제 2 교시

수학 영역

tan c

5지선다형

1. $2^{\sqrt{3}} \times 2^{2-\sqrt{3}}$ 의 값은? [2점]

① $\sqrt{2}$ ② 2 ③ $2\sqrt{2}$ ④ 4 ⑤ $4\sqrt{2}$

$2^{\sqrt{3}+2-\sqrt{3}} = 2^2 = 4$

2. 함수 $f(x)$가

$$f'(x) = 3x^2 - 2x, \quad f(1) = 1$$

을 만족시킬 때, $f(2)$의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$f(x) = x^3 - x^2 + C$

$f(1) = 1 - 1 + C = 1$

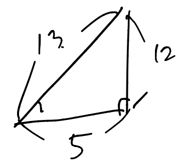
$\therefore C = 1$

$f(x) = x^3 - x^2 + 1$

$f(2) = 8 - 4 + 1 = 5$

3. $\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi$ 인 θ 에 대하여 $\tan\theta = \frac{12}{5}$ 일 때, $\sin\theta + \cos\theta$ 의 값은? [3점]

① $-\frac{17}{13}$ ② $-\frac{7}{13}$ ③ 0 ④ $\frac{7}{13}$ ⑤ $\frac{17}{13}$

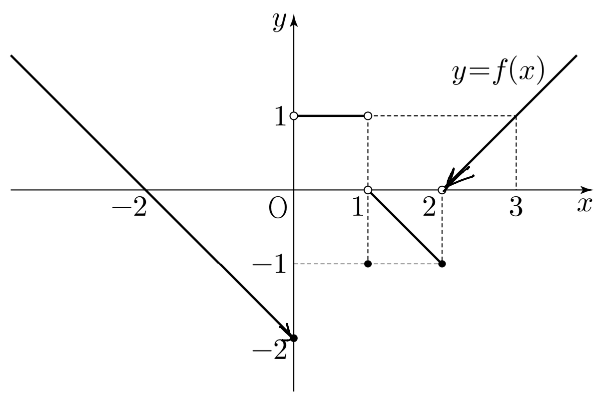


$\sin\theta = -\frac{12}{13}$

$\cos\theta = -\frac{5}{13}$

$-\frac{17}{13}$

4. 함수 $y = f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim\limits_{x \to 0-} f(x) + \lim\limits_{x \to 2+} f(x)$ 의 값은? [3점]

-2 0

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

5. 다항함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\left(x^2+3\right)f(x)$$

라 하자. $f(1)=2$, $f'(1)=1$일 때, $g'(1)$의 값은? [3점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

$g'(x) = 2xf(x) + (x^2+3)f'(x)$

$g'(1) = 2f(1) + 4f'(1)$

$= 2\times 2 + 4\times 1$

$= 4+4$

$= 8$

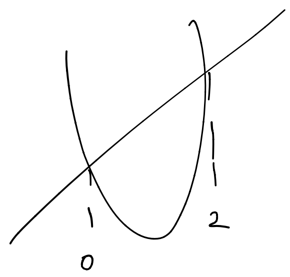
6. 곡선 $y=3x^2-x$와 직선 $y=5x$로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$3x^2-x=5x$

$3x^2-6x=0$

$3x(x-2)=0$



$\frac{|3|}{6}(2-0)^3 = \frac{1}{2}\times 8 = 4$

7. 첫째항이 2인 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자.

$$a_6=2\left(\underbrace{S_3-S_2}_{a_3}\right)$$

일 때, S_{10}의 값은? [3점]

① 100 ② 110 ③ 120 ④ 130 ⑤ 140

$a_6 = 2a_3$

$2+5d = 2(2+2d)$

$2+5d = 4+4d$

$d=2.$

$a=2,\ d=2$

$\Rightarrow a_n = 2n$

$\frac{10(2+20)}{2} = \frac{10\times \cancel{22}^{11}}{\cancel{2}}$

$= 110$

8. 함수

$$f(x)=\begin{cases} -2x+6 & (x<a) \\ 2x-a & (x\ge a) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $\{f(x)\}^2$이 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 상수 a의 값의 합은? [3점]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

$$\{f(x)\}^2 = \begin{cases} (-2x+6)^2 & (x<a) \\ (2x-a)^2 & (x\ge a) \end{cases}$$

$\lim_{x\to a}\{f(x)\}^2 = \{f(a)\}^2 = a^2$

$a+$: a^2, $a-$: $(-2a+6)^2$

$4a^2-24a+36=a^2$

$3a^2-24a+36=0$

$a^2-8a+12=0$

$\therefore 8$

9. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases} \dfrac{1}{a_n} & (n\text{이 홀수인 경우}) \\ 8a_n & (n\text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

이고 $a_{12}=\frac{1}{2}$일 때, a_1+a_4의 값은? [4점]

① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{9}{4}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{17}{4}$ ⑤ $\frac{9}{2}$

$\frac{1}{2}=a_{12}=\frac{1}{a_{11}} \Rightarrow a_{11}=2$

$a_{11}=8a_{10} \Rightarrow a_{10}=\frac{1}{4}$

$a_{10}=\frac{1}{a_9} \Rightarrow a_9=4$

$a_9=8a_8 \Rightarrow a_8=\frac{1}{2}$

$a_8=\frac{1}{a_7} \Rightarrow a_7=2$

$a_{11}=2.\ a_{10}=\frac{1}{4}\ a_9=4\ a_8=\frac{1}{2}$

a_7	a_6	a_5	a_4	a_3	a_2	a_1
2	$\frac{1}{4}$	4	$\frac{1}{2}$	2	$\frac{1}{4}$	4

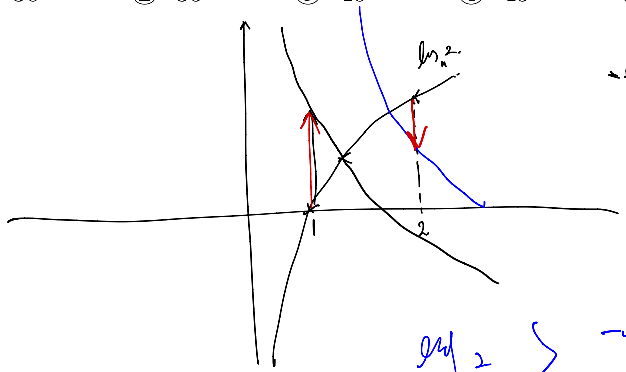
$\frac{1}{2}+4=\frac{9}{2}$

10. $n\ge 2$인 자연수 n에 대하여 두 곡선

$$y=\log_n x,\quad y=-\log_n(x+3)+1$$

이 만나는 점의 x좌표가 1보다 크고 2보다 작도록 하는 모든 n의 값의 합은? [4점]

