빠른정답

Chapter 1

문항번호	정 답	문항번호	정 답	문항번호	정 답	문항번호	정 답	문항번호	정 답
1	124	2	①	3	⑤	4	②	5	③
6	24	7	17	8	②	9	⑤	10	②
11	②	12	③	13	④	14	②	15	13
16	⑤	17	②	18	②	19	①	20	⑤
21	④	22	③	23	16	24	①	25	②
26	⑤	27	②	28	②	29	9	30	③
31	70	32	31	33	37	34	⑤	35	③
36	11	37	③	38	67	39	③	40	①
41	①								

Chapter 2

문항번호	정 답	문항번호	정 답	문항번호	정 답	문항번호	정 답	문항번호	정 답
1	④	2	①	3	②	4	⑤	5	③
6	20	7	①	8	③	9	⑤	10	③
11	54	12	⑤	13	④	14	③	15	③
16	60	17	②	18	②	19	16	20	①
21	③	22	③	23	⑤	24	88	25	⑤
26	②	27	⑤	28	①	29	75	30	①
31	12	32	②	33	⑤				

Chapter 3

문항번호	정 답	문항번호	정 답	문항번호	정 답	문항번호	정 답	문항번호	정 답
1	⑤	2	④	3	①	4	②	5	16
6	392	7	553	8	12	9	15	10	86
11	573	12	164						

Chapter 4

문항번호	정 답	문항번호	정 답	문항번호	정 답	문항번호	정 답	문항번호	정 답
1	③	2	④	3	9	4	⑤	5	②
6	27	7	④	8	①	9	②	10	②
11	⑤	12	③	13	⑤	14	④	15	⑤
16	①	17	①	18	③	19	⑤	20	②
21	①	22	14	23	①	24	①	25	③
26	③	27	②	28	①	29	②	30	②
31	⑤								

Chapter 5

문항번호	정 답	문항번호	정 답	문항번호	정 답	문항번호	정 답	문항번호	정 답
1	①	2	③	3	③	4	13	5	①
6	②	7	37	8	③	9	27	10	22
11	26	12	13	13	④	14	⑤	15	③
16	③	17	477	18	②	19	②	20	13
21	63	22	③	23	④	24	④	25	16
26	④	27	11	28	273	29	⑤	30	162
31	③	32	9	33	①	34	④	35	⑤
36	①	37	①	38	④	39	③	40	③
41	199	42	79	43	25	44	7	45	③
46	58	47	④	48	②	49	①	50	10
51	②	52	282	53	⑤	54	9	55	②
56	⑤	57	②						

Chapter 6

문항번호	정 답	문항번호	정 답	문항번호	정 답	문항번호	정 답	문항번호	정 답
1	13	2	101	3	⑤	4	③	5	②
6	④	7	⑤	8	100	9	11	10	31
11	②	12	①	13	110	14	①	15	④
16	③	17	①	18	③	19	④	20	⑤
21	④	22	103	23	427	24	23	25	③
26	④	27	33	28	④	29	③		

CHAPTER

01 유제

01 18년 4월 교육청 나형 27번

2 이상의 자연수 n에 대하여 $\left(\sqrt{3^n}\right)^{\frac{1}{2}}$과 $\sqrt[n]{3^{100}}$이 모두 자연수가 되도록 하는 모든 n의 값의 합을 구하시오. [4점]

02 17년 4월 교육청 나형 17번

두 자연수 a, b에 대하여

$$\sqrt{\frac{2^a \times 5^b}{2}}\text{ 이 자연수, } \sqrt[3]{\frac{3^b}{2^{a+1}}}\text{ 이 유리수}$$

일 때, $a+b$의 최솟값은? [4점]

① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

03 18년 9월 교육청 고2 나형 17번

두 실수 a, b에 대하여

$$2^{\frac{4}{a}} = 100, \ 25^{\frac{2}{b}} = 10$$

이 성립할 때, $2a+b$의 값은? [4점]

① 3 ② $\frac{13}{4}$ ③ $\frac{7}{2}$ ④ $\frac{15}{4}$ ⑤ 4

04 12년 3월 교육청 나형 10번

$80^x = 2$, $\left(\frac{1}{10}\right)^y = 4$, $a^z = 8$을 만족시키는 세 실수 x, y, z에 대하여 $\frac{1}{x}+\frac{2}{y}-\frac{1}{z}=1$이 성립할 때, 양수 a의 값은? [3점]

① 32 ② 64 ③ 96 ④ 128 ⑤ 160

05 09년 7월 교육청 나형 10번

세 양수 a, b, c가 $a^x = b^{2y} = c^{3z} = 7$, $abc = 49$를 만족할 때, $\dfrac{6}{x} + \dfrac{3}{y} + \dfrac{2}{z}$의 값은? [3점]

① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

06 13년 7월 교육청 A형 26번

0이 아닌 세 실수 α, β, γ가 이 순서대로 등차수열을 이룬다. $x^{\frac{1}{\alpha}} = y^{-\frac{1}{\beta}} = z^{\frac{2}{\gamma}}$일 때, $16xz^2 + 9y^2$의 최솟값을 구하시오. (단, x, y, z는 1이 아닌 양수이다.) [4점]

07 18년 3월 교육청 나형 25번

두 실수 a, b에 대하여

$$2^{a}+2^{b}=2,\ 2^{-a}+2^{-b}=\frac{9}{4}$$

일 때, 2^{a+b}의 값은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [3점]

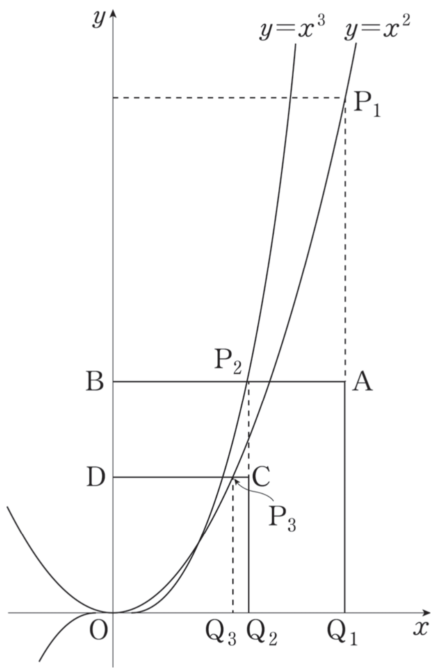
08 05학년도 9월 평가원 나형 5번

세 수 $A=\sqrt[3]{\sqrt{10}}$, $B=\sqrt{5}$, $C=\sqrt[3]{\sqrt{28}}$ 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은? [3점]

① $A<B<C$
② $A<C<B$
③ $B<A<C$
④ $B<C<A$
⑤ $C<A<B$

09 17년 3월 교육청 나형 15번

그림과 같이 좌표평면에 두 함수 $f(x)=x^2$, $g(x)=x^3$의 그래프가 있다. 곡선 $y=f(x)$ 위의 한 점 $\mathrm{P}_1(a, f(a))$ $(a>1)$에서 x축에 내린 수선의 발을 Q_1이라 하자. 선분 OQ_1을 한 변으로 하는 정사각형 $\mathrm{OQ}_1\mathrm{AB}$의 한 변 AB가 곡선 $y=g(x)$와 만나는 점을 P_2, 점 P_2에서 x축에 내린 수선의 발을 Q_2라 하자. 선분 OQ_2를 한 변으로 하는 정사각형 $\mathrm{OQ}_2\mathrm{CD}$의 한 변 CD가 곡선 $y=f(x)$와 만나는 점을 P_3, 점 P_3에서 x축에 내린 수선의 발을 Q_3이라 하자. 두 점 Q_2, Q_3의 x좌표를 각각 b, c라 할 때, $bc=2$가 되도록 하는 점 P_1의 y좌표의 값은? (단, O는 원점이고, 두 점 A, C는 제1사분면에 있다.) [4점]



① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

10 10년 4월 교육청 나형 5번

$P_n = 3^{\frac{1}{n(n+1)}}$에 대하여 $P_1 \times P_2 \times P_3 \times \cdots \times P_{2010} = 3^k$일 때, 상수 k의 값은? (단, n은 자연수이다.) [3점]

① $\frac{2009}{2010}$　② $\frac{2010}{2011}$　③ 1　④ $\frac{2011}{2010}$　⑤ $\frac{2010}{2009}$

11 10학년도 수능 나형 10번

조개류는 현탁물을 여과한다. 수온이 t (℃)이고 개체중량이 w (g)일 때, A 조개와 B 조개가 1 시간 동안 여과하는 양(L)을 각각 Q_A, Q_B 라고 하면 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$Q_A = 0.01t^{1.25}w^{0.25}$$

$$Q_B = 0.05t^{0.75}w^{0.30}$$

수온이 20℃ 이고 A 조개와 B 조개의 개체중량이 각각 $8g$ 일 때, $\frac{Q_A}{Q_B}$ 의 값은 $2^a \times 5^b$ 이다. $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 유리수이다.) [3점]

① 0.15　② 0.35　③ 0.55　④ 0.75　⑤ 0.95

12 09년 3월 교육청 가형 16번

원기둥 모양의 수도관에서 단면인 원의 넓이를 S, 원의 둘레의 길이를 L이라 하고, 수도관의 기울기를 I라 하자. 이 수도관에서 물이 가득 찬 상태로 흐를 때 물의 속력을 v라 하면

$$v = c\left(\frac{S}{L}\right)^{\frac{2}{3}} \cdot I^{\frac{1}{2}} \text{ (단, } c\text{는 상수이다.)}$$

이 성립한다고 한다.

단면인 원의 반지름의 길이가 각각 a, b인 원기둥 모양의 두 수도관 A, B에서 물이 가득 찬 상태로 흐르고 있다. 두 수도관 A, B의 기울기가 각각 0.01, 0.04이고, 흐르는 물의 속력을 각각 v_A, v_B라고 하자. $\frac{v_A}{v_B} = 2$일 때, $\frac{a}{b}$의 값은? (단, 두 수도관 A, B에 대한 상수 c의 값은 서로 같다.) [4점]

① 4 ② $4\sqrt{2}$ ③ 8 ④ $8\sqrt{2}$ ⑤ 16

13 08년 10월 교육청 가형 17번

어떤 생물의 개체수를 측정하기 시작하여 시각 t에서의 개체수를 $N(t)$라 할 때, 다음 관계식이 성립한다고 한다.

$$N(t) = \frac{K}{1 + c \cdot a^{-bt}} \text{ (단, } a, b, c\text{는 양의 상수)}$$

이때, K는 이 생물의 최대개체량이다. 이 생물의 개체수를 측정하기 시작하여 $t = 5$일 때의 개체수는 최대개체량의 $\frac{1}{2}$이었고, $t = 7$일 때의 개체수는 최대개체량의 $\frac{3}{4}$이었다. 이 생물의 개체수를 측정하기 시작하여 $t = 9$일 때의 개체수를 나타내는 것은? [4점]

① $\frac{6}{7}K$ ② $\frac{7}{8}K$ ③ $\frac{8}{9}K$ ④ $\frac{9}{10}K$ ⑤ $\frac{10}{11}K$

14 16학년도 수능 A형 16번

어느 금융상품에 초기자산 W_0을 투자하고 t년이 지난 시점에서의 기대자산 W가 다음과 같이 주어진다고 한다.

$$W=\frac{W_0}{2}10^{at}(1+10^{at})\ (\text{단, } W_0>0,\ t\geq 0\text{이고, } a\text{는 상수이다.})$$

이 금융상품에 초기자산 w_0을 투자하고 15년이 지난 시점에서의 기대자산은 초기자산의 3배이다. 이 금융상품에 초기자산 w_0을 투자하고 30년이 지난 시점에서의 기대자산이 초기자산의 k배일 때, 실수 k의 값은? (단, $w_0>0$) [4점]

① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

15 09학년도 9월 평가원 나형 25번

연립방정식

$$\begin{cases} 3\cdot 2^x - 2\cdot 3^y = 6 \\ 2^{x-2} - 3^{y-1} = -1 \end{cases}$$

의 해를 $x=\alpha,\ y=\beta$라 할 때, $\alpha^2+\beta^2$의 값을 구하시오. [3점]

16 17년 3월 교육청 나형 21번

자연수 m에 대하여 집합 A_m을

$$A_m = \left\{ (a,\ b) \,\middle|\, 2^a = \frac{m}{b},\ a,\ b\text{는 자연수} \right\}$$

