.
ㄴ. 함수 $f(x)f(-x)$는 $x=1$에서 연속이다.
ㄷ. 함수 $f(f(x))$는 $x=3$에서 불연속이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

닫힌 구간 $\left[0, \dfrac{\pi}{2}\right]$에서 정의된 함수 $f(x)=\dfrac{\sin 2x}{1+\sin x}$에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $f(x) \geq 0$

ㄴ. $f'(c)=0$인 c가 열린 구간 $\left(0, \dfrac{\pi}{2}\right)$에 존재한다.

ㄷ. 함수 $f(x)$의 그래프와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 $2-2\ln 2$이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ

④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

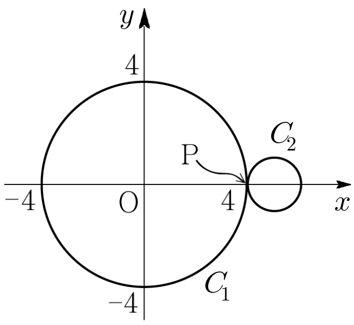
$x>0$에서 정의된 함수 $f(x)=\dfrac{(\ln x)^6}{x^2}$에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{(\ln x)^6}{x^2}=0$이다.) [4점]

<보 기>

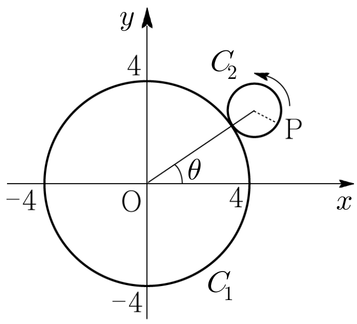
ㄱ. $x=e^3$에서 극댓값을 갖는다.
ㄴ. $x=e$에서 극솟값을 갖는다.
ㄷ. $x>0$에서 방정식 $f(x)=1$의 실근의 개수는 3이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[그림 1]과 같이 좌표평면 위에 중심이 원점이고 반지름의 길이가 4인 큰 원 C_1과 반지름의 길이가 1인 작은 원 C_2가 점 $(4, 0)$에서 외접하고 있다. 이때 작은 원 위의 한 점을 P라 하자. [그림 2]와 같이 원 C_2가 원 C_1에 접한 상태로 굴러갈 때, 두 원의 중심을 연결한 선분이 x축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 θ라 하자. θ의 값이 0에서 $\frac{\pi}{2}$까지 변할 때, 점 $(4, 0)$에서 출발한 점 P가 움직인 거리는? [4점]



[그림 1]



[그림 2]

① 8　② 9　③ 10　④ 11　⑤ 12

두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여

$$f(x) = 2x + \int_0^1 \{f(t) + g(t)\}\, dt, \qquad g(x) = 3x^2 + \int_0^1 \{f(t) - g(t)\}\, dt$$

가 성립할 때, $f(1) + g(2)$의 값은? [4점]

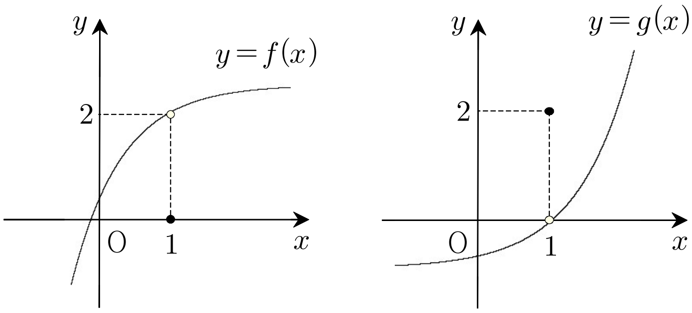
① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

함수 $f(x)$의 도함수가 $f'(x)=4x^3-4x$이고, $f(x)$의 극댓값이 k일 때, 직선 $y=k$와 곡선 $y=f(x)$로 둘러싸인 부분의 넓이는? [4점]

① $\dfrac{8\sqrt{2}}{15}$ ② $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$ ③ $\dfrac{4\sqrt{2}}{5}$

④ $\dfrac{14\sqrt{2}}{15}$ ⑤ $\dfrac{16\sqrt{2}}{15}$

두 함수 $f(x)$, $g(x)$의 그래프는 그림과 같다.



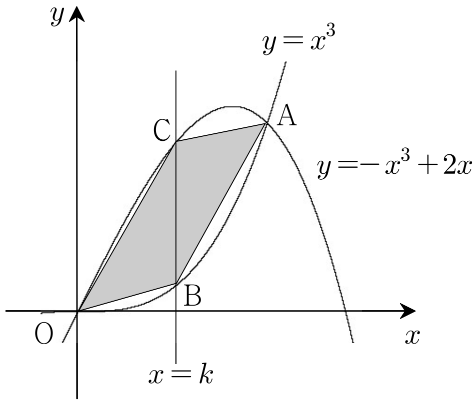
옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. 함수 $f(x)+g(x)$는 $x=1$에서 연속이다.
ㄴ. 함수 $f(x)g(x)$는 $x=1$에서 연속이다.
ㄷ. 함수 $\dfrac{f(x)+ax}{g(x)+bx}$가 $x=1$에서 연속이면 $a+b=-4$이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

두 곡선 $y=x^3$, $y=-x^3+2x$의 교점 중 제1사분면에 있는 점을 A라 하고, 두 곡선 $y=x^3$, $y=-x^3+2x$와 직선 $x=k$ $(0<k<1)$의 교점을 각각 B, C라 하자. 사각형 OBAC의 넓이가 최대가 되도록 하는 실수 k의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]



① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{4}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{3}$

양수 x에 대하여 x의 정수 부분을 $f(x)$라 할 때, $\sum_{k=1}^{10} f\left(2^k\right)+\sum_{k=2}^{1024} f\left(\log_2 k\right)$의 값은? [4점]

① 9850 ② 9950 ③ 10050
④ 10150 ⑤ 10250

함수 $f(x)=3x^2+2x+1$ 에 대하여

$$\lim_{n\to\infty}\frac{4}{n}\left\{f\left(1+\frac{1}{2n}\right)+f\left(1+\frac{2}{2n}\right)+f\left(1+\frac{3}{2n}\right)+\cdots+f\left(1+\frac{n}{2n}\right)\right\}$$

의 값을 구하시오. [4점]

함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $0 \leq x \leq 1$에서 $f(x) = x^2 + 1$이다.
(나) 모든 실수 x에 대하여 $f(-x) = f(x)$이다.
(다) 모든 실수 x에 대하여 $f(1-x) = f(1+x)$이다.

수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_1 + 2a_2 + 3a_3 + \cdots + na_n = \int_{-n}^{n} f(x)\,dx$ $(n = 1, 2, 3, \cdots)$일 때, $a_7 = \dfrac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

두 함수 $f(x)=e^{x}(x^{2}+ax+b)$, $g(x)=e^{-x}(x^{2}+ax+b)$는 각각 $x=-3$, $x=2$에서 극댓값을 갖는다. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$의 극솟값을 각각 m_1, m_2라 할 때, m_1+m_2의 값은? (단, a, b는 상수이다.) [4점]

① $-2e$ ② $-e-1$ ③ 0 ④ $e-1$ ⑤ $2e$

$0 \le x \le \pi$에서 정의된 함수 $f(x) = \dfrac{\cos x}{\sin x + 2}$에 대하여 곡선 $y = f(x)$와 x축, y축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_1, 곡선 $y = f(x)$와 x축 및 직선 $x = \pi$로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_2라 하자. $S_1 + S_2$의 값은? [4점]

① $\ln \dfrac{3}{2}$ ② $\ln \dfrac{4}{3}$ ③ $2\ln \dfrac{3}{2}$ ④ $2\ln \dfrac{4}{3}$ ⑤ $4\ln \dfrac{3}{2}$

함수 $f(x)=x\sin x$ 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. 함수 $f(x)$는 $x=0$에서 극솟값을 갖는다.
ㄴ. 직선 $y=x$는 곡선 $y=f(x)$에 접한다.
ㄷ. 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 극댓값을 갖는 a가 구간 $\left(\frac{\pi}{2}, \frac{3}{4}\pi\right)$에 존재한다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

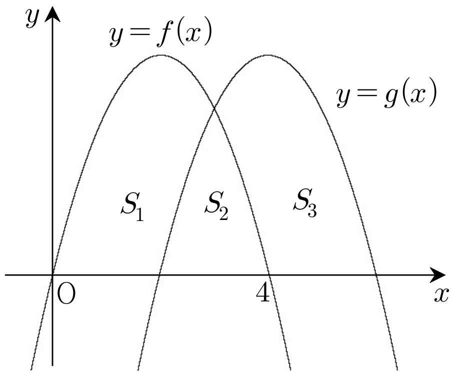
자연수 n에 대하여 좌표평면에 점 A_n, B_n을 다음과 같은 규칙으로 정한다.

> (가) 점 A_1의 좌표는 $(1, 2)$이다.
> (나) 점 B_n은 점 A_n을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동시킨 다음 x축의 방향으로 1만큼 평행이동시킨 점이다.
> (다) 점 A_{n+1}은 점 B_n을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동시킨 다음 x축과 y축의 방향으로 각각 1만큼 평행이동시킨 점이다.

$\lim_{n\to\infty}\frac{\overline{\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n}}{n}$의 값은? [4점]

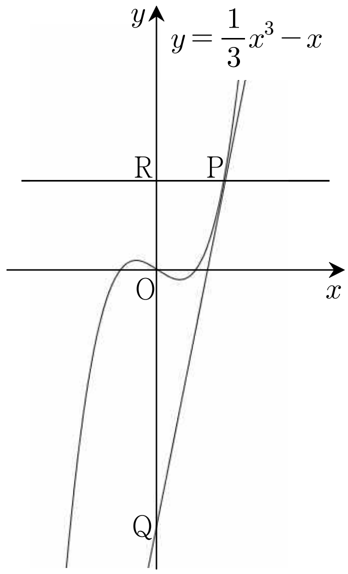
① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 4

함수 $f(x) = -x(x-4)$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼 평행이동시킨 곡선을 $y=g(x)$라 하자. 그림과 같이 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$와 x축으로 둘러싸인 세 부분의 넓이를 각각 S_1, S_2, S_3이라 할 때, $\dfrac{S_2}{S_1+S_3}$의 값은? [4점]



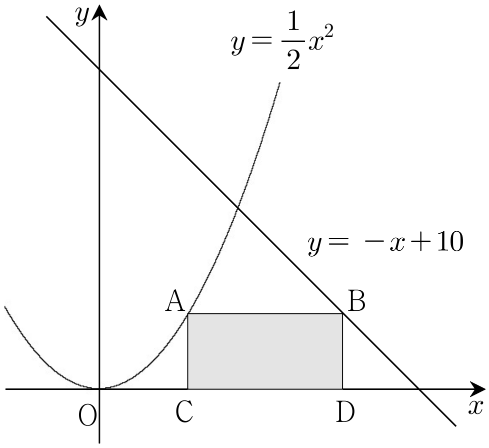
① $\dfrac{3}{22}$ ② $\dfrac{7}{44}$ ③ $\dfrac{2}{11}$ ④ $\dfrac{9}{44}$ ⑤ $\dfrac{5}{22}$

곡선 $y=\frac{1}{3}x^3-x$ 위의 점 중에서 제1사분면에 있는 한 점을 $\mathrm{P}(a, b)$라 하자. 점 P에서의 접선이 y축과 만나는 점을 Q라 하고, 점 P를 지나고 x축에 평행한 직선이 y축과 만나는 점을 R라 하자. $\overline{\mathrm{OQ}} : \overline{\mathrm{OR}}=3:1$일 때, ab의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]



① 9 ② 12 ③ 15 ④ 18 ⑤ 21

그림과 같이 좌표평면에서 곡선 $y=\frac{1}{2}x^2$ 위의 점 중에서 제1사분면에 있는 점 $\mathrm{A}\left(t,\ \frac{1}{2}t^2\right)$을 지나고 x축에 평행한 직선이 직선 $y=-x+10$과 만나는 점을 B라 하고, 두 점 A, B에서 x축에 내린 수선의 발을 각각 C, D라 하자. 직사각형 ACDB의 넓이가 최대일 때, $10t$의 값을 구하시오. (단, 점 A의 x좌표는 점 B의 x좌표보다 작다.) [4점]



실수 t에 대하여 x에 대한 방정식 $2x^3+ax^2+6x-3=t$의 서로 다른 실근의 개수를 $g(t)$라 하자. 함수 $g(t)$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 정수 a의 개수는? [4점]

① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

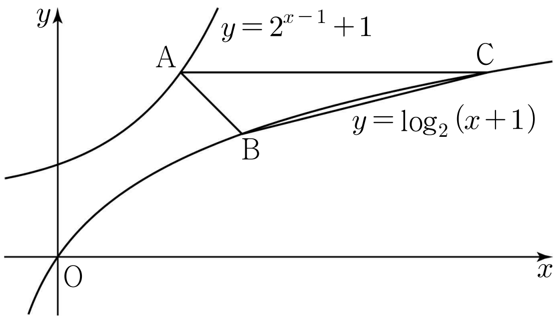
실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(x)=ax^2\ (0 \le x < 2)$
(나) 모든 실수 x에 대하여 $f(x+2)=f(x)+2$이다.

$\int_1^7 f(x)dx$의 값은? (단, a는 상수이다.) [4점]

① 20 ② 21 ③ 22 ④ 23 ⑤ 24

그림과 같이 곡선 $y=2^{x-1}+1$ 위의 점 A와 곡선 $y=\log_2(x+1)$ 위의 두 점 B, C에 대하여 두 점 A와 B는 직선 $y=x$에 대하여 대칭이고, 직선 AC는 x축과 평행하다. 삼각형 ABC의 무게중심의 좌표가 $(p,\ q)$일 때, $p+q$의 값은? [4점]



① $\frac{16}{3}$ ② $\frac{17}{3}$ ③ 6 ④ $\frac{19}{3}$ ⑤ $\frac{20}{3}$

수열 $\{a_n\}$이

$$\begin{cases} a_{2n-1} = 2^{n+1} - 3 & (n \geq 1) \\ a_{2n} = 4^{n-1} + 2^n & (n \geq 1) \end{cases}$$

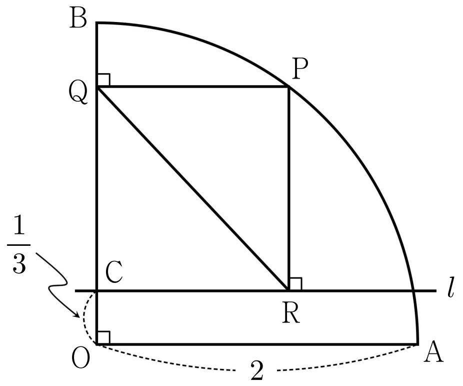
일 때, $\{a_n\}$의 계차수열을 $\{b_n\}$이라 하자. 수열 $\{b_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 T_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} \frac{T_{4n}}{T_{2n-1}}$의 값을 구하시오. [4점]

$x \geq 0$ 에서 정의된 함수 $f(x) = \dfrac{4}{1+x^2}$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} g\left(1+\frac{3k}{n}\right)$ 의 값은?