① 30 ② 35 ③ 40 ④ 45 ⑤ 50



$-\log_n 4+1>0.$

① $1>\log_n 4 \Rightarrow n>4$

$\log_n 2 > -\log_n 5+1$

$\log_n 10>1$

② $n<10$

by ①.②

$n=5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9$

11 15 20

35

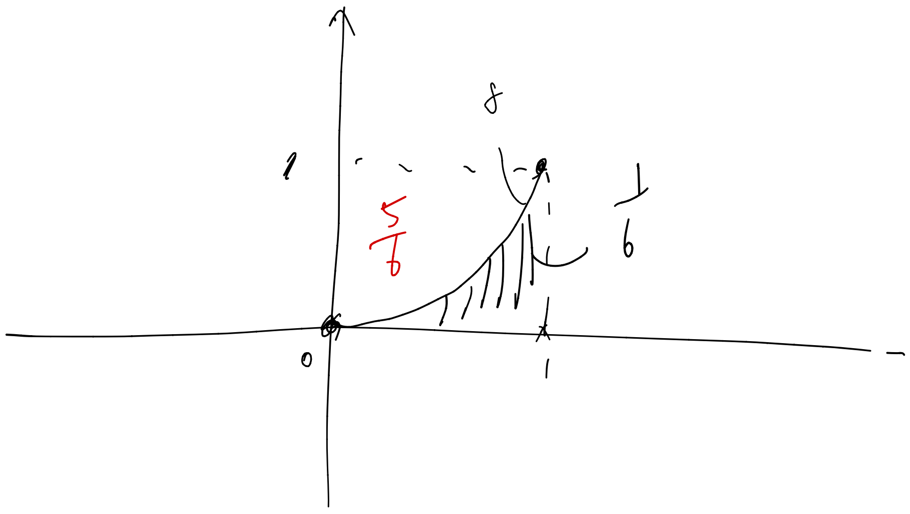
11. 닫힌구간 $[0,1]$에서 연속인 함수 $f(x)$가

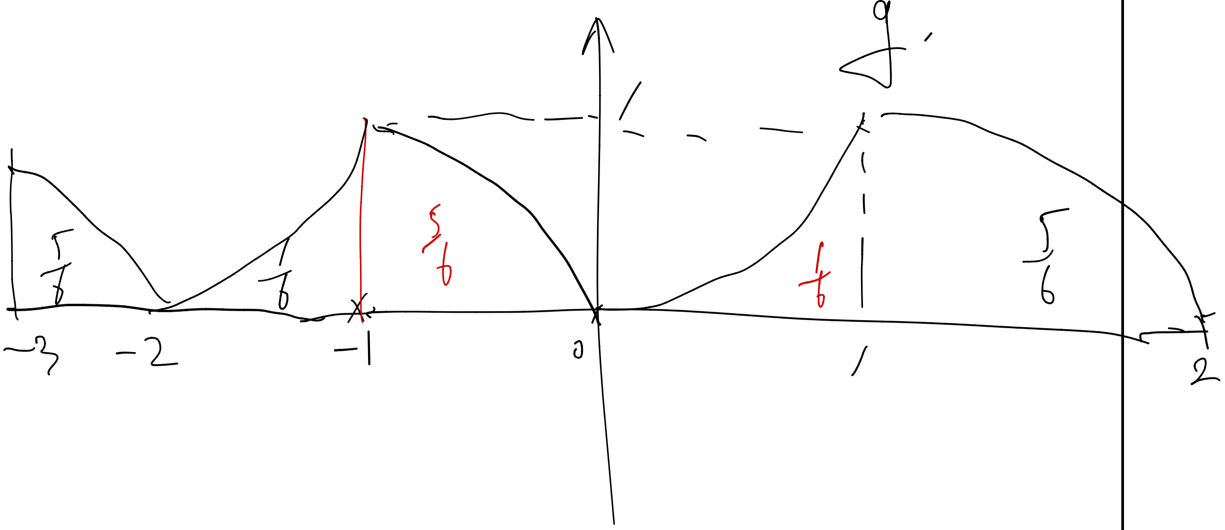
$$f(0)=0,\quad f(1)=1,\quad \int_0^1 f(x)\,dx=\frac{1}{6}$$

을 만족시킨다. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $\int_{-3}^{2} g(x)\,dx$의 값은? [4점]

> (가) $g(x)=\begin{cases} -f(x+1)+1 & (-1<x<0) \\ f(x) & (0\le x\le 1)\end{cases}$
>
> (나) 모든 실수 x에 대하여 $g(x+2)=g(x)$이다.

① $\frac{5}{2}$　② $\frac{17}{6}$　③ $\frac{19}{6}$　④ $\frac{7}{2}$　⑤ $\frac{23}{6}$





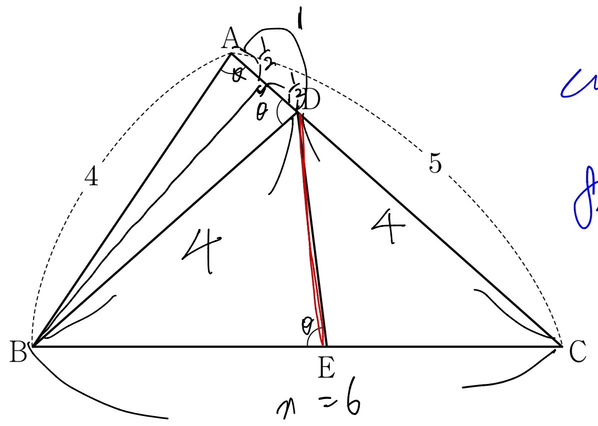
$\frac{5}{6}+\frac{1}{6}+\frac{5}{6}+\frac{1}{6}+\frac{5}{6}$

$\frac{6+6+5}{6} = \frac{17}{6}$

12. 그림과 같이 $\overline{AB}=4$, $\overline{AC}=5$이고 $\cos(\angle BAC)=\frac{1}{8}$인 삼각형 ABC가 있다. 선분 AC 위의 점 D와 선분 BC 위의 점 E에 대하여

$$\angle BAC = \angle BDA = \angle BED$$

일 때, 선분 DE의 길이는? [4점]



① $\frac{7}{3}$　② $\frac{5}{2}$　③ $\frac{8}{3}$　④ $\frac{17}{6}$　⑤ 3

$\cos\theta = \frac{1}{8}$

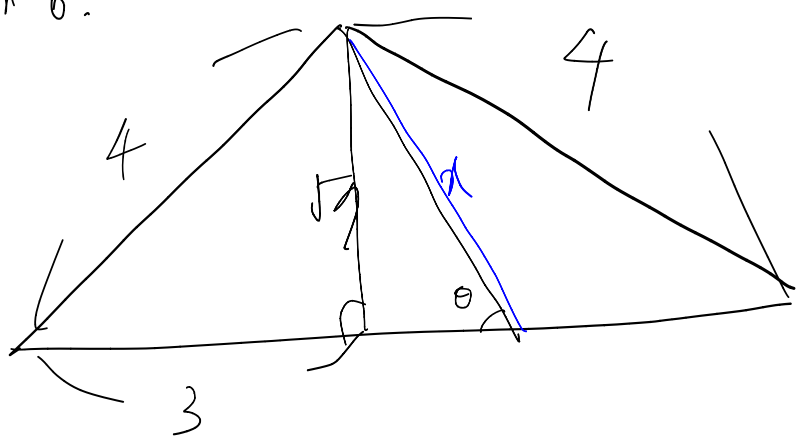
$\sin\theta = \frac{3\sqrt{7}}{8}$

$\frac{1}{8} = \cos\theta = \frac{16+25-x^2}{2\times4\times5}$

$5 = 41 - x^2$

$x^2 = 36$

$x = 6.$



$16-9$

$\frac{\sqrt{7}}{x} = \frac{3\sqrt{7}}{8}$

$x = \frac{8}{3}$

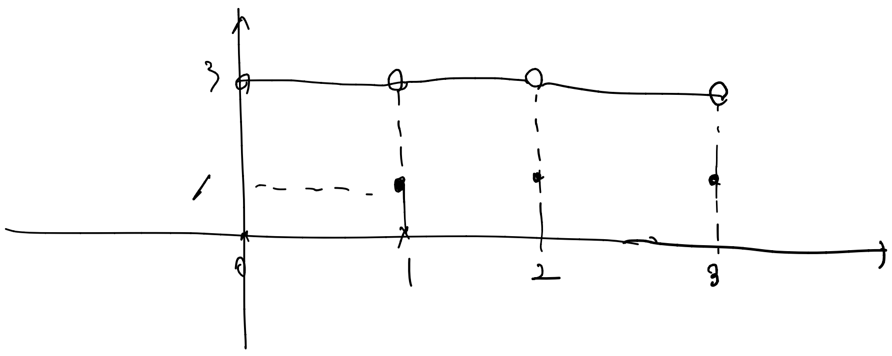
13. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$가 구간 $(0, 1]$에서

$$f(x)=\begin{cases} 3 & (0<x<1) \\ 1 & (x=1) \end{cases}$$

이고, 모든 실수 x에 대하여 $f(x+1)=f(x)$를 만족시킨다.