라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

〈보 기〉

ㄱ. $A_4 = \{(1,\ 2),\ (2,\ 1)\}$
ㄴ. 자연수 k에 대하여 $m = 2^k$이면 $n(A_m) = k$이다.
ㄷ. $n(A_m) = 1$이 되도록 하는 두 자리 자연수 m의 개수는 23이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17 18년 3월 교육청 나형 12번

$\dfrac{1}{\log_4 18} + \dfrac{2}{\log_9 18}$ 의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

18 20학년도 6월 평가원 나형 8번

$\log_2 5 = a$, $\log_5 3 = b$일 때, $\log_5 12$를 a, b로 옳게 나타낸 것은? [3점]

① $\frac{1}{a}+b$　② $\frac{2}{a}+b$　③ $\frac{1}{a}+2b$　④ $a+\frac{1}{b}$　⑤ $2a+\frac{1}{b}$

19 17년 3월 교육청 나형 8번

$\log 2 = a$, $\log 3 = b$라 할 때, $\log \frac{4}{15}$를 a, b로 나타낸 것은? [3점]

① $3a-b-1$　② $3a+b-1$　③ $2a-b+1$　④ $2a+b-1$　⑤ $a-3b+1$

20 19년 6월 교육청 고2 가형 9번

$\log 2 = a$, $\log 3 = b$라 할 때, $\log_5 18$을 a, b로 나타낸 것은? [3점]

① $\frac{2a+b}{1+a}$　② $\frac{a+2b}{1+a}$　③ $\frac{a+b}{1-a}$　④ $\frac{2a+b}{1-a}$　⑤ $\frac{a+2b}{1-a}$

21 20학년도 사관 나형 15번

두 양수 a, b $(a>b)$에 대하여 $9^a=2^{\frac{1}{b}}$, $(a+b)^2=\log_3 64$일 때, $\dfrac{a-b}{a+b}$의 값은? [4점]

① $\dfrac{\sqrt{6}}{6}$　　② $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　③ $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　④ $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$　　⑤ $\dfrac{\sqrt{30}}{6}$

22 18학년도 수능 나형 16번

1보다 큰 두 실수 a, b에 대하여

$$\log_{\sqrt{3}} a=\log_9 ab$$

가 성립할 때, $\log_a b$의 값은? [4점]

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

23 16년 10월 교육청 나형 25번

1 이 아닌 두 양수 a, b에 대하여 $\dfrac{\log_a b}{2a} = \dfrac{18\log_b a}{b} = \dfrac{3}{4}$이 성립할 때, ab의 값을 구하시오. [3점]

24 19학년도 수능 나형 15번

2 이상의 자연수 n에 대하여 $5\log_n 2$의 값이 자연수가 되도록 하는 모든 n의 값의 합은? [4점]

① 34 ② 38 ③ 42 ④ 46 ⑤ 50

25 04년 3월 교육청 나형 17번

$a > 1$, $b > 1$ 일 때, $\log_{a^3} b^2 + \log_{b^4} a^3$ 의 최솟값은? [4점]

① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ 2 ⑤ $\sqrt{5}$

26 10년 3월 교육청 나형 10번

서로 다른 세 실수 x, y, z가 $2^x = 3^y = 6^z$을 만족시킬 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [3점]

〈보 기〉

ㄱ. $2^x \cdot 3^y = 36^z$

ㄴ. $2^z \cdot 3^{z-y} = 1$

ㄷ. $x+y=1$이면 $z=\log_6 2 \cdot \log_6 3$이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

27 09년 10월 교육청 나형 10번

세 자연수 a, b, c가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a\log_{500} 2 + b\log_{500} 5 = c$

(나) a, b, c 의 최대공약수는 2 이다.

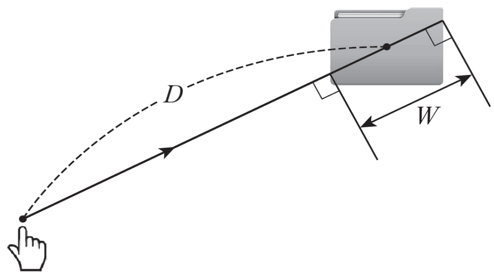
이때, $a+b+c$의 값은? [4점]

① 6 ② 12 ③ 18 ④ 24 ⑤ 30

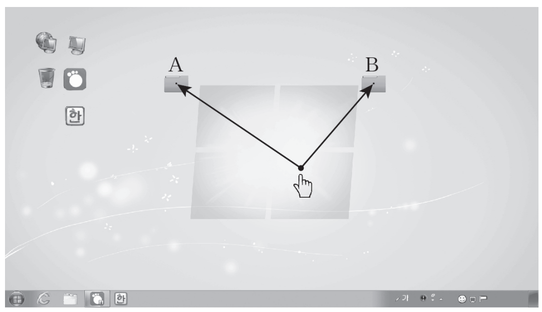
28 15년 3월 교육청 A형 15번

컴퓨터 화면에서 마우스 커서(☝)가 아이콘까지 이동하는 시간을 T(초), 현재 마우스 커서의 위치로부터 아이콘의 중심까지의 거리를 D(cm), 마우스 커서가 움직이는 방향으로 측정한 아이콘의 폭을 W(cm)라 하면 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다. (단, $D>0$)

$T=a+\frac{1}{10}\log_2\left(\frac{D}{W}+1\right)$ (단, a는 상수)



그림과 같이 컴퓨터 화면에 두 개의 아이콘 A, B가 있다.



현재 마우스 커서의 위치에서 아이콘 A의 방향으로 측정한 아이콘 A의 폭 W_A와 아이콘 B의 방향으로 측정한 아이콘 B의 폭 W_B는 모두 1cm로 같다. 현재 마우스 커서의 위치로부터 아이콘 A의 중심까지의 거리와 아이콘 B의 중심까지의 거리를 각각 D_A(cm), D_B(cm)라 할 때, 마우스 커서가 아이콘 A까지 이동하는 시간 T_A, 아이콘 B까지 이동하는 시간 T_B는 각각 0.71초, 0.66초이다. $\frac{D_A+1}{D_B+1}$의 값은? [4점]

① 1　② $\sqrt{2}$　③ 2　④ $2\sqrt{2}$　⑤ 4

29 18학년도 경찰대 21번

$\log_m 2 = \dfrac{n}{100}$을 만족시키는 자연수의 순서쌍 (m, n)의 개수를 구하시오. [3점]

30 19학년도 경찰대 6번

세 양수 a, b, c에 대하여

$$\begin{cases} \log_{ab} 3 + \log_{bc} 9 = 4 \\ \log_{bc} 3 + \log_{ca} 9 = 5 \\ \log_{ca} 3 + \log_{ab} 9 = 6 \end{cases}$$

이 성립할 때, abc의 값은? [4점]

① 1 ② $\sqrt{3}$ ③ 3 ④ $3\sqrt{3}$ ⑤ 9

31 15년 4월 교육청 B형 27번

양수 x에 대하여 $\log x$의 정수 부분과 소수 부분을 각각 $f(x)$, $g(x)$라 하자.

$\{f(x)\}^2 + 3g(x)$의 값이 3이 되도록 하는 모든 x의 값의 곱은 $10^{\frac{q}{p}}$이다. $10(p+q)$의 값을 구하시오. (단, p, q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

32 14년 7월 교육청 A형 27번

$10 < x < 100$ 인 x 에 대하여 $\log\sqrt{x}$ 의 소수 부분이 $\log\frac{1}{x}$ 의 소수 부분의 5배이다.

$\log x = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

33 07학년도 6월 평가원 나형 23번

$\log a^3$ 의 소수 부분과 $\log b^5$ 의 소수 부분이 모두 0이 되도록 하는 양의 실수 a, b

$(1 < a < 10,\ 1 < b < 10)$ 에 대하여 ab 의 최댓값이 $10^{\frac{q}{p}}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.
(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

34 16학년도 수능 B형 20번

양수 x 에 대하여 $\log x$ 의 정수 부분을 $f(x)$ 라 하자.

$$f(n+10) = f(n) + 1$$

을 만족시키는 100 이하의 자연수 n 의 개수는? [4점]

① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

35 15년 3월 교육청 A형 14번

양의 실수 x에 대하여 $f(x)$가 다음과 같다.

$$f(x) = \log x$$

$f(n)$의 정수 부분이 1, 소수 부분이 α일 때, 2α의 정수 부분이 1인 모든 자연수 n의 개수는? (단, $3.1 < \sqrt{10} < 3.2$) [4점]

① 64 ② 66 ③ 68 ④ 70 ⑤ 72

36 09학년도 6월 평가원 나형 24번

$\log x$의 정수 부분이 4이고 $\log y$의 정수 부분이 1일 때, $\left(\log \dfrac{x}{y}\right)\left(\log \dfrac{y}{x}\right)$의 값 중에서 정수의 개수를 구하시오. [4점]

37 16학년도 6월 평가원 A형 20번

양수 x에 대하여 $\log x$의 정수 부분을 $f(x)$라 할 때,

$$f(ab)=f(a)f(b)+2$$

를 만족시키는 20 이하의 두 자연수 a, b의 순서쌍 $(a,\ b)$에 대하여 $a+b$의 최솟값은? [4점]

① 19　② 20　③ 21　④ 22　⑤ 23

38 15년 3월 교육청 B형 26번

양의 실수 x에 대하여 $\log x$의 소수 부분을 $f(x)$라 할 때, $\sum_{k=1}^{10} f(2^k)=m\log 2-n$이다. 두 자연수 m, n에 대하여 $m+n$의 값을 구하시오. [4점]

39 20년 4월 교육청 가형 14번

2 이상의 자연수 n에 대하여 $(n-5)$의 n제곱근 중 실수인 것의 개수를 $f(n)$이라 할 때, $\sum_{n=2}^{10} f(n)$의 값은? [4점]

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

40 21학년도 6월 평가원 가형 12번

자연수 n이 $2 \le n \le 11$일 때, $-n^2+9n-18$의 n제곱근 중에서 음의 실수가 존재하도록 하는 모든 n의 값의 합은? [3점]

① 31 ② 33 ③ 35 ④ 37 ⑤ 39

41 21학년도 9월 평가원 가형 11번

1보다 큰 세 실수 a, b, c가

$$\log_a b = \frac{\log_b c}{2} = \frac{\log_c a}{4}$$

를 만족시킬 때, $\log_a b + \log_b c + \log_c a$의 값은? [3점]

① $\frac{7}{2}$ ② 4 ③ $\frac{9}{2}$ ④ 5 ⑤ $\frac{11}{2}$

CHAPTER

02 유제

01 13년 3월 교육청 A형 18번

두 함수 $f(x)$, $g(x)$를

$$f(x)=x^2-6x+3\,,\ g(x)=a^x\ (a>0\,,\ a\neq 1)$$

이라 하자. $1 \le x \le 4$에서 함수 $(g \circ f)(x)$의 최댓값은 27, 최솟값은 m이다. m의 값은?