[4점]

① $\dfrac{\pi-\sqrt{3}}{3}$ ② $\dfrac{\pi+\sqrt{3}}{3}$ ③ $\dfrac{4\pi-3\sqrt{3}}{9}$ ④ $\dfrac{4\pi+3\sqrt{3}}{9}$ ⑤ $\dfrac{2\pi-\sqrt{3}}{3}$

그림과 같이 반지름의 길이가 2이고 중심각의 크기가 $90°$인 부채꼴 OAB가 있다. 선분 OB 위에 $\overline{\mathrm{OC}}=\frac{1}{3}$인 점 C를 잡고, 점 C를 지나고 선분 OA와 평행한 직선을 l이라 하자. 호 AB 위를 움직이는 점 P에서 선분 OB와 직선 l에 내린 수선의 발을 각각 Q, R라 할 때, 삼각형 PQR의 넓이의 최댓값은? [4점]



① $\frac{\sqrt{7}}{8}$ ② $\frac{\sqrt{7}}{6}$ ③ $\frac{5\sqrt{7}}{24}$ ④ $\frac{\sqrt{7}}{4}$ ⑤ $\frac{7\sqrt{7}}{24}$

함수

$$f(x)=\begin{cases} 1+\sin x & (x \le 0) \\ -1+\sin x & (x>0) \end{cases}$$

에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $\lim_{x\to 0} f(x)f(-x) = -1$

ㄴ. 함수 $f(f(x))$는 $x=\frac{\pi}{2}$에서 연속이다.

ㄷ. 함수 $\{f(x)\}^2$은 $x=0$에서 미분가능하다.

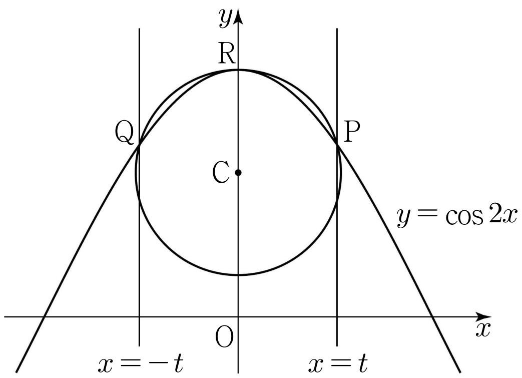
① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

이차함수 $f(x)$가

$$f(1)=2\,,\ f'(1)=\lim_{x\to 0}\frac{\ln f(x)}{x}+\frac{1}{2}$$

을 만족시킬 때, $f(8)$의 값을 구하시오. [4점]

좌표평면에서 곡선 $y=\cos 2x$가 두 직선 $x=t$, $x=-t$ $\left(0<t<\dfrac{\pi}{4}\right)$와 만나는 점을 각각 P, Q라 하고, 곡선 $y=\cos 2x$가 y축과 만나는 점을 R라 하자. 세 점 P, Q, R를 지나는 원의 중심을 $\mathrm{C}(0,\ f(t))$라 할 때, $\lim\limits_{t\to+0} f(t)=\alpha$이다. 100α의 값을 구하시오. [4점]



함수 $f(x)=\int_1^x e^{t^3}dt$ 에 대하여 $\int_0^1 xf(x)dx$ 의 값은? [4점]

① $\frac{1-e}{2}$ ② $\frac{1-e}{3}$ ③ $\frac{1-e}{4}$ ④ $\frac{1-e}{5}$ ⑤ $\frac{1-e}{6}$

지수함수 $f(x)=a^x$ $(0<a<1)$의 그래프가 직선 $y=x$와 만나는 점의 x좌표를 b라 하자. 함수

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (x \le b) \\ f^{-1}(x) & (x > b) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, ab의 값은? [4점]

① e^{-e-1} ② $e^{-e-\frac{1}{e}}$ ③ $e^{-e+\frac{1}{e}}$ ④ e^{e-1} ⑤ e^{e+1}

공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자.

$S_6 - S_3 = 6$, $S_{12} - S_6 = 72$

일 때, $a_{10} + a_{11} + a_{12}$의 값은? [4점]

① 48 ② 51 ③ 54 ④ 57 ⑤ 60

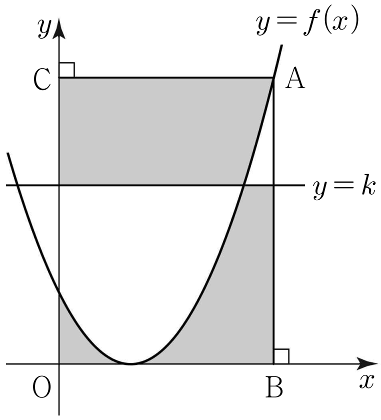
이차함수 $f(x)=x^2+mx-8$ 이

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}f\left(\frac{k}{n}\right)=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}f\left(1+\frac{k}{n}\right)$$

를 만족시킬 때, 함수 $g(x)=\int_0^x f(t)\,dt$ 는 $x=\alpha$ 에서 극소이다. α 의 값은? (단, m 은 상수이다.) [4점]

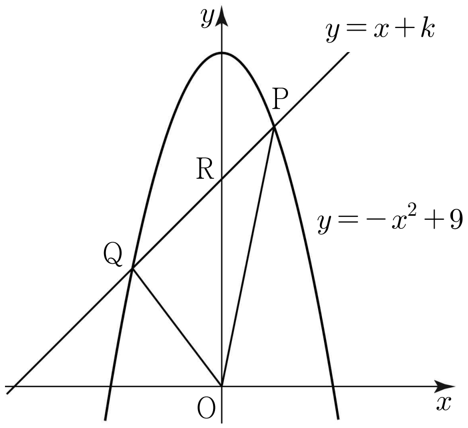
① -4 ② -2 ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

그림과 같이 함수 $f(x)=(x-1)^2$의 그래프 위의 점 A$(3,\ 4)$에서 x축, y축에 내린 수선의 발을 각각 B, C라 하자. 직사각형 OBAC의 내부에서 연립부등식 $\begin{cases} y \le f(x) \\ y \le k \end{cases}$를 만족시키는 영역의 넓이를 S_1, 직사각형 OBAC의 내부에서 연립부등식 $\begin{cases} y \ge f(x) \\ y \ge k \end{cases}$를 만족시키는 영역의 넓이를 S_2라 하자. $S_1 = S_2$일 때, 상수 k의 값은? (단, $1 < k < 4$이다.) [4점]



① $\frac{7}{3}$　② $\frac{8}{3}$　③ 3　④ $\frac{10}{3}$　⑤ $\frac{11}{3}$

그림과 같이 직선 $y=x+k\ (3<k<9)$가 곡선 $y=-x^2+9$와 만나는 두 점을 각각 P, Q라 하고, y축과 만나는 점을 R라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, O는 원점이고, 점 P의 x좌표는 점 Q의 x좌표보다 크다.) [4점]



<보 기>

ㄱ. 선분 PQ의 중점의 x좌표는 $-\frac{1}{2}$이다.

ㄴ. $k=7$일 때, 삼각형 ORQ의 넓이는 삼각형 OPR의 넓이의 2배이다.

ㄷ. 삼각형 OPQ의 넓이는 $k=6$일 때 최대이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ

④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

좌표평면에서 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시키는 정사각형의 개수를 a_n이라 하자.

(가) 한 변의 길이가 n이고 네 꼭짓점의 x좌표와 y좌표가 모두 자연수이다.
(나) 두 곡선 $y=\log_2 x$, $y=\log_{16} x$와 각각 서로 다른 두 점에서 만난다.

a_3+a_4의 값은? [4점]

① 21　② 23　③ 25　④ 27　⑤ 29

좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\,(t>0)$에서의 위치 (x, y)가

$$x=t^3+2t,\ y=\ln(t^2+1)$$

이다. 점 P에서 직선 $y=-x$에 내린 수선의 발을 Q라 하자. $t=1$일 때, 점 Q의 속력은? [4점]

① $\frac{3\sqrt{2}}{2}$　② $2\sqrt{2}$　③ $\frac{5\sqrt{2}}{2}$　④ $3\sqrt{2}$　⑤ $\frac{7\sqrt{2}}{2}$

함수 $f(x)=(x^3-a)e^x$과 실수 t에 대하여 방정식 $f(x)=t$의 실근의 개수를 $g(t)$라 하자. 함수 $g(t)$가 불연속인 점의 개수가 2가 되도록 하는 10 이하의 모든 자연수 a의 값의 합을 구하시오. (단, $\lim_{x\to-\infty} f(x)=0$) [4점]

원점에서 동시에 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t\,(t \geq 0)$에서의 속도를 각각 $f(t)$, $g(t)$라 하면

$$f(t) = t^2 + t,\ g(t) = 5t$$

이다. 두 점 P, Q가 출발 후 처음으로 만날 때까지 점 P가 움직인 거리는? [4점]

① 82 ② 84 ③ 86 ④ 88 ⑤ 90

함수 $f(x)=4x^2+ax$ 에 대하여

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^2}\sum_{k=1}^{n}kf\left(\frac{k}{2n}\right)=2$$

가 성립하도록 하는 상수 a 의 값은? [4점]

① $\frac{19}{2}$ ② $\frac{39}{4}$ ③ 10 ④ $\frac{41}{4}$ ⑤ $\frac{21}{2}$

최고차항의 계수가 1이고 다음 조건을 만족시키는 모든 삼차함수 $f(x)$에 대하여 $f(6)$의 최댓값과 최솟값의 합은? [4점]

(가) $f(2)=f'(2)=0$
(나) 모든 실수 x에 대하여 $f'(x)\geq -3$이다.

① 128 ② 144 ③ 160 ④ 176 ⑤ 192

2 이상의 자연수 n에 대하여 $n^{\frac{4}{k}}$의 값이 자연수가 되도록 하는 자연수 k의 개수를 $f(n)$이라 하자. 예를 들어 $f(6)=3$이다. $f(n)=8$을 만족시키는 n의 최솟값을 구하시오. [4점]

다항함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)=f(x)\sin x$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(4)$의 값은? [4점]

(가) $\lim_{x\to\infty}\frac{g(x)}{x^2}=0$ (나) $\lim_{x\to 0}\frac{g'(x)}{x}=6$

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

함수 $f(x)=\dfrac{2x}{x+1}$ 의 그래프 위의 두 점 $(0,\,0)$, $(1,\,1)$에서의 접선을 각각 l, m이라 하자. 두 직선 l, m이 이루는 예각의 크기를 θ라 할 때, $12\tan\theta$의 값을 구하시오. [4점]

다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$f(x) = \frac{3}{4}x^2 + \left(\int_0^1 f(x)\,dx\right)^2$$

을 만족시킬 때, $\int_0^2 f(x)\,dx$의 값은? [4점]

① $\frac{9}{4}$ ② $\frac{5}{2}$ ③ $\frac{11}{4}$ ④ 3 ⑤ $\frac{13}{4}$

자연수 n에 대하여 삼차함수 $y=n(x^3-3x^2)+k$의 그래프가 x축과 만나는 점의 개수가 3이 되도록 하는 정수 k의 개수를 a_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{10} a_n$의 값은? [4점]

① 195 ② 200 ③ 205 ④ 210 ⑤ 215

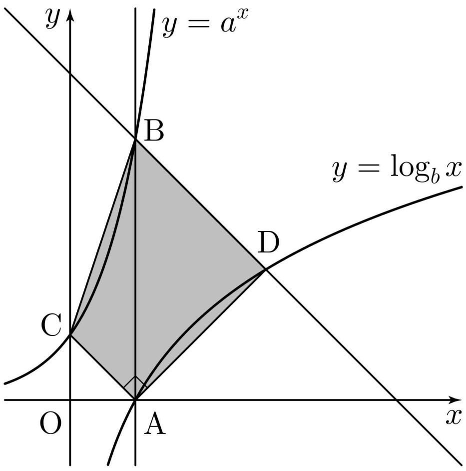
곡선 $y=x^3+x-3$과 이 곡선 위의 점 $(1,\ -1)$에서의 접선으로 둘러싸인 부분의 넓이가 $\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(3)$의 값을 구하시오. [4점]

(가) $\lim_{x \to -2} \frac{1}{x+2} \int_{-2}^{x} f(t)\,dt = 12$

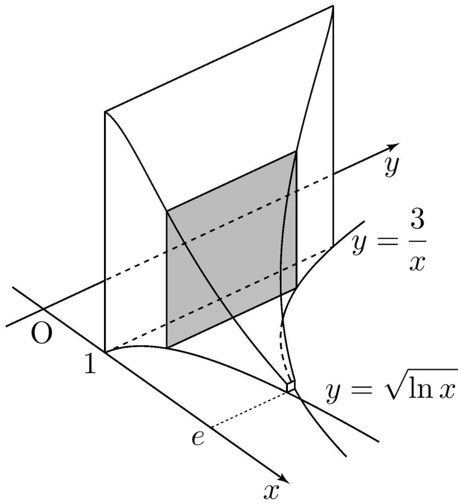
(나) $\lim_{x \to \infty} x f\left(\frac{1}{x}\right) + \lim_{x \to 0} \frac{f(x+1)}{x} = 1$

그림과 같이 1보다 큰 두 상수 a, b에 대하여 점 A$(1,\ 0)$을 지나고 y축에 평행한 직선이 곡선 $y=a^x$과 만나는 점을 B라 하고, 점 C$(0,\ 1)$에 대하여 점 B를 지나고 직선 AC와 평행한 직선이 곡선 $y=\log_b x$와 만나는 점을 D라 하자. $\overline{\mathrm{AC}}\perp\overline{\mathrm{AD}}$이고, 사각형 ADBC의 넓이가 6일 때, $a\times b$의 값은? [4점]