$\displaystyle\sum_{k=1}^{20} \frac{k\times f(\sqrt{k})}{3}$ 의 값은? [4점]

① 150 ② 160 ③ 170 ④ 180 ⑤ 190



$\frac{1\times f(1)}{3}+\frac{2\times f(\sqrt{2})}{3}+\frac{3\times f(\sqrt{3})}{3}$

$k=1 \Rightarrow \frac{1}{3}$
2 ⇒ 2
3 ⇒ 3
4 ⇒ $\frac{4}{3}$
9 ⇒ $\frac{9}{3}$
16 ⇒ $\frac{16}{3}$
17
18
19

$\frac{1+4+9+16}{3}=\frac{30}{3}=10$

$\sum_{k=1}^{20} k-(1+4+9+16)+10 \Rightarrow$

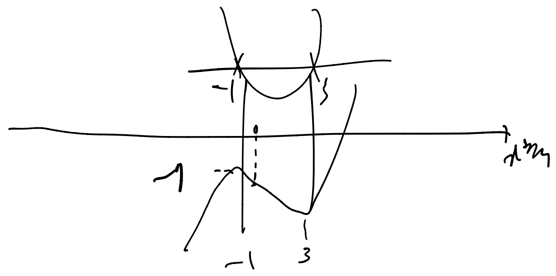
$210-(30)+10=190$

14. 두 양수 p, q와 함수 $f(x)=x^3-3x^2-9x-12$에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $p+q$의 값은? [4점]

> (가) 모든 실수 x에 대하여 $xg(x)=|xf(x-p)+qx|$이다.
> (나) 함수 $g(x)$가 $x=a$에서 미분가능하지 않은 실수 a의 개수는 1이다.

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

$f'(x)=3x^2-6x-9=3(x^2-2x-3)=3(x-3)(x+1)$



$-1-3+9-12$

$xg(x)=|x||f(x-p)+q|$

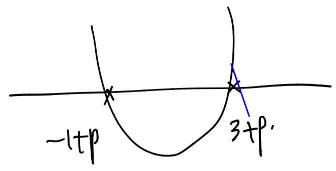
$x>0 \Rightarrow g(x)=|f(x-p)+q|$

$x<0 \Rightarrow g(x)=-|f(x-p)+q|$

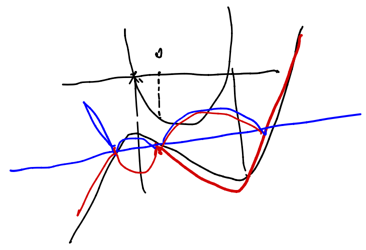
⇒ $x=0$ 에서 연속 ⇒ $f(-p)+q=0$

$h(x)=f(x-p)+q$

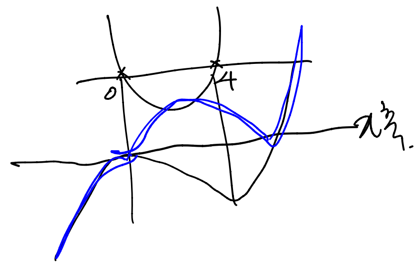
$h'(x)=f'(x-p)$



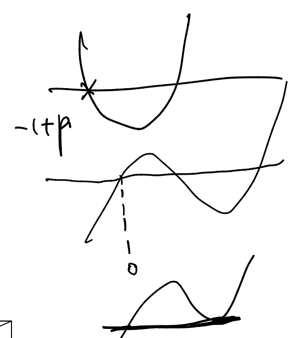
가능? ① $-1+p<0 \Rightarrow 0<p<1$ ✗



☆② $-1+p=0 \Rightarrow p=1$



가능 ✗ ③ $-1+p>0 \Rightarrow p>1$



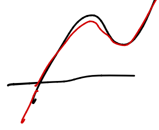
$f(-1)+q=0$

$p=1$

$q=7$

$-1-3+9-12=-7$

$p+q=1+7=8$



15. $-1 \le t \le 1$인 실수 t에 대하여 x에 대한 방정식

$$\left(\sin\frac{\pi x}{2} - t\right)\left(\cos\frac{\pi x}{2} - t\right) = 0$$

의 실근 중에서 집합 $\{x \mid 0 \le x < 4\}$에 속하는 가장 작은 값을 $\alpha(t)$, 가장 큰 값을 $\beta(t)$라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

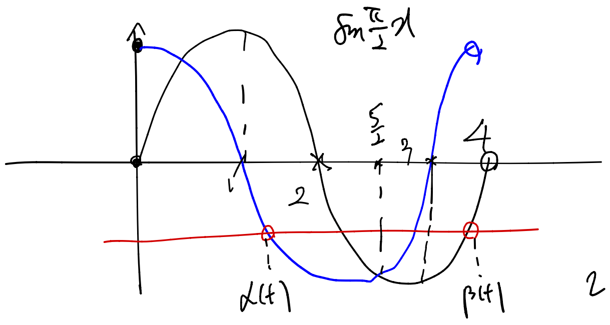
ㄱ. $-1 \le t < 0$인 모든 실수 t에 대하여 $\alpha(t) + \beta(t) = 5$이다.

ㄴ. $\{t \mid \beta(t) - \alpha(t) = \beta(0) - \alpha(0)\} = \left\{t \,\middle|\, 0 \le t \le \frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$

ㄷ. $\alpha(t_1) = \alpha(t_2)$인 두 실수 t_1, t_2에 대하여 $t_2 - t_1 = \frac{1}{2}$이면 $t_1 \times t_2 = \frac{1}{3}$이다.

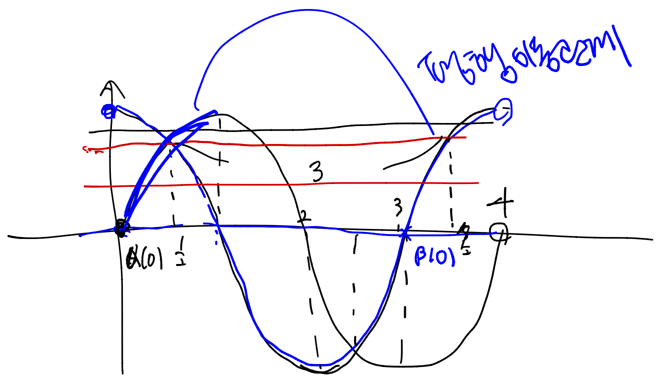
① ㄱ　② ㄱ, ㄴ　③ ㄱ, ㄷ　④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

ㄱ.



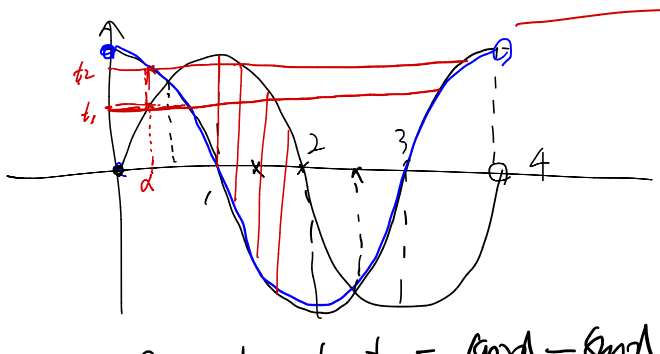
$2 \times \frac{5}{2} = 5$

ㄴ.



$\beta(t) - \alpha(t) = 3 - 0 = 3.$

ㄷ.