[4점]

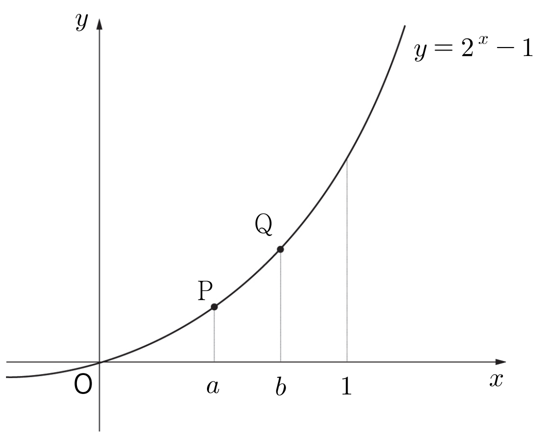
① $\dfrac{1}{27}$　　② $\dfrac{1}{3}$　　③ $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　④ 3　　⑤ $3\sqrt{3}$

02 07년 7월 교육청 나형 9번

그림에서 함수 $y=2^x-1$의 그래프 위의 서로 다른 두 점 P, Q의 x좌표를 각각 a, b라 할 때,

$$A=\frac{2^a-1}{a},\ B=\frac{2^b-1}{b},\ C=\frac{2^b-2^a}{b-a}$$

의 대소 관계를 옳게 나타낸 것은? (단, $0<a<b<1$) [3점]



① $A<B<C$　　② $A<C<B$　　③ $B<A<C$
④ $B<C<A$　　⑤ $C<A<B$

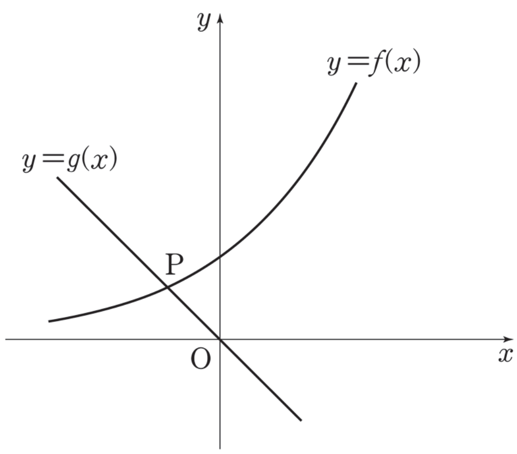
03 20학년도 수능 가형 15번

지수함수 $y=a^x$ $(a>1)$의 그래프와 직선 $y=\sqrt{3}$이 만나는 점을 A라 하자. 점 B(4, 0)에 대하여 직선 OA와 직선 AB가 서로 수직이 되도록 하는 모든 a의 값의 곱은? (단, O는 원점이다.) [4점]

① $3^{\frac{1}{3}}$ ② $3^{\frac{2}{3}}$ ③ 3 ④ $3^{\frac{4}{3}}$ ⑤ $3^{\frac{5}{3}}$

04 14학년도 예비평가 A형 9번

좌표평면에서 함수 $f(x)=2^x$의 그래프와 함수 $g(x)=-x$의 그래프가 만나는 점을 $\mathrm{P}(a, -a)$라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [3점]



〈보 기〉

ㄱ. $a<-1$
ㄴ. $t>0$이면 $|f(-t)-g(-t)|<|f(t)-g(t)|$이다.
ㄷ. 함수 $y=f^{-1}(x)$의 그래프와 함수 $y=g(x)$의 그래프가 만나는 점의 좌표는 $(-a, a)$이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

05 09년 7월 교육청 나형 13번

정의역이 $x<4$인 두 함수 $f(x)=2^x$, $g(x)=x^2$의 그래프가 만나는 두 점을 $(x_1,\ y_1)$, $(x_2,\ y_2)$라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, $x_1<x_2$) [3점]

〈보 기〉

ㄱ. $x_1+x_2>0$

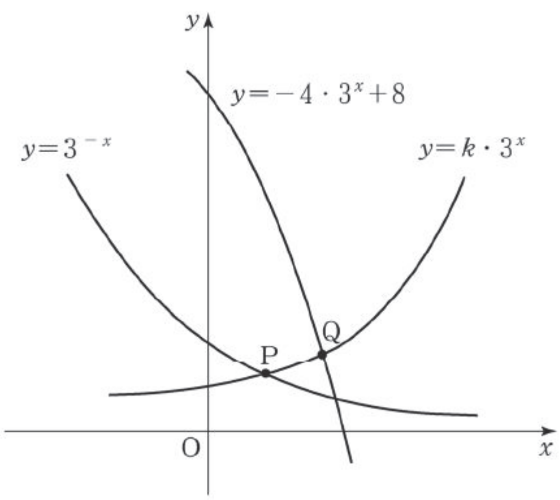
ㄴ. $x_1\cdot y_1+x_2\cdot y_2<0$

ㄷ. $|x_1\cdot y_2|-|x_2\cdot y_1|>0$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

06 07학년도 수능 나형 25번

함수 $y=k\cdot 3^x\ (0<k<1)$의 그래프가 두 함수 $y=3^{-x}$, $y=-4\cdot 3^x+8$의 그래프와 만나는 점을 각각 P, Q라 하자. 점 P와 점 Q의 x좌표의 비가 1 : 2일 때, $35k$의 값을 구하시오. [4점]



07 19년 6월 교육청 고2 가형 20번

함수 $f(x)=\log_3 x$에 대하여 두 양수 a, b가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $|f(a)-f(b)| \le 1$
(나) $f(a+b)=1$

ab의 최솟값을 m이라 할 때, $f(m)=3-\log_3 k$이다. 자연수 k의 값은? [4점]

① 16 ② 19 ③ 22 ④ 25 ⑤ 28

08 15학년도 6월 평가원 B형 19번

$0<a<1<b$인 두 실수 a, b에 대하여 두 함수

$$f(x)=\log_a(bx-1),\ \ g(x)=\log_b(ax-1)$$

이 있다. 곡선 $y=f(x)$와 x축의 교점이 곡선 $y=g(x)$의 점근선 위에 있도록 하는 a와 b 사이의 관계식과 a의 범위를 옳게 나타낸 것은? [4점]

① $b=-2a+2$ $(0<a<\frac{1}{2})$

② $b=2a$ $(0<a<\frac{1}{2})$

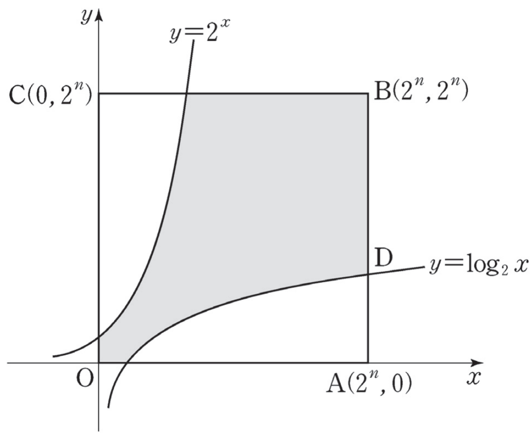
③ $b=2a$ $(\frac{1}{2}<a<1)$

④ $b=2a+1$ $(0<a<\frac{1}{2})$

⑤ $b=2a+1$ $(\frac{1}{2}<a<1)$

09 14학년도 9월 평가원 B형 13번

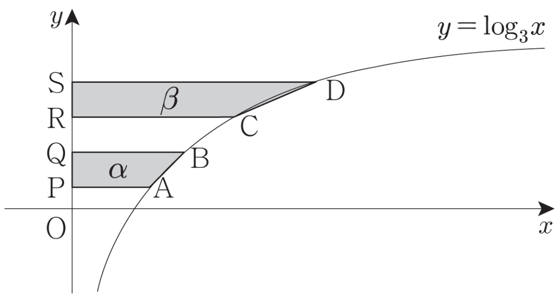
좌표평면에서 꼭짓점의 좌표가 $\mathrm{O}(0,\ 0)$, $\mathrm{A}(2^n,\ 0)$, $\mathrm{B}(2^n,\ 2^n)$, $\mathrm{C}(0,\ 2^n)$ 인 정사각형 OABC와 두 곡선 $y=2^x$, $y=\log_2 x$ 에 대하여 선분 AB가 곡선 $y=\log_2 x$ 와 만나는 점을 D라 하자. 선분 AD를 $2:3$ 으로 내분하는 점을 지나고 y 축에 수직인 직선이 곡선 $y=\log_2 x$ 와 만나는 점을 E, 점 E를 지나고 x 축에 수직인 직선이 곡선 $y=2^x$ 과 만나는 점을 F라 하자. 점 F의 y 좌표가 16 일 때, 직선 DF의 기울기는? (단, n 은 자연수이다.) [3점]



① $-\dfrac{13}{28}$　② $-\dfrac{25}{56}$　③ $-\dfrac{3}{7}$　④ $-\dfrac{23}{56}$　⑤ $-\dfrac{11}{28}$

10 09년 10월 교육청 나형 14번

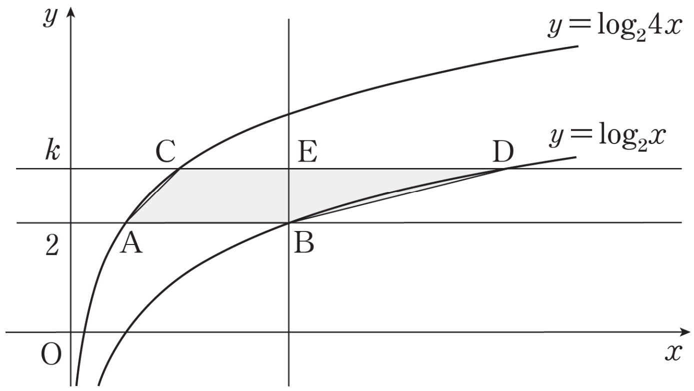
그림과 같이 함수 $y = \log_3 x$ 의 그래프 위의 서로 다른 네 점 A, B, C, D 에서 y 축에 내린 수선의 발을 각각 P, Q, R, S 라 하자. 두 사각형 ABQP, CDSR 의 넓이를 각각 α, β 라 하고, 네 점 P, Q, R, S 의 y 좌표를 각각 p, q, r, s 라 하자. p, q, r, s 가 이 순서대로 등차수열을 이루고, $\beta = 3\alpha$ 일 때, $s-p$ 의 값은? [3점]



① $\frac{1}{2}$　② 1　③ $\frac{3}{2}$　④ 2　⑤ $\frac{5}{2}$

11 19년 3월 교육청 가형 27번

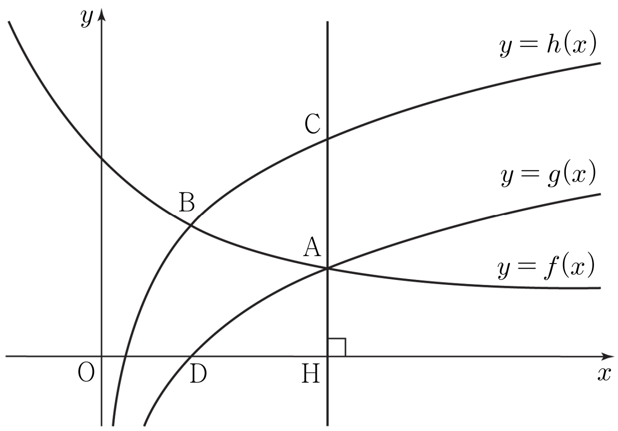
그림과 같이 직선 $y=2$가 두 곡선 $y=\log_2 4x$, $y=\log_2 x$와 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 직선 $y=k\ (k>2)$가 두 곡선 $y=\log_2 4x$, $y=\log_2 x$와 만나는 점을 각각 C, D라 하자. 점 B를 지나고 y축과 평행한 직선이 직선 CD와 만나는 점을 E라 하면 점 E는 선분 CD를 $1:2$로 내분한다. 사각형 ABDC의 넓이를 S라 할 때, $12S$의 값을 구하시오. [4점]



12 19년 6월 교육청 고2 가형 19번

그림과 같이 함수 $f(x)=2^{1-x}+a-1$의 그래프가 두 함수 $g(x)=\log_2 x$, $h(x)=a+\log_2 x$의 그래프와 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 점 A를 지나고 x축에 수직인 직선이 함수 $h(x)$의 그래프와 만나는 점을 C, x축과 만나는 점을 H라 하고, 함수 $g(x)$의 그래프가 x축과 만나는 점을 D라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, $a>0$)

[4점]



〈보 기〉

ㄱ. 점 B의 좌표는 $(1, a)$이다.

ㄴ. 점 A의 x좌표가 4일 때, 사각형 ACBD의 넓이는 $\frac{69}{8}$이다.

ㄷ. $\overline{\mathrm{CA}} : \overline{\mathrm{AH}} = 3 : 2$이면 $0 < a < 3$이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

13 06학년도 6월 평가원 나형 12번

두 점 $(1, 0)$, $(0, -m)$을 지나는 직선이 두 곡선 $y=2\log x$, $y=3\log x$와 각각 두 점에서 만날 때, $(1, 0)$이 아닌 교점을 각각 $(p, 2\log p)$, $(q, 3\log q)$라 하자. <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $m>0$, $p>1$, $q>1$이다.) [4점]

〈보 기〉

ㄱ. $p>q$

ㄴ. $m=\dfrac{3\log q-2\log p}{q-p}$

ㄷ. $m>\dfrac{3\log q}{q}$

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

14 19학년도 수능 가형 5번

함수 $y=2^x+2$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼 평행이동한 그래프가 함수 $y=\log_2 8x$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프와 직선 $y=x$에 대하여 대칭일 때, 상수 m의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

15 09학년도 9월 평가원 나형 15번

두 함수 $f(x)=2^{x-2}+1$, $g(x)=\log_2(x-1)+2$에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [3점]

〈보 기〉

ㄱ. $f^{-1}(5)\cdot\{g(5)+1\}=20$이다.
ㄴ. $y=f(x)$의 그래프와 $y=g(x)$의 그래프는 직선 $y=x$에 대하여 대칭이다.
ㄷ. $y=f(x)$의 그래프와 $y=g(x)$의 그래프는 만나지 않는다.

