수능특강 핵심정리 문제 리스트만 모음

모수_모두의수학
모수 | 모두의수학

1. 지수와 로그
#15p Level1 10번 식=식=식 이면 $=k$ 붙이기
#16p Level2 1번 제곱근의 정의와 개수
#14p Level1 5번 자연수가 되도록 시리즈①
#16p Level2 5번 자연수가 되도록 시리즈②
#18p Level3 1번 자연수가 되도록 시리즈③
#17p Level2 8번 원소나열법은 같은 것을 중복하지 않아
#17p Level2 9번 원 밖의 한 점에서 원 위의 점까지의 거리
#18p Level3 3번 구체적인 상황을 관찰해보기

2. 지수함수와 로그함수
#30p Level1 5번 로그 나오면 진수, 밑 조건부터 확인
#33p Level3 2번 지수함수와 로그함수 ㄱㄴㄷ 문제의 기본
#31p Level2 3번 그래프 2개 이상이면 관계부터 확인
+ 사선 공식 넓이 구하기
#33p Level3 1번 그래프 2개 이상이면 관계부터 확인
+ 직선이 평행이동 보조선인 경우
#33p Level3 3번 $\log$(등비수열)=등차수열

3. 삼각함수의 뜻과 그래프
#50p Level2 6번 두 각의 관계(합/차)에 대한 눈썰미
#50p Level2 7번 각의 이등분선의 방정식
#50p Level2 8번 대칭성을 이용한 실근의 합
#51p Level3 2번 격자점의 개수
#51p Level3 3번 합성함수 돌려 그리기 + 고정점 찾기
#51p Level3 1번 합과 곱으로 나타내기(곱셈공식 변형 느낌)

4. 사인법칙과 코사인법칙
#55p 유제 2번 원은 중심에서 긋는 보조선
#61p 예제 4번 원에 내접하는 사각형은 대각의 합이 π
#59p 유제 5번 삼각형의 성립조건
#62p Level1 3번 직각 눈썰미
#66p Level2 9번 산술평균 기하평균 유의할 점
#61p 유제 6번 하나의 삼각형 넓이를 두 가지 방법으로 구하기
#57p 예제 2번 내각이등분선 성질 + 각 하나로 코사인 두 번
#63p Level1 7번 내각이등분선의 성질 두 가지
#66p Level2 12번 삼각형의 내접원의 반지름의 길이
#67p Level3 3번 삼각형의 내접원/외접원의 반지름의 길이
#67p Level3 1번 수1 풀이 + 미적분 풀이
#67p Level3 2번

5. 등차수열과 등비수열
#79p Level1 6번 유연한 사고
#80p Level2 5번 유연한 사고 : 등차중항
#81p Level2 6번 등차수열 부분합의 부호 변화 관찰
#81p Level2 7번 a_{2n}을 알면 a_n을 구할 수 있을까?
#82p Level2 12번 등비수열로 만든 등비수열
#83p Level3 1번 등차수열 일반항의 부호 변화 관찰
#83p Level3 2번 등차수열 부분합의 부호 변화 관찰
#83p Level3 3번 등차수열과 일차함수

6. 수열의 합과 수학적 귀납법
#102p Level3 1번 부분합으로 일반항 구할 때 $n=1$은 따로
#102p Level3 2번 귀납적으로 정의된 수열 수형도 그리기
#수학적 귀납법 평소 공부할 때 한줄 한줄 증명해보기
#102p Level3 3번
#102p Level3 4번 시험용 풀이와 복습할 포인트

챙길 것이 있는 문제

#15p Level1 10번 식=식=식 이면 $=k$ 붙이기

#16p Level2 1번 제곱근의 정의와 개수

#14p Level1 5번 자연수가 되도록 시리즈①

#16p Level2 5번 자연수가 되도록 시리즈②

#18p Level3 1번 자연수가 되도록 시리즈③

#17p Level2 8번 원소나열법은 같은 것을 중복하지 않아

#17p Level2 9번 원 밖의 한 점에서 원 위의 점까지의 거리

스스로 풀어볼 문제(어렵다/독특하다/새롭다)

#18p Level3 3번 구체적인 상황을 관찰해보기

#15p Level1 10번 식=식=식 이면 $=k$ 붙이기

1이 아닌 세 양수 a, b, c에 대하여 $a^2=b^3=c^4$일 때, $\log_a\sqrt{b}+\log_b\frac{1}{c}+\log_c a=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

$$a^2=b^3=c^4=k$$

$$a=k^{\frac{1}{2}},\ b=k^{\frac{1}{3}},\ c=k^{\frac{1}{4}}$$

$$\log_{k^{\frac{1}{2}}}k^{\frac{1}{6}}+\log_{k^{\frac{1}{3}}}k^{-\frac{1}{4}}+\log_{k^{\frac{1}{4}}}k^{\frac{1}{2}}$$

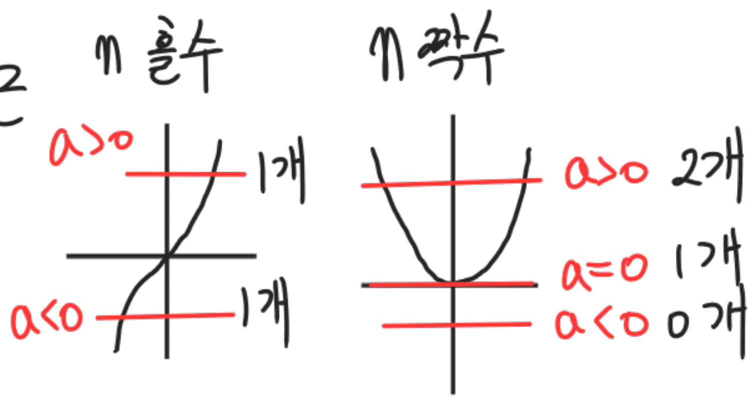
$$=\frac{1}{6}\times2-\frac{1}{4}\times3+\frac{1}{2}\times4=\frac{1}{3}-\frac{3}{4}+2=\frac{19}{12}$$

$\boxed{31}$

#16p Level2 1번 제곱근의 정의와 개수

2 이상의 자연수 n에 대하여 실수 x의 n제곱근 중에서 실수인 것의 개수를 $f_n(x)$라 하자. 2의 제곱근 중 음수인 것을 a, -3의 세제곱근 중 실수인 것을 b라 할 때, $f_3(a)+f_4(b)+f_5(a+b)+f_6(ab)$의 값은?

a의 n제곱근
$x^n=a$
의 실근



$a<0$, $b<0$

n이 홀수면 부호 상관없이 $f_n(x)=1$

$\therefore f_3(a)=f_5(a+b)=1$

$b<0$ 이므로 $f_4(b)=0$

$ab>0$ 이므로 $f_6(ab)=2$

$\boxed{4}$

#14p Level1 5번 자연수가 되도록 시리즈①

자연수 n에 대하여 $\left(\frac{96}{n}\right)^{\frac{1}{2}}$의 값이 자연수가 되도록 하는 모든 n의 값의 합을 구하시오.

$\left(\frac{96}{n}\right)^{\frac{1}{2}}=m$, $\frac{96}{n}=m^2$ $\quad m^2n=96=4^2\times 6$

1^2 96
2^2 24
4^2 6

$\boxed{126}$

#16p Level2 5번 자연수가 되도록 시리즈②

$\sqrt[n]{\sqrt[n]{a^3}}$의 값이 자연수가 되도록 하는 2 이상의 두 자연수 n, a에 대하여 $n+a$의 최솟값을 구하시오.

$a^{\frac{3}{n^2}}$ ① $n=2$, $a^{\frac{3}{4}}$, $a=\square^4=2^4, 3^4, \cdots$ ∴ $n+a=18$

② $n=3$, $a^{\frac{1}{3}}$, $a=\square^3=2^3, 3^3, \cdots$ ∴ $n+a=11$

↳ n이 3의 배수일 때 $n=3$
n이 3의 배수 아닐 때 $n=2$ 해보면 충분함.