$\sin x = t_1$　$t_2 - t_1 = \cos x - \sin x = \frac{1}{2}$

$\cos x = t_2$

$\underbrace{\cos^2 x + \sin^2 x}_{1} - 2\sin x\cos x = \frac{1}{4}$

$1 - \frac{1}{4} = 2\sin x \cos x$

$\frac{3}{4} = 2\sin x\cos x$

$\frac{3}{8} = t_1 t_2$

단답형

16. $\log_4 \frac{2}{3} + \log_4 24$의 값을 구하시오. [3점]

$\log_4 \frac{2}{3} \times 24 = \log_4 16 = \log_4 4^2 = 2$

17. 함수 $f(x) = x^3 - 3x + 12$가 $x = a$에서 극소일 때, $a + f(a)$의 값을 구하시오. (단, a는 상수이다.) [3점]

$f'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x-1)(x+1)$

$1 + f(1) = 1 + 1 - 3 + 12$

$= 11$

11

$f(3)=57$ $54+3$

$27-108+135$

$125-300+225+3$

18. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_2=36,\quad a_7=\frac{1}{3}a_5$$

일 때, a_6의 값을 구하시오. [3점]

$a_2=36.$ $a_7=\frac{1}{3}a_5$

$ar=36.$ $ar^6=\frac{1}{3}ar^4$

$r^2=\frac{1}{3}$

$a_6=ar^5=ar\times r^4=36\times\frac{1}{9}=4$

19. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\,(t\geq 0)$에서의 속도 $v(t)$가

$$v(t)=3t^2-4t+k$$

이다. 시각 $t=0$에서 점 P의 위치는 0이고, 시각 $t=1$에서 점 P의 위치는 -3이다. 시각 $t=1$에서 $t=3$까지 점 P의 위치의 변화량을 구하시오. (단, k는 상수이다.) [3점]

$x(t)=t^3-2t^2+kt+C.$ $C=0$

$x(t)=t^3-2t^2+kt=t(t^2-2t+k)$

$x(1)=1-2+k=-3$

$\boxed{k=-2}$

$x(t)=t^3-2t^2-2t$

$x(3)=27-18-6=3$

-24

$x(3)-x(1)=3-(-3)=6$

20. 실수 a와 함수 $f(x)=x^3-12x^2+45x+3$에 대하여 함수

$$g(x)=\int_a^x\{f(x)-f(t)\}\times\{f(t)\}^4dt$$

가 오직 하나의 극값을 갖도록 하는 모든 a의 값의 합을 구하시오. [4점]

$f'(x)=3x^2-24x+45$

$=3(x^2-8x+15)$

$=3(x-3)(x-5)$

$g(x)=f(x)\int_a^x\{f(t)\}^4dt-\int_a^x\{f(t)\}^5dt$

$g'(x)=\boxed{f'(x)\int_a^x\{f(t)\}^4dt}+~~f(x)f(x)^4~~$

$(x-a)^4(\quad)^4$

$g'(x)=f'(x)\boxed{\int_a^x f(t)^4dt}$

$h(x)$ (증가함수)

$h'(x)=f(x)^4$

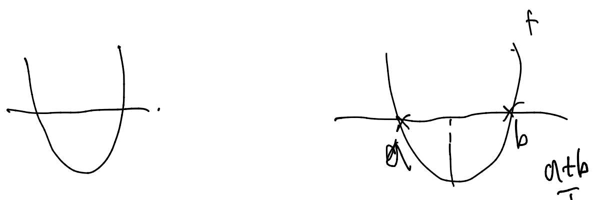
$a=3$ or 5

8

21. 다음 조건을 만족시키는 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$가 존재하도록 하는 모든 자연수 n의 값의 합을 구하시오. [4점]

> (가) x에 대한 방정식 $(x^n-64)f(x)=0$은 서로 다른 두 실근을 갖고, 각각의 실근은 중근이다.
> (나) 함수 $f(x)$의 최솟값은 음의 정수이다.

$(x^n-64)(x-a)(x-b)=0$

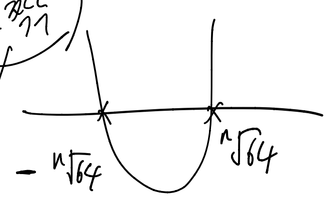


$f(x)=(x-a)(x-b)$

$\boxed{a\neq b}$

$-\frac{(b-a)^2}{4}$ 음의 정수

$b-a\neq 0$



$b-a=2\sqrt[n]{64}$

$\frac{(2(8^{\frac{2}{n}}))^2}{4}=8^{\frac{4}{n}}$

$-8^{\frac{4}{n}}=-2^{\frac{12}{n}}$

$n=\cancel{1}, 2, \cancel{3}, 4, 6, 12$

$2+4+6+12=24$

22. 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

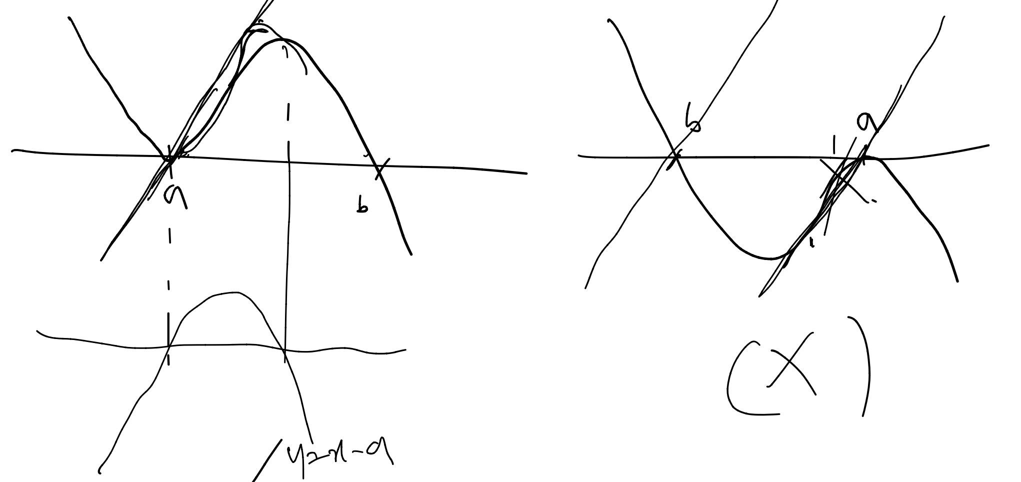
> (가) 방정식 $f(x)=0$의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.
> (나) 방정식 $f(x-f(x))=0$의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.

$f(1)=4$, $f'(1)=1$, $f'(0)>1$일 때, $f(0)=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

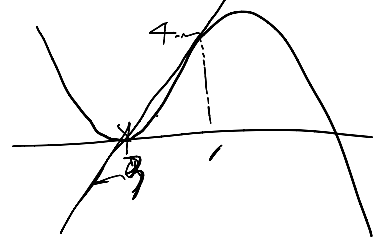
$f(x)=k(x-a)^2(x-b)$

$x-f(x)=a$

$x-f(x)=b$



$y=x-a$



$1-a=4$

$a=-3$

$f(x)-(x+3)=k(x+3)(x-1)^2$

$f'(x)-1=k(x-1)^2+k(x+3)2(x-1)$

$f'(-3)-1=16k=1$

$k=-\frac{1}{16}$

$f(0)-3=k\times 3\times 1$

$-\frac{3}{16}+3=\frac{-3+48}{16}=\frac{45}{16}$

61

> ※ 확인 사항
> ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
> ○ 이어서, 「**선택과목(확률과 통계)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)

5지선다형

23. 다항식 $(2x+1)^5$의 전개식에서 x^3의 계수는? [2점]

① 20 ② 40 ③ 60 ④ 80 ⑤ 100

$_5C_3(2x)^3 1^2 = 10 \times 8 = 80$

24. 어느 동아리의 학생 20명을 대상으로 진로활동 A와 진로활동 B에 대한 선호도를 조사하였다. 이 조사에 참여한 학생은 진로활동 A와 진로활동 B 중 하나를 선택하였고, 각각의 진로활동을 선택한 학생 수는 다음과 같다.