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

16 19년 6월 교육청 고2 가형 29번

$0 \le x \le 8$에서 정의된 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

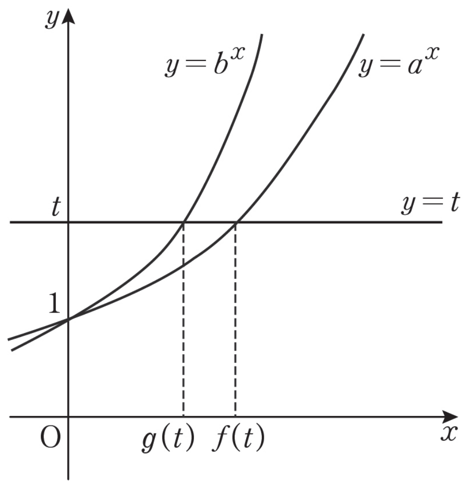
(가) $f(x)=\begin{cases} 2^x-1 & (0 \le x \le 1) \\ 2-2^{x-1} & (1 < x \le 2) \end{cases}$

(나) $n=1$, 2, 3일 때, $2^n f(x)=f(x-2n)$ $(2n < x \le 2n+2)$

함수 $y=f(x)$의 그래프와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S라 할 때, $32S$의 값을 구하시오. [4점]

17 15년 3월 교육청 B형 16번

그림과 같이 두 곡선 $y=a^{x}$, $y=b^{x}\,(1<a<b)$가 직선 $y=t\,(t>1)$과 만나는 점의 x좌표를 각각 $f(t)$, $g(t)$라 할 때, $2f(a)=3g(a)$가 성립한다. $f(c)=g(27)$을 만족시키는 실수 c의 값은? [4점]



① 6　② 9　③ 12　④ 15　⑤ 18

18 18학년도 6월 평가원 가형 8번

부등식

$$2\log_2|x-1| \le 1-\log_2\frac{1}{2}$$

을 만족시키는 모든 정수 x의 개수는? [3점]

① 2　② 4　③ 6　④ 8　⑤ 10

19 10학년도 6월 평가원 나형 21번

부등식 $1+\log_{\frac{1}{2}}x^2 > \log_{\frac{1}{2}}(5x-8)$의 해가 $\alpha < x < \beta$일 때, $\alpha\beta$의 값을 구하시오. [3점]

20 17년 4월 교육청 가형 17번

두 집합

$$A=\left\{x \,\middle|\, x^2-5x+4 \le 0\right\},$$
$$B=\left\{x \,\middle|\, (\log_2 x)^2-2k\log_2 x+k^2-1 \le 0\right\}$$

에 대하여 $A \cap B \neq \varnothing$을 만족시키는 정수 k의 개수는? [4점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

21 07년 10월 교육청 나형 27번

두 집합

$$A=\{x \mid 2^{x(x-3a)}<2^{a(x-3a)}\},\ B=\{x \mid \log_3(x^2-2x+6)<2\}$$

에 대하여 $A\cap B=A$가 성립하도록 하는 실수 a의 값의 범위는? [3점]

① $-1\le a\le 0$　② $-1\le a\le \frac{1}{3}$　③ $-\frac{1}{3}\le a\le 1$

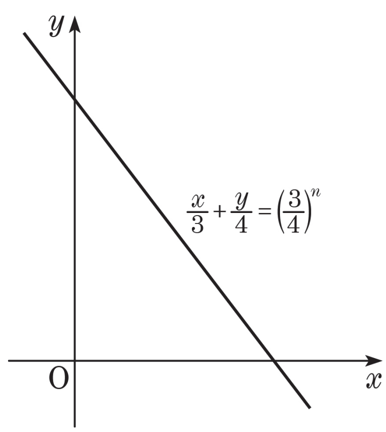
④ $\frac{1}{3}\le a\le 3$　⑤ $1\le a\le 3$

22 14년 3월 교육청 A형 14번

자연수 n에 대하여 좌표평면에서 직선

$$\frac{x}{3}+\frac{y}{4}=\left(\frac{3}{4}\right)^n$$

을 l_n이라 하자.

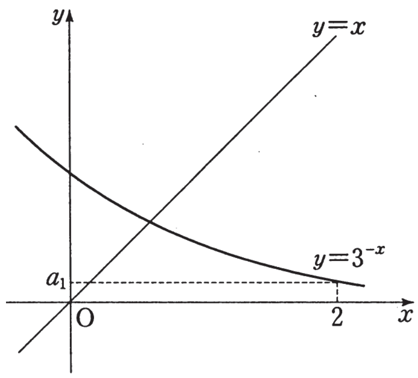


직선 l_n과 x축, y축으로 둘러싸인 부분의 넓이가 $\frac{1}{10}$ 이하가 되도록 하는 자연수 n의 최솟값은? (단, $\log 2=0.30$, $\log 3=0.48$로 계산한다.) [4점]

① 6　② 7　③ 8　④ 9　⑤ 10

23 10학년도 6월 평가원 나형 27번

지수함수 $f(x)=3^{-x}$에 대하여 $a_1=f(2)$, $a_{n+1}=f(a_n)$ $(n=1,\ 2,\ 3)$일 때, a_2, a_3, a_4의 대소 관계를 옳게 나타낸 것은? [3점]

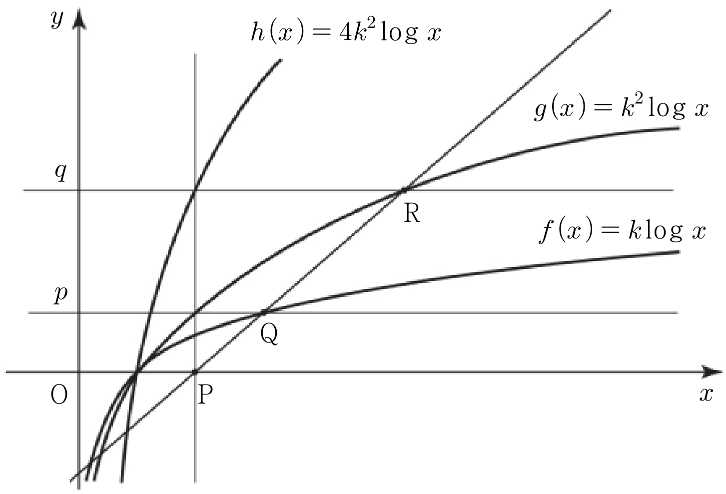


① $a_2 < a_3 < a_4$　　② $a_4 < a_3 < a_2$　　③ $a_2 < a_4 < a_3$

④ $a_3 < a_2 < a_4$　　⑤ $a_3 < a_4 < a_2$

24 15년 7월 교육청 A형 28번

그림과 같이 세 로그함수 $f(x)=k\log x$, $g(x)=k^2\log x$, $h(x)=4k^2\log x$의 그래프가 있다. 점 $\mathrm{P}(2,0)$을 지나고 y축에 평행한 직선이 두 곡선 $y=g(x)$, $y=h(x)$와 만나는 점의 y좌표를 각각 p, q라 하자. 직선 $y=p$와 곡선 $y=f(x)$가 만나는 점을 $\mathrm{Q}(a,p)$, 직선 $y=q$와 곡선 $y=g(x)$가 만나는 점을 $\mathrm{R}(b,q)$라 하자. 세 점 P, Q, R가 한 직선 위에 있을 때, 두 실수 a, b의 곱 ab의 값을 구하시오. (단, $k>1$) [4점]



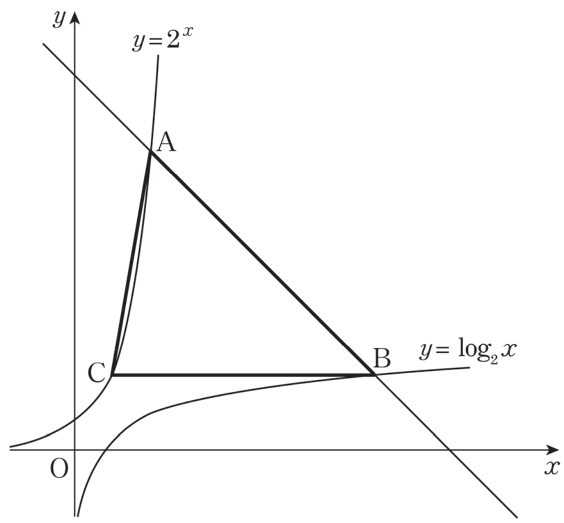
25 14학년도 예비평가 A형 20번

정의역이 $\{x|1 \leq x < 100\}$이고 함숫값이 $\log x$의 소수 부분인 함수를 $f(x)$라 하자. 함수 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=2-\frac{x}{n}$가 만나는 점의 개수가 2가 되도록 하는 자연수 n의 개수는? [4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

26 15년 10월 교육청 A형 17번

그림과 같이 기울기가 -1인 직선이 두 곡선 $y=2^{x}$, $y=\log_{2}x$와 만나는 두 점을 각각 A, B라 하고, 점 B를 지나고 x축과 평행한 직선이 곡선 $y=2^{x}$과 만나는 점을 C라 하자. 선분 AB의 길이가 $12\sqrt{2}$, 삼각형 ABC의 넓이가 84이다. 점 A의 x좌표를 a라 할 때, $a-\log_{2}a$의 값은? [4점]



① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

27 08학년도 수능 나형 16번

직선 $y=2-x$가 두 로그함수 $y=\log_2 x$, $y=\log_3 x$의 그래프와 만나는 점을 각각 (x_1, y_1), (x_2, y_2)라 할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

〈보 기〉

ㄱ. $x_1 > y_2$

ㄴ. $x_2 - x_1 = y_1 - y_2$

ㄷ. $x_1 y_1 > x_2 y_2$

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

28 18학년도 사관 가형 18번

좌표평면에서 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시키는 정사각형의 개수를 a_n이라 하자.

(가) 한 변의 길이가 n이고 네 꼭짓점의 x좌표와 y좌표가 모두 자연수이다.
(나) 두 곡선 $y=\log_2 x$, $y=\log_{16} x$와 각각 서로 다른 두 점에서 만난다.

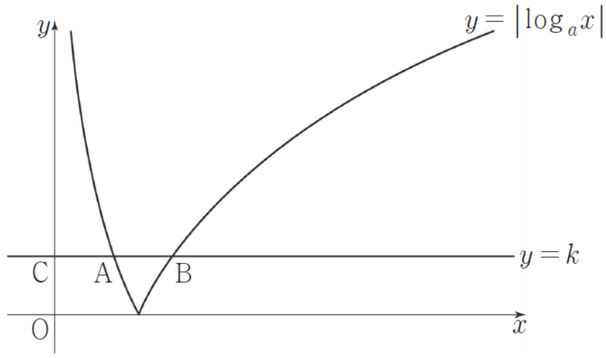
a_3+a_4의 값은? [4점]

① 21 ② 23 ③ 25 ④ 27 ⑤ 29

29 20년 4월 교육청 가형 28번

그림과 같이 1보다 큰 실수 a에 대하여 곡선 $y=|\log_a x|$가 직선 $y=k\,(k>0)$과 만나는 두 점을 각각 A, B라 하고, 직선 $y=k$가 y축과 만나는 점을 C라 하자.