① $4\sqrt{2}$ ② $4\sqrt{3}$ ③ 8 ④ $4\sqrt{5}$ ⑤ $4\sqrt{6}$

그림과 같이 두 곡선 $y=\dfrac{3}{x}$, $y=\sqrt{\ln x}$ 와 두 직선 $x=1$, $x=e$ 로 둘러싸인 도형을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을 x축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정사각형일 때, 이 입체도형의 부피는? [4점]



① $5-\dfrac{9}{e}$ ② $5-\dfrac{8}{e}$ ③ $5-\dfrac{7}{e}$ ④ $6-\dfrac{9}{e}$ ⑤ $6-\dfrac{8}{e}$

함수 $f(x)=xe^{2x}-(4x+a)e^{x}$ 이 $x=-\frac{1}{2}$ 에서 극댓값을 가질 때, $f(x)$의 극솟값은? (단, a는 상수이다.) [4점]

① $1-\ln 2$　② $2-2\ln 2$　③ $3-3\ln 2$　④ $4-4\ln 2$　⑤ $5-5\ln 2$

두 상수 a, b와 함수 $f(x)=\dfrac{|x|}{x^2+1}$에 대하여 함수

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (x<a) \\ f(b-x) & (x\geq a) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $\displaystyle\int_{a}^{a-b} g(x)\,dx$의 값은? [4점]

① $\dfrac{1}{2}\ln 5$ ② $\ln 5$ ③ $\dfrac{3}{2}\ln 5$ ④ $2\ln 5$ ⑤ $\dfrac{5}{2}\ln 5$

수열 $\{a_n\}$은 $a_1 = 4$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} \dfrac{a_n}{2-a_n} & (a_n > 2) \\ a_n + 2 & (a_n \leq 2) \end{cases}$$

이다. $\sum_{k=1}^{m} a_k = 12$를 만족시키는 자연수 m의 최솟값은? [4점]

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

두 양수 a, $b\,(a>b)$에 대하여

$$9^{a}=2^{\frac{1}{b}},\ (a+b)^{2}=\log_{3}64$$

일 때, $\dfrac{a-b}{a+b}$의 값은? [4점]

① $\dfrac{\sqrt{6}}{6}$ ② $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ ③ $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ ④ $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$ ⑤ $\dfrac{\sqrt{30}}{6}$

최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (f(x)\geq a) \\ 2a-f(x) & (f(x)<a) \end{cases} \quad (a\text{는 상수})$$

라 하자. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 함수 $g(x)$는 $x=4$에서만 미분가능하지 않다.
> (나) 함수 $g(x)-f(x)$는 $x=\dfrac{7}{2}$에서 최댓값 $2a$를 가진다.

$f\left(\dfrac{5}{2}\right)$의 값은? [4점]

① $\dfrac{5}{4}$ ② $\dfrac{3}{2}$ ③ $\dfrac{7}{4}$ ④ 2 ⑤ $\dfrac{9}{4}$

다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $\int_{1}^{x}(2x-1)f(t)\,dt=x^3+ax+b$일 때, $40\times f(1)$의 값을 구하시오. (단, a, b는 상수이다.) [4점]

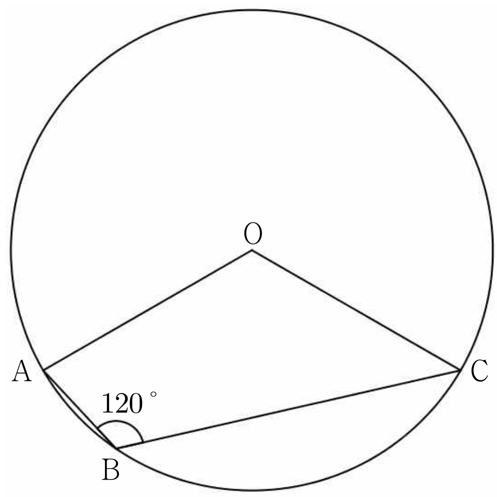
함수 $f(x)=\ln x$ 에 대하여 $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{n+k}f\left(1+\frac{k}{n}\right)$ 의 값은? [4점]

① $\ln 2$ ② $(\ln 2)^2$ ③ $\frac{\ln 2}{2}$ ④ $\frac{(\ln 2)^2}{2}$ ⑤ $\frac{(\ln 2)^2}{4}$

그림과 같이 반지름의 길이가 4이고 중심이 O인 원 위의 세 점 A, B, C에 대하여

$\angle ABC = 120^\circ$, $\overline{AB} + \overline{BC} = 2\sqrt{15}$

일 때, 사각형 OABC의 넓이는? [4점]



① $5\sqrt{3}$ ② $\frac{11\sqrt{3}}{2}$ ③ $6\sqrt{3}$ ④ $\frac{13\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $7\sqrt{3}$

수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_{2n+1} = -a_n + 3a_{n+1}$
(나) $a_{2n+2} = a_n - a_{n+1}$

$a_1 = 1$, $a_2 = 2$일 때, $\sum_{n=1}^{16} a_n$의 값은? [4점]

① 31 ② 33 ③ 35 ④ 37 ⑤ 39

세 상수 a, b, c $(a>0,\ c>0)$에 대하여 함수

$$f(x)=\begin{cases} -ax^2+6ex+b & (x<c) \\ a(\ln x)^2-6\ln x & (x\ge c) \end{cases}$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $f(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이다.
(나) 함수 $f(x)$의 역함수가 존재한다.

$f\left(\dfrac{1}{2e}\right)$의 값은? [4점]

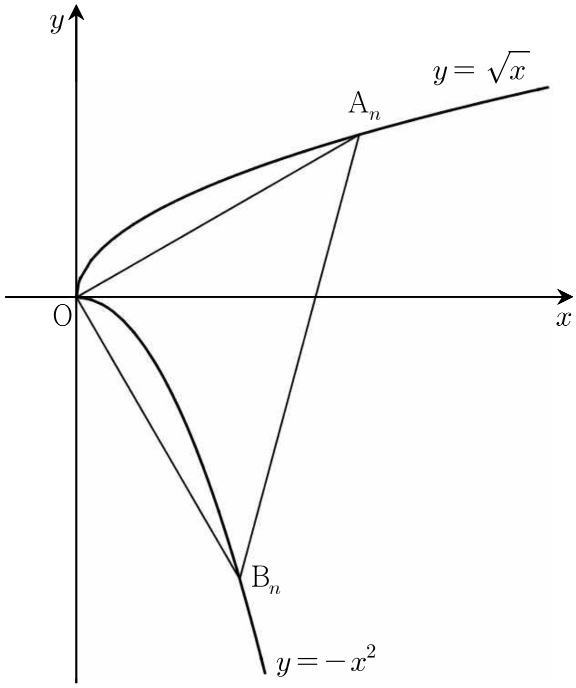
① $-4\left(e^2+\dfrac{1}{4e^2}\right)$ ② $-4\left(e^2-\dfrac{1}{4e^2}\right)$ ③ $-3\left(e^2+\dfrac{1}{4e^2}\right)$
④ $-3\left(e^2-\dfrac{1}{4e^2}\right)$ ⑤ $-2\left(e^2+\dfrac{1}{4e^2}\right)$

두 실수 a, b와 수열 $\{c_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $(m+2)$개의 수 $a,\ \log_2 c_1,\ \log_2 c_2,\ \log_2 c_3,\ \cdots\ ,\ \log_2 c_m,\ b$ 가 이 순서대로 등차수열을 이룬다. (나) 수열 $\{c_n\}$의 첫째항부터 제m항까지의 항을 모두 곱한 값은 32이다.

$a+b=1$일 때, 자연수 m의 값을 구하시오. [4점]

모든 자연수 n에 대하여 곡선 $y=\sqrt{x}$ 위의 점 $\mathrm{A}_n(n^2, n)$과 곡선 $y=-x^2\ (x \geq 0)$ 위의 점 B_n이 $\overline{\mathrm{OA}_n}=\overline{\mathrm{OB}_n}$을 만족시킨다. 삼각형 $\mathrm{A}_n\mathrm{OB}_n$의 넓이를 S_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{10}\frac{2S_n}{n^2}$의 값을 구하시오. (단, O는 원점이다.) [4점]



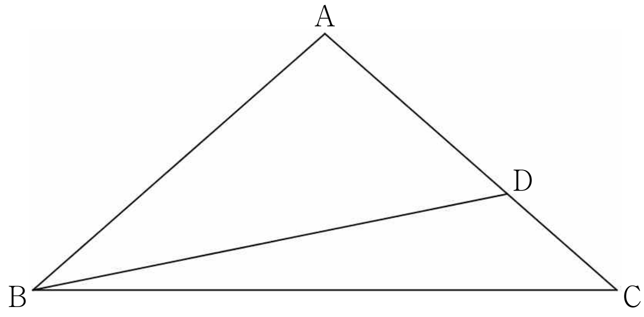
최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f(-x)=f(x)$이다. (나) 함수 $f(x)$는 극댓값 7을 갖는다.

$f(1)=2$일 때, 함수 $f(x)$의 극솟값은? [4점]

① -6 ② -5 ③ -4 ④ -3 ⑤ -2

그림과 같이 $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AC}}$ 인 이등변삼각형 ABC에서 선분 AC를 $5:3$으로 내분하는 점을 D라 하자. $2\sin(\angle\mathrm{ABD})=5\sin(\angle\mathrm{DBC})$일 때, $\dfrac{\sin C}{\sin A}$의 값은? [4점]



① $\dfrac{3}{5}$ ② $\dfrac{7}{11}$ ③ $\dfrac{2}{3}$ ④ $\dfrac{9}{13}$ ⑤ $\dfrac{5}{7}$

0이 아닌 실수 k에 대하여 다항함수 $f(x)$의 도함수 $f'(x)$가

$$f'(x)=3(x-k)(x-2k)$$

이다. 함수

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (x \le 1 \text{ 또는 } x \ge 4) \\ \dfrac{f(4)-f(1)}{3}(x-1)+f(1) & (1<x<4) \end{cases}$$

의 역함수가 존재하도록 하는 모든 실수 k의 값의 범위가 $\alpha \le k < \beta$일 때, $\beta-\alpha$의 값은? [4점]

① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{5}{8}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{7}{8}$

함수

$$f(x)=\begin{cases} x^2-10 & (x \le a) \\ \dfrac{x^2+ax+4a}{x-a} & (x > a) \end{cases}$$

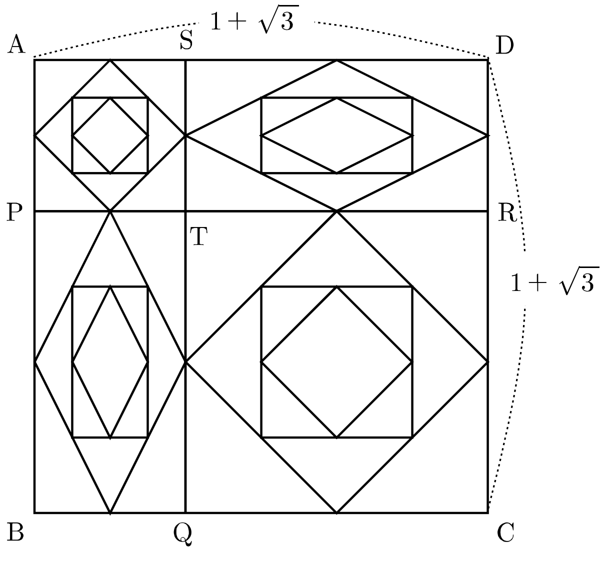
가 $x=a$에서 연속일 때, $f(2a)$의 값을 구하시오. (단, a는 상수이다.) [4점]

양수 a와 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $0 \leq x < 1$일 때, $f(x) = 2x^2 + ax$이다.
(나) 모든 실수 x에 대하여 $f(x+1) = f(x) + a^2$이다.

함수 $f(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 곡선 $y = f(x)$와 x축 및 직선 $x = 3$으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오. [4점]

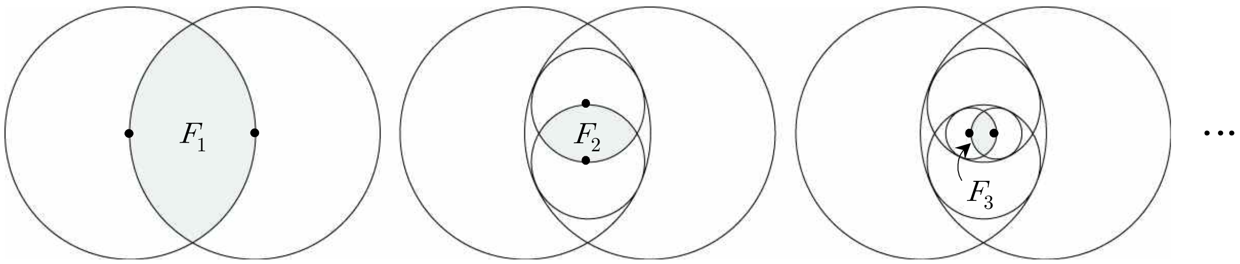
그림과 같이 한 변의 길이가 $1+\sqrt{3}$ 인 정사각형 ABCD 가 있다. 두 변 AB 와 BC 를 $1:\sqrt{3}$ 으로 내분하는 점을 각각 P, Q 라 하고, 두 변 CD 와 DA 를 $\sqrt{3}:1$ 로 내분하는 점을 각각 R, S 라 하자. 이 때, 두 선분 PR, QS 의 교점을 T 라 하고, 네 사각형 APTS, PBQT, TQCR, STRD 를 만든다.
먼저 사각형 APTS 의 네 변의 중점을 연결하여 만든 사각형을 A_1, 사각형 A_1 의 네 변의 중점을 연결하여 만든 사각형을 A_2, 사각형 A_2 의 네 변의 중점을 연결하여 만든 사각형을 A_3 라 하자. 또, 사각형 PBQT 의 네 변의 중점을 연결하여 만든 사각형을 B_1, 사각형 B_1 의 네 변의 중점을 연결하여 만든 사각형을 B_2, 사각형 B_2 의 네 변의 중점을 연결하여 만든 사각형을 B_3 라 하자. 또, 사각형 TQCR 의 네 변의 중점을 연결하여 만든 사각형을 C_1, 사각형 C_1 의 네 변의 중점을 연결하여 만든 사각형을 C_2, 사각형 C_2 의 네 변의 중점을 연결하여 만든 사각형을 C_3 라 하자. 또, 사각형 STRD 의 네 변의 중점을 연결하여 만든 사각형을 D_1, 사각형 D_1 의 네 변의 중점을 연결하여 만든 사각형을 D_2, 사각형 D_2 의 네 변의 중점을 연결하여 만든 사각형을 D_3 라 하자.