$\boxed{11}$

#18p Level3 1번 자연수가 되도록 시리즈③

$2\le m\le 9$, $2\le n\le 9$인 두 자연수 m, n에 대하여 $\sqrt[3]{(mn)^{\frac{n}{m}}}$의 값이 자연수가 되도록 하는 m, n의 모든 순서쌍 (m, n)의 개수는?

$(mn)^{\frac{n}{3m}}$

① 지수 $\frac{n}{3m}$이 자연수.
→ n은 3의 배수 3, 6, 9
$(m,n)=(\cancel{1,3}), (2,6), (3,9)$

② $mn=\square^3$ 꼴

$mn=\cancel{1^3}$
$=2^3 \rightarrow 2^{\frac{n}{m}}$ $\quad (m,n)=(2,4)$
$=3^3 \rightarrow 3^{\frac{n}{m}}$ $\quad (m,n)=(3,9)$ → 중복
$=4^3 \rightarrow 2^{\frac{2n}{m}}$ $\quad (m,n)=(8,8)$
$=\cancel{5^3}$

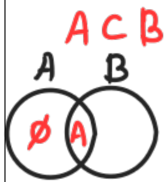
$\boxed{4}$

#17p Level2 8번 원소나열법은 같은 것을 중복하지 않아

a, b가 서로 다르다는 조건이 있기도 하며 만약 같다면 $\log_a b=1$이라 원소가 중복.

1이 아닌 서로 다른 두 양수 a, b에 대하여 두 집합 A, B를 $A=\{1, \log_a b\}$, $B=\{2, 3, 2\log_2 a-\log_2 b\}$라 하자. $A\cap B=A$일 때, $\frac{a}{b}$의 값은?

$A\subset B$



① $1\in B$

$1=2\log_2 a-\log_2 b=\log_2\frac{a^2}{b}$,

$\frac{a^2}{b}=2$, $a^2=2b$ ⋯ $*$

② $\log_a b\in B$

2-1. $\log_a b=2$

$b=a^2=2b\,(*)$

$\rightarrow b=0$ 모순

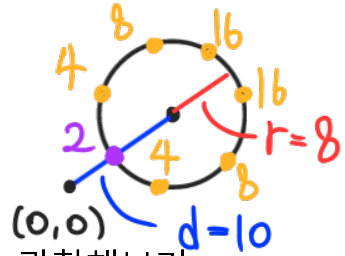
2-2. $\log_a b=3$

$b=a^3=\frac{1}{2}a^2\,(*)$

$\rightarrow a=\frac{1}{2}$, $b=\frac{1}{8}$ ∴ $\boxed{4}$

#17p Level2 9번 원 밖의 한 점에서 원 위의 점까지의 거리

좌표평면에서 원 $(x-6)^2+(y-8)^2=64$ 위의 점 P와 원점 O 사이의 거리를 D_P라 하자. $\log_2 D_P$의 값이 자연수가 되도록 하는 점 P의 개수는?



$10-8\le D_P\le 10+8$

$2\le D_P\le 18$

$\log_2 D_P=n$

$D_P=2^n$

$\rightarrow D_P=2$ 1개

4 2개

8 2개

16 2개

$\boxed{7}$

#18p Level3 3번 구체적인 상황을 관찰해보기

자연수 m에 대하여 집합 A_m을 $A_m=\{(a, b)\mid m=a\log_2 b$이고 a, b는 자연수$\}$라 할 때, 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

$\boxed{ㄱ, ㄷ}$

$m=\log_2 b^a$, $b^a=2^m$

< 보 기 >

ㄱ. $A_2=\{(1, 4), (2, 2)\}$

ㄴ. 두 자연수 p, q에 대하여 $n(A_{pq})=n(A_p)\times n(A_q)$이다.

ㄷ. $n(A_m)=4$를 만족시키는 30 이하의 모든 자연수 m의 개수는 9이다.

ㄱ $m=2$,

$b^a=2^2=4^1$

$(1,4), (2,2)$

$n(A_2)=2$

ㄴ. 예시.

$m=3$ 3의 약수

$b^a=2^3=8^1$

$(1,8), (3,2)$

$n(A_3)=2$

$m=6$ 6의 약수

$b^a=2^6=4^3=8^2=64^1$

$(1,64), (2,8), (3,4), (6,2)$

$n(A_6)=4$

$m=4$ 4의 약수

$b^a=2^4=4^2=16^1$

$n(A_4)=3\ne n(A_2)\times n(A_2)$

ㄷ $n(A_m)=4$

m의 약수 4개

① $m=p^3\rightarrow 2^3, 3^3$ 2개

② $m=p^1\times q^1\rightarrow$ $2\times3, 2\times5, 2\times7, 2\times11, 2\times13,$ $3\times5, 3\times7,$ 7개 ∴ 9개

챙길 것이 있는 문제

#30p Level1 5번 로그 나오면 진수, 밑 조건부터 확인

#33p Level3 2번 지수함수와 로그함수 ㄱㄴㄷ 문제의 기본

#31p Level2 3번 그래프 2개 이상이면 관계부터 확인
+ 사선 공식 넓이 구하기

#33p Level3 1번 그래프 2개 이상이면 관계부터 확인
+ 직선이 평행이동 보조선인 경우

#33p Level3 3번 log(등비수열)=등차수열

#30p Level1 5번 로그 나오면 진수, 밑 조건부터 확인

부등식 $\log_2(x^2-3x)>\log_2(8-x)$를 만족시키는 모든 자연수 x의 값의 합을 구하시오.

① $x^2-3x>0$, $8-x>0$

$=x(x-3)$

$x<0$ 또는 $3<x<8$

② $x^2-3x>8-x$

$x^2-2x-8=(x-4)(x+2)>0$

$x<-2$ 또는 $x>4$

$\therefore 4<x<8$

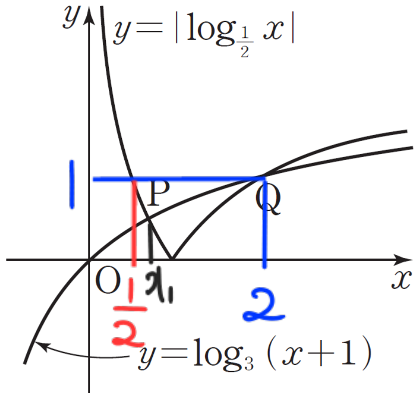
5, 6, 7

$\boxed{18}$

#33p Level3 2번 지수함수와 로그함수 ㄱㄴㄷ 문제의 기본

그림과 같이 함수 $y=\log_3(x+1)$의 그래프와 함수 $y=|\log_{\frac{1}{2}}x|$의 그래프가 만나는 두 점을 각각 $P(x_1, y_1)$, $Q(x_2, y_2)$ $(x_1<x_2)$라 하자. 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

$\boxed{ㄱ, ㄷ}$



< 보 기 >

ㄱ. $x_1>\frac{1}{2}$ ㄴ. $y_2<1$ ㄷ. $y_1<x_1<2y_1$

ⓐ. $\left|\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{2}\right|>\log_3\left(\frac{1}{2}+1\right)$ 이므로 $x_1>\frac{1}{2}$

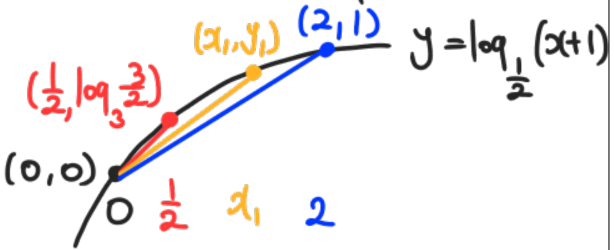
Ⓛ $\left|\log_{\frac{1}{2}}x\right|=1 \Leftrightarrow x=\frac{1}{2}, 2$

$\log_3(x+1)=1 \Leftrightarrow x=2$

$Q(2, 1)$ $=y_2$

ⓒ $y_1<x_1<2y_1$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2}<\frac{y_1}{x_1}<1$



