

수학 영역

성명		수험 번호					-				
----	--	-------	--	--	--	--	---	--	--	--	--

- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

우리도 단심을 지켜서 명월 볼 날 기다리노라

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고 하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 공통 과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하십시오.

- **공통과목** 1~8 쪽
- **선택과목**
 - 확률과 통계 9~12 쪽
 - 미적분 13~16 쪽
 - 기하 17~20 쪽

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

2022학년도 주예지T X MENTOR 모의평가 수학 영역 4회

총괄

박지민 AJOODA LAB

팀장

정다예 (수학 I) 이다희 (수학 II) 김남석 (확률과 통계) 박상우 (미적분) 진남현 (기하)

출제 및 검수

김남석 김성호 김예지 김익성 김현우 박상우 박지민 백호 이다희 이종현 정다예 지승현 진남현 차영훈

검수

박진우 유수민 이동원 이희태 조은혜

해설

박지민 : 공통, 미적분, 기하

이종현 : 확률과 통계

일러스트

김예지 박지민 정다예

문제지 편집

이종현



확률과 통계 빠른 채점



미적분 빠른 채점



기하 빠른 채점

문의 사항은

카카오톡 플러스친구 채널 ASK MENTOR

(검색용 ID : mentormath)

인스타그램 mentor_math_

로 연락 주시기 바랍니다.

무단 전재 및 배포를 금합니다.

5지선다형

1. $6^{\frac{3}{2}} \times 2^{-\frac{3}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① $2\sqrt{3}$ ② $3\sqrt{3}$ ③ $4\sqrt{3}$ ④ $5\sqrt{3}$ ⑤ $6\sqrt{3}$

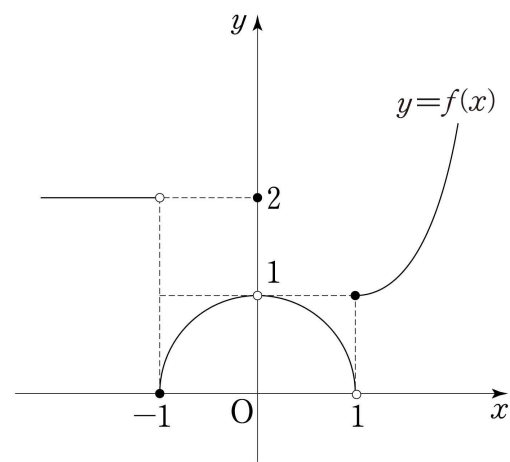
2. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 3}$ 의 값은? [2점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

3. $\sin\theta \times \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \frac{1}{9}$ 일 때, $\cos\theta$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) [3점]

- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{\sqrt{5}}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{6}}{3}$ ④ $\frac{\sqrt{7}}{3}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

4. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$2a_2 = a_6$ 일 때, $\frac{S_4}{a_4}$ 의 값은? (단, $a_4 \neq 0$) [3점]

- ① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

6. 열린구간 $(a, 2)$ 에서 정의된 함수 $f(x) = x^3 - 2x^2 - 4x + 1$ 이

역함수를 갖도록 하는 실수 a 의 최솟값은? (단, $a < 2$) [3점]

- ① $-\frac{5}{3}$ ② $-\frac{4}{3}$ ③ -1 ④ $-\frac{2}{3}$ ⑤ $-\frac{1}{3}$

7. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t ($t \geq 0$)에서의 위치 x 가

$$x = t^3 + at^2 - 2t + 3$$

이다. $t=2$ 에서 점 P의 가속도가 10일 때, $t=1$ 에서 점 P의 속도는? (단, a 는 상수이다.) [3점]

- ① -5 ② -1 ③ 3 ④ 7 ⑤ 11

8. 정의역이 $\{x \mid -1 \leq x \leq 2\}$ 인 두 함수 $f(x)=4^x$,
 $g(x)=a^{-x}$ ($a > 0, a \neq 1$)에 대하여 함수 $f(x)g(x)$ 가 최댓값
 $\frac{16}{9}$ 을 갖도록 하는 모든 실수 a 의 값의 곱은? [3점]
- ① 64 ② 32 ③ $\frac{64}{3}$ ④ 16 ⑤ $\frac{64}{5}$

9. 함수 $f(x)=x^2-x$ 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점
 $O(0, 0)$ 에서의 접선 l 과 수직이고 원점을 지나는 직선이
 곡선 $y=f(x)$ 와 만나는 점 중 점 O 가 아닌 점을 A 라 하자.
 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 A 에서의 접선이 접선 l 과 만나는 점을
 B 라 할 때, 삼각형 OAB 의 넓이는? [4점]
- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

10. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때,
 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n kS_k = 2^{n+1} - n(n+1)$$

이 성립한다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

$n=1$ 일 때, $S_1=2^2-2=2$ 이므로 $a_1=2$ 이고,
 $n \geq 2$ 인 모든 자연수 n 에 대하여

$$nS_n = \sum_{k=1}^n kS_k - \sum_{k=1}^{n-1} kS_k = 2^n - \boxed{\text{(가)}}$$

이다. 즉, $S_n = \frac{2^n - \boxed{\text{(가)}}}{n}$ 이고, $a_1 = S_1 = 2$ 이다.