이와 같은 과정을 계속하여 사각형 A_n, B_n, C_n, D_n 의 네 변의 중점을 연결하여 만든 사각형을 각각 $A_{n+1}, B_{n+1}, C_{n+1}, D_{n+1}$ 이라 하자. 사각형 A_n, B_n, C_n, D_n 의 넓이를 각각 a_n, b_n, c_n, d_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n-b_n+c_n-d_n)=p+q\sqrt{3}$ 을 만족시키는 두 유리수 p, q 의 합 $p+q$ 의 값은? [3점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

그림과 같이 반지름의 길이가 3인 두 원을 서로의 중심을 지나도록 그렸을 때, 두 원의 내부에서 겹친 부분이 나타내는 도형을 F_1이라 하자.
F_1의 내부에 반지름의 길이가 같고 서로의 중심을 지나는 두 원을 F_1과 접하면서 반지름의 길이가 최대가 되도록 그렸을 때, 그려진 두 원의 내부에서 겹친 부분이 나타내는 도형을 F_2라 하자.
F_2의 내부에 반지름의 길이가 같고 서로의 중심을 지나는 두 원을 F_2와 접하면서 반지름의 길이가 최대가 되도록 그렸을 때, 그려진 두 원의 내부에서 겹친 부분이 나타내는 도형을 F_3이라 하자.

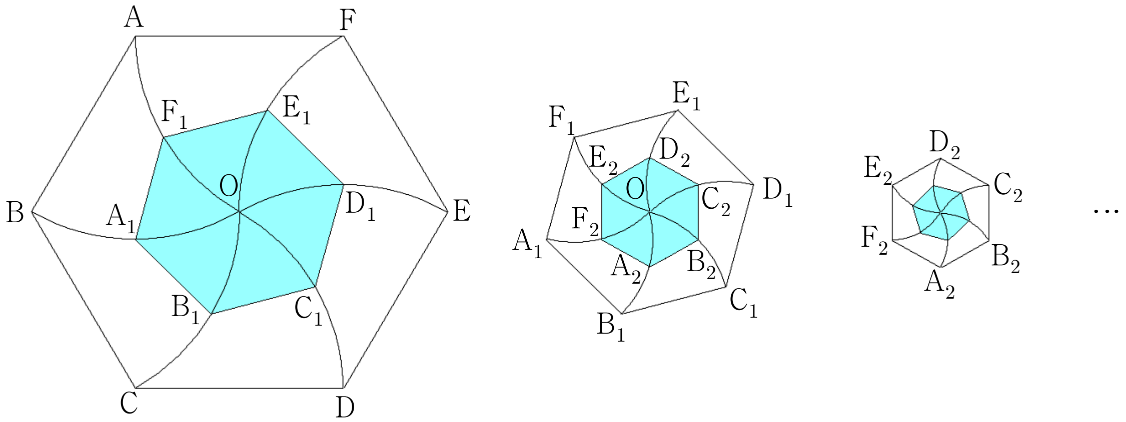


이와 같은 방법으로 계속하여 도형 F_n을 그려 나갈 때, F_n의 둘레의 길이를 l_n이라 하자.
$\sum_{n=1}^{\infty} l_n$의 값은? [4점]

① $2\pi(1+\sqrt{7})$　② $\frac{8\pi}{3}(1+\sqrt{7})$　③ $\frac{4\pi}{3}(2+\sqrt{7})$

④ $2\pi(2+\sqrt{7})$　⑤ $\frac{5\pi}{3}(2+\sqrt{7})$

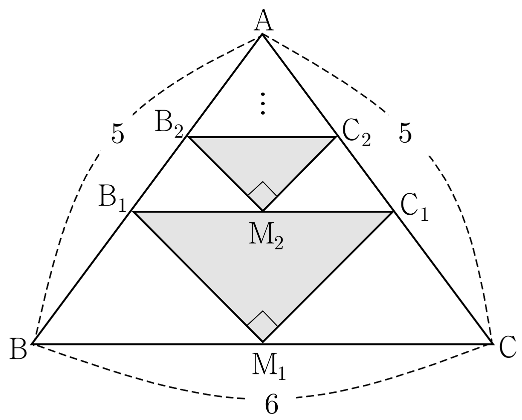
한 변의 길이가 1인 정육각형 ABCDEF에서 길이가 2인 대각선의 교점을 O라 하자. 그림과 같이 꼭짓점 A, B, C, D, E, F를 중심으로 하여 점 O를 시계 방향으로 $60°$만큼 회전시키면서 호를 그린 다음, 이들 호의 길이를 이등분하는 점을 각각 $A_1, B_1, C_1, D_1, E_1, F_1$이라 하자.
정육각형 $A_1B_1C_1D_1E_1F_1$에서 꼭짓점 $A_1, B_1, C_1, D_1, E_1, F_1$을 중심으로 하여 점 O를 시계 방향으로 $60°$만큼 회전시키면서 호를 그린 다음, 이들 호의 길이를 이등분하는 점을 각각 $A_2, B_2, C_2, D_2, E_2, F_2$라 하자.
정육각형 $A_2B_2C_2D_2E_2F_2$에서 꼭짓점 $A_2, B_2, C_2, D_2, E_2, F_2$를 중심으로 하여 점 O를 시계 방향으로 $60°$만큼 회전시키면서 호를 그린 다음, 이들 호의 길이를 이등분하는 점을 각각 $A_3, B_3, C_3, D_3, E_3, F_3$이라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 정육각형 $A_nB_nC_nD_nE_nF_n$의 넓이를 S_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$의 값은? [4점]



① $\frac{7-3\sqrt{3}}{4}$ ② $\frac{7-2\sqrt{3}}{4}$ ③ $\frac{9-4\sqrt{3}}{4}$

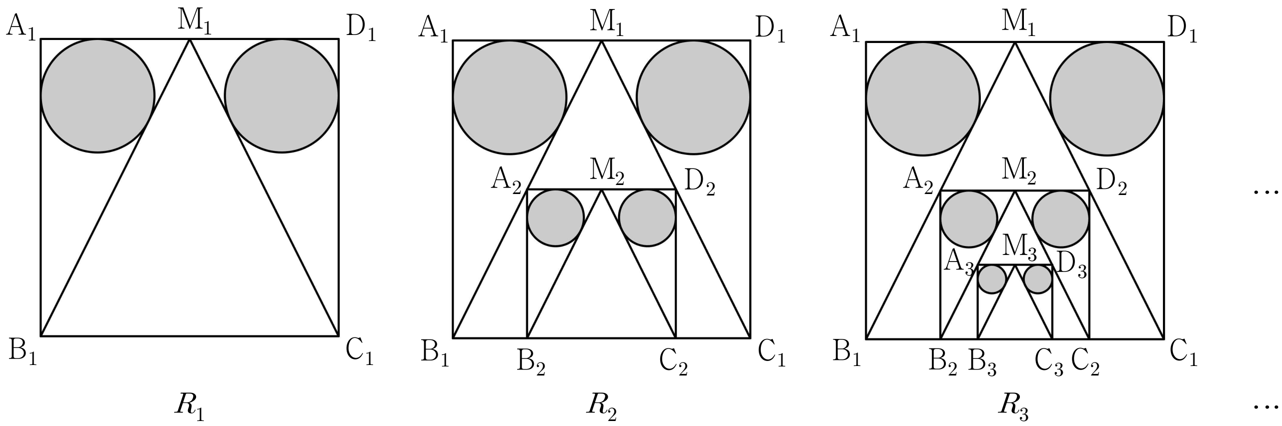
④ $\frac{9-3\sqrt{3}}{4}$ ⑤ $\frac{9-2\sqrt{3}}{4}$

그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC} = 5$, $\overline{BC} = 6$인 이등변삼각형 ABC가 있다.
선분 BC의 중점 M_1을 잡고 두 선분 AB, AC 위에 각각 점 B_1, C_1을 $\angle B_1M_1C_1 = 90°$이고 $\overline{B_1C_1} \,/\!/\, \overline{BC}$가 되도록 잡아 직각삼각형 $B_1M_1C_1$을 만든다.
선분 B_1C_1의 중점 M_2를 잡고 두 선분 AB_1, AC_1 위에 각각 점 B_2, C_2를 $\angle B_2M_2C_2 = 90°$이고 $\overline{B_2C_2} \,/\!/\, \overline{B_1C_1}$이 되도록 잡아 직각삼각형 $B_2M_2C_2$를 만든다.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 만든 직각삼각형 $B_nM_nC_n$의 넓이를 S_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$의 값은? [4점]



① $\frac{47}{11}$ ② $\frac{48}{11}$ ③ $\frac{49}{11}$ ④ $\frac{50}{11}$ ⑤ $\frac{51}{11}$

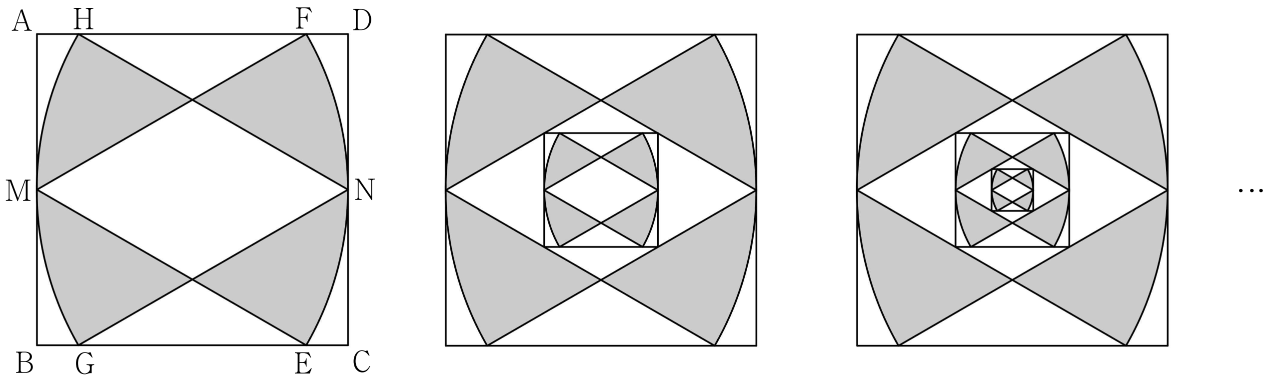
한 변의 길이가 2인 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$이 있다. 그림과 같이 변 A_1D_1의 중점을 M_1이라 할 때, 두 삼각형 $A_1B_1M_1$과 $M_1C_1D_1$에 각각 내접하는 두 원을 그리고, 두 원에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.
그림 R_1에서 두 꼭짓점이 변 B_1C_1 위에 있고 삼각형 $M_1B_1C_1$에 내접하는 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$를 그린 후 변 A_2D_2의 중점을 M_2라 할 때, 두 삼각형 $A_2B_2M_2$와 $M_2C_2D_2$에 각각 내접하는 두 원을 그리고, 두 원에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.
그림 R_2에서 두 꼭짓점이 변 B_2C_2 위에 있고 삼각형 $M_2B_2C_2$에 내접하는 정사각형 $A_3B_3C_3D_3$을 그린 후 변 A_3D_3의 중점을 M_3이라 할 때, 두 삼각형 $A_3B_3M_3$과 $M_3C_3D_3$에 각각 내접하는 두 원을 그리고, 두 원에 색칠하여 얻은 그림을 R_3이라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은? [4점]



① $\dfrac{4(7-3\sqrt{5})}{3}\pi$　② $\dfrac{4(8-3\sqrt{5})}{3}\pi$　③ $\dfrac{5(7-3\sqrt{5})}{3}\pi$

④ $\dfrac{5(8-3\sqrt{5})}{3}\pi$　⑤ $\dfrac{5(9-4\sqrt{5})}{3}\pi$

그림과 같이 한 변의 길이가 6인 정사각형 ABCD가 있다. 두 선분 AB, CD의 중점을 각각 M, N이라 하자. 두 선분 BC, AD 위에 $\overline{\mathrm{ME}}=\overline{\mathrm{MF}}=\overline{\mathrm{AB}}$가 되도록 각각 점 E, F를 잡고, 중심이 M인 부채꼴 MEF를 그린다. 두 선분 BC, AD 위에 $\overline{\mathrm{NG}}=\overline{\mathrm{NH}}=\overline{\mathrm{AB}}$가 되도록 각각 점 G, H를 잡고, 중심이 N인 부채꼴 NHG를 그린다. 두 부채꼴 MEF, NHG의 내부에서 공통부분을 제외한 나머지 부분에 와 같이 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.
그림 R_1에서 두 부채꼴 MEF, NHG의 공통부분인 마름모의 각 변에 꼭짓점이 있고, 네 변이 정사각형 ABCD의 네 변과 각각 평행한 정사각형을 그린다. 새로 그려진 정사각형에 그림 R_1을 얻은 방법과 같은 방법으로 2개의 부채꼴을 각각 그린 다음 2개의 부채꼴의 내부에서 공통부분을 제외한 나머지 부분에 와 같이 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에서 색칠된 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은? [4점]



R_1 R_2 R_3 …

① $8\sqrt{3}(\pi-\sqrt{3})$ ② $9\sqrt{3}(\pi-\sqrt{3})$ ③ $10\sqrt{3}(\pi-\sqrt{3})$
④ $11\sqrt{3}(\pi-\sqrt{3})$ ⑤ $12\sqrt{3}(\pi-\sqrt{3})$

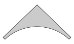
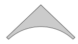
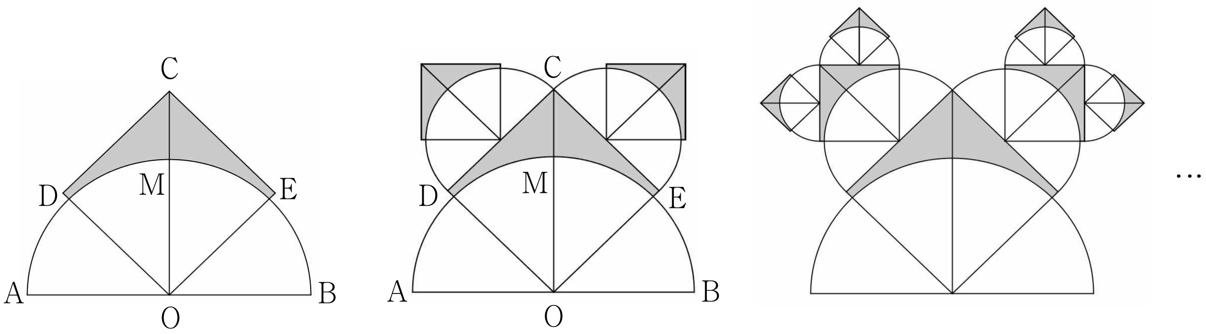
그림과 같이 길이가 4인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 이 반원의 호 AB를 이등분하는 점을 M이라 하고 선분 OM을 3:1로 외분하는 점을 C라 하자. 선분 OC를 대각선으로 하는 정사각형 CDOE를 그리고, 정사각형의 내부와 반원의 외부의 공통부분인  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.