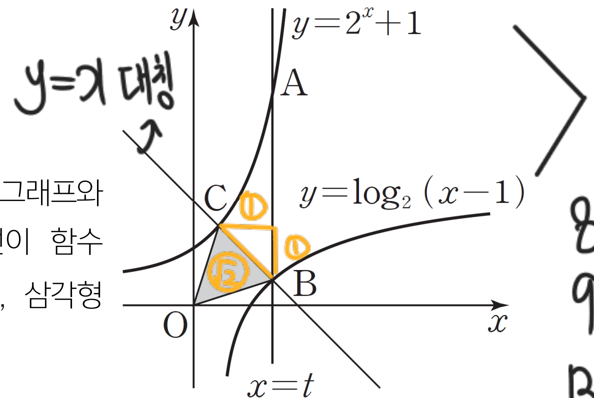
$1>\log_3\left(\frac{3}{2}\right)^2=\frac{\log_3\frac{3}{2}}{\frac{1}{2}}>\frac{y_1}{x_1}>\frac{1}{2}$

$\therefore \frac{1}{2}<\frac{y_1}{x_1}<1$

#31p Level2 3번 그래프 2개 이상이면 관계부터 확인

\+ 사선 공식 넓이 구하기

그림과 같이 직선 $x=t(t>2)$가 두 함수 $y=2^x+1$, $y=\log_2(x-1)$의 그래프와 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 점 B를 지나고 기울기가 -1인 직선이 함수 $y=2^x+1$의 그래프와 만나는 점을 C라 하자. $\overline{AB}=8$, $\overline{BC}=2\sqrt{2}$일 때, 삼각형 OBC의 넓이는? (단, O는 원점이다.)



역함수, B, C는 $y=x$ 대칭

$A(t,\ 2^t+1)$

$B(t,\ \log_2(t-1))$

$C(\log_2(t-1),\ t)$

$\overline{BC}=2\sqrt{2}$, $2=t-\log_2(t-1)$

$\Leftrightarrow \log_2(t-1)=t-2$, $t-1=2^{t-2}$, $4(t-1)=2^t$

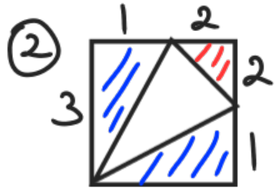
$\overline{AB}=8=2^t+1-\log_2(t-1)$ 대입

$8=4(t-1)+1-(t-2)$

$9=3t$, $t=3$

$B(3,1)$, $C(1,3)$

① $\triangle OBC=\frac{1}{2}\left|\begin{matrix}0 & 3 & 1 & 0\\ 0 & 1 & 3 & 0\end{matrix}\right|=\frac{1}{2}|9-1|=4$

② 

$3^2-2-2\times\frac{1}{2}\times3\times1$

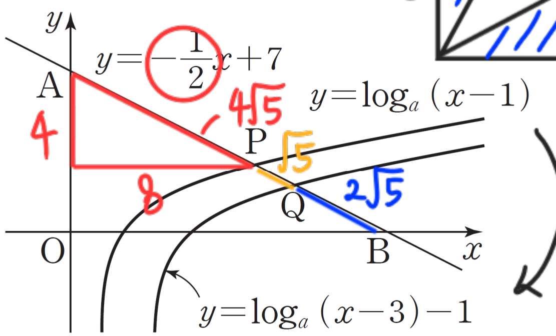
$=4$

$\boxed{4}$

#33p Level3 1번 그래프 2개 이상이면 관계부터 확인

\+ 직선이 평행이동 보조선인 경우

그림과 같이 직선 $y=-\frac{1}{2}x+7$이 y축, x축과 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 직선 $y=-\frac{1}{2}x+7$이 두 함수 $y=\log_a(x-1)$, $y=\log_a(x-3)-1$의 그래프와 만나는 점을 각각 P, Q라 하자. $\overline{AP}=2\overline{QB}$ 일 때, 상수 a의 값은? (단, $a>1$)



x $+2$

y -1

$P \xrightarrow[y\ -1]{x\ +2} Q$, $\overline{PQ}=\sqrt{5}$,

$A(0,7)$, $B(14,0)$ $\overline{AB}=7\sqrt{5}$.

$\overline{AP}+\overline{QB}=6\sqrt{5}$

$\overline{AP}=4\sqrt{5}$, $\overline{QB}=2\sqrt{5}$

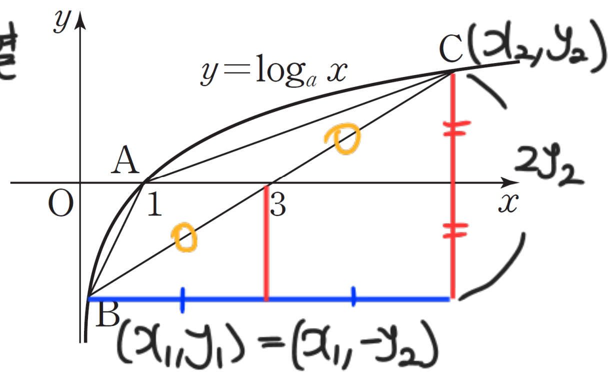
$A(0,7) \xrightarrow[y\ -4]{x\ +8} P(8,3)$를 $y=\log_a(x-1)$ 대입

$3=\log_a 7$, $7=a^3$, $a=7^{\frac{1}{3}}$

$\boxed{7^{\frac{1}{3}}}$

#33p Level3 3번 log(등비수열)=등차수열 , $a^{\text{등차수열}}$ =등비수열

그림과 같이 곡선 $y=\log_a x$ $(a>1)$ 위에 서로 다른 세 점 $A(1, 0)$, $B(x_1, y_1)$, $C(x_2, y_2)$가 있다. $x_1<1<x_2$를 만족시키는 세 수 x_1, 1, x_2는 이 순서대로 등비수열을 이룬다. 직선 BC의 x절편이 3이고 삼각형 ABC의 넓이가 4일 때, $a^2+\frac{1}{a^2}$의 값을 구하시오.



$$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 2\times 2y_2=4$$

$$y_2=2$$

$$C(a^2, 2),\ B(a^{-2}, -2)$$

$\overline{BC}$ 중점이 $(3, 0)$

$$\frac{1}{2}(a^2+a^{-2})=3 \quad \therefore a^2+\frac{1}{a^2}=6 \quad \boxed{6}$$

챙길 것이 있는 문제

#50p Level2 6번 두 각의 관계(합/차)에 대한 눈썰미

#50p Level2 7번 각의 이등분선의 방정식

#50p Level2 8번 대칭성을 이용한 실근의 합

#51p Level3 2번 격자점의 개수

#51p Level3 3번 합성함수 돌려 그리기 + 고정점 찾기

스스로 풀어볼 문제(어렵다/독특하다/새롭다)

#51p Level3 1번 합과 곱으로 나타내기(곱셈공식 변형 느낌)

#50p Level2 6번 두 각의 관계(합/차)에 대한 눈썰미

$\frac{\pi}{2}$ 차이

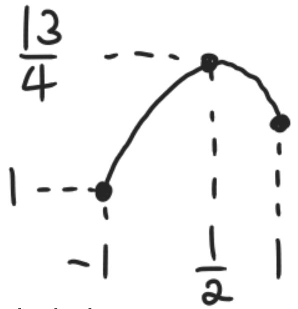
정의역이 $\{x|0 \leq x < 2\pi\}$인 함수 $y=\sin^2\left(x+\frac{7}{6}\pi\right)+\sin\left(x+\frac{5}{3}\pi\right)+2$가 $x=a\pi$ 또는 $x=b\pi$에서 최댓값 M을 갖고 $x=c\pi$에서 최솟값 m을 갖는다. $a+b+c+M+m$의 값은? (단, $a<b$)

$\sin\left(x+\frac{7}{6}\pi\right)=\sin\left(-\frac{\pi}{2}+\left(x+\frac{5}{3}\pi\right)\right)=-\cos\left(x+\frac{5}{3}\pi\right)$

$y=\cos^2\left(x+\frac{5}{3}\pi\right)+\sin\left(x+\frac{5}{3}\pi\right)+2$

$=-\sin^2\left(x+\frac{5}{3}\pi\right)+\sin\left(x+\frac{5}{3}\pi\right)+3$

$=-\left(X-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{13}{4}$



$X=\sin\left(x+\frac{5}{3}\pi\right)=\frac{1}{2}$, $x+\frac{5\pi}{3}=2\pi+\frac{\pi}{6},\ 2\pi+\frac{5\pi}{6}$