(단위 : 명)

구분	진로활동 A	진로활동 B	합계
1학년	7	5	12
2학년	4	4	8
합계	11	9	20

이 조사에 참여한 학생 20명 중에서 임의로 선택한 한 명이 진로활동 B를 선택한 학생일 때, 이 학생이 1학년일 확률은? [3점]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{5}{9}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{7}{11}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

$\frac{5}{9}$

25. 숫자 1, 2, 3, 4, 5 중에서 중복을 허락하여 4개를 택해 일렬로 나열하여 만들 수 있는 모든 네 자리의 자연수 중에서 임의로 하나의 수를 선택할 때, 선택한 수가 3500보다 클 확률은? [3점]

① $\frac{9}{25}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{11}{25}$ ④ $\frac{12}{25}$ ⑤ $\frac{13}{25}$

3 5 □ □

① 4 → 5×5×5 = 125

② 5 → 5×5×5 = 125

③ 3−5 □□ 25

275

$\frac{275}{5\times5\times5\times5}$

$\frac{11}{25}$

26. 빨간색 카드 4장, 파란색 카드 2장, 노란색 카드 1장이 있다. 이 7장의 카드를 세 명의 학생에게 남김없이 나누어 줄 때, 3가지 색의 카드를 각각 한 장 이상 받는 학생이 있도록 나누어 주는 경우의 수는? (단, 같은 색 카드끼리는 서로 구별하지 않고, 카드를 받지 못하는 학생이 있을 수 있다.) [3점]

① 78 ② 84 ③ 90 ④ 96 ⑤ 102

A+B+C

8

$_3C_1 \times {_3C_1} \times {_3H_3}$

9 × 10 = 90

$_{3+3-1}C_3 = 10$

27. 주사위 2개와 동전 4개를 동시에 던질 때, 나오는 주사위의 눈의 수의 곱과 앞면이 나오는 동전의 개수가 같을 확률은? [3점]

① $\frac{3}{64}$ ② $\frac{5}{96}$ ③ $\frac{11}{192}$ ④ $\frac{1}{16}$ ⑤ $\frac{13}{192}$

$\frac{4}{16}$ 1 ⇒ 1×1 = $\frac{1}{36}$

$\frac{6}{16}$ 2 ⇒ 1×2, 2×1 $\frac{2}{36}$

$\frac{4}{16}$ 3 ⇒ 1×3, 3×1 $\frac{2}{36}$

$\frac{1}{16}$ 4 ⇒ 1×4, 4×1, 2×2 $\frac{3}{36}$

$\frac{4+12+8+3}{16\times36} = \frac{27}{16\times36} = \frac{9}{16\times12} = \frac{3}{16\times4} = \frac{3}{64}$

28. 한 개의 주사위를 한 번 던져 나온 눈의 수가 3 이하이면 나온 눈의 수를 점수로 얻고, 나온 눈의 수가 4 이상이면 0점을 얻는다. 이 주사위를 네 번 던져 나온 눈의 수를 차례로 a, b, c, d라 할 때, 얻은 네 점수의 합이 4가 되는 모든 순서쌍 (a, b, c, d)의 개수는? [4점]

① 187 ② 190 ③ 193 ④ 196 ⑤ 199

1 1 1 1 ⇒ 1개

1 1 2 0 ⇒ 12 × 3 = 36

1 3 0 0 ⇒ 108

2 2 0 0 54

13. (44, 55, 66) 12 × 3 = 36

(4 5, 4 6, 5 6) 4! × 3 = 72

22 (44, 55, 66) 6 × 3 = 18

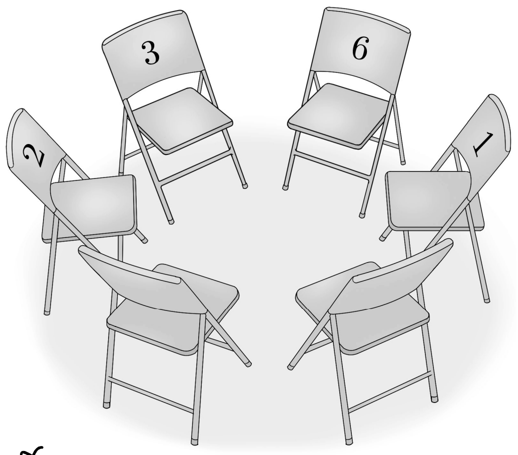
(45, 46, 56) 12 × 3 = 36

54

199

단답형

29. 1부터 6까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 6개의 의자가 있다. 이 6개의 의자를 일정한 간격을 두고 원형으로 배열할 때, 서로 이웃한 2개의 의자에 적혀 있는 수의 곱이 12가 되지 않도록 배열하는 경우의 수를 구하시오.
(단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4점]



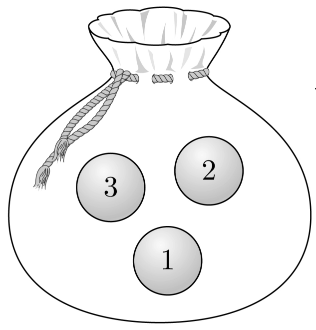
2-6 이웃X
3-4 이웃X

2가지 (사이드) × (4! − 24×2!×2!) = 32
24 − 8 = 16

1가지 (마주보) × (4! − 24×2!×2!) = 16
24 − 8
6.2
16

48

30. 숫자 1, 2, 3이 하나씩 적혀 있는 3개의 공이 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내어 공에 적혀 있는 수를 확인한 후 다시 넣는 시행을 한다. 이 시행을 5번 반복하여 확인한 5개의 수의 곱이 6의 배수일 확률이 $\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]



3^5

1.2 만 ⇒ $2^5-2=30$
1.3 만 ⇒ $2^5-2=30$
1만 ⇒ 1
2만 ⇒ 1
3만 ⇒ 1

$\frac{63}{3^5}$

$1-\frac{63}{3\times9\times9}$

$1-\frac{7}{27}$

$\frac{20}{27}$ = 47

※ 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, **「선택과목(미적분)」** 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{\sqrt{n^2+n+1}-n}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$$\frac{\sqrt{n^2+n+1}+n}{n^2+n+1-n^2}$$

2

24. 매개변수 t로 나타내어진 곡선

$$x=e^t+\cos t,\quad y=\sin t$$

에서 $t=0$일 때, $\frac{dy}{dx}$ 의 값은? [3점]

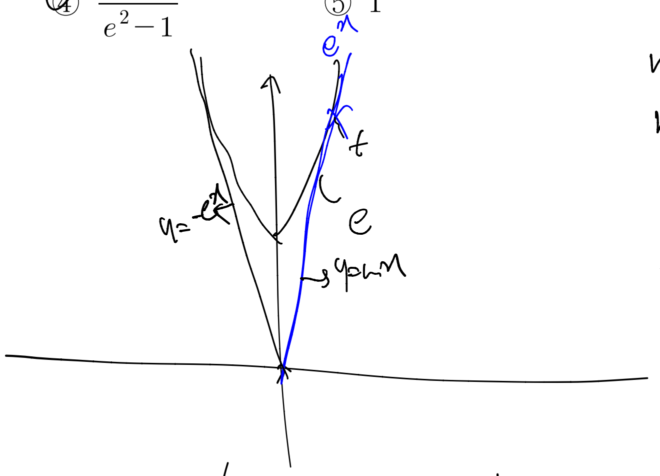
① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

$\frac{dx}{dt}=e^t-\sin t$ $\frac{dy}{dt}=\cos t$

$$\frac{\cos t}{e^t-\sin t} \Rightarrow \frac{1}{1-0}=1$$

25. 원점에서 곡선 $y=e^{|x|}$에 그은 두 접선이 이루는 예각의 크기를 θ라 할 때, $\tan\theta$의 값은? [3점]

① $\frac{e}{e^2+1}$ ② $\frac{e}{e^2-1}$ ③ $\frac{2e}{e^2+1}$ ④ $\frac{2e}{e^2-1}$ ⑤ 1



$m=e^t$
$mt=e^t$
$te^t=e^t$
$\boxed{t=1}$
$\boxed{m=e}$

$$\left|\frac{e-(-e)}{1-e^2}\right| = \left|\frac{2e}{1-e^2}\right|$$

$$\frac{2e}{e^2-1}$$

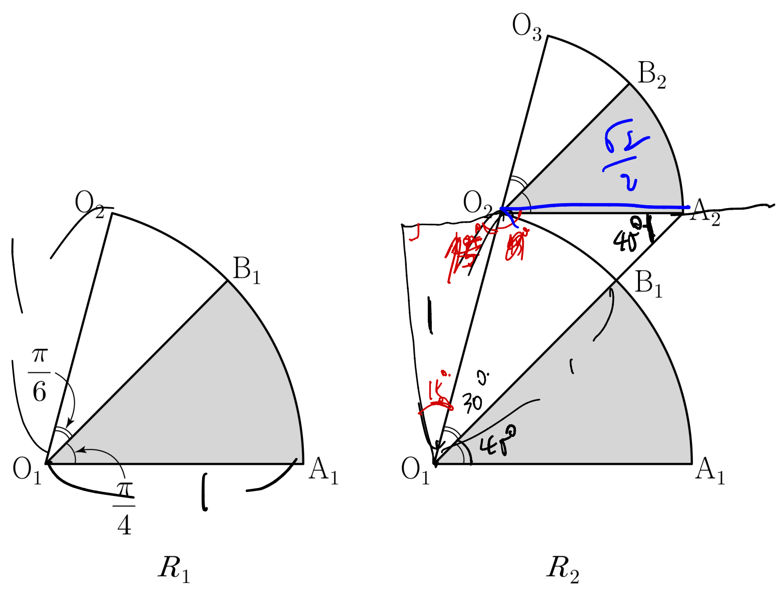
$\cos 15^\circ = x$

$\cos(45^\circ-30^\circ) = \cos 45 \cos 30^\circ + \sin 45^\circ \sin 30^\circ$
$= \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{2}$
$= \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

26. 그림과 같이 중심이 O_1, 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{5\pi}{12}$인 부채꼴 $O_1A_1O_2$가 있다. 호 A_1O_2 위에 점 B_1을 $\angle A_1O_1B_1=\frac{\pi}{4}$가 되도록 잡고, 부채꼴 $O_1A_1B_1$에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.