그림 R_1에 두 선분 CD, CE를 각각 지름으로 하는 두 반원을 정사각형 CDOE의 외부에 그리고, 각각의 두 반원에서 그림 R_1을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는  모양의 두 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은? [4점]



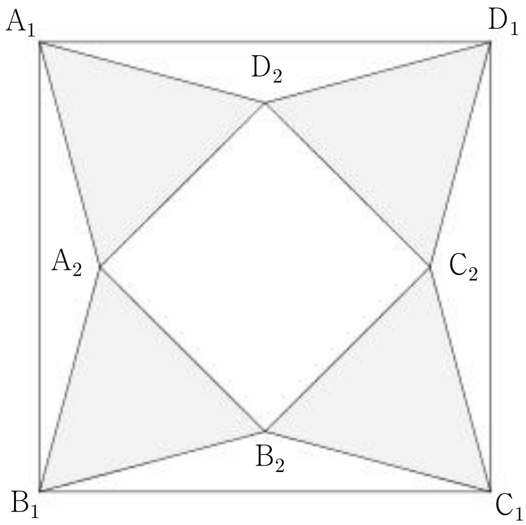
R_1 R_2 R_3 …

① $\dfrac{36-8\pi}{5}$ ② $\dfrac{58-12\pi}{7}$ ③ $\dfrac{72-16\pi}{7}$ ④ $\dfrac{83-18\pi}{8}$ ⑤ $\dfrac{91-20\pi}{8}$

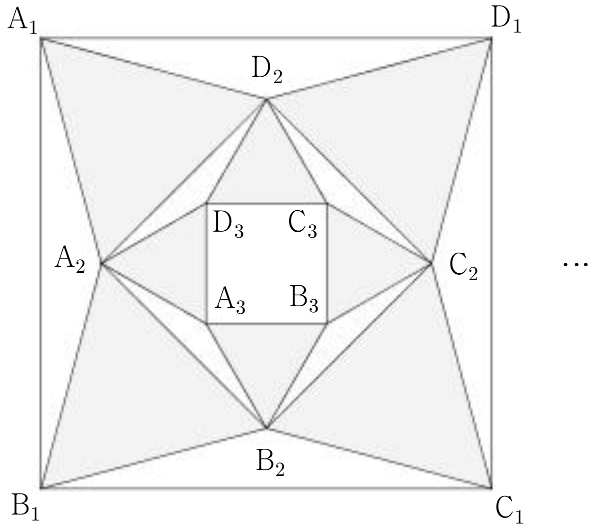
그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형 $\mathrm{A_1B_1C_1D_1}$의 내부에 네 점 $\mathrm{A_2}$, $\mathrm{B_2}$, $\mathrm{C_2}$, $\mathrm{D_2}$를 네 삼각형 $\mathrm{A_2A_1B_1}$, $\mathrm{B_2B_1C_1}$, $\mathrm{C_2C_1D_1}$, $\mathrm{D_2D_1A_1}$이 모두 한 내각의 크기가 150°인 이등변삼각형이 되도록 잡는다. 네 삼각형 $\mathrm{A_1A_2D_2}$, $\mathrm{B_1B_2A_2}$, $\mathrm{C_1C_2B_2}$, $\mathrm{D_1D_2C_2}$의 내부를 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.

그림 R_1에서 정사각형 $\mathrm{A_2B_2C_2D_2}$의 내부에 네 점 $\mathrm{A_3}$, $\mathrm{B_3}$, $\mathrm{C_3}$, $\mathrm{D_3}$을 네 삼각형 $\mathrm{A_3A_2B_2}$, $\mathrm{B_3B_2C_2}$, $\mathrm{C_3C_2D_2}$, $\mathrm{D_3D_2A_2}$가 모두 한 내각의 크기가 150°인 이등변삼각형이 되도록 잡는다. 네 삼각형 $\mathrm{A_2A_3D_3}$, $\mathrm{B_2B_3A_3}$, $\mathrm{C_2C_3B_3}$, $\mathrm{D_2D_3C_3}$의 내부를 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim\limits_{n\to\infty} S_n$의 값은? [4점]



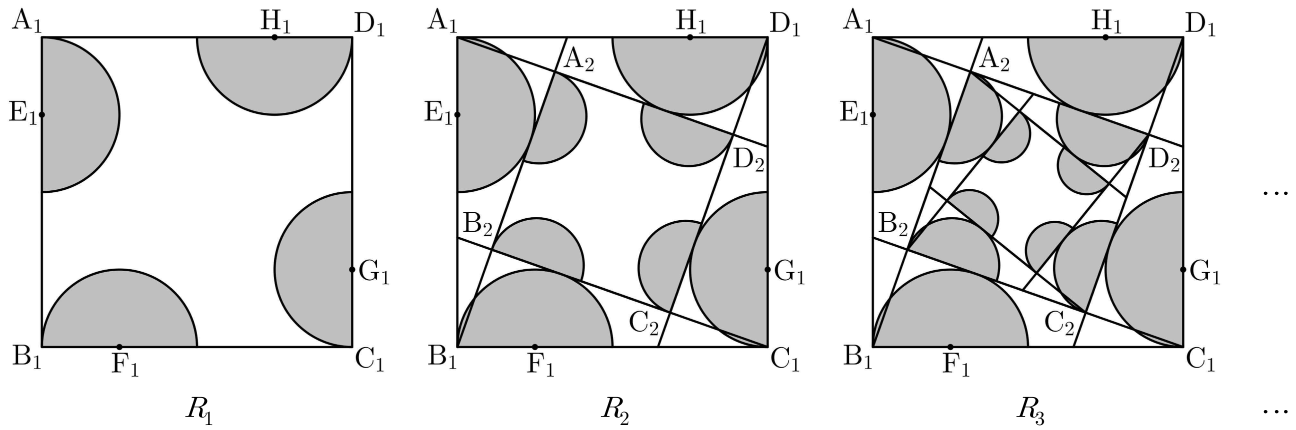
R_1



R_2 ⋯

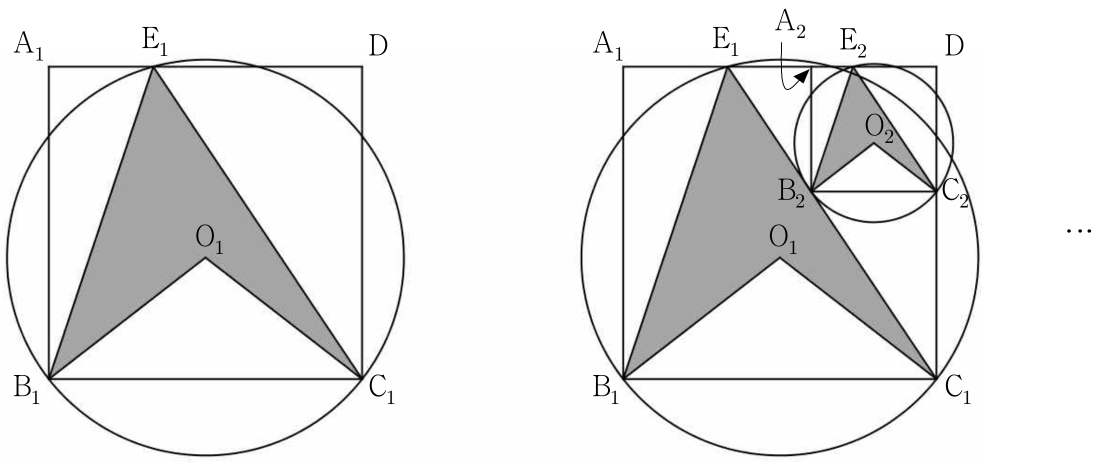
① $5-\dfrac{3}{2}\sqrt{3}$　② $6-2\sqrt{3}$　③ $7-\dfrac{5}{2}\sqrt{3}$　④ $8-3\sqrt{3}$　⑤ $9-\dfrac{7}{2}\sqrt{3}$

그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$이 있다. 4개의 선분 A_1B_1, B_1C_1, C_1D_1, D_1A_1을 $1:3$으로 내분하는 점을 각각 E_1, F_1, G_1, H_1이라 하고, 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$의 내부에 점 E_1, F_1, G_1, H_1 각각을 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\frac{1}{4}\overline{A_1B_1}$인 4개의 반원을 그린 후 이 4개의 반원의 내부에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.
그림 R_1에서 점 A_1을 지나고 중심이 H_1인 색칠된 반원의 호에 접하는 직선과 점 B_1을 지나고 중심이 E_1인 색칠된 반원의 호에 접하는 직선의 교점을 A_2, 점 B_1을 지나고 중심이 E_1인 색칠된 반원의 호에 접하는 직선과 점 C_1을 지나고 중심이 F_1인 색칠된 반원의 호에 접하는 직선의 교점을 B_2, 점 C_1을 지나고 중심이 F_1인 색칠된 반원의 호에 접하는 직선과 점 D_1을 지나고 중심이 G_1인 색칠된 반원의 호에 접하는 직선의 교점을 C_2, 점 D_1을 지나고 중심이 G_1인 색칠된 반원의 호에 접하는 직선과 점 A_1을 지나고 중심이 H_1인 색칠된 반원의 호에 접하는 직선의 교점을 D_2라 하자. 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$의 내부에 그림 R_1을 얻은 것과 같은 방법으로 4개의 반원을 그리고 이 4개의 반원의 내부에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은? [4점]



① $\frac{9\sqrt{2}\pi}{4}$　② $\frac{19\sqrt{2}\pi}{8}$　③ $\frac{5\sqrt{2}\pi}{2}$　④ $\frac{21\sqrt{2}\pi}{8}$　⑤ $\frac{11\sqrt{2}\pi}{4}$

그림과 같이 한 변의 길이가 6인 정사각형 $A_1B_1C_1D$에서 선분 A_1D를 $1:2$로 내분하는 점을 E_1이라 하고, 세 점 B_1, C_1, E_1을 지나는 원의 중심을 O_1이라 하자. 삼각형 $E_1B_1C_1$의 내부와 삼각형 $O_1B_1C_1$의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.
그림 R_1에서 선분 E_1D 위의 점 A_2, 선분 E_1C_1 위의 점 B_2, 선분 C_1D 위의 점 C_2와 점 D를 꼭짓점으로 하는 정사각형 $A_2B_2C_2D$를 그린다. 정사각형 $A_2B_2C_2D$에서 선분 A_2D를 $1:2$로 내분하는 점을 E_2라 하고, 세 점 B_2, C_2, E_2를 지나는 원의 중심을 O_2라 하자. 삼각형 $E_2B_2C_2$의 내부와 삼각형 $O_2B_2C_2$의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은? [4점]

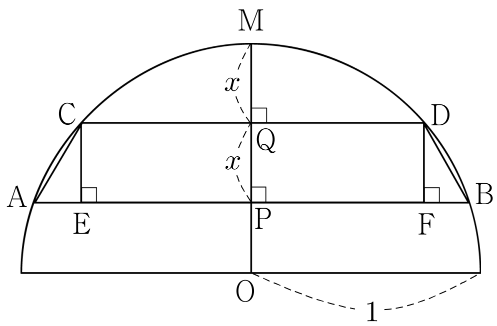


R_1 R_2 …

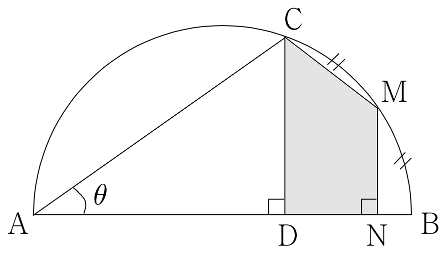
① $\frac{90}{7}$ ② $\frac{275}{21}$ ③ $\frac{40}{3}$ ④ $\frac{95}{7}$ ⑤ $\frac{290}{21}$

그림과 같이 반지름의 길이가 1 이고 중심이 O 인 반원의 호를 이등분하는 점을 M 이라 하고, 선분 OM 위의 점 P 를 지나고 선분 OM 에 수직인 직선과 반원이 만나는 점을 각각 A , B 라 하자.
또, 선분 PM의 중점 Q 를 지나고 선분 OM 에 수직인 직선과 반원이 만나는 점을 각각 C , D 라 하고, 점 C , D 에서 선분 AB 에 내린 수선의 발을 각각 E , F 라 하자. $\overline{\mathrm{PM}}=2x$ 일 때, 사다리꼴 ABDC 와 직사각형 EFDC 의 넓이를 각각 $S(x)$, $T(x)$ 라 하자. $\lim_{x \to +0} \frac{T(x)}{S(x)}$ 의 값은? [4점]

① $\sqrt{2}-1$
② $2-\sqrt{2}$
③ $\sqrt{3}-1$
④ $2(\sqrt{2}-1)$
⑤ $2(2-\sqrt{3})$

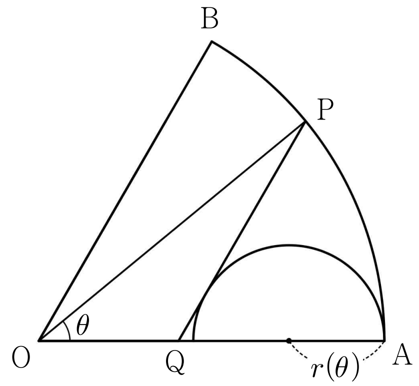


그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원 위를 움직이는 점 C가 있다. 호 BC의 길이를 이등분하는 점을 M이라 하고, 두 점 C, M에서 선분 AB에 내린 수선의 발을 각각 D, N이라 하자. $\angle \mathrm{CAB} = \theta$ 라 할 때, 사각형 CDNM의 넓이를 $S(\theta)$라 하자.
$\lim_{\theta \to +0} \frac{S(\theta)}{\theta^3} = a$일 때, $16a$의 값을 구하시오. (단, 점 C는 선분 AB의 양 끝점이 아니다.) [4점]

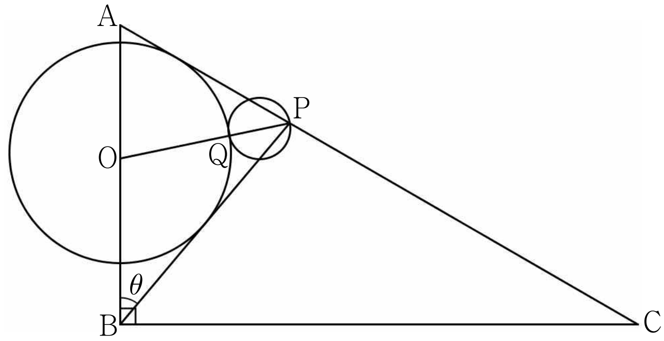


그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{3}$인 부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 P를 지나고 선분 OB와 평행한 직선이 선분 OA와 만나는 점을 Q라 하고 $\angle \mathrm{AOP} = \theta$라 하자. 점 A를 지름의 한 끝점으로 하고 지름이 선분 AQ 위에 있으며 선분 PQ에 접하는 반원의 반지름의 길이를 $r(\theta)$라 할 때, $\lim_{\theta \to 0+} \frac{r(\theta)}{\theta} = a + b\sqrt{3}$이다. $a^2 + b^2$의 값을 구하시오.