$x=\frac{\pi}{2},\ \frac{7\pi}{6}$ 일 때 $M=\frac{13}{4}$

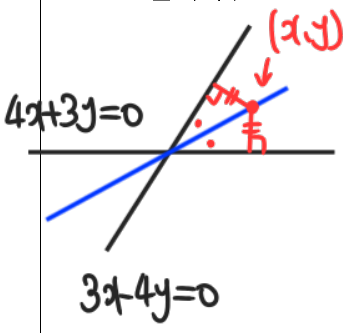
$X=\sin\left(x+\frac{5}{3}\pi\right)=-1$, $x+\frac{5\pi}{3}=2\pi+\frac{3\pi}{2}$,

$x=\frac{11\pi}{6}$ 일 때 $m=1$

$\frac{1}{2}+\frac{7}{6}+\frac{11}{6}+\frac{13}{4}+1=\frac{31}{4}$

#50p Level2 7번 각의 이등분선의 방정식

두 직선 $3x-4y=0$, $4x+3y=0$이 이루는 각을 이등분하는 직선 중에서 제3사분면을 지나는 직선을 l이라 하자. 제3사분면에서 직선 l 위에 있는 점 P에 대하여 동경 OP가 나타내는 각의 크기를 θ라 할 때, $\sin(\pi-\theta)+\cos(\pi+\theta)$의 값은? (단, O는 원점이다.)



$\frac{|3x-4y|}{5}=\frac{|4x+3y|}{5}$

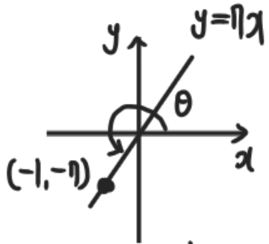
$3x-4y=\pm(4x+3y)$

$x+7y=0$ 또는 $7x-y=0$

$l: y=7x$

$\sin(\pi-\theta)+\cos(\pi+\theta)$

$=\sin\theta-\cos\theta=\frac{-6}{\sqrt{50}}=\frac{-3\sqrt{2}}{5}$



$\cos\theta=\frac{-1}{\sqrt{50}}$, $\sin\theta=\frac{-7}{\sqrt{50}}$

#50p Level2 8번 대칭성을 이용한 실근의 합

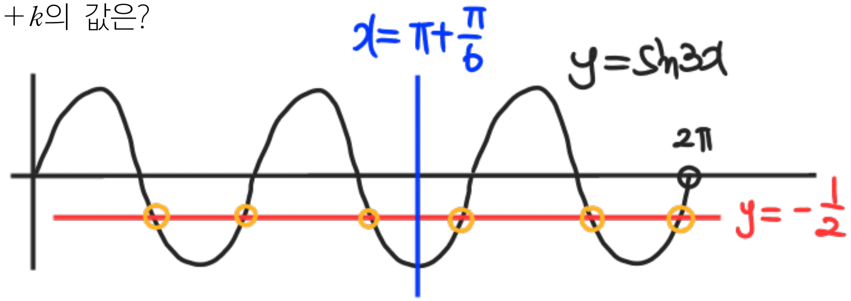
$0 \le x < 2\pi$일 때, 방정식 $2\cos 3x + 3\tan 3x = 0$을 만족시키는 모든 실수 x의 개수는 n이고 모든 실수 x의 값의 합은 $k\pi$이다. $n+k$의 값은?

$2\cos^2 3x + 3\sin 3x = 0$

$2\sin^2 3x - 3\sin 3x - 2 = 0$

$(2\sin 3x + 1)(\sin 3x - 2) = 0$

$\sin 3x = -\frac{1}{2}$



$n = 6 \quad k\pi = \left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) \times 6, \ k = 7 \quad \boxed{13}$

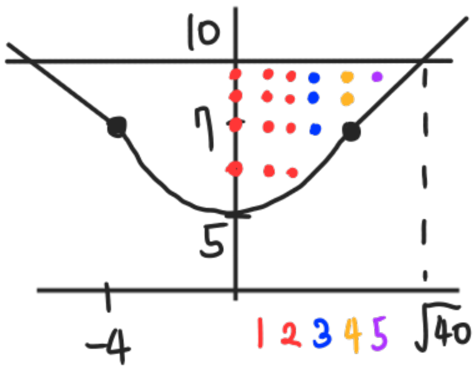
#51p Level3 2번 격자점의 개수

실수 x에 대하여 t에 대한 함수 $f(t) = 2\sin^2 t + x\cos t + 3$의 최댓값을 $g(x)$라 하자. 함수 $y = g(x)$의 그래프와 직선 $y = 10$으로 둘러싸인 도형의 내부에 있고 x좌표와 y좌표가 모두 정수인 점의 개수는?

$f(t) = -2\cos^2 t + x\cos t + 5$

$= -2\left(\cos t - \frac{x}{4}\right)^2 + \frac{x^2}{8} + 5$

$g(x) = \begin{cases} x+3 & x > 4 \\ -x+3 & x < -4 \\ \frac{x^2}{8}+5 & -4 \le x \le 4 \end{cases}$



$\underset{x=0}{4} + \underset{\substack{x>0 \\ x<0}}{2} \times (4+4+3+2+1)$

$= 4 + 2 \times 14 = 32$

$\boxed{32}$

#51p Level3 3번 합성함수 돌려 그리기 + 고정점 찾기

실수 k에 대하여 x에 대한 방정식

$$4\sin^2 x+\sin^2\left(\frac{3}{2}\pi-x\right)+3\sin(\pi+x)-k=0\left(0\le x<\frac{3}{2}\pi\right)$$

를 만족시키는 서로 다른 모든 실수 x의 개수를 $f(k)$라 하자. 직선 $y=ax-a+4$와 함수 $y=f(x)$의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 실수 a의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M+m$의 값은?

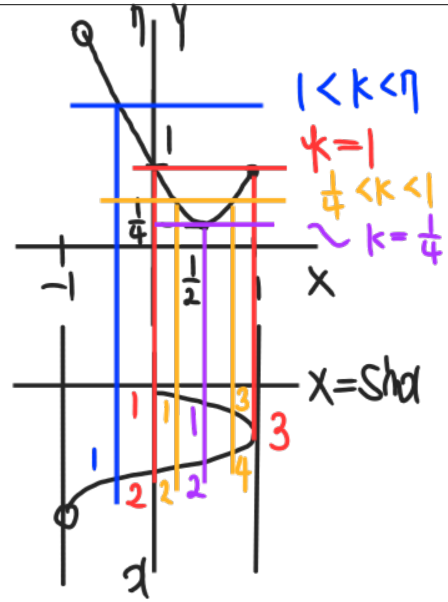
$4\sin^2 x+\cos^2 x-3\sin x-k=0$

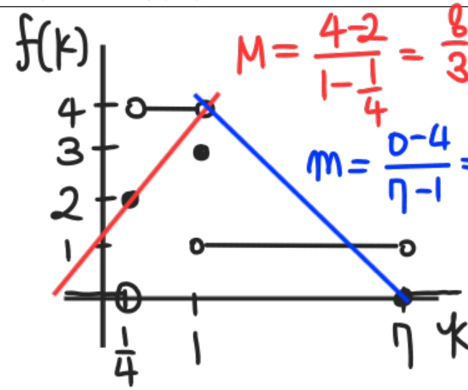
$3\sin^2 x-3\sin x+1=k$

$3\sin x(\sin x-1)+1=k$

$X=\sin x\left(0\le x<\frac{3}{2}\pi\right)$

$Y=3X(X-1)+1=k$





$M=\dfrac{4-2}{1-\frac14}=\dfrac83$

$m=\dfrac{0-4}{7-1}=-\dfrac23$

$y=ax-a+4$

$=a(x-1)+4 \leftarrow (1,4)$ 지남

$M+m=2$

#51p Level3 1번 합과 곱으로 나타내기(곱셈공식 변형 느낌)

$\sin x\times\cos y=\cos x+\sin y=\frac{\sqrt{2}}{4}$일 때, $(\cos x-\sin y)^2$의 값은?