그림 R_1에서 점 O_2를 지나고 선분 O_1A_1에 평행한 직선이 직선 O_1B_1과 만나는 점을 A_2라 하자. 중심이 O_2이고 중심각의 크기가 $\frac{5\pi}{12}$인 부채꼴 $O_2A_2O_3$을 부채꼴 $O_1A_1B_1$과 겹치지 않도록 그린다. 호 A_2O_3 위에 점 B_2를 $\angle A_2O_2B_2=\frac{\pi}{4}$가 되도록 잡고, 부채꼴 $O_2A_2B_2$에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은? [3점]



$\cdots \frac{\frac{\pi}{4}}{2-1}$

$\cdots 1 : \frac{\sqrt{2}}{2}$

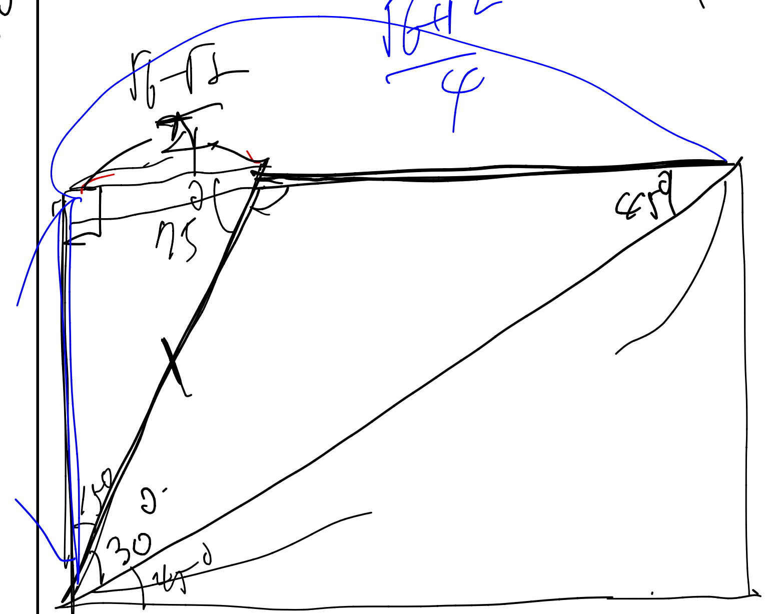
① $\frac{3\pi}{16}$ ② $\frac{7\pi}{32}$ ③ $\frac{\pi}{4}$ ④ $\frac{9\pi}{32}$ ⑤ $\frac{5\pi}{16}$

$1 : \frac{2}{4}$

$\frac{1}{2}\times 1^2 \times \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{8}$

$\frac{\frac{\pi}{8}}{1-\frac{1}{2}} =$

$2-1$



$\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

$\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

$\frac{\sqrt{2}}{2}$

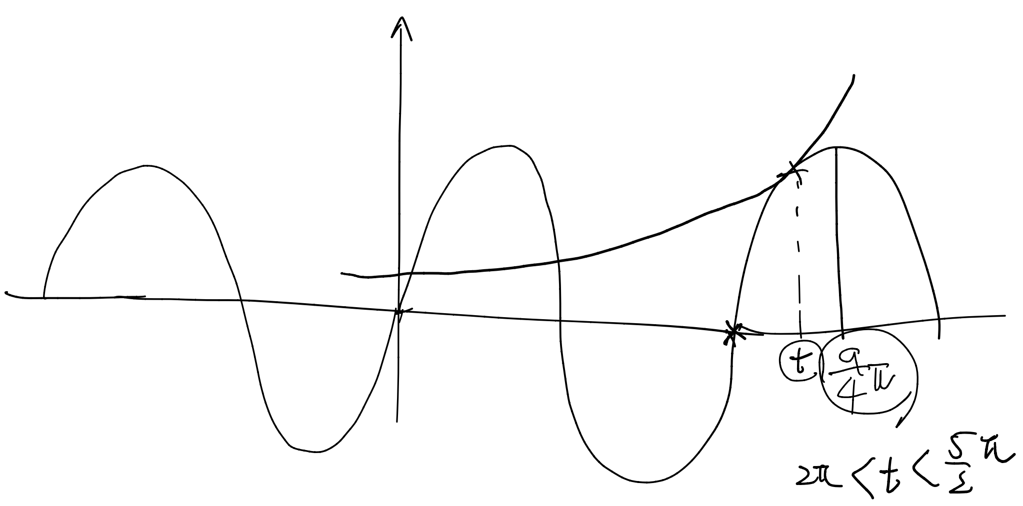
$\frac{2\sqrt{2}}{4}$

27. 두 함수

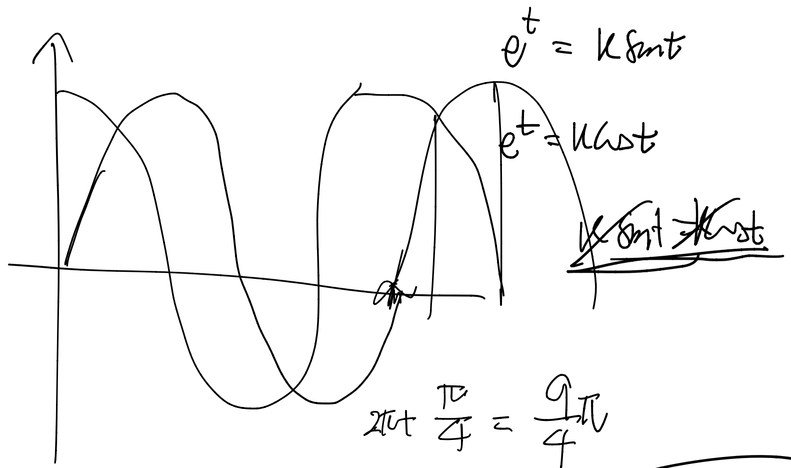
$$f(x) = e^x, \quad g(x) = k\sin x$$

에 대하여 방정식 $f(x) = g(x)$의 서로 다른 양의 실근의 개수가 3일 때, 양수 k의 값은? [3점]

① $\sqrt{2}e^{\frac{3\pi}{2}}$ ② $\sqrt{2}e^{\frac{7\pi}{4}}$ ③ $\sqrt{2}e^{2\pi}$ ④ $\sqrt{2}e^{\frac{9\pi}{4}}$ ⑤ $\sqrt{2}e^{\frac{5\pi}{2}}$



$2\pi < t < \frac{5}{2}\pi$



$e^t = k\sin t$

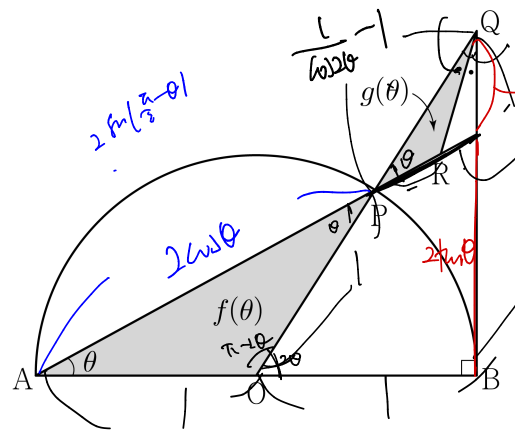
$e^t = k\cos t$

$2\pi + \frac{\pi}{4} = \frac{9}{4}\pi$

$k = \sqrt{2}e^{\frac{9}{4}\pi}$

28. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 AB 위에 점 P가 있다. 선분 AB의 중점을 O라 할 때, 점 B를 지나고 선분 AB에 수직인 직선이 직선 OP와 만나는 점을 Q라 하고, $\angle$OQB의 이등분선이 직선 AP와 만나는 점을 R라 하자. $\angle$OAP $= \theta$일 때, 삼각형 OAP의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 PQR의 넓이를 $g(\theta)$라 하자.