$n=2$ 일 때, $S_2=0$ 이므로 $a_2 = \boxed{\text{(나)}}$ 이고,

$n \geq 3$ 인 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n = S_n - S_{n-1}$$

이므로

$$a_n = \boxed{\text{(다)}} \quad (n \geq 3), \quad a_1 = 2, \quad a_2 = \boxed{\text{(나)}}$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n), g(n)$ 이라 하고,
 (나)에 알맞은 수를 p 라 할 때, $f(2)g(3)+p$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

11. 함수 $f(x) = |x^2 - 1| - 1$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_1 , 곡선 $y = f(x)$ 와 x 축 및 직선 $x = k$ ($k > \sqrt{2}$)로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_2 라 하자. $S_1 = 2S_2$ 일 때, k 의 값은? [4점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

12. 최고차항의 계수가 1이고 $x = -2$, $x = 2$ 에서 극값을 갖는 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 가

$$g(x) = f(x) + |f(x)|$$

이다. $g(-2) + g(2) = 2g(-1) - 4$ 일 때, $f(0)$ 의 값은? [4점]

- ① -4 ② -1 ③ 2 ④ 5 ⑤ 8

13. 양수 k 와 자연수 m 에 대하여

곡선 $y = \sin \frac{\pi}{k} x$ ($0 \leq x \leq 5k$)와 직선 $y = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 가 만나는 점을 x 좌표가 작은 순서대로 각각 P_1, P_2, \dots, P_m 이라 하고, 점 $A(k, 0)$ 에 대하여 선분 P_1A 를 2:1로 외분하는 점을 Q 라 하자. 삼각형 P_1P_2A 의 넓이를 $S(k)$, 삼각형 P_2P_mQ 의 넓이를 $T(k)$ 라 할 때, $S(m) \times T(m)$ 의 값은? [4점]

- ① 17 ② 18 ③ 19 ④ 20 ⑤ 21

14. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값은? [4점]

(가) 모든 실수 x 에 대하여

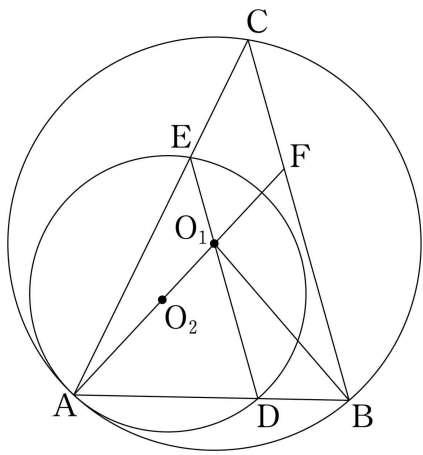
$$\int_2^{2+x} f(t) dt = \int_2^{2-x} f(t) dt$$

이다.

(나) 방정식 $\int_1^x f(t) dt = 0$ 은 서로 다른 세 실근을 갖는다.

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{5}{8}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

15. 그림과 같이 삼각형 ABC에 외접하고 중심이 O_1 인 원 C_1 이 있다. 선분 AB 위의 점 D와 선분 AC 위의 점 E에 대하여 세 점 A, D, E를 지나고 중심이 O_2 인 원 C_2 가 원 C_1 과 점 A에서 접한다. 점 O_1 은 선분 DE 위에 있고, 두 원의 반지름의 길이의 비가 3:2이다. 직선 AO_1 과 선분 BC가 만나는 점을 F라 하자. $\overline{O_1O_2}=1$ 이고 $\cos(\angle FAB)=\frac{2}{3}$ 일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]



- <보 기>
- | |
|--|
| ㄱ. $\angle AO_1B = 2\angle ACB$
ㄴ. $\angle AED = \angle ACB$
ㄷ. 삼각형 O_1BF 의 둘레의 길이는 8이다. |
|--|

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

16. $\log_a(2a^2 - 2a) = 2$ 를 만족시키는 1이 아닌 양수 a 의 값을 구하시오. [3점]

17. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$\frac{a_3}{a_2} + \frac{a_5}{a_3} = 6, \quad a_2 = 3$$

을 만족시킬 때, a_6 의 값을 구하시오. [3점]

18. 두 상수 a, b 에 대하여 함수

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + ax - 4}{x - 1} & (x \neq 1) \\ -3x + b & (x = 1) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오.