$\overline{\mathrm{OC}}=\overline{\mathrm{CA}}=\overline{\mathrm{AB}}$일 때, 곡선 $y=|\log_a x|$와 직선 $y=2\sqrt{2}$가 만나는 두 점 사이의 거리는 d이다. $20d$의 값을 구하시오. (단, O는 원점이고, 점 A의 x좌표는 점 B의 x좌표보다 작다.) [4점]



30 20년 4월 교육청 나형 20번

두 함수

$$f(x)=2^x,\ g(x)=2^{x-2}$$

에 대하여 두 양수 a, $b\,(a<b)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $a+b$의 값은? [4점]

(가) 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$와 두 직선 $y=a$, $y=b$로 둘러싸인 부분의 넓이가 6이다. (나) $g^{-1}(b)-f^{-1}(a)=\log_2 6$

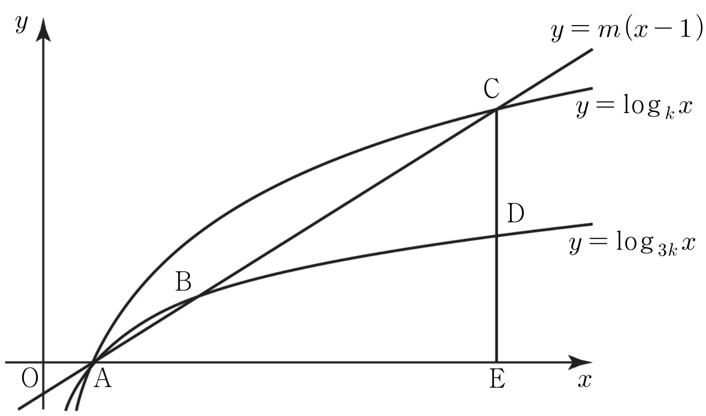
① 15　② 16　③ 17　④ 18　⑤ 19

31 20년 7월 교육청 가형 27번

$k>1$ 인 실수 k 에 대하여 두 곡선 $y=\log_{3k}x$, $y=\log_{k}x$ 가 만나는 점을 A 라 하자. 양수 m 에 대하여 직선 $y=m(x-1)$ 이 두 곡선 $y=\log_{3k}x$, $y=\log_{k}x$ 와 제1 사분면에서 만나는 점을 각각 B , C 라 하자. 점 C 를 지나고 y 축에 평행한 직선이 곡선 $y=\log_{3k}x$, x 축과 만나는 점을 각각 D , E 라 할 때, 세 삼각형 ADB , AED , BDC 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 삼각형 BDC의 넓이는 삼각형 ADB의 넓이의 3배이다.
(나) 삼각형 BDC의 넓이는 삼각형 AED의 넓이의 $\frac{3}{4}$ 배이다.

$\frac{k}{m}$ 의 값을 구하시오. [4점]



32 21학년도 사관 나형 21번

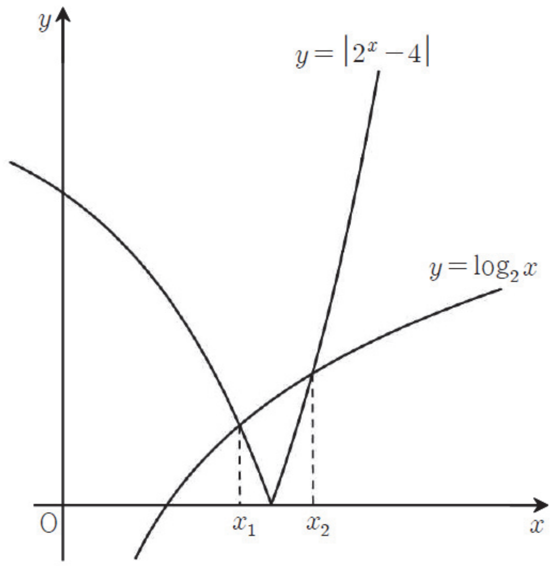
두 곡선 $y=|2^x-4|$, $y=\log_2 x$가 만나는 두 점의 x좌표를 x_1, x_2 $(x_1<x_2)$라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

〈보 기〉

ㄱ. $\log_2 3 < x_1 < x_2 < \log_2 6$

ㄴ. $(x_2-x_1)(2^{x_2}-2^{x_1}) < 3$

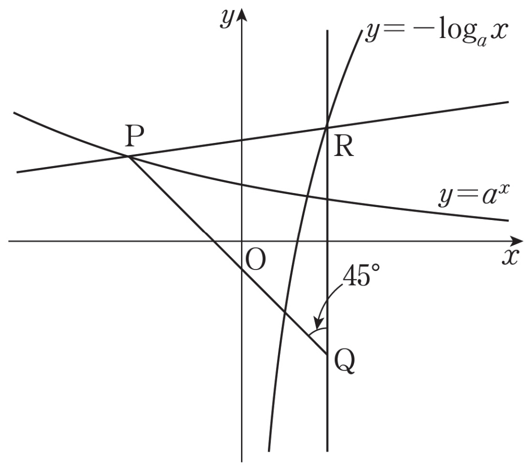
ㄷ. $2^{x_1}+2^{x_2} > 8+\log_2(\log_3 6)$



① ㄱ　② ㄱ, ㄴ　③ ㄱ, ㄷ　④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

33 20년 10월 교육청 가형 15번

그림과 같이 좌표평면에서 곡선 $y=a^x\,(0<a<1)$ 위의 점 P 가 제2 사분면에 있다. 점 P 를 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동시킨 점 Q 와 곡선 $y=-\log_a x$ 위의 점 R 에 대하여 $\angle \mathrm{PQR}=45°$ 이다. $\overline{\mathrm{PR}}=\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$ 이고 직선 PR 의 기울기가 $\dfrac{1}{7}$ 일 때, 상수 a 의 값은? [4점]



① $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$ ② $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ ③ $\dfrac{2}{3}$ ④ $\dfrac{\sqrt{5}}{3}$ ⑤ $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

CHAPTER

03 유제

01 19년 6월 교육청 고2 가형 21번

자연수 n에 대하여 $f(n)$이 다음과 같다.

$$f(n)=\begin{cases} \sqrt[4]{9\times 2^{n+1}} & (n\text{이 홀수}) \\ \sqrt[4]{4\times 3^{n}} & (n\text{이 짝수}) \end{cases}$$

10 이하의 두 자연수 p, q에 대하여 $f(p)\times f(q)$가 자연수가 되도록 하는 모든 순서쌍 (p, q)의 개수는? [4점]

① 36 ② 38 ③ 40 ④ 42 ⑤ 44

02 17학년도 경찰대 1번

$\log a = 3 - \log (a+b)$을 만족시키는 정수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 의 개수는? [3점]

① 4 ② 8 ③ 12 ④ 16 ⑤ 32

03 14학년도 수능 A형 14번

자연수 n에 대하여 $f(n)$이 다음과 같다.

$$f(n)=\begin{cases}\log_3 n & (n\text{이 홀수})\\ \log_2 n & (n\text{이 짝수})\end{cases}$$

20 이하의 두 자연수 m, n에 대하여 $f(mn)=f(m)+f(n)$을 만족시키는 순서쌍 $(m,\ n)$의 개수는? [4점]

① 220 ② 230 ③ 240 ④ 250 ⑤ 260

04 94학년도 2차 수능 A형 13번

부등식 $|\log_2 a-\log_2 10|+\log_2 b \le 1$ 을 만족시키는 두 자연수 a, b 의 순서쌍 (a, b)의 개수는? [1.5점]

① 15 ② 17 ③ 19 ④ 21 ⑤ 23

05 17년 4월 교육청 가형 29번 (교과 외)

좌표평면에서 2 이상의 자연수 n에 대하여 두 곡선 $y=3^x-n$, $y=\log_3(x+n)$으로 둘러싸인 영역의 내부 또는 그 경계에 포함되고 x좌표와 y좌표가 모두 자연수인 점의 개수가 4가 되도록 하는 자연수 n의 개수를 구하시오. ('영역'은 '도형' 또는 '부분'으로 해석하자.) [4점]

06 12학년도 9월 평가원 나형 30번

자연수 n 에 대하여 좌표평면에서 다음 조건을 만족시키는 가장 작은 정사각형의 한 변의 길이를 a_n 이라 하자.

(가) 정사각형의 각 변은 좌표축에 평행하고, 두 대각선의 교점은 $(n,\ 2^n)$ 이다.

(나) 정사각형과 그 내부에 있는 점 $(x,\ y)$ 중에서 x 가 자연수이고, $y=2^x$ 을 만족시키는 점은 3 개뿐이다.

예를 들어 $a_1=12$ 이다. $\sum_{k=1}^{7}a_k$ 의 값을 구하시오. [4점]

07 14년 4월 교육청 A형 29번

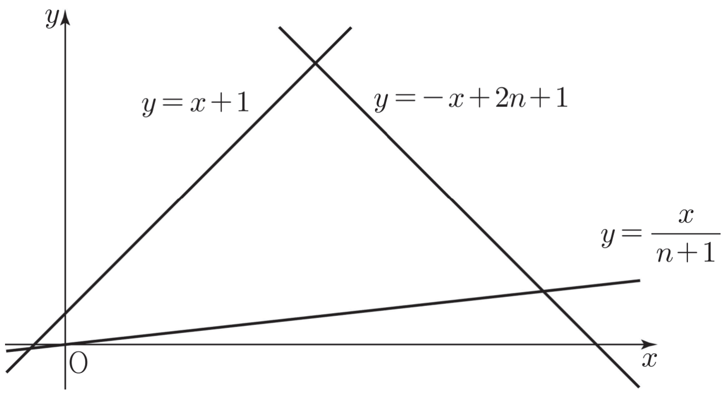
함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $-1 \le x < 1$에서 $f(x) = \|2x\|$이다. (나) 모든 실수 x에 대하여 $f(x+2) = f(x)$이다.

자연수 n에 대하여 함수 $y = f(x)$의 그래프와 함수 $y = \log_{2n} x$의 그래프가 만나는 점의 개수를 a_n이라 하자. $\sum_{n=1}^{7} a_n$의 값을 구하시오. [4점]

08 16학년도 사관 A형 29번

좌표평면에서 자연수 n에 대하여 세 직선 $y=x+1$, $y=-x+2n+1$, $y=\frac{x}{n+1}$로 둘러싸인 삼각형의 내부(경계선 제외)에 있는 점 (x, y)중에서 x, y가 모두 자연수인 점의 개수를 a_n이라 하자. $a_n=133$인 n의 값을 구하시오. [4점]



09 14학년도 수능 A형 30번 (교과 외)

좌표평면에서 $a>1$인 자연수 a에 대하여 두 곡선 $y=4^x$, $y=a^{-x+4}$과 직선 $y=1$로 둘러싸인 영역의 내부 또는 그 경계에 포함되고 x좌표와 y좌표가 모두 정수인 점의 개수가 20 이상 40 이하가 되도록 하는 a의 개수를 구하시오. ('영역'은 '도형' 또는 '부분'으로 해석하자.) [4점]

10 13학년도 6월 평가원 나형 30번

3보다 큰 자연수 n 에 대하여 $f(n)$ 을 다음 조건을 만족시키는 가장 작은 자연수 a 라 하자.

(가) $a \geq 3$
(나) 두 점 $(2,\ 0)$, $(a,\ \log_n a)$ 를 지나는 직선의 기울기는 $\frac{1}{2}$ 보다 작거나 같다.

예를 들어 $f(5)=4$ 이다. $\sum_{n=4}^{30} f(n)$ 의 값을 구하시오. [4점]

11 13학년도 수능 나형 30번 (교과 외)

좌표평면에서 자연수 n에 대하여 영역

$$\left\{(x,\ y) \mid 2^x - n \leq y \leq \log_2(x+n)\right\}$$

에 속하는 점 중 다음 조건을 만족시키는 점의 개수를 a_n이라 하자.

(영역 $\left\{(x,\ y) \mid 2^x - n \leq y \leq \log_2(x+n)\right\}$에 속하는 점은 '두 곡선 $y=2^x-n$, $y=\log_2(x+n)$로 둘러싸인 부분의 내부 또는 그 경계에 속하는 점'으로 해석하자.)

(가) x좌표와 y좌표는 서로 같다. (나) x좌표와 y좌표는 모두 정수이다.