$\left(\text{단, } 0 < \theta < \frac{\pi}{3} \text{ 이고, } a, b \text{는 유리수이다.}\right)$ [4점]

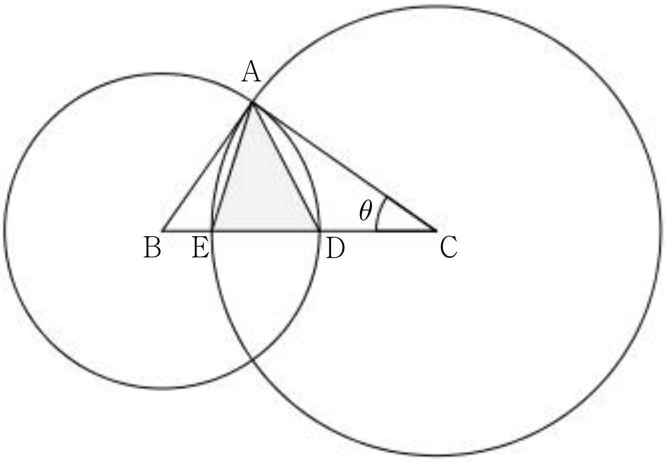


그림과 같이 $\overline{\mathrm{AB}}=2$, $\overline{\mathrm{BC}}=2\sqrt{3}$, $\angle\mathrm{ABC}=\frac{\pi}{2}$인 직각삼각형 ABC가 있다. 선분 CA 위의 점 P에 대하여 $\angle\mathrm{ABP}=\theta$라 할 때, 선분 AB 위의 점 O를 중심으로 하고 두 선분 AP, BP에 동시에 접하는 원의 넓이를 $f(\theta)$라 하자. 이 원과 선분 PO가 만나는 점을 Q라 할 때, 선분 PQ를 지름으로 하는 원의 넓이를 $g(\theta)$라 하자. $\lim_{\theta\to 0+}\frac{f(\theta)+g(\theta)}{\theta^2}$의 값은? [4점]



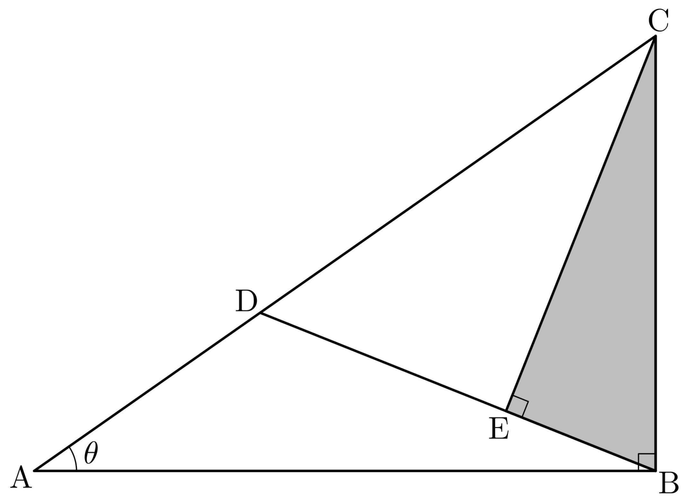
① $\frac{17-5\sqrt{3}}{3}\pi$ ② $\frac{18-5\sqrt{3}}{3}\pi$ ③ $\frac{19-5\sqrt{3}}{3}\pi$ ④ $\frac{18-4\sqrt{3}}{3}\pi$ ⑤ $\frac{19-4\sqrt{3}}{3}\pi$

그림과 같이 선분 BC를 빗변으로 하고, $\overline{\mathrm{BC}}=8$인 직각삼각형 ABC가 있다. 점 B를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{\mathrm{AB}}$인 원이 선분 BC와 만나는 점을 D, 점 C를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{\mathrm{AC}}$인 원이 선분 BC와 만나는 점을 E라 하자. $\angle \mathrm{ACB}=\theta$라 할 때, 삼각형 AED의 넓이를 $S(\theta)$라 하자. $\lim_{\theta \to 0+} \frac{S(\theta)}{\theta^2}$의 값은? [4점]

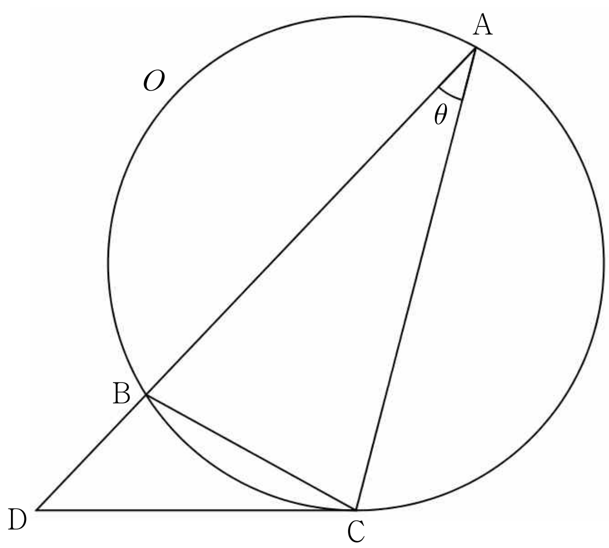


① 16 ② 20 ③ 24 ④ 28 ⑤ 32

그림과 같이 $\overline{\mathrm{AB}}=1$ 이고 $\angle\mathrm{ABC}=\frac{\pi}{2}$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\angle\mathrm{CAB}=\theta$ 라 하자. 선분 AC 를 $4:7$ 로 내분하는 점을 D 라 하고 점 C 에서 선분 BD 에 내린 수선의 발을 E 라 할 때, 삼각형 CEB 의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta\to 0+}\frac{S(\theta)}{\theta^3}=\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, $0<\theta<\frac{\pi}{4}$ 이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



그림과 같이 $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AC}}=4$인 이등변삼각형 ABC에 외접하는 원 O가 있다. 점 C를 지나고 원 O에 접하는 직선과 직선 AB의 교점을 D라 하자. $\angle\mathrm{CAB}=\theta$라 할 때, 삼각형 BDC의 넓이를 $S(\theta)$라 하자. $\lim\limits_{\theta\to 0+}\dfrac{S(\theta)}{\theta^3}$의 값을 구하시오. (단, $0<\theta<\dfrac{\pi}{3}$) [4점]



두 실수 x, y $(x>y)$가 $x+y=1$, $xy=-1$을 만족시킬 때, 수열 $\{a_n\}$을

$$a_n=\sum_{k=1}^{n}x^{n-k}y^{k-1} \quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

으로 정의하자. 다음은 수열 $\{a_n\}$의 제 n항을 구하는 과정이다.

$x+y=1$, $xy=-1$에서 두 실수 x, y는 방정식

$$t^2-t+\boxed{\text{(가)}}=0$$

의 두 근이다. 한편

$$a_n=\sum_{k=1}^{n}x^{n-k}y^{k-1}$$
$$=x^{n-1}+x^{n-2}y+\cdots+y^{n-1} \qquad \cdots\cdots(*)$$

$(*)$은 첫째항이 x^{n-1}이고 공비가 $\dfrac{y}{x}$인 등비수열의 첫째항부터 제 n항까지의 합이므로

$$a_n=\frac{\boxed{\text{(나)}}}{\sqrt{5}}$$

위의 과정에서 (가)에 들어갈 수를 m, (나)에 알맞은 식을 $f(n)$이라 할 때, $m+\{f(3)\}^2$의 값은? [3점]

① 17 ② 19 ③ 21 ④ 23 ⑤ 25

첫째항이 -8인 수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_{n+1}-2\sum_{k=1}^{n}\frac{a_k}{k}=2^{n+1}(n^2+n+2)\ (n\geq 1)$$

이 성립한다. 다음은 수열 $\{a_n\}$의 일반항을 구하는 과정의 일부이다.

> 주어진 식에 의하여
>
> $$a_n-2\sum_{k=1}^{n-1}\frac{a_k}{k}=2^n(n^2-n+2)\quad (n\geq 2)$$
>
> 이다. 따라서 2 이상의 자연수 n에 대하여
>
> $$a_{n+1}-a_n-\frac{2}{n}a_n=\boxed{\text{(가)}}$$
>
> 이므로
>
> $$a_{n+1}-\frac{n+2}{n}a_n=\boxed{\text{(가)}}$$
>
> 이다. $b_n=\dfrac{a_n}{n(n+1)}$이라 하면
>
> $$b_{n+1}-b_n=\boxed{\text{(나)}}\quad (n\geq 2)$$
>
> 이고, $b_2=0$이므로
>
> $$b_n=\boxed{\text{(다)}}\quad (n\geq 2)$$
>
> 이다.
>
> ⋮

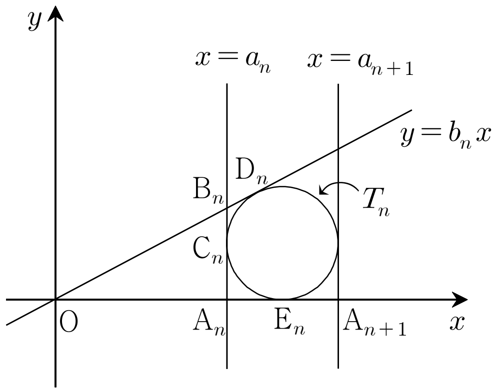
위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$, $h(n)$이라 할 때, $\dfrac{f(4)}{g(5)}+h(6)$의 값은? [4점]

① 65 ② 70 ③ 75 ④ 80 ⑤ 85

수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

> (Ⅰ) $a_1=2$이고 $a_n<a_{n+1}$ $(n\ge 1)$이다.
> (Ⅱ) $b_n=\dfrac{1}{2}\left(n+1-\dfrac{1}{n+1}\right)$ $(n\ge 1)$이라 할 때, 좌표평면에서 네 직선
> $x=a_n$, $x=a_{n+1}$, $y=0$, $y=b_nx$에 동시에 접하는 원 T_n이 존재한다.

다음은 수열 $\{a_n\}$의 일반항을 구하는 과정이다.

> 원점을 O라 하고, 원 T_n의 반지름의 길이를 r_n이라 하자.
> 직선 $x=a_n$과 두 직선 $y=0$, $y=b_nx$의 교점을 각각 A_n, B_n이라 하고,
> 원 T_n과 세 직선 $x=a_n$, $y=b_nx$, $y=0$의 접점을 각각 C_n, D_n, E_n이라 하면
> $\overline{\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n}=a_nb_n$이고 $\overline{\mathrm{OB}_n}=a_n\sqrt{\boxed{\text{(가)}}+b_n^2}$이다.
>
> $$\overline{\mathrm{OD}_n}=\overline{\mathrm{OB}_n}+\overline{\mathrm{B}_n\mathrm{D}_n}=\overline{\mathrm{OB}_n}+\overline{\mathrm{B}_n\mathrm{C}_n}$$
> $$=a_n\sqrt{\boxed{\text{(가)}}+b_n^2}+a_nb_n-r_n$$
> $$\overline{\mathrm{OE}_n}=a_n+r_n$$
>
> 
>
>
> $\overline{\mathrm{OD}_n}=\overline{\mathrm{OE}_n}$이므로
>
> $$r_n=\frac{a_n\left(b_n-1+\sqrt{\boxed{\text{(가)}}+b_n^2}\right)}{2}$$
> $$\therefore\ a_{n+1}=a_n+2r_n=\left(\boxed{\text{(나)}}\right)\times a_n\quad(n\ge 1)$$
>
> 이때 $a_1=2$이고
>
> $$a_n=\boxed{}\times a_{n-1}=\boxed{}\times a_{n-2}=\cdots=\boxed{}\times a_1$$
>
> 이므로
>
> $$a_n=\boxed{\text{(다)}}$$

위의 과정에서 (가)에 알맞은 수를 p라 하고, (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$이라 할 때, $p+f(4)+g(4)$의 값은? [4점]

① 54 ② 55 ③ 56 ④ 57 ⑤ 58

수열 $\{a_n\}$은 $a_1 = -\dfrac{5}{3}$이고

$$a_{n+1} = -\frac{3a_n + 2}{a_n} \quad (n \geq 1) \quad \cdots\cdots \quad (*)$$

를 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n을 구하는 과정이다.

> $(*)$에서
>
> $$a_{n+1} + 2 = -\frac{a_n + \boxed{\text{(가)}}}{a_n} \quad (n \geq 1)$$
>
> 이다. 여기서
>
> $$b_n = \frac{1}{a_n + 2} \quad (n \geq 1)$$
>
> 이라 하면 $b_1 = 3$이고
>
> $$b_{n+1} = 2b_n - \boxed{\text{(나)}} \quad (n \geq 1)$$
>
> 이다. 수열 $\{b_n\}$의 일반항을 구하면
>
> $$b_n = \boxed{\text{(다)}} \quad (n \geq 1)$$
>
> 이므로
>
> $$a_n = \frac{1}{\boxed{\text{(다)}}} - 2 \quad (n \geq 1)$$
>
> 이다.