$\cos x=X,\ \sin y=Y$

$=(X-Y)^2=(X+Y)^2-4XY=\left(\frac{\sqrt2}{4}\right)^2-4\times\left(-\frac12\right)=\frac18+2=\frac{17}{8}$ $\boxed{\frac{17}{8}}$

$\frac18=\sin^2 x\cos^2 y=(1-\cos^2 x)(1-\sin^2 y)=X^2Y^2-(X^2+Y^2)+1$, $\frac18=X^2Y^2+2XY-\frac18+1$, $(XY+1)^2=\frac14$,

$\frac18=\cos^2 x+\sin^2 y+2\cos x\sin y=X^2+Y^2+2XY$, $X^2+Y^2=\frac18-2XY$

$XY=-1\pm\frac12$

$XY=\cos x\sin y=-\frac12,\ \cancel{-\frac32}$

챙길 것이 있는 문제

#55p 유제 2번 원은 중심에서 긋는 보조선

#61p 예제 4번 원에 내접하는 사각형은 대각의 합이 π

#59p 유제 5번 삼각형의 성립조건

#62p Level1 3번 직각 눈썰미

#66p Level2 9번 산술평균 기하평균 유의할 점

#61p 유제 6번 하나의 삼각형 넓이를 두 가지 방법으로 구하기

#57p 예제 2번 내각이등분선 성질 + 각 하나로 코사인 두 번

#63p Level1 7번 내각이등분선의 성질 두 가지

#66p Level2 12번 삼각형의 내접원의 반지름의 길이

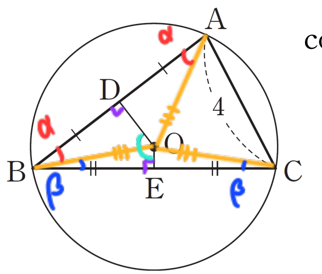
#67p Level3 3번 삼각형의 내접원/외접원의 반지름의 길이

스스로 풀어볼 문제(어렵다/독특하다/새롭다)

#67p Level3 1번 수1 풀이 + 미적분 풀이

#67p Level3 2번

#55p 유제 2번 원은 중심에서 긋는 보조선



$\cos(\angle DOE) = -\frac{\sqrt{5}}{3}$일 때, 이 원의 넓이는?

$\pi - (\alpha+\beta)$

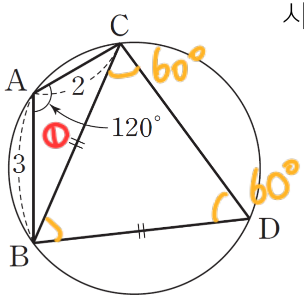
$\cos(\alpha+\beta) = \frac{\sqrt{5}}{3}$,

$\sin(\alpha+\beta) = \frac{2}{3}$

$\frac{\overline{AC}}{\sin(\alpha+\beta)} = 2R$, $2R = 4 \times \frac{3}{2}$, $R=3$

$\boxed{9\pi}$

#61p 예제 4번 원에 내접하는 사각형은 대각의 합이 π



사각형 ABCD의 넓이는?

$\overline{AC}^2 = 2^2+3^2-2\times2\times3\cos120°$

$= 4+9+6$

$= 19$,

① + ②

$\frac{1}{2}\times2\times3\times\sin120° + \frac{\sqrt{3}}{4}\times19$

$= \frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{19\sqrt{3}}{4} = \frac{25\sqrt{3}}{4}$

$\boxed{\frac{25\sqrt{3}}{4}}$

#59p 유제 5번 삼각형의 성립조건

$* \frac{a}{\sin A} = 2R$

$\pi - C$

삼각형 ABC가 $\sin A + \sin B - \sin(A+B) = 2\sin A\cos C$를 만족시킬 때, 삼각형 ABC의 모양으로 항상 옳은 것은?

$\sin A + \sin B - \sin C = 2\sin A\cos C$

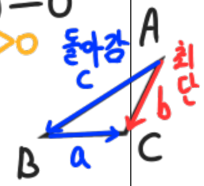
$\frac{a+b-c}{\cancel{2R}} = \cancel{2}\times\frac{a}{\cancel{2R}}\times\frac{a^2+b^2-c^2}{\cancel{2}ab}$

$(a-c)b = (a-c)(a+c)$

$(a-c)(a+c-b) = 0$

>0 둘의 합

$\boxed{a=c \text{인 이등변}}$

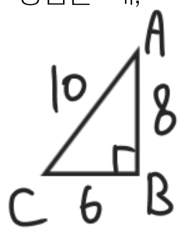


#62p Level1 3번 직각 눈썰미

$\overline{AB} = 8$인 삼각형 ABC에 대하여 $\frac{\sin A}{3} = \frac{\sin B}{5} = \frac{\sin C}{4}$가 성립할 때, 삼각형 ABC의 넓이는?

$\sin A : \sin B : \sin C = 3:5:4$

$a:b:c = 3:5:4 \rightarrow$ 직각



$\boxed{24}$

*익숙해지기

$3^2+4^2=5^2$

$5^2+12^2=13^2$

$8^2+15^2=17^2$

$7^2+24^2=25^2$

#66p Level2 9번 산술평균 기하평균 유의할 점

삼각형 ABC에서 $\sin^2 A + \sin^2 B = 2\sin^2 C$일 때, $\cos C$의 최솟값은?

① 여러번 쓰면 등호조건 확인

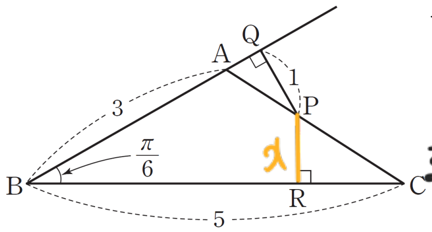
② 합 또는 곱이 상수 아니면 조심

$a^2+b^2=2c^2$

$\cos C = \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab} = \frac{a^2+b^2}{4ab} = \frac{1}{4}\left(\frac{b}{a}+\frac{a}{b}\right) \geq \frac{1}{4}\times2\sqrt{\underbrace{\frac{b}{a}\times\frac{a}{b}}_{=1}} = \frac{1}{2}$

$\boxed{\frac{1}{2}}$

#61p 유제 6번 하나의 삼각형 넓이를 두 가지 방법으로 구하기



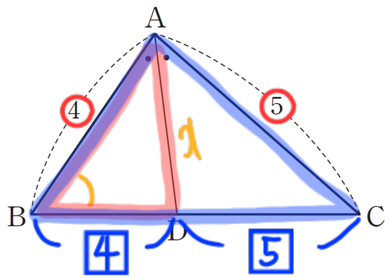
선분 PR의 길이는?

$\triangle ABC = \triangle PBC + \triangle PBQ$

$\frac{1}{2}\times5\times3\times\sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}\times5x + \frac{1}{2}\times3\times1$

$\frac{15}{4} = \frac{5}{2}x + \frac{3}{2}$, $x = \frac{9}{10}$ $\boxed{\frac{9}{10}}$

#57p 예제 2번 내각이등분선 성질 + 각 하나로 코사인 두 번



$\cos A = \frac{1}{8}$, 선분 AD의 길이는?

$\overline{BC}^2 = 4^2+5^2-2\times4\times5\cos A$

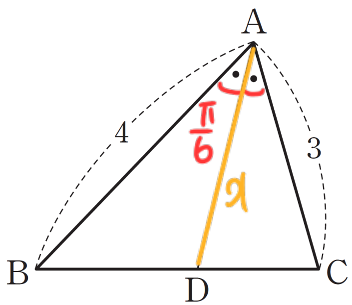
$= 16+25-5 = 36$

$\overline{BC} = 6$. $\overline{BD} = 6\times\frac{4}{9} = \frac{8}{3}$

$\cos B = \frac{4^2+\left(\frac{8}{3}\right)^2-x^2}{2\times4\times\frac{8}{3}} = \frac{4^2+6^2-5^2}{2\times4\times6}$

$\leadsto x = \frac{10}{3}$ $\boxed{\frac{10}{3}}$

#63p Level1 7번 내각이등분선의 성질 두 가지



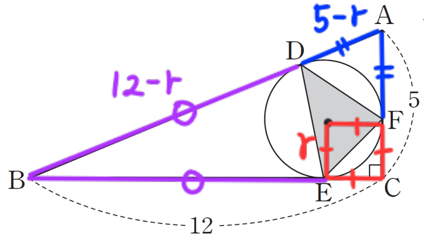
$\angle BAC = \frac{\pi}{3}$, 선분 AD의 길이는?