예를 들어, $a_1=2$, $a_2=4$이다. $\sum_{n=1}^{30} a_n$의 값을 구하시오. [4점]

12 20년 3월 교육청 가형 29번

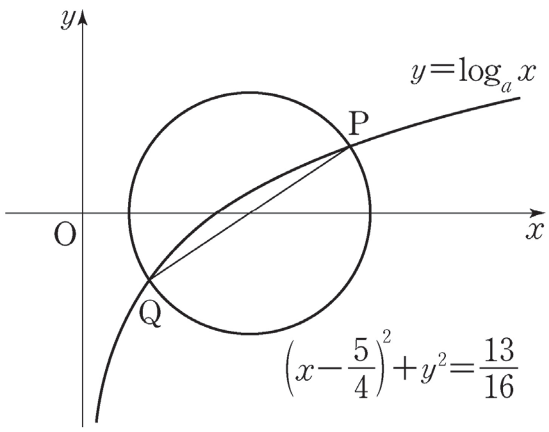
자연수 n에 대하여 두 점 $\mathrm{A}(0, n+5)$, $\mathrm{B}(n+4, 0)$과 원점 O를 꼭짓점으로 하는 삼각형 AOB가 있다. 삼각형 AOB의 내부에 포함된 정사각형 중 한 변의 길이가 1이고 꼭짓점의 x좌표와 y좌표가 모두 자연수인 정사각형의 개수를 a_n이라 하자. $\sum_{n=1}^{8} a_n$의 값을 구하시오. [4점]

CHAPTER

04 유제

01 18학년도 9월 평가원 가형 16번

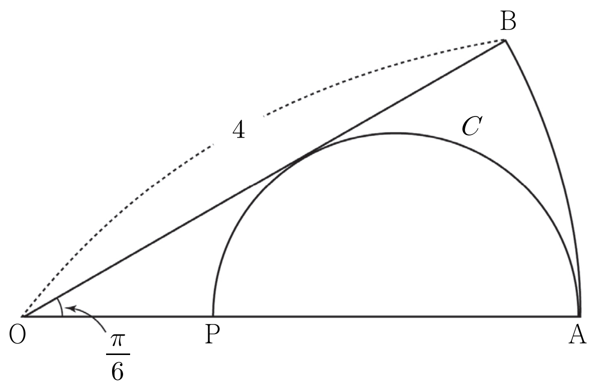
$a>1$ 인 실수 a 에 대하여 곡선 $y=\log_a x$ 와 원 $C:\left(x-\frac{5}{4}\right)^2+y^2=\frac{13}{16}$ 의 두 교점을 P, Q 라 하자. 선분 PQ 가 원 C의 지름일 때, a 의 값은? [4점]



① 3　② $\frac{7}{2}$　③ 4　④ $\frac{9}{2}$　⑤ 5

02 19년 6월 교육청 고2 가형 17번

그림과 같이 반지름의 길이가 4이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{6}$인 부채꼴 OAB가 있다. 선분 OA 위의 점 P에 대하여 선분 PA를 지름으로 하고 선분 OB에 접하는 반원을 C라 할 때, 부채꼴 OAB의 넓이를 S_1, 반원 C의 넓이를 S_2라 하자. $S_1 - S_2$의 값은? [4점]



① $\frac{\pi}{9}$ ② $\frac{2}{9}\pi$ ③ $\frac{\pi}{3}$ ④ $\frac{4}{9}\pi$ ⑤ $\frac{5}{9}\pi$

03 19년 3월 교육청 가형 26번

$0 \le x \le \pi$ 일 때, 2 이상의 자연수 n에 대하여 두 곡선 $y = \sin x$ 와 $y = \sin(nx)$ 의 교점의 개수를 a_n 이라 하자. $a_3 + a_5$ 의 값을 구하시오. [4점]

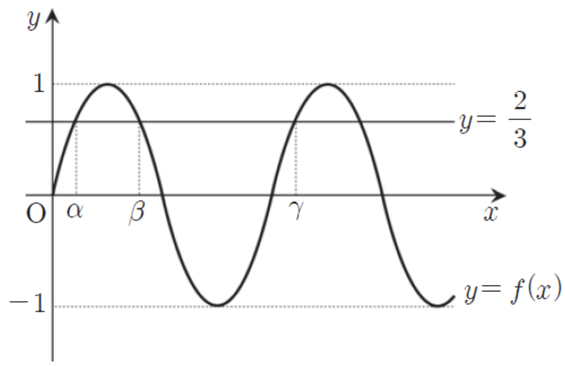
04 19년 6월 교육청 고2 나형 18번

직선 $y = -\dfrac{1}{5\pi}x + 1$ 과 함수 $y = \sin x$ 의 그래프의 교점의 개수는? [4점]

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

05 11년 3월 교육청 고2 17번

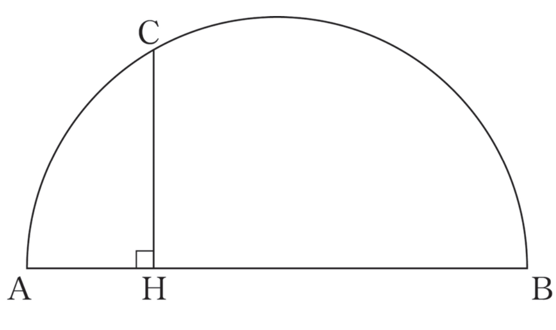
함수 $f(x)=\sin\pi x\ (x\geq 0)$의 그래프와 직선 $y=\frac{2}{3}$가 만나는 점의 x좌표를 작은 것부터 차례대로 α, β, γ라 할 때, $f(\alpha+\beta+\gamma+1)+f\left(\alpha+\beta+\frac{1}{2}\right)$의 값은? [4점]



① $-\frac{2}{3}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

06 17년 3월 교육청 가형 25번

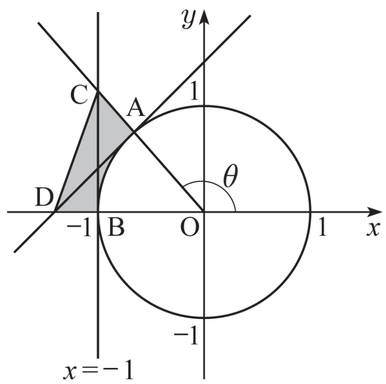
그림과 같이 길이가 12인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 반원 위에서 호 BC의 길이가 4π인 점 C를 잡고 점 C에서 선분 AB에 내린 수선의 발을 H라 하자. $\overline{\mathrm{CH}}^2$의 값을 구하시오. [3점]



07 10년 3월 교육청 고2 21번

그림과 같이 원점 O를 중심으로 하고 반지름의 길이가 1인 원 위의 점 A가 제 2사분면에 있을 때 동경 OA가 나타내는 각의 크기를 θ라 하자. 점 B$(-1, 0)$을 지나는 직선 $x=-1$과 동경 OA가 만나는 점을 C, 점 A에서의 접선이 x축과 만나는 점을 D라 하자. 다음 중 삼각형 OCD의 넓이에서 부채꼴 OAB의 넓이를 뺀 어두운 부분의 넓이와 항상 같은 것은?

(단, $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$) [4점]



① $\frac{1}{2}\left(-\frac{\cos\theta}{\sin^2\theta} - \pi + \theta\right)$

② $\frac{1}{2}\left(-\frac{\sin\theta}{\cos^2\theta} - \pi + \theta\right)$

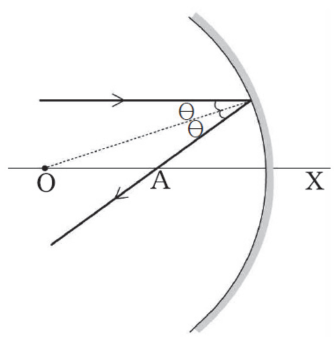
③ $\frac{1}{2}\left(\frac{\cos^2\theta}{\sin\theta} - \theta\right)$

④ $\frac{1}{2}\left(\frac{\sin\theta}{\cos^2\theta} - \pi + \theta\right)$

⑤ $\frac{1}{2}\left(\frac{\sin^2\theta}{\cos\theta} - \theta\right)$

08 03학년도 수능 인문계 9번

중심이 O 이고 반지름의 길이가 R인 구면거울이 있다. 그림과 같이 OX 축에 평행하게 입사된 빛이 거울에 반사된 후 축과 만나는 점을A 라고 할 때, 선분 OA 의 길이는?
(단, 입사각과 반사각의 크기는 θ 로 같고, $0° < \theta < 20°$ 이다.) [2점]



① $\frac{R}{2\cos\theta}$ ② $\frac{R}{2\sin\theta}$ ③ $R(1-\cos\theta)$ ④ $\frac{R}{2\cos2\theta}$ ⑤ $\frac{R}{2\sin2\theta}$

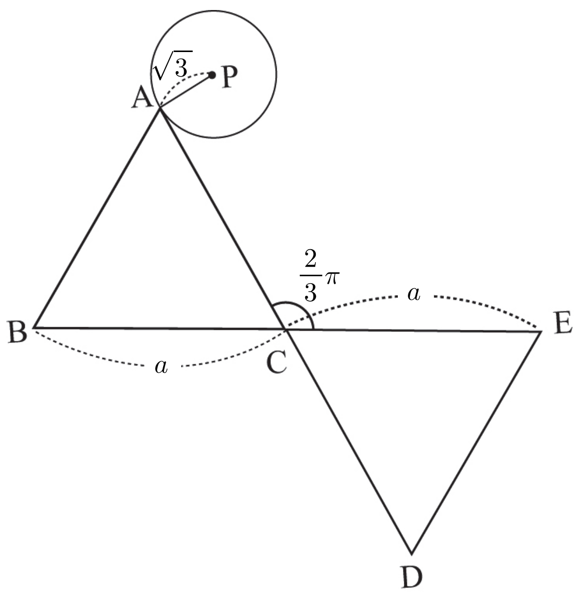
09 20학년도 수능 가형 7번

$0 < x < 2\pi$일 때, 방정식 $4\cos^2 x - 1 = 0$과 부등식 $\sin x \cos x < 0$을 동시에 만족시키는 모든 x의 값의 합은? [3점]

① 2π　② $\frac{7}{3}\pi$　③ $\frac{8}{3}\pi$　④ 3π　⑤ $\frac{10}{3}\pi$

10 08년 6월 교육청 고2 가형 18번

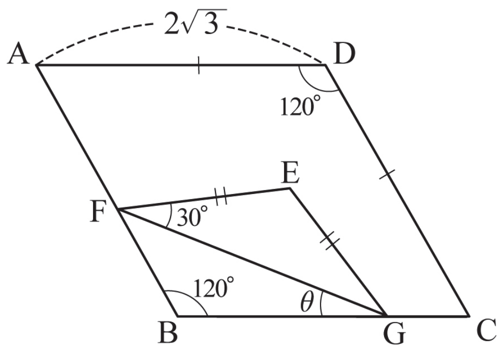
그림과 같이 $\triangle ABC$와 $\triangle CDE$는 한 변의 길이가 a인 정삼각형이고, $\angle ACE = \frac{2}{3}\pi$이다. 반지름의 길이가 $\sqrt{3}$인 원 P가 $\triangle ABC$와 $\triangle CDE$의 둘레를 외접하면서 시계 방향으로 한 바퀴 돌아 처음 출발한 자리로 왔을 때, 원 P의 중심이 움직인 거리가 $23 + \frac{8\sqrt{3}}{3}\pi$이다. a의 값은? [4점]



① 4　② $\frac{9}{2}$　③ 5　④ $\frac{11}{2}$　⑤ 6

11 10년 3월 교육청 고2 13번

그림과 같이 한 변의 길이가 $2\sqrt{3}$이고 $\angle B = 120^\circ$인 마름모 ABCD의 내부에 $\overline{EF} = \overline{EG} = 2$이고 $\angle EFG = 30^\circ$인 이등변삼각형 EFG가 있다. 점 F는 선분 AB 위에, 점 G는 선분 BC 위에 있도록 삼각형 EFG를 움직일 때, $\angle BGF = \theta$라 하자. <보기>에서 항상 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, $0^\circ < \theta < 60^\circ$) [4점]



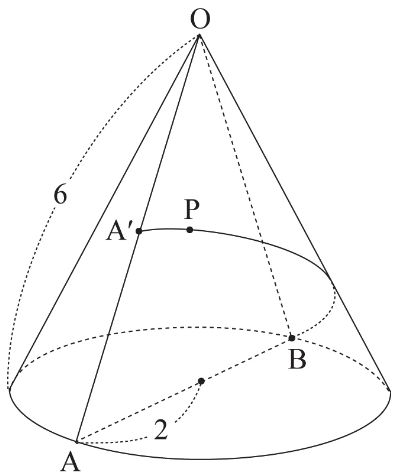
〈보 기〉

ㄱ. $\angle BFE = 90^\circ - \theta$
ㄴ. $\overline{BF} = 4\sin\theta$
ㄷ. 선분 BE의 길이는 항상 일정하다.

① ㄱ　② ㄱ, ㄴ　③ ㄱ, ㄷ　④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

12 **07년 6월 교육청 고2 나형 15번**

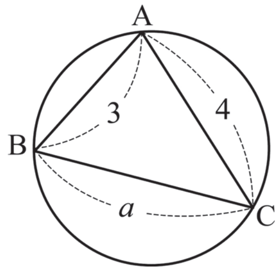
그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 2, 모선의 길이가 6, 꼭짓점이 O인 직원뿔에 대하여, 밑면의 지름의 양끝을 A, B라 하고 $\overline{\mathrm{OA}}$의 중점을 A'라 하자. 점 P가 점 B에서부터 직원뿔의 옆면을 따라 점 A'까지 움직인 최단거리는? [4점]



① $\sqrt{3}$　② $2\sqrt{3}$　③ $3\sqrt{3}$　④ $4\sqrt{3}$　⑤ $5\sqrt{3}$

13 06년 3월 교육청 고2 가형 19번

그림과 같이 $\overline{AB}=3$, $\overline{BC}=a$, $\overline{AC}=4$ 인 삼각형 ABC 가 원에 내접하고 있다. 이 원의 반지름의 길이를 R 라 할 때, 옳은 내용을 <보기>에서 모두 고른 것은? [4 점]



〈보 기〉

ㄱ. $a=5$ 이면 $R=\frac{5}{2}$ 이다.