위의 (가)와 (나)에 알맞은 수를 각각 p, q라 하고, (다)에 알맞은 식을 $f(n)$이라 할 때, $p \times q \times f(5)$의 값은? [4점]

① 54 ② 58 ③ 62 ④ 66 ⑤ 70

자연수 n에 대하여 $S_n = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \cdots + (-1)^{n-1} \cdot \frac{1}{2n-1}$ 이라 할 때, 다음은 $\lim_{n \to \infty} S_n$ 의 값을 구하는 과정이다.

$1 - x^2 + x^4 - x^6 + \cdots + (-1)^{n-1} \cdot x^{2n-2} = \boxed{\text{(가)}} - (-1)^n \cdot \frac{x^{2n}}{1+x^2}$ 이므로

$$S_n = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \cdots + (-1)^{n-1} \cdot \frac{1}{2n-1}$$
$$= \int_0^1 \{1 - x^2 + x^4 - x^6 + \cdots + (-1)^{n-1} \cdot x^{2n-2}\} dx$$
$$= \int_0^1 \boxed{\text{(가)}}\, dx - (-1)^n \int_0^1 \frac{x^{2n}}{1+x^2}\, dx$$

이다. 한편, $0 \leq \frac{x^{2n}}{1+x^2} \leq x^{2n}$ 이므로

$$0 \leq \int_0^1 \frac{x^{2n}}{1+x^2}\, dx \leq \int_0^1 x^{2n} dx = \boxed{\text{(나)}}$$

이다. 따라서 $\lim_{n \to \infty} \int_0^1 \frac{x^{2n}}{1+x^2} dx = 0$ 이므로 $\lim_{n \to \infty} S_n = \int_0^1 \boxed{\text{(가)}}\, dx$ 이다.

$x = \tan\theta \left(-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}\right)$로 놓으면

$$\lim_{n \to \infty} S_n = \int_0^1 \boxed{\text{(가)}}\, dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sec^2\theta}{1 + \tan^2\theta}\, d\theta = \boxed{\text{(다)}}$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(x)$, $g(n)$, (다)에 알맞은 수를 k라 할 때, $k \times f(2) \times g(2)$의 값은? [4점]

① $\frac{\pi}{40}$ ② $\frac{\pi}{60}$ ③ $\frac{\pi}{80}$ ④ $\frac{\pi}{100}$ ⑤ $\frac{\pi}{120}$

다음은 모든 자연수 n에 대하여 부등식

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{{}_{2k}\mathrm{P}_{k}}{2^{k}} \leq \frac{(2n)!}{2^{n}} \quad \cdots\cdots \ (*)$$

이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

(i) $n=1$일 때,

(좌변)$=\dfrac{{}_{2}\mathrm{P}_{1}}{2^{1}}=1$이고, (우변)$=\boxed{(가)}$이므로 $(*)$이 성립한다.

(ii) $n=m$일 때, $(*)$이 성립한다고 가정하면

$$\sum_{k=1}^{m} \frac{{}_{2k}\mathrm{P}_{k}}{2^{k}} \leq \frac{(2m)!}{2^{m}}$$

이다. $n=m+1$일 때,

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^{m+1} \frac{{}_{2k}\mathrm{P}_{k}}{2^{k}} &= \sum_{k=1}^{m} \frac{{}_{2k}\mathrm{P}_{k}}{2^{k}} + \frac{{}_{2m+2}\mathrm{P}_{m+1}}{2^{m+1}} \\ &= \sum_{k=1}^{m} \frac{{}_{2k}\mathrm{P}_{k}}{2^{k}} + \frac{\boxed{(나)}}{2^{m+1}\times(m+1)!} \\ &\leq \frac{(2m)!}{2^{m}} + \frac{\boxed{(나)}}{2^{m+1}\times(m+1)!} \\ &= \frac{\boxed{(나)}}{2^{m+1}} \times \left\{ \frac{1}{\boxed{(다)}} + \frac{1}{(m+1)!} \right\} \\ &< \frac{(2m+2)!}{2^{m+1}}\end{aligned}$$

이다. 따라서 $n=m+1$일 때도 $(*)$이 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{{}_{2k}\mathrm{P}_{k}}{2^{k}} \leq \frac{(2n)!}{2^{n}}$$

이다.

위의 (가)에 알맞은 수를 p, (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(m)$, $g(m)$이라 할 때, $p+\dfrac{f(2)}{g(4)}$의 값은? [4점]

① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

1 보다 큰 실수 a 에 대하여 두 함수 $f(x)=a^{2x}$, $g(x)=a^{x+1}-2$ 가 있다. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $h(x)$를 $h(x)=|f(x)-g(x)|$라 하자. $y=h(x)$ 의 그래프에 대한 설명으로 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보기>

ㄱ. $a=2\sqrt{2}$ 일 때 $y=h(x)$ 의 그래프와 x 축은 한 점에서 만난다.

ㄴ. $a=4$ 일 때 $x_1 < x_2 < \frac{1}{2}$ 이면 $h(x_1) > h(x_2)$ 이다.

ㄷ. $y=h(x)$ 의 그래프와 직선 $y=1$ 이 오직 한 점에서 만나는 a 의 값이 존재한다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 이 3 이상인 모든 자연수 n 에 대하여 $\sin\frac{\pi}{n} = \frac{a_n}{2+a_n} = \frac{b_n}{2-b_n}$ 을 만족시킬 때, $\frac{1}{\pi^3}\lim_{n\to\infty} n^3(a_n+b_n)(a_n-b_n)$ 의 값을 구하시오. [4점]

1 보다 큰 실수 a 에 대하여 두 함수 $f(x)=a^{2x}$, $g(x)=a^{x+1}-2$ 가 있다. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $h(x)$ 를 $h(x)=|f(x)-g(x)|$ 라 하자. $y=h(x)$ 의 그래프에 대한 설명으로 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보기>

ㄱ. $a=2\sqrt{2}$ 일 때 $y=h(x)$ 의 그래프와 x 축은 한 점에서 만난다.

ㄴ. $a=4$ 일 때 $x_1<x_2<\frac{1}{2}$ 이면 $h(x_1)>h(x_2)$ 이다.

ㄷ. $y=h(x)$ 의 그래프와 직선 $y=1$ 이 오직 한 점에서 만나는 a 의 값이 존재한다.

① ㄱ　② ㄱ, ㄴ　③ ㄱ, ㄷ　④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

자연수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(n)$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(3)=10$
(나) $f(n+2)=2f(n) \quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots,8)$
(다) $f(n+10)=f(n) \quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\ )$

$\sum_{n=1}^{100} f(n)=2170$일 때, $f(100)$의 값을 구하시오. [4점]

두 다항함수 $f(x)$와 $g(x)$에 대하여 $f'(x)=6x^2$이고, $g'(x)=2x$이다. $y=f(x)$와 $y=g(x)$의 그래프가 두 점에서 만날 때, $f(0)-g(0)$의 값들의 합은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

다음과 같이 두 수 0과 1만을 사용하여 제 n행에 n자리의 자연수를 크기순으로 모두 나열해 나간다. ($n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots$)

제 1 행	1
제 2 행	10, 11
제 3 행	100, 101, 110, 111
제 4 행	1000, 1001, 1010, 1011, 1100, 1101, 1110, 1111
$\cdots$	$\cdots$

제 n행에 나열한 모든 수의 합을 a_n이라 하자. 예를 들어, $a_2=21$, $a_3=422$이다.

$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{20^n}=\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

세 다항함수 $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(1)=1$, $g(1)=2$
(나) 모든 실수 x, y에 대하여 $f(xy+1)=xg(y)+h(x+y)$이다.

이때 $\int_{0}^{3}\{f(x)+g(x)+h(x)\}\,dx$의 값을 구하시오. [4점]

첫째항이 20이고 공차가 -3인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 수열 $\{b_n\}$을

$$b_n = a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + \cdots + (-1)^{n+1} a_n \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

이라 하자. $\sum_{k=1}^{20} b_k$의 값을 구하시오. [4점]

함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

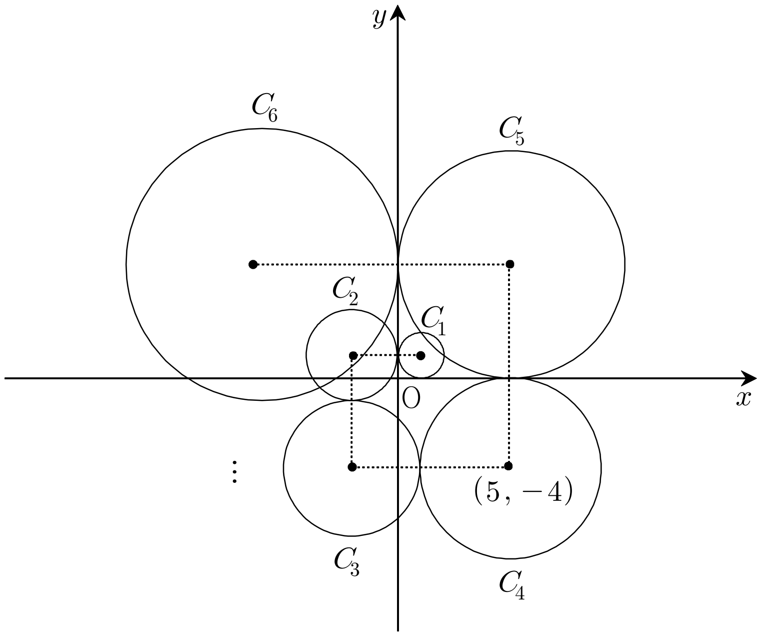
(가) $0 \le x < 1$일 때, $f(x) = e^x - 1$ 이다. (나) 모든 실수 x에 대하여 $f(x+1) = -f(x) + e - 1$이다.

$\int_0^3 f(x)\,dx$의 값은? [4점]

① $2e-3$ ② $2e-1$ ③ $2e+1$
④ $2e+3$ ⑤ $2e+5$

자연수 n에 대하여 좌표평면에 원 C_n을 다음과 같은 규칙으로 그린다.

(가) 원 C_1의 방정식은 $(x-1)^2+(y-1)^2=1$이다.
(나) 원 C_n의 반지름의 길이는 n이다.
(다) 원 C_{n+1}은 원 C_n과 외접하고, 두 원 C_n, C_{n+1}의 중심을 지나는 직선은 x축 또는 y축과 평행하다.
(라) $n=4k+p$ (k는 음이 아닌 정수, $p=1, 2, 3, 4$)일 때, 원 C_n의 중심은 제p사분면에 있다.



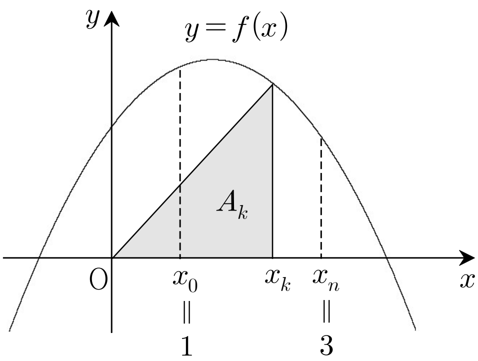
예를 들어 원 C_4의 중심의 좌표는 $(5, -4)$이고 반지름의 길이는 4이다.
원 C_n 중에서 그 중심이 원 C_{40}의 내부에 있는 원의 개수는? [4점]

① 13 ② 15 ③ 17 ④ 19 ⑤ 21

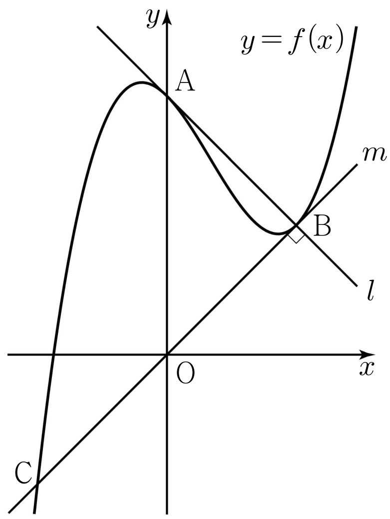
함수 $f(x) = -4x^2 + 12x + 16$이 있다. 2 이상의 자연수 n에 대하여 닫힌 구간 $[1, 3]$을 n등분한 각 분점(양 끝점도 포함)을 차례로

$1 = x_0,\ x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_{n-1},\ x_n = 3$

이라 하자. 세 점 $(0, 0)$, $(x_k, 0)$, $(x_k, f(x_k))$를 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이를 $A_k\ (k = 1, 2, \cdots, n)$이라 할 때, $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{4}{n} \sum\limits_{k=1}^{n} A_k$의 값을 구하시오. [4점]

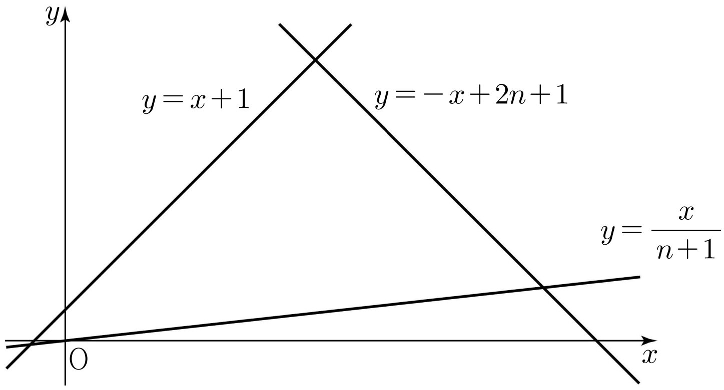


최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 곡선 $y=f(x)$가 y축과 만나는 점을 A라 하자. 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 A에서의 접선을 l이라 할 때, 직선 l이 곡선 $y=f(x)$와 만나는 점 중에서 A가 아닌 점을 B라 하자. 또, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 B에서의 접선을 m이라 할 때, 직선 m이 곡선 $y=f(x)$와 만나는 점 중에서 B가 아닌 점을 C라 하자. 두 직선 l, m이 서로 수직이고 직선 m의 방정식이 $y=x$일 때, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 C에서의 접선의 기울기는? (단, $f(0)>0$이다.) [4점]



① 8　② 9　③ 10　④ 11　⑤ 12

좌표평면에서 자연수 n에 대하여 세 직선 $y=x+1$, $y=-x+2n+1$, $y=\frac{x}{n+1}$로 둘러싸인 삼각형의 내부(경계선 제외)에 있는 점 (x, y)중에서 x, y가 모두 자연수인 점의 개수를 a_n이라 하자. $a_n=133$인 n의 값을 구하시오. [4점]



실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(0)=0$, $f'(0)=1$
(나) 모든 실수 x, y에 대하여 $f(x+y)=\dfrac{f(x)+f(y)}{1+f(x)f(y)}$ 이다.