$\triangle ABC = \triangle ABD + \triangle ADC$

$\frac{1}{2}\times4\times3\sin\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}\times4x\sin\frac{\pi}{6} + \frac{1}{2}\times3x\sin\frac{\pi}{6}$

$\boxed{\frac{12\sqrt{3}}{7}}$

#66p Level2 12번 삼각형의 내접원의 반지름의 길이



삼각형 DEF의 넓이는?

$\overline{AC} = 13 = (5-r)+(12-r)$, $r = 2$

$\sin A = \frac{12}{13}$　$\triangle ADF = \frac{1}{2}\times(5-r)^2\sin A = \frac{54}{13}$

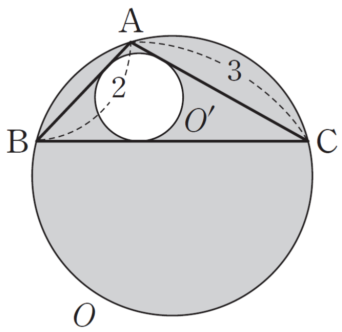
$\sin B = \frac{5}{13}$　$\triangle BED = \frac{1}{2}(12-r)^2\sin B = \frac{250}{13}$

$\triangle ECF = \frac{1}{2}r^2 = 2$

$\triangle DEF = \triangle ABC - \triangle ADF - \triangle BED - \triangle ECF = \frac{60}{13}$

$\boxed{\frac{60}{13}}$

#67p Level3 3번 삼각형의 내접원/외접원의 반지름의 길이



$\cos(\angle BAC) = -\frac{1}{4}$, 색칠한 부분의 넓이는?

①

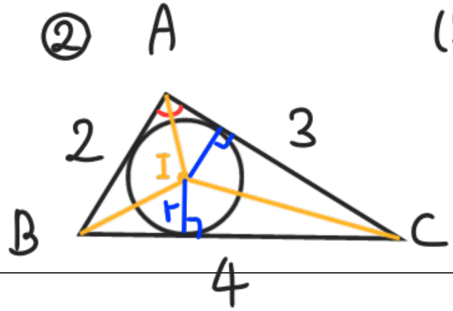
$\overline{BC}^2 = 2^2+3^2-2\times2\times3\cos A = 16$

$\overline{BC} = 4$, $\sin A = \frac{\sqrt{15}}{4}$,

$\frac{\overline{BC}}{\sin A} = 2R$, $R = \frac{1}{2}\times4\times\frac{4}{\sqrt{15}} = \frac{8}{\sqrt{15}}$,

(외접원 넓이) $= \pi R^2 = \frac{64}{15}\pi$

②



$\triangle ABC = \triangle ABI + \triangle BCI + \triangle CAI$

$\frac{1}{2}\times2\times3\sin A = \frac{1}{2}\times2r + \frac{1}{2}\times4r + \frac{1}{2}\times3r$

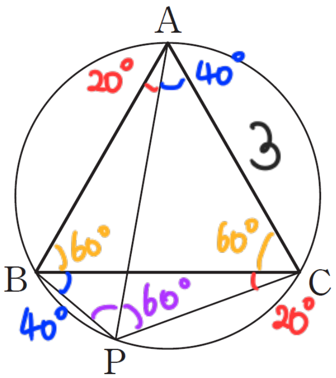
$r = \frac{\sqrt{15}}{6}$, (내접원 넓이) $= \pi r^2 = \frac{5}{12}\pi$

$\boxed{\frac{49}{20}\pi}$

#67p Level3 1번 수1 풀이 + 미적분 풀이

그림과 같이 반지름의 길이가 $\sqrt{3}$인 원에 내접하는 정삼각형 ABC가 있다. ∠BAC를 삼등분하는 직선 중 하나가 점 A를 포함하지 않는 호 BC와 만나는 점을 P라 할 때, $\overline{PA}^2+\overline{PB}^2+\overline{PC}^2$의 값은?

$\boxed{18}$



풀이 ① (미적분)

△APC에서 $\frac{\overline{PC}}{\sin 40°}=\frac{\overline{PA}}{\sin 80°}=2\sqrt{3}$

$\overline{PA}=2\sqrt{3}\sin 80°$, $\overline{PC}=2\sqrt{3}\sin 40°$

△APB에서 $\frac{\overline{PB}}{\sin 20°}=2\sqrt{3}$

$\overline{PB}=2\sqrt{3}\sin 20°$

$\overline{PA}^2+\overline{PB}^2+\overline{PC}^2=12(\sin^2 20+\sin^2 40+\sin^2 80)$ $\quad \sin^2\theta=\frac{1-\cos 2\theta}{2}$

$=12\left(\frac{3}{2}-(\cos 40°+\cos 80°+\cos 160°)\right)$ $\quad \cos A+\cos B=2\cos\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2}$

$=12\left(\frac{3}{2}-(\underbrace{2\cos 60°\cos 20°-\cos 20°}_{=0})\right)$

$=18$

풀이 ② (수학 I)

$\overline{AC}^2=\overline{PA}^2+\overline{PC}^2-2\times\overline{PA}\times\overline{PC}\cos 60°$

$\overline{AB}^2=\overline{PA}^2+\overline{PB}^2-2\times\overline{PA}\times\overline{PB}\cos 60°$

⊖

$\overline{PC}^2-\overline{PB}^2=\overline{PA}(\overline{PC}-\overline{PB})$, $\overline{PA}=\overline{PB}+\overline{PC}$

$\overline{BC}^2=\overline{PB}^2+\overline{PC}^2-2\times\overline{PB}\times\overline{PC}\cos 120°$

$3^2=\overline{PB}^2+\overline{PC}^2+\overline{PB}\times\overline{PC}$

$\overline{PA}^2+\overline{PB}^2+\overline{PC}^2=(\overline{PB}+\overline{PC})^2+\overline{PB}^2+\overline{PC}^2$

$=2(\overline{PB}^2+\overline{PB}\times\overline{PC}+\overline{PC}^2)$

$=2\times 3^2=18$

#67p Level3 2번

삼각형 ABC가 다음 조건을 만족시킬 때, 삼각형 ABC의 모양으로 항상 옳은 것은?

(가) $\sin A+\sin B=2\sin C$
(나) $\cos A+\cos B=2\cos C$

(가) $\frac{a}{2R}+\frac{b}{2R}=2\times\frac{c}{2R}$, $a+b=2c$

(나) $\left(\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}+\frac{c^2+a^2-b^2}{2ca}\right)\times 2abc=2\times\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}\times 2abc$

$a(b^2+c^2-a^2)+b(c^2+a^2-b^2)=2c(a^2+b^2-c^2)$

$(a+b)c^2+(b-a)(a^2-b^2)=(a+b)(a^2+b^2-c^2)$

$c^2-(a-b)^2=a^2+b^2-c^2$

$\left(\frac{a+b}{2}\right)^2-a^2+2ab-b^2=a^2+b^2-\left(\frac{a+b}{2}\right)^2$

$\frac{(a+b)^2}{2}=2a^2-2ab+2b^2$,

$a^2+2ab+b^2=4a^2-4ab+4b^2$,

$3(a-b)^2=0$

$a=b$, 그런데 $c=\frac{a+b}{2}=a$ $\boxed{\text{정삼각형}}$

챙길 것이 있는 문제

#79p Level1 6번 유연한 사고

#80p Level2 5번 유연한 사고 : 등차중항

#81p Level2 6번 등차수열 부분합의 부호 변화 관찰

#81p Level2 7번 a_{2n}을 알면 a_n을 구할 수 있을까?

#82p Level2 12번 등비수열로 만든 등비수열

#83p Level3 1번 등차수열 일반항의 부호 변화 관찰

#83p Level3 2번 등차수열 부분합의 부호 변화 관찰

#83p Level3 3번 등차수열과 일차함수

#79p Level1 6번 유연한 사고

등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. $S_{10}-2S_7=3-S_4$일 때, $a_{16}-a_1$의 값을 구하시오.