[3점]

19. 부등식 $4^x - 2^{x+2} - 12 < 0$ 의 해가 $x < \alpha$ 일 때, 4^α 의 값을 구하시오. [3점]

20. 함수 $f(x) = x^2(x+a)$ ($a > 0$)와 실수 k 에 대하여

함수 $g(x)$ 가

$$g(x) = \int \{f(x) - k\} dx$$

를 만족시키고 열린구간 $(2, \infty)$ 에서만 증가할 때, $a+k$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]

21. 첫째항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n - 3 & (a_n \geq 0) \\ -2a_n & (a_n < 0) \end{cases}$$

을 만족시킨다. $a_{10} = 1$ 이 되도록 하는 모든 a_1 의 값의 합을 구하시오. [4점]

22. $x=0$ 에서 극값을 갖는 이차함수 $f(x)$ 와 최고차항의 계수가 1이고 $g'(a)=0$ 인 삼차함수 $g(x)$ 에 대하여 함수

$$h(x) = \begin{cases} f(x) & (x < a) \\ g(x) & (x \geq a) \end{cases}$$

가 다음 조건을 만족시킨다. (단, a 는 $a > 0$ 인 상수이다.)

- (가) 방정식 $h(x) = f(0)$ 은 서로 다른 세 실근을 갖는다.
 (나) 함수 $|h(x) - f(0)|$ 은 실수 전체의 집합에서 연속이다.
 (다) 방정식 $h(x) = f(a)$ 의 실근은 $-a$, 4뿐이다.

$|f(a) - f(0)| = 2$ 일 때, $h(3) - h(-6)$ 의 값을 구하시오. [4점]

5지선다형

23. ${}_2H_4$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

24. 두 사건 A, B 가 서로 독립이고

$$P(A) = \frac{1}{3}, \quad P(A \cup B) = \frac{5}{6}$$

일 때, $P(A \cap B^c)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{5}{12}$

25. 여학생 4명, 남학생 5명 중에서 임의로 3명을 뽑을 때, 여학생과 남학생이 적어도 1명씩 뽑힐 확률은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

26. 초콜릿 10개를 다음 규칙에 따라 서로 다른 세 바구니에 남김없이 나누어 넣는 방법의 수는? (단, 초콜릿끼리는 서로 구별하지 않는다.) [3점]

- (가) 각 바구니에 적어도 1개의 초콜릿을 넣는다.
(나) 두 바구니에 넣은 초콜릿의 개수는 홀수이다.

- ① 24 ② 30 ③ 36 ④ 42 ⑤ 48

27. 한 개의 동전을 던지는 시행을 여섯 번 반복한다. 첫 번째 시행과 세 번째 시행에서 같은 면이 나오거나 여섯 번의 시행 중에서 앞면이 3번 나올 확률은? [3점]

- ① $\frac{7}{16}$ ② $\frac{9}{16}$ ③ $\frac{11}{16}$ ④ $\frac{13}{16}$ ⑤ $\frac{15}{16}$

28. 1부터 8까지의 자연수가 각각 하나씩 적혀 있는 8개의 공이 있다. 이 8개의 공을 다음 조건을 만족시키도록 모두 일정한 간격을 두고 원형으로 배열하는 방법의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4점]

(가) 두 수 3과 5가 적혀 있는 공끼리 이웃한다.
 (나) 서로 마주보는 두 공에 적혀 있는 수의 곱은 모두 짝수이다.

- ① 96 ② 192 ③ 288 ④ 384 ⑤ 480

단답형

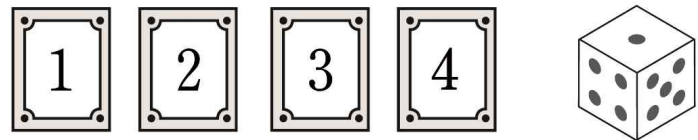
29. 2부터 5까지의 자연수 중에서 중복을 허락하여 네 개의 자연수를 선택한 후, 일렬로 나열하여 네 자리의 자연수를 만들려고 한다. 다음 조건을 만족시키는 네 자리의 자연수의 개수를 구하시오. [4점]

- (가) 각 자리의 수의 합은 소수이다.
(나) 2와 3은 이웃하지 않는다.

30. 앞면에 1부터 4까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 4장의 카드가 앞면이 보이도록 놓여 있다. 주사위 한 개를 사용하여 다음 시행을 한다.

- 주사위를 한 번 던져 4 이하의 눈이 나오면 4장의 카드 중에서 임의로 2장의 카드를 뒤집는다.
- 주사위를 한 번 던져 5 이상의 눈이 나오면 뒤집힌 카드가 있을 때는 뒤집힌 카드 중에서 임의로 1장의 카드를 다시 뒤집고, 뒤집힌 카드가 없을 때는 4장의 카드 중에서 임의로 2장의 카드를 뒤집는다.

위의 시행을 2번 반복한 후 앞면이 보이는 카드에 적혀 있는 수의 합이 6일 때, 4가 적혀 있는 카드가 뒤집혀 있을 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.