$f(-1)=k\ (-1<k<0)$일 때, $\displaystyle\int_0^1 \{f(x)\}^2\,dx$의 값을 k로 나타낸 것은? [4점]

① $1-k^2$ ② $1-2k$ ③ $1-k$ ④ $1+k$ ⑤ $1+k^2$

함수 $f(x)=x^3+3x^2-9x$가 있다. 실수 t에 대하여 함수

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (x<a) \\ t-f(x) & (x \geq a) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 실수 a의 개수를 $h(t)$라 하자. 예를 들어 $h(0)=3$이다. $h(t)=3$을 만족시키는 모든 정수 t의 개수는? [4점]

① 55 ② 57 ③ 59 ④ 61 ⑤ 63

자연수 n에 대하여 원 $x^2+y^2=n^2$과 곡선 $y=\frac{k}{x}$ $(k>0)$이 서로 다른 네 점에서 만날 때, 이 네 점을 꼭짓점으로 하는 직사각형을 만든다. 이 직사각형에서 긴 변의 길이가 짧은 변의 길이의 2배가 되도록 하는 k의 값을 $f(n)$이라 하자. $\sum_{n=1}^{12} f(n)$의 값을 구하시오. [4점]

실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $x \geq 0$일 때, $f(x) = x^2 - 2x$이다. (나) 모든 실수 x에 대하여 $f(-x) + f(x) = 0$이다.

실수 t에 대하여 닫힌 구간 $[t,\ t+1]$에서 함수 $f(x)$의 최솟값을 $g(t)$라 하자.

좌표평면에서 두 곡선 $y = f(x)$와 $y = g(x)$로 둘러싸인 부분의 넓이는 $\dfrac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

함수 $f(x)=x^3+ax^2-ax-a$ 의 역함수가 존재할 때, $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 하자. 자연수 n 에 대하여 $n\times g'(n)=1$ 을 만족시키는 실수 a 의 개수를 a_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{27} a_n$ 의 값을 구하시오.

[4점]

자연수 n에 대하여 함수 $f(x)$를 $f(x)=x^2+\frac{1}{n}$이라 하고 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases}(x-1)f(x) & (x\ge 1)\\ (x-1)^2 f(x) & (x<1)\end{cases}$$

이라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

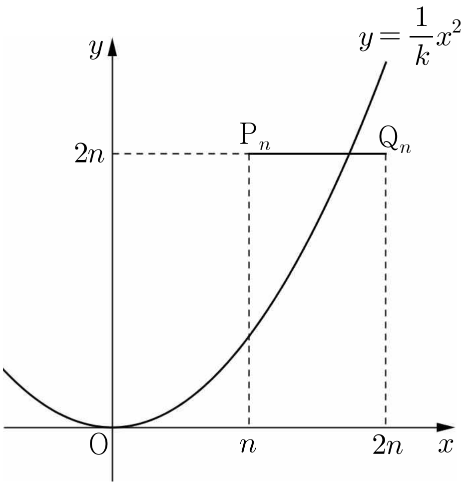
ㄱ. $\lim_{x\to 1-}\frac{g(x)}{x-1}=0$

ㄴ. $n=1$일 때, 함수 $g(x)$는 $x=1$에서 극솟값을 갖는다.

ㄷ. 함수 $g(x)$가 극대 또는 극소가 되는 x의 개수가 1인 n의 개수는 5이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

자연수 n에 대하여 좌표평면 위에 두 점 $\mathrm{P}_n(n, 2n)$, $\mathrm{Q}_n(2n, 2n)$이 있다. 선분 $\mathrm{P}_n\mathrm{Q}_n$과 곡선 $y=\frac{1}{k}x^2$이 만나도록 하는 자연수 k의 개수를 a_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{15} a_n$의 값을 구하시오. [4점]



$a \le 35$인 자연수 a와 함수 $f(x) = -3x^4 + 4x^3 + 12x^2 + 4$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x) = |f(x) - a|$$

라 할 때, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $y = g(x)$의 그래프와 직선 $y = b\,(b > 0)$이 서로 다른 4개의 점에서 만난다.
(나) 함수 $|g(x) - b|$가 미분가능하지 않은 실수 x의 개수는 4이다.

두 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하시오. [4점]

함수 $f(x)=\left|x^2-x\right|e^{4-x}$이 있다. 양수 k에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (f(x)\le kx) \\ kx & (f(x)>kx) \end{cases}$$

라 하자. 구간 $(-\infty, \infty)$에서 함수 $g(x)$가 미분가능하지 않은 x의 개수를 $h(k)$라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $k=2$일 때, $g(2)=4$이다.
ㄴ. 함수 $h(k)$의 최댓값은 4이다.
ㄷ. $h(k)=2$를 만족시키는 k의 값의 범위는 $e^2\le k<e^4$이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

함수 $f(x)=\dfrac{x}{e^x}$ 에 대하여 구간 $\left[\dfrac{12}{e^{12}},\ \infty\right)$에서 정의된 함수

$$g(t)=\int_0^{12}|f(x)-t|\,dx$$

가 $t=k$에서 극솟값을 갖는다. 방정식 $f(x)=k$의 실근의 최솟값을 a라 할 때, $g'(1)+\ln\left(\dfrac{6}{a}+1\right)$의 값을 구하시오. [4점]

실수 k에 대하여 함수 $f(x)$가

$$f(x)=x|x-k|$$

이다. 함수 $g(x)=x^2-3x-4$에 대하여 합성함수 $y=(g\circ f)(x)$의 그래프가 x축과 만나는 점의 개수를 $h(k)$라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $h(2)=2$
ㄴ. $h(k)=4$를 만족시키는 자연수 k의 최솟값은 6이다.
ㄷ. $h(k)=3$을 만족시키는 모든 실수 k의 값의 합은 2이다.

① ㄱ　② ㄱ, ㄴ　③ ㄱ, ㄷ　④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

최고차항의 계수가 1이고 $f'(0)=0$ 인 사차함수 $f(x)$가 있다. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(t)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $f(x)=t$ 의 실근이 존재하지 않을 때, $g(t)=0$ 이다.
(나) 방정식 $f(x)=t$ 의 실근이 존재할 때, $g(t)$는 $f(x)=t$ 의 실근의 최댓값이다.

함수 $g(t)$가 $t=k$, $t=30$ 에서 불연속이고

$$\lim_{t\to k+} g(t)=-2,\quad \lim_{t\to 30+} g(t)=1$$

일 때, 실수 k의 값을 구하시오. (단, $k<30$) [4점]

두 함수

$$f(x) = 4\sin\frac{\pi}{6}x,$$

$$g(x) = |2\cos kx + 1|$$

이 있다. $0 < x < 2\pi$에서 정의된 함수

$$h(x) = (f \circ g)(x)$$

에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, k는 자연수이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. $k=1$일 때, 함수 $h(x)$는 $x = \frac{2}{3}\pi$에서 미분가능하지 않다.

ㄴ. $k=2$일 때, 방정식 $h(x)=2$의 서로 다른 실근의 개수는 6이다.

ㄷ. 함수 $|h(x)-k|$가 $x=\alpha\,(0<\alpha<2\pi)$에서 미분가능하지 않은 실수 α의 개수를 a_k라 할 때, $\sum_{k=1}^{4} a_k = 34$이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=\int_0^x \frac{f(t)}{|t|+1}\,dt$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g'(2)=0$
(나) 모든 실수 x에 대하여 $g(x)\geq 0$이다.

$g'(-1)$의 값이 최대가 되도록 하는 함수 $f(x)$에 대하여 $f(-1)=\dfrac{n}{m-3\ln 3}$일 때, $|m\times n|$의 값을 구하시오. (단, m, n은 정수이고, $\ln 3$은 $1<\ln 3<1.1$인 무리수이다.) [4점]

함수 $f(x)=(x-2)^3$과 두 실수 m, n에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (|x|< a) \\ mx+n & (|x|\geq a) \end{cases} \quad (a>0)$$

이라 하자. 함수 $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $a=1$일 때, $m=13$이다.
ㄴ. 함수 $g(x)$가 $x=a$에서 미분가능할 때, $m=48$이다.
ㄷ. $f(a)-2af'(a)>n-ma$를 만족시키는 자연수 a의 개수는 5이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

수열 $\{a_n\}$은 a_1이 자연수이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases} a_n-d & (a_n \geq 0) \\ a_n+d & (a_n < 0) \end{cases} \quad (d\text{는 자연수})$$

이다. $a_n<0$인 자연수 n의 최솟값을 m이라 할 때, 수열 $\{a_n\}$은 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_{m-2}+a_{m-1}+a_m=3$
(나) $a_1+a_{m-1}=-9(a_m+a_{m+1})$
(다) $\displaystyle\sum_{k=1}^{m-1} a_k=45$

a_1의 값을 구하시오. (단, $m \geq 3$) [4점]

두 이차함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $h(x)$가 $0 \le x < 4$에서

$$h(x)=\begin{cases} x & (0 \le x < 2) \\ f(x) & (2 \le x < 3) \\ g(x) & (3 \le x < 4) \end{cases}$$

이고, 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $h(x)=h(x-4)+k$ (k는 상수)이다.
(나) 함수 $h(x)$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.
(다) $\int_0^4 h(x)\,dx=6$

$h\left(\frac{13}{2}\right)=\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

함수 $f(x)$를

$$f(x)=\int_0^x |t\sin t|\,dt-\left|\int_0^x t\sin t\,dt\right|$$

라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

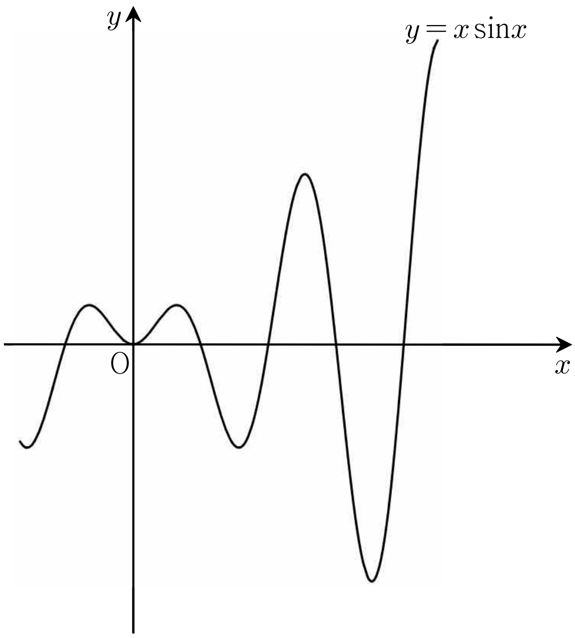
<보 기>

ㄱ. $f(2\pi)=2\pi$

ㄴ. $\pi<\alpha<2\pi$인 α에 대하여 $\int_0^\alpha t\sin t\,dt=0$이면 $f(\alpha)=\pi$이다.

ㄷ. $2\pi<\beta<3\pi$인 β에 대하여 $\int_0^\beta t\sin t\,dt=0$이면 $\int_\beta^{3\pi} f(x)\,dx=6\pi(3\pi-\beta)$이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



두 함수 $f(x)=x^2-ax+b\ (a>0)$, $g(x)=x^2e^{-\frac{x}{2}}$에 대하여 상수 k와 함수 $h(x)=(f\circ g)(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $h(0)<h(4)$
> (나) 방정식 $|h(x)|=k$의 서로 다른 실근의 개수는 7이고,
> 그중 가장 큰 실근을 α라 할 때 함수 $h(x)$는 $x=\alpha$에서 극소이다.

$f(1)=-\dfrac{7}{32}$일 때, 두 상수 a, b에 대하여 $a+16b$의 값을 구하시오.

(단, $\dfrac{5}{2}<e<3$이고, $\lim\limits_{x\to\infty}g(x)=0$이다.) [4점]

두 곡선 $y=|2^x-4|$, $y=\log_2 x$가 만나는 두 점의 x좌표를 x_1, x_2 ($x_1<x_2$)라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

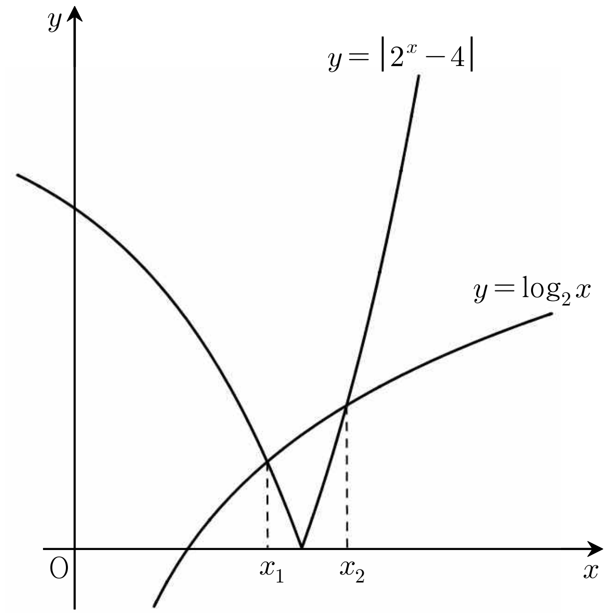
<보 기>

ㄱ. $\log_2 3 < x_1 < x_2 < \log_2 6$

ㄴ. $(x_2-x_1)(2^{x_2}-2^{x_1}) < 3$

ㄷ. $2^{x_1}+2^{x_2} > 8+\log_2(\log_3 6)$

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n} a_k = n^2 + cn \ (c\text{는 자연수})$$

를 만족시킨다. 수열 $\{a_n\}$의 각 항 중에서 3의 배수가 아닌 수를 작은 것부터 크기순으로 모두 나열하여 얻은 수열을 $\{b_n\}$이라 하자. $b_{20} = 199$가 되도록 하는 모든 c의 값의 합을 구하시오.

[4점]

양수 a에 대하여 함수 $f(x)$는

$$f(x)=\begin{cases} x(x+a)^2 & (x<0) \\ x(x-a)^2 & (x\geq 0) \end{cases}$$

이다. 실수 t에 대하여 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=4x+t$의 서로 다른 교점의 개수를 $g(t)$라 할 때, 함수 $g(t)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $g(t)$의 최댓값은 5이다.
(나) 함수 $g(t)$가 $t=\alpha$에서 불연속인 α의 개수는 2이다.

$f'(0)$의 값을 구하시오. [4점]

공　　란