공차 9d인 등차수열

기계적인 공식 No

* $a_5+a_6+a_7,\ a_8+a_9+a_{10},\ a_{11}+a_{12}+a_{13},\cdots$ (+9d, +9d)

$S_{10}-S_7=3+S_7-S_4$

$a_5+3d \quad a_6+3d \quad a_7+3d$

$a_8+a_9+a_{10}=3+a_5+a_6+a_7$

$9d=3,\ d=\frac{1}{3}$

$a_{16}-a_1=15d=5 \quad \boxed{5}$

#80p Level2 5번 유연한 사고 : 등차중항

첫째항과 공차가 모두 양수인 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. $\dfrac{S_7+6a_1}{S_5-S_2}=4$일 때, $\dfrac{a_4}{a_1}$의 값은?

$$\frac{(a_1+a_2+a_3+a_4+a_5+a_6+a_7)+6a_1}{a_3+a_4+a_5}=\frac{7a_4+6a_1}{3a_4}=4$$

$7a_4+6a_1=12a_4$

$6a_1=5a_4$

$\dfrac{a_4}{a_1}=\dfrac{6}{5} \quad \boxed{\tfrac{6}{5}}$

#81p Level2 6번 등차수열 부분합의 부호 변화 관찰

첫째항이 10이고 공차가 d인 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. 모든 자연수 n에 대하여 $S_n+|S_n-20|=20$을 만족시키는 정수 d의 최댓값은?

$\Leftrightarrow S_n\le 20$

$d\ge 0$ a_n: 10, 11, 12, 13 ⋯ → S_n이 계속 증가, 어느 순간 $S_n>20$

$d<0$ $d=-1$, 10, 9, 8, 7, ⋯
$d=-2$, 10, 8, 6, 4, ⋯
$d=-3$, 10, 7, 4, 1, ⋯
$S_3>20$

$d=-4$, 10, 6, 2, -2, ⋯
$S_3=18$, 이후로는 감소. $\boxed{-4}$

#81p Level2 7번 a_{2n}을 알면 a_n을 구할 수 있을까?

등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. 모든 자연수 n에 대하여 $S_{2n}-S_{2n-1}=4n+3$일 때, $(a_{10}+a_{12}+a_{14}+a_{16}+a_{18})-(a_1+a_3+a_5+a_7)$의 값은?

$a_{2n}=4n+3$

$a_{14}=31$

$a_4=11$

$=5a_{14}-4a_4$

$=5\times 31-4\times 11=111 \quad \boxed{111}$

* $a_{2n}=4n+3\ (n=\frac{1}{2},1,\frac{3}{2},\cdots)$
$a_n=2n+3\ (n=1,2,3,\cdots)$
일반적으로 불가. 등차수열이라 가능.

#82p Level2 12번 등비수열로 만든 등비수열

등비수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_1=2$, $a_3=4$일 때, $a_1a_3+a_2a_4+a_3a_5+a_4a_6+a_5a_7$의 값은?

$\times r^2$

$a_1a_3 \quad a_2a_4 \quad a_3a_5 \quad a_4a_6 \quad a_5a_7$

$\times r \quad \times r$

첫항 $a_1a_3=8$

공비 $r^2=\frac{a_3}{a_1}=2$,

$\frac{8(2^5-1)}{2-1}=248$

$\boxed{248}$

★ a_n : 등비수열 (공비 r)

$(a_1+a_2+a_3)+(a_4+a_5+a_6)+(a_7+a_8+a_9)+\cdots$

$\times r^3$ 공비 r^3인 등비수열

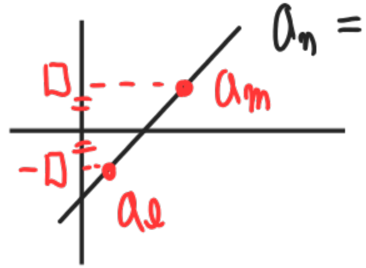
$a_1a_2a_3+a_4a_5a_6+a_7a_8a_9+\cdots$

$\times r^9$ 공비 r^9인 등비수열

#83p Level3 1번 등차수열 일반항의 부호 변화 관찰

첫째항이 -12, 공차가 d인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $|a_l|=|a_m|$을 만족시키는 세 자연수 d, l, m의 모든 순서쌍 (d, l, m)의 개수는? (단, $l<m$)

$a_n=-12+(n-1)d$



$a_l+a_m=0=(a_1+(l-1)d)+(a_1+(m-1)d)$
$=-24+(m+l-2)d$

$(m+l-2)d=24=2^3\times3$

d	$m+l-2$	$m+l$	l
1	24	26	1~12
2	12	14	1~6
3	8	10	1~4
4	6	8	1~3
6	4	6	1~2
8	3	5	1~2
12	2	4	1
24	1	3	1

31개

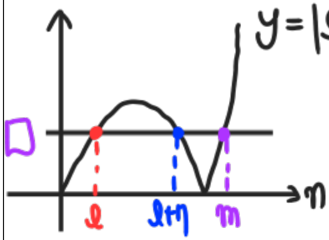
$\boxed{31}$

#83p Level3 2번 등차수열 부분합의 부호 변화 관찰

첫째항이 -30이고 공차가 d인 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. d와 S_n은 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) d는 $3<d<30$인 자연수이다.
> (나) $|S_l|=|S_{l+7}|=|S_m|$을 만족시키는 서로 다른 두 자연수 l, m이 존재한다.

$a_l+a_{l+7}+a_m$의 값을 구하시오. (단, $m>l+7$)



$a_{l+4}=0$

⊖ 합 $=0$ ⊕ 합 $=2□$

$\cdots\ a_l\ a_{l+1}\cdots\ 0\ \cdots\ a_{l+7}\ a_{l+8}\ \cdots\ a_m$

$S_l=-□$, $S_{l+7}=-□$, $S_m=□$

$0=a_{l+4}=-30+(l+3)d,$

$(l+3)d=30=2\times3\times5$

l	d	
3	5	→①
2	6	→②

① $a_1\ a_2\ a_3\ /\ a_4\cdots a_7\cdots a_{10}\ /\ a_{11}\ a_{12}\ a_{13}\ /\ a_{14}\ a_{15}$

$-30\ -25\ -20\ /\ -15\cdots\ 0\ \cdots\ 15\ /\ 20\ 25\ 30\ /\ 35\ 40$

$S_3=-75$, $S_{10}=-75$, $S_{15}=75$

$\boxed{35}$

② $a_1\ a_2\ /\ a_3\ a_4\ a_5\ a_6\ a_7\ a_8\ a_9\ /\ a_{10}\ a_{11}\ /\ a_{12}\ a_{13}$

$-30\ -24\ /\ -18\ -12\ -6\ 0\ 6\ 12\ 18\ /\ 24\ 30\ /\ 36\ 42$

$S_2=-54$, $S_9=-54$, $S_m\neq54$

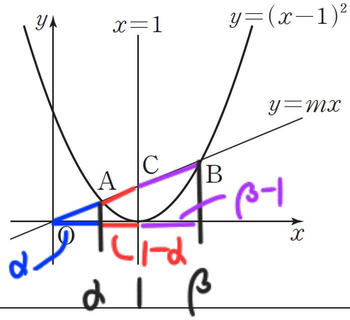
#83p Level3 3번 등차수열과 일차함수

그림과 같이 곡선 $y=(x-1)^2$과 직선 $y=mx\,(m>0)$이 만나는 두 점을 각각 A, B라 하고, 직선 $y=mx$가 직선 $x=1$과 만나는 점을 C라 하자. 또 $\overline{\mathrm{OA}}=a$, $\overline{\mathrm{OB}}=b$, $\overline{\mathrm{OC}}=c$라 하자. 세 수 $c-a$, a, $b-c$가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?
(단, O는 원점이고, 점 A의 x좌표는 점 B의 x좌표보다 작다.)