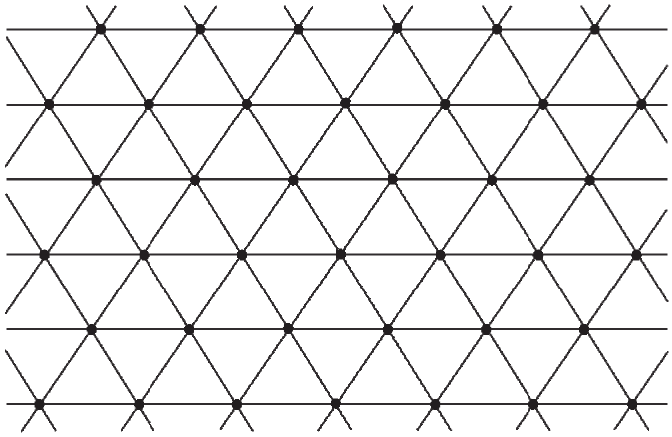
ㄴ. $R=4$ 이면 $a=8\sin A$ 이다.

ㄷ. $1<a\le\sqrt{13}$ 일 때, $\angle A$ 의 최댓값은 60° 이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

14 02학년도 수능 인문계 22번

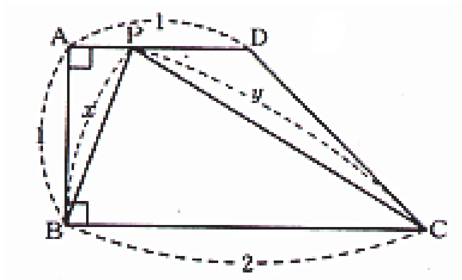
어떤 물질은 원자를 구로 나타낼 경우 똑같은 구들을 규칙적으로 배열하여 얻은 정육각형 격자구조를 갖는다. 아래 그림은 이 격자구조의 한 단면에 놓여 있는 원자의 중심을 연결한 것이다. 이 구조에서 한 원자의 에너지는 인접한 원자의 수와 거리에 영향을 받는다. 가장 인접한 원자의 중심 간의 거리가 모두 1 일 때, 동일 평면상에서 고정된 한 원자와 중심 사이의 거리가 $\sqrt{7}$ 인 원자의 개수는? [3 점]



① 4 ② 6 ③ 8 ④ 12 ⑤ 16

15 95학년도 수능 인문계 21번

아래 그림과 같은 사다리꼴 ABCD 가 있다. $\overline{AB}=\overline{AD}=1$, $\overline{BC}=2$, $\angle A$ 와 $\angle B$ 의 크기는 $\frac{\pi}{2}$ 이다. 윗변 AD 에 임의의 점 P 를 잡아 $\overline{PB}=x$, $\overline{PC}=y$ 라 할 때, 다음 <보기> 중 옳은 것을 모두 고르면? [1.5 점]



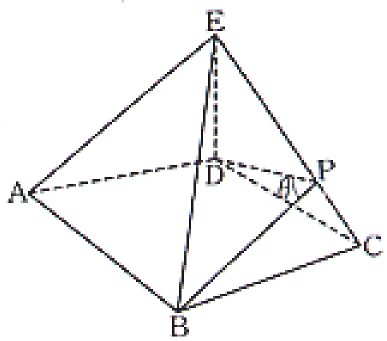
〈보 기〉

ㄱ. $xy \geq 2$ 이다.
ㄴ. $xy=2$ 이면, $\triangle$BCP 는 직각삼각형이다.
ㄷ. $xy \leq \sqrt{5}$ 이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

16 94학년도 1차 수능 15번

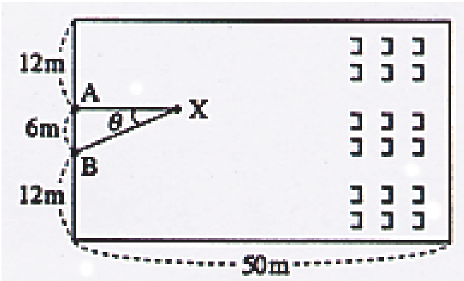
그림과 같이 모든 모서리의 길이가 1 인 정사각뿔이 있다. 모서리 EC 위를 움직이는 점 P 에 대하여 $\angle \mathrm{BPD} = \theta$ 라 할 때, $\cos\theta$ 의 최댓값과 최솟값의 합은?



① $-\frac{1}{3}$ ② $-\frac{\sqrt{3}}{6}$ ③ 0 ④ $\frac{\sqrt{3}}{6}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

17 97학년도 수능 인문계 24번

직사각형 모양의 어느 극장에서 무대를 잘 볼 수 있는 좌석을 구별하려고 한다. 밑 그림은 그 극장의 평면도이다. 중앙 무대의 폭이 6m 이고, 무대 좌우 양 끝 점 A, B 와 객석 내의 한 점 X 가 이루는 각 $\angle AXB = \theta$ 라고 하자. 이 때, 이 각 θ 가 $30°$ 이상 되는 영역에는 특별석, $15°$ 이상 $30°$ 이하가 되는 영역에는 일등석을 놓으려고 한다. 일등석을 놓으려고 하는 영역의 넓이는? (단위는 m^2) [4 점]



① $3\pi(12+11\sqrt{3})+18$

② $3\pi(24-11\sqrt{3})+18$

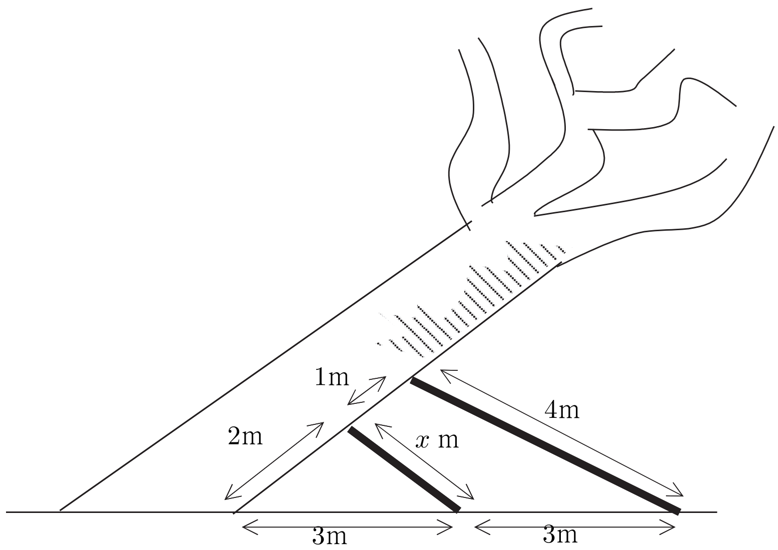
③ $10(24-11\sqrt{3})+18$

④ $9(14+11\sqrt{3})$

⑤ $9(26-11\sqrt{3})$

18 03학년도 사관 인문계 12번

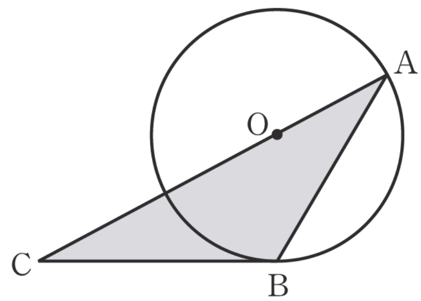
태풍으로 인하여 가로수가 기울어져 아래 그림과 같이 두 개의 막대로 지지시켰다. 이 때, 작은 막대의 길이 x 는? [3점]



① $\frac{2\sqrt{7}}{3}$　② $\frac{\sqrt{29}}{3}$　③ $\frac{\sqrt{30}}{3}$　④ $\frac{\sqrt{31}}{3}$　⑤ $\frac{4\sqrt{2}}{3}$

19 12학년도 경찰대 19번

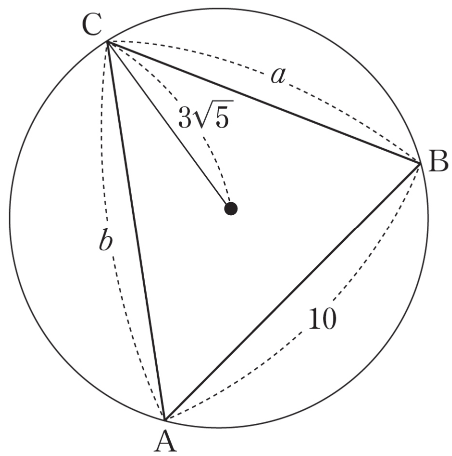
그림과 같이 중심이 O이고 반지름의 길이가 3인 원 위의 점 A에 대하여 $\sin(\angle\mathrm{OAB})=\frac{1}{3}$이 되도록 원 위에 점 B를 잡는다. 점 B에서의 접선과 선분 AO의 연장선이 만나는 점을 C라 할 때, 삼각형 ACB의 넓이는?



① $\frac{24}{7}\sqrt{2}$ ② $\frac{26}{7}\sqrt{2}$ ③ $4\sqrt{2}$ ④ $\frac{30}{7}\sqrt{2}$ ⑤ $\frac{32}{7}\sqrt{2}$

20 20년 3월 교육청 나형 19번

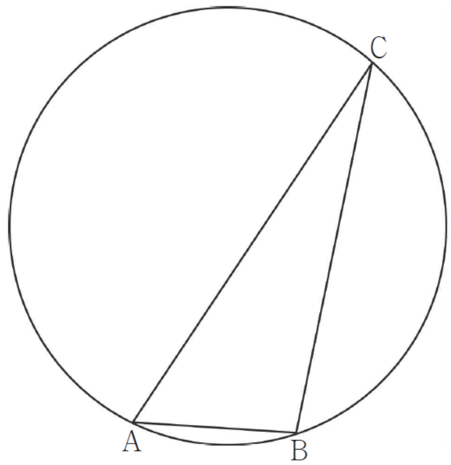
길이가 각각 10, a, b인 세 선분 AB, BC, CA를 각 변으로 하는 예각삼각형 ABC가 있다. 삼각형 ABC의 세 꼭짓점을 지나는 원의 반지름의 길이가 $3\sqrt{5}$이고 $\dfrac{a^2+b^2-ab\cos C}{ab}=\dfrac{4}{3}$일 때, ab의 값은? [4점]



① 140 ② 150 ③ 160 ④ 170 ⑤ 180

21 20년 4월 교육청 가형 19번

그림과 같이 원 C에 내접하고 $\overline{\mathrm{AB}}=3$, $\angle \mathrm{BAC}=\frac{\pi}{3}$인 삼각형 ABC가 있다. 원 C의 넓이가 $\frac{49}{3}\pi$일 때, 원 C 위의 점 P에 대하여 삼각형 PAC의 넓이의 최댓값은? (단, 점 P는 점 A도 아니고 점 C도 아니다.) [4점]



① $\frac{32}{3}\sqrt{3}$　② $\frac{34}{3}\sqrt{3}$　③ $12\sqrt{3}$　④ $\frac{38}{3}\sqrt{3}$　⑤ $\frac{40}{3}\sqrt{3}$

22 20년 4월 교육청 가형 26번

$0 \le x \le 2\pi$에서 정의된 함수 $y = a\sin 3x + b$의 그래프가 두 직선 $y=9$, $y=2$와 만나는 점의 개수가 각각 3, 7이 되도록 하는 두 양수 a, b에 대하여 $a \times b$의 값을 구하시오. [4점]

23 21학년도 6월 평가원 가형 14번

$0 \le \theta < 2\pi$일 때, x에 대한 이차방정식

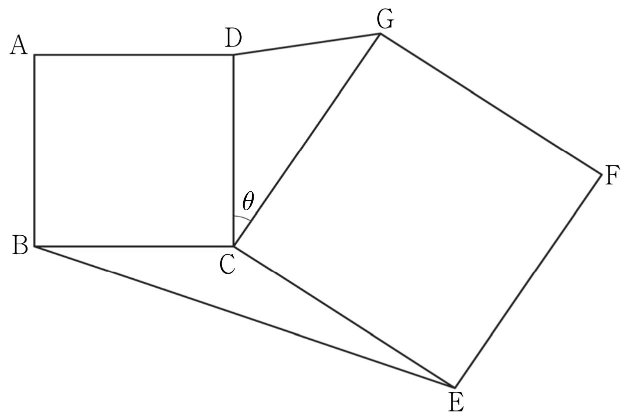
$$x^2 - (2\sin\theta)x - 3\cos^2\theta - 5\sin\theta + 5 = 0$$