$\displaystyle\lim_{\theta \to 0+} \frac{g(\theta)}{\theta^4 \times f(\theta)}$의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점]

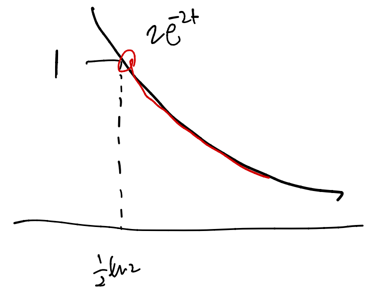


① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

$f(\theta) = \frac{1}{2} \times 1^2 \times \sin(\pi - 2\theta)$

$= \frac{1}{2}\sin 2\theta$

$= 2 \times 1 = 2$

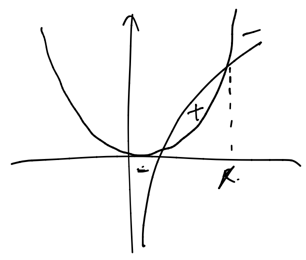


$y'=\frac{2e^{2x}}{1+e^{2x}-e^{-2t}}$

단답형

29. $t>2e$인 실수 t에 대하여 함수 $f(x)=t(\ln x)^2-x^2$이 $x=k$에서 극대일 때, 실수 k의 값을 $g(t)$라 하면 $g(t)$는 미분가능한 함수이다. $g(\alpha)=e^2$인 실수 α에 대하여 $\alpha\times\{g'(\alpha)\}^2=\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

$f'(x)=\frac{2t\ln x}{x}-2x=2\left(\frac{t\ln x-x^2}{x}\right)$



$t\ln g(t)-\{g(t)\}^2=0$

$\alpha\ \ 4e^2$

$2\alpha-\frac{g(t)^2}{e^4}=0$

$\alpha=\frac{e^4}{2}$

$\ln g(\alpha)+\alpha\frac{g'(\alpha)}{g(\alpha)}-2g(\alpha)g'(\alpha)=0$

$2+\frac{e^4}{2}\times\frac{g'(\alpha)}{e^2}-2e^2\times g'(\alpha)=0$

$2+\frac{e^2}{2}g'(\alpha)=2e^2g'(\alpha)$

$\boxed{2=\frac{3}{2}e^2g'(\alpha)}$

$2\times\frac{2}{3e^2}$

$\times\left(\frac{4}{3e^2}\right)^2$

$\frac{e^4}{2}\times\frac{16}{9}\frac{8}{e^4}$

17

30. $t>\frac{1}{2}\ln 2$인 실수 t에 대하여 곡선 $y=\ln(1+e^{2x}-e^{-2t})$과 직선 $y=x+t$가 만나는 서로 다른 두 점 사이의 거리를 $f(t)$라 할 때, $f'(\ln 2)=\frac{q}{p}\sqrt{2}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

$1-e^{-2t}=a$

$y=\ln(a+e^{2x})$

$y'=\frac{2e^{2x}}{a+e^{2x}}$

$y''=\frac{4e^{2x}(a+e^{2x})-2e^{2x}\times 2e^{2x}}{(a+e^{2x})^2}$

$=\frac{4e^{2x}a}{(a+e^{2x})^2}$

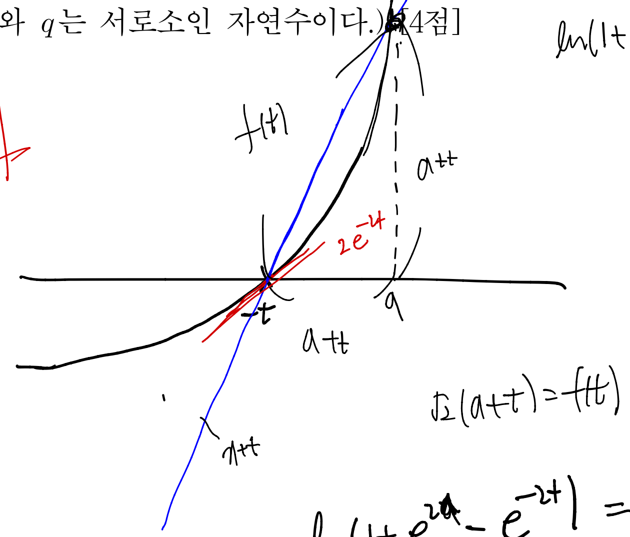
$a=(1-e^{-2t})>0$

$y''>0$

아래로 볼록

정삼각형

$\ln(1+e^{2x}-e^{-2t})=x+t$



$\sqrt{2}(a+t)=f(t)$

$\ln(1+e^{2a}-e^{-2t})=a+t$

$\ln(1+e^{2a}-e^{-2\ln 2})=a+\ln 2$

$\ln\left(\frac{3}{4}+e^{2a}\right)=\ln 2e^a$

$e^{2a}-2e^a+\frac{3}{4}=0$

$4e^{2a}-8e^a+3=0$

$(2e^a-1)(2e^a-3)=0$

$e^a=\frac{1}{2}$ or $e^a=\frac{3}{2}$

$a=\ln\frac{1}{2}$ X, $a=\ln\frac{3}{2}$

$\because -t<a$

(-ln2<a)

$\frac{2e^{2a}\frac{da}{dt}+2e^{-2t}}{1+e^{2a}-e^{-2t}}=\frac{da}{dt}+1$

$\frac{\frac{9}{2}\frac{da}{dt}+\frac{1}{2}}{1+\frac{9}{4}-\frac{1}{4}}=\frac{da}{dt}+1 \Rightarrow \frac{da}{dt}=\frac{5}{3}$

$\sqrt{2}(a+t)=f(t)$

$\therefore \sqrt{2}\left(\frac{da}{dt}+1\right)=f'(t)$

$\sqrt{2}\left(\frac{5}{3}+1\right)=f'(\ln 2)$

$\frac{8}{3}\sqrt{2}=f'(\ln 2)$

11

※ 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「**선택과목(기하)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(기하)

5지선다형

23. 두 벡터 $\vec{a}=(k+3,\ 3k-1)$과 $\vec{b}=(1,\ 1)$이 서로 평행할 때, 실수 k의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$k+3=3k-1$

$2k=4$

$k=2$

24. 타원 $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$ 위의 점 $(2,\ \sqrt{2})$에서의 접선의 x절편은? [3점]

① 3 ② $\frac{13}{4}$ ③ $\frac{7}{2}$ ④ $\frac{15}{4}$ ⑤ 4

$\frac{x\cdot x_1}{8}+\frac{y y_1}{4}=1$

$\sqrt{2}y$

$\frac{x}{4}+\frac{\sqrt{2}y}{4}=1$

$x+\sqrt{2}y=4$

$\frac{10+9}{2}$

25. 좌표평면 위의 두 점 A(1, 2), B(−3, 5)에 대하여

$$|\overrightarrow{OP}-\overrightarrow{OA}| = |\overrightarrow{AB}|$$

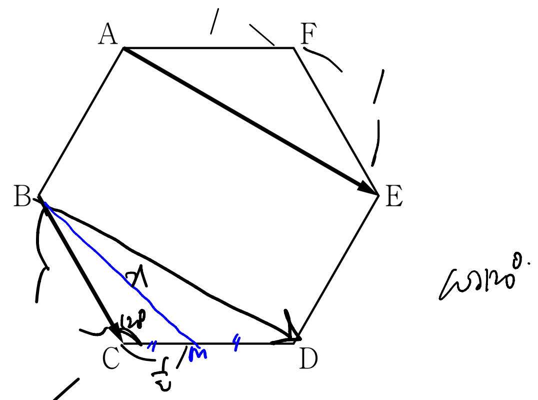
$|\overrightarrow{AP}|=5$ (−3−1, 5−2) −4 3 (−4, 3) 5