< 보 기 >

ㄱ. $b=3a$
ㄴ. 세 수 a, c, b는 이 순서대로 등비수열을 이룬다.
ㄷ. $(m+2)^2=\dfrac{14}{3}$

$\boxed{ㄱ,ㄴ}$



ㄱ $2a=(c-a)+(b-c)$, $b=3a$

ㄴ $(x-1)^2=mx$ 의 두 근 $\alpha,\beta\ (\alpha<\beta)$.
$x^2-(m+2)x+1=0$, $\alpha\beta=3\alpha^2=1$, $\alpha=\frac{1}{\sqrt3}$, $\beta=\sqrt3$

$1-\alpha,\ \alpha,\ \beta-1$ 등차. $2\alpha=\beta-\alpha$, $\beta=3\alpha$

$\overline{OA}:\overline{OB}:\overline{OC}=\alpha:1:\beta=\frac{1}{\sqrt3}:1:\sqrt3$

~~ㄷ~~ 두 근의 합 $m+2=\alpha+\beta=\frac{1}{\sqrt3}+\sqrt3=\frac{4}{\sqrt3}$

$(m+2)^2=\frac{16}{3}$

챙길 것이 있는 문제

#102p Level3 1번 부분합으로 일반항 구할 때 $n=1$은 따로

#102p Level3 2번 귀납적으로 정의된 수열 수형도 그리기

#수학적 귀납법 평소 공부할 때 한줄 한줄 증명해보기

스스로 풀어볼 문제(어렵다/독특하다/새롭다)

#102p Level3 3번

#102p Level3 4번 시험용 풀이와 복습할 포인트

#102p Level3 1번 부분합으로 일반항 구할 때 $n=1$은 따로

수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 $\sum_{k=1}^{n}\frac{a_k a_{k+1}}{2k+1}=4n^2+16n$을 만족시킬 때, $\frac{a_9-a_7}{a_9+a_7}=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

S_n

$n=1$ 일 때, $\frac{a_1a_2}{3}=20$

$S_n-S_{n-1}=\frac{a_na_{n+1}}{2n+1}=(4n^2+16n)-(4(n-1)^2+16(n-1))$ $(n\geq 2)$

$=8n+12$ → $n=1$ 일 때도 성립

→ $a_na_{n+1}=4(2n+1)(2n+3)$

$a_7a_8=4\times15\times17$

$a_8a_9=4\times17\times19$) ÷ $\frac{a_7}{a_9}=\frac{15}{19}$

$\frac{a_9-a_7}{a_9+a_7}=\frac{1-\frac{a_7}{a_9}}{1+\frac{a_7}{a_9}}=\frac{1-\frac{15}{19}}{1+\frac{15}{19}}=\frac{4}{34}=\frac{2}{17}$ $\boxed{19}$

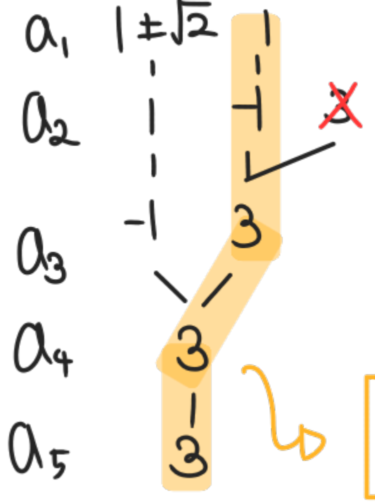
#102p Level3 2번 귀납적으로 정의된 수열 수형도 그리기

모든 항이 0이 아닌 정수인 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 $a_{n+1}=a_n^2-2a_n$을 만족시킨다. $a_2\neq a_3$, $a_4=a_5$일 때, $\sum_{k=1}^{5}a_k$의 값을 구하시오.

$a_5=a_4^2-2a_4=a_4$

$a_4(a_4-3)=0$

$a_4=\cancel{0},\ 3$



$\boxed{9}$

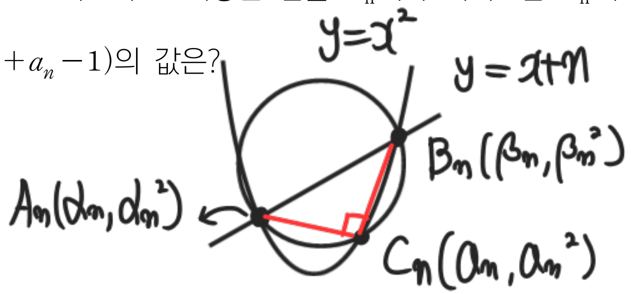
$a_1^2-2a_1=1$ → $a_1=1\pm\sqrt{2}$

$a_2^2-2a_2=-1$ → $a_2=1$

$a_3^2-2a_3=3$ → $a_3=-1,3$

#102p Level3 3번

자연수 n에 대하여 곡선 $y=x^2$과 직선 $y=x+n$이 만나는 서로 다른 두 점을 각각 $\mathrm{A_n}$, $\mathrm{B_n}$이라 하자. 선분 $\mathrm{A_nB_n}$을 지름으로 하는 원이 곡선 $y=x^2$과 만나는 점 중 두 점 $\mathrm{A_n}$, $\mathrm{B_n}$이 아니고 x좌표가 0 이상인 점을 $\mathrm{C_n}$이라 하자. 점 $\mathrm{C_n}$의 x좌표를 a_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{10}(a_n^2+a_n-1)$의 값은?



$x^2=x+n$ 의 두 실근 α_n, β_n

$x^2-x-n=0$, $\alpha_n+\beta_n=1$, $\alpha_n\beta_n=-n$

$\overline{B_nC_n}$, $\overline{A_nC_n}$ 수직 $\dfrac{\alpha_n^2-a_n^2}{\alpha_n-a_n}\times\dfrac{\beta_n^2-a_n^2}{\beta_n-a_n}=-1$

$(\alpha_n+a_n)(\beta_n+a_n)=a_n^2+(\alpha_n+\beta_n)a_n+\alpha_n\beta_n=-1$

$a_n^2+a_n-n=-1$

$\sum_{n=1}^{10}(a_n^2+a_n-1)=\sum_{n=1}^{10}(n-2)=55-20=35$

$\boxed{35}$

#102p Level3 4번 시험용 풀이와 복습할 포인트

수열 $\{a_n\}$은 $a_1=5$이고, 모든 자연수 n에 대하여 $\begin{cases} a_{2n}=a_n-1 \\ a_{2n+1}=2a_n-3 \end{cases}$을 만족시킨다.

작아져

커져($a_n>3$)

집합 $A=\{a_n|n$은 50이하의 자연수$\}$의 원소의 값 중 최댓값은?

실전 Ver.

커져야 하니까...

$a_1=5$

$a_3=2\times5-3=7$

$a_7=2\times7-3=11$

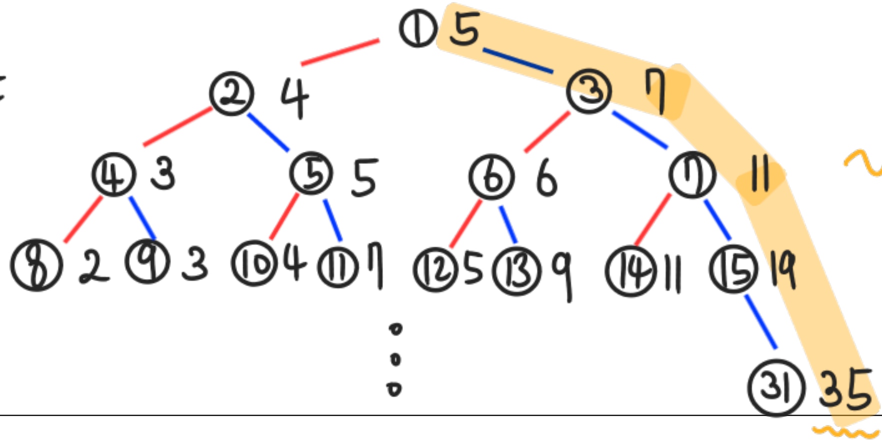
$a_{15}=2\times11-3=19$

$a_{31}=2\times19-3=35$

복습 Ver.

한 눈에 파악하기 좋은 표현 도구

→수형도(가지치기)



→최대 Line

$\boxed{35}$