를 만족시키는 점 P가 나타내는 도형의 길이는? (단, O는 원점이다.) [3점]

① 10π ② 12π ③ 14π ④ 16π ⑤ 18π

26. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정육각형 ABCDEF에서 $2\times|\underbrace{\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{BC}}_{2}|$의 값은? [3점]

$2|\overrightarrow{BM}|$



① $\sqrt{6}$ ② $\sqrt{7}$ ③ $2\sqrt{2}$ ④ 3 ⑤ $\sqrt{10}$

$-\frac{1}{2}=\frac{1+\frac{1}{4}-x^2}{1}$

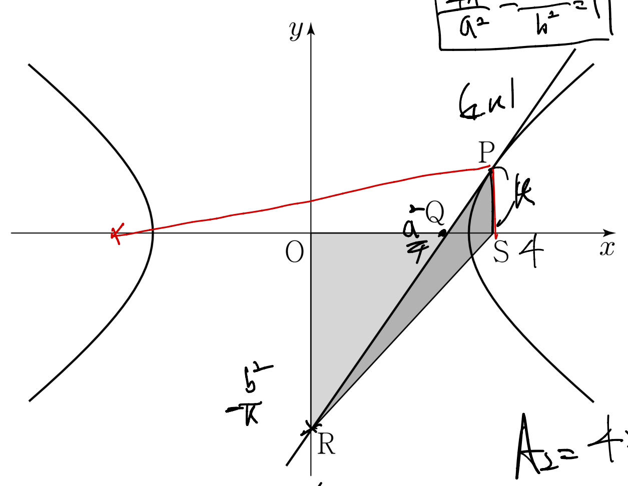
$-\frac{1}{2}=\frac{5}{4}-x^2$

$x^2=\frac{5}{4}+\frac{2}{4}=\frac{7}{4}$

$x=\frac{\sqrt{7}}{2}$

$\frac{\sqrt{7}}{2}\times 2=\sqrt{7}$

27. 그림과 같이 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ 위의 점 $\mathrm{P}(4, k)\,(k>0)$에서의 접선이 x축과 만나는 점을 Q, y축과 만나는 점을 R라 하자. 점 $\mathrm{S}(4, 0)$에 대하여 삼각형 QOR의 넓이를 A_1, 삼각형 PRS의 넓이를 A_2라 하자. $A_1 : A_2 = 9:4$일 때, 이 쌍곡선의 주축의 길이는? (단, O는 원점이고, a와 b는 상수이다.) [3점]



① $2\sqrt{10}$ ② $2\sqrt{11}$ ③ $4\sqrt{3}$ ④ $2\sqrt{13}$ ⑤ $2\sqrt{14}$

$\boxed{\frac{4x}{a^2}-\frac{ky}{b^2}=1}$

$y=0$

$x=\frac{a^2}{4}$

$A_2=4\times k\times\frac{1}{2}=2k$

$A_1=\frac{a^2b^2}{8k}$

$\frac{a^2b^2}{8k} : 2k = 9:4$

$18k=\frac{a^2b^2}{2k}$

$\boxed{36k^2=a^2b^2}$

$\frac{k^2}{b^2}=\frac{a^2}{36}$

$\boxed{\frac{16}{a^2}-\frac{k^2}{b^2}=1}$

$\frac{16b^2-a^2k^2}{a^2b^2}=1$

$16b^2-a^2k^2=a^2b^2$

$\frac{16}{a^2}-\frac{a^2}{36}=1$

$16\times36-a^4=36a^2$

$a^4+36a^2-16\times36=0$

$(a^2-12)(a^2+48)=0$

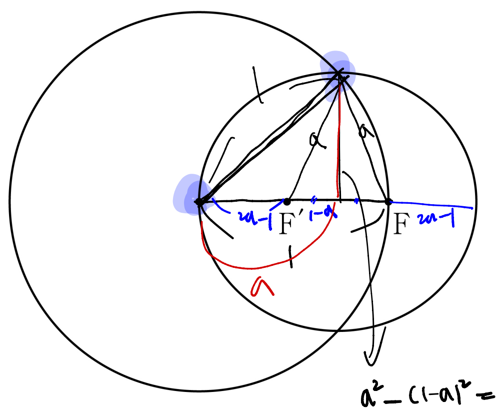
$a^2=12$

$a=2\sqrt{3}$

$2a=4\sqrt{3}$

28. 두 초점이 F, F$'$이고 장축의 길이가 $2a$인 타원이 있다. 이 타원의 한 꼭짓점을 중심으로 하고 반지름의 길이가 1인 원이 이 타원의 서로 다른 두 꼭짓점과 한 초점을 지날 때, 상수 a의 값은? [4점]

① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② $\frac{\sqrt{6}-1}{2}$ ③ $\sqrt{3}-1$ ④ $2\sqrt{2}-2$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}$



$1-(2a-1)$

$1-2a+1$

$2-2a$

$1-a$

$a^2-(1-a)^2=1-a^2$

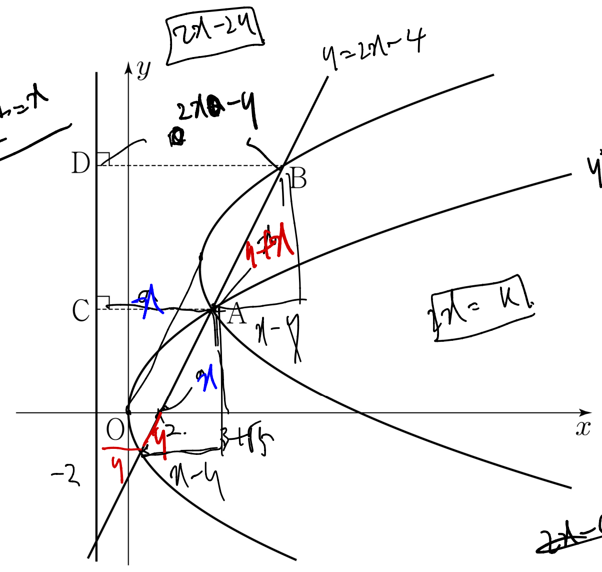
$a^2-(1-2a+a^2)=1-a^2$

$a^2+2a-2=0$

$-1\pm\sqrt{1+2}=\sqrt{3}-1$

단답형

29. 포물선 $y^2=8x$와 직선 $y=2x-4$가 만나는 점 중 제1사분면 위에 있는 점을 A라 하자. 양수 a에 대하여 포물선 $(y-2a)^2=8(x-a)$가 점 A를 지날 때, 직선 $y=2x-4$와 포물선 $(y-2a)^2=8(x-a)$가 만나는 점 중 A가 아닌 점을 B라 하자. 두 점 A, B에서 직선 $x=-2$에 내린 수선의 발을 각각 C, D라 할 때, $\overline{\mathrm{AC}}+\overline{\mathrm{BD}}-\overline{\mathrm{AB}}=k$이다. k^2의 값을 구하시오. [4점]



30. 좌표평면 위의 네 점 A$(2,\ 0)$, B$(0,\ 2)$, C$(-2,\ 0)$, D$(0,\ -2)$를 꼭짓점으로 하는 정사각형 ABCD의 네 변 위의 두 점 P, Q가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $(\overrightarrow{\mathrm{PQ}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AB}})(\overrightarrow{\mathrm{PQ}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AD}})=0$
(나) $\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OP}}\geq-2$이고 $\overrightarrow{\mathrm{OB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OP}}\geq0$이다.
(다) $\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OQ}}\geq-2$이고 $\overrightarrow{\mathrm{OB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OQ}}\leq0$이다.

점 R$(4,\ 4)$에 대하여 $\overrightarrow{\mathrm{RP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{RQ}}$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M+m$의 값을 구하시오. (단, O는 원점이다.) [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.