이 실근을 갖도록 하는 θ의 최솟값과 최댓값을 각각 α, β라 하자. $4\beta - 2\alpha$의 값은? [4점]

① 3π ② 4π ③ 5π ④ 6π ⑤ 7π

24 20년 7월 교육청 나형 15번

그림과 같이 평면 위에 한 변의 길이가 3인 정사각형 ABCD와 한 변의 길이가 4인 정사각형 CEFG가 있다. $\angle DCG = \theta\,(0 < \theta < \pi)$라 할 때, $\sin\theta = \dfrac{\sqrt{11}}{6}$이다. $\overline{DG} \times \overline{BE}$의 값은? [4점]



① 15 ② 17 ③ 19 ④ 21 ⑤ 23

25 21학년도 사관 나형 10번

$0 \le x \le 2\pi$일 때, 방정식 $|\sin 2x| = \dfrac{1}{2}$의 모든 실근의 합은? [3점]

① 4π ② 6π ③ 8π ④ 10π ⑤ 12π

26 21학년도 9월 평가원 나형 9번

$\overline{\mathrm{AB}}=8$이고 $\angle \mathrm{A}=45°$, $\angle \mathrm{B}=15°$인 삼각형 ABC에서 선분 BC의 길이는? [3점]

① $2\sqrt{6}$ ② $\dfrac{7\sqrt{6}}{3}$ ③ $\dfrac{8\sqrt{6}}{3}$ ④ $3\sqrt{6}$ ⑤ $\dfrac{10\sqrt{6}}{3}$

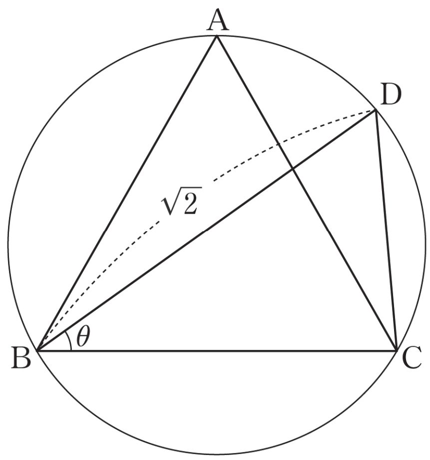
27 20년 10월 교육청 나형 7번

$0 \le x < 2\pi$일 때, 두 함수 $y=\sin x$와 $y=\cos\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)+1$의 그래프가 만나는 모든 점의 x좌표의 합은? [3점]

① $\dfrac{\pi}{2}$ ② π ③ $\dfrac{3}{2}\pi$ ④ 2π ⑤ $\dfrac{5}{2}\pi$

28 20년 10월 교육청 나형 19번

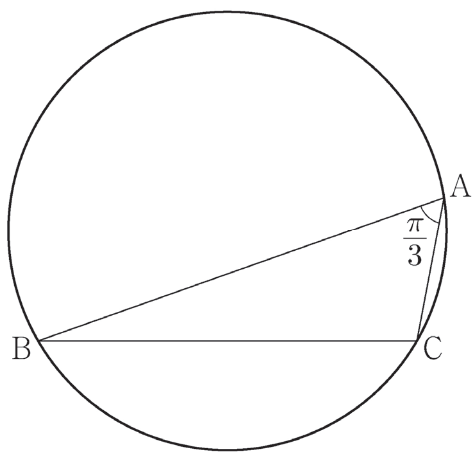
정삼각형 ABC가 반지름의 길이가 r인 원에 내접하고 있다. 선분 AC와 선분 BD가 만나고 $\overline{BD}=\sqrt{2}$가 되도록 원 위에서 점 D를 잡는다. $\angle DBC=\theta$라 할 때, $\sin\theta=\frac{\sqrt{3}}{3}$이다. 반지름의 길이 r의 값은? [4점]



① $\frac{6-\sqrt{6}}{5}$ ② $\frac{6-\sqrt{5}}{5}$ ③ $\frac{4}{5}$ ④ $\frac{6-\sqrt{3}}{5}$ ⑤ $\frac{6-\sqrt{2}}{5}$

29 21학년도 수능 가형 10번

$\angle A=\frac{\pi}{3}$이고 $\overline{AB}:\overline{AC}=3:1$인 삼각형 ABC가 있다. 삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이가 7일 때, 선분 AC의 길이는? [3점]



① $2\sqrt{5}$ ② $\sqrt{21}$ ③ $\sqrt{22}$ ④ $\sqrt{23}$ ⑤ $2\sqrt{6}$

30 21학년도 수능 나형 16번

$0 \le x \le 4\pi$일 때, 방정식

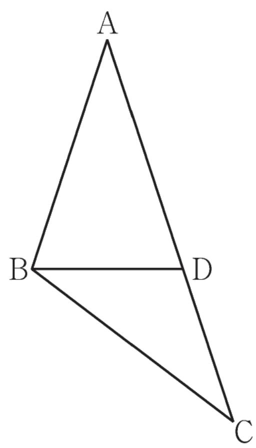
$$4\sin^2 x - 4\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right) - 3 = 0$$

의 모든 해의 합은? [4점]

① 5π ② 6π ③ 7π ④ 8π ⑤ 9π

31 21학년도 9월 평가원 가형 12번

$\overline{\mathrm{AB}}=6$, $\overline{\mathrm{AC}}=10$인 삼각형 ABC가 있다. 선분 AC 위에 점 D를 $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AD}}$가 되도록 잡는다. $\overline{\mathrm{BD}}=\sqrt{15}$일 때, 선분 BC의 길이는? [3점]



① $\sqrt{37}$ ② $\sqrt{38}$ ③ $\sqrt{39}$ ④ $2\sqrt{10}$ ⑤ $\sqrt{41}$

CHAPTER 05 유제

01 17학년도 수능 나형 15번

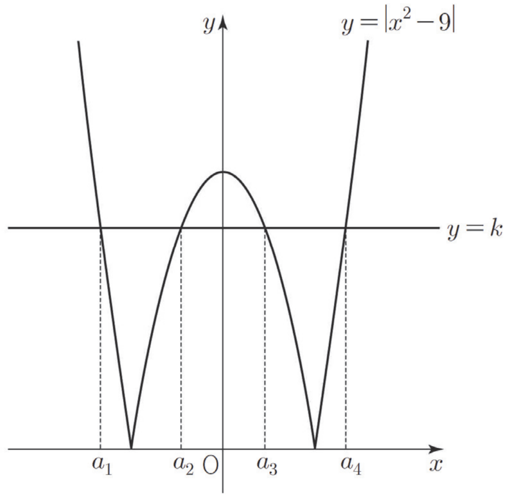
공차가 양수인 등차수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킬 때, a_2의 값은? [4점]

(가) $a_6 + a_8 = 0$
(나) $\lvert a_6 \rvert = \lvert a_7 \rvert + 3$

① -15　② -13　③ -11　④ -9　⑤ -7

02 14년 4월 교육청 A형 20번

그림과 같이 함수 $y = \lvert x^2 - 9 \rvert$의 그래프가 직선 $y = k$와 서로 다른 네 점에서 만날 때, 네 점의 x좌표를 각각 a_1, a_2, a_3, a_4 라 하자. 네 수 a_1, a_2, a_3, a_4가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, 상수 k의 값은? (단, $a_1 < a_2 < a_3 < a_4$) [4점]



① $\frac{34}{5}$　② 7　③ $\frac{36}{5}$　④ $\frac{37}{5}$　⑤ $\frac{38}{5}$

03 09학년도 9월 평가원 나형 10번

자연수 n에 대하여 함수 $y=2^{x+n}$의 그래프가 함수 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^{x}$의 그래프와 만나는 점을 P_n이라 하자. 점 P_n의 x 좌표를 a_n, y 좌표를 b_n이라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

〈보 기〉

ㄱ. 수열 $\{a_n\}$은 등차수열이다.
ㄴ. 임의의 자연수 m, n에 대하여 $b_m b_n = b_{m+n}$이다.
ㄷ. $2b_n < b_{n+1}$을 만족하는 자연수 n이 존재한다.

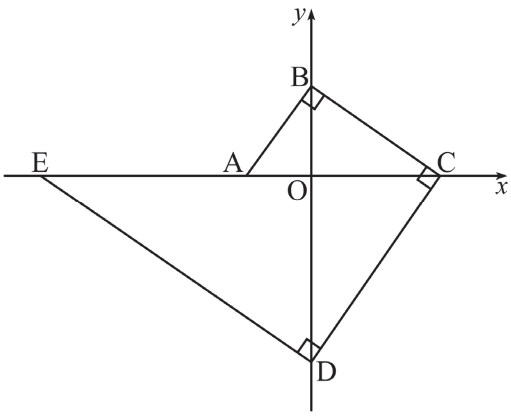
① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

04 07학년도 수능 나형 22번

첫째항이 0이고 공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 수열 $\{b_n\}$이 $a_{n+1}b_n = \sum_{k=1}^{n} a_k$를 만족시킬 때, b_{27}의 값을 구하시오. [4점]

05 06년 3월 교육청 나형 14번

그림과 같이 좌표축 위의 다섯 개의 점 A, B, C, D, E 에 대하여 $\overline{AB} \perp \overline{BC}$, $\overline{BC} \perp \overline{CD}$, $\overline{CD} \perp \overline{DE}$ 가 성립한다. 세 선분 AO, OC, EA 의 길이가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, 직선 AB 의 기울기는? (단, O 는 원점이고 $\overline{OA} < \overline{OB}$ 이다.) [4점]



① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 2 ④ $\sqrt{5}$ ⑤ $\sqrt{6}$

06 05학년도 6월 평가원 나형 14번

함수 $f(x) = \log_4 x$ 일 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

〈보 기〉

ㄱ. 양수 x 에 대하여 $f\left(\frac{x}{4}\right) = f(x) + 1$ 이다.

ㄴ. 수열 $\{f(2^n)\}$ 은 등차수열이다.

ㄷ. $x > 1$ 일 때, $f(f(x)) > 0$ 이다.

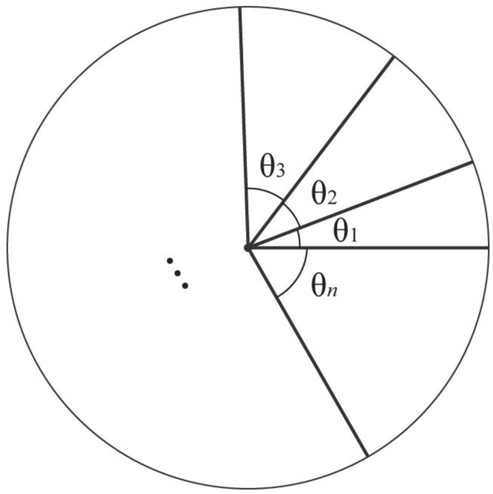
① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

07 14년 3월 교육청 B형 28번

첫째항이 a 이고 공차가 -4 인 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. 모든 자연수 n 에 대하여 $S_n < 200$ 일 때, 자연수 a 의 최댓값을 구하시오. [4점]

08 09년 7월 교육청 나형 7번

넓이가 A인 원을 중심각이 θ_1, θ_2, θ_3, $\cdots$, θ_n인 n개의 부채꼴로 나누고 중심각이 θ_k $(k=1,\ 2,\ \cdots,\ n)$인 부채꼴의 넓이를 A_k이라 하자. 수열 $\{\theta_n\}$이 등차수열을 이루고, $\sum_{k=1}^{n}\theta_k = 2\pi$이다. $A_1 + A_n = \frac{1}{5}A$일 때, n의 값은? [3점]



① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

09 11학년도 6월 평가원 나형 25번

첫째항이 16이고 공비가 $2^{\frac{1}{10}}$인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\log a_n$의 소수 부분을 b_n이라 하자.

$$b_1,\ b_2,\ b_3,\ \cdots,\ b_{k-1},\ b_k,\ b_{k+1}+1$$

이 주어진 순서로 등차수열을 이룰 때, k의 값을 구하시오. (단, $\log 2 = 0.301$로 계산한다.)

[4점]

10 09년 4월 교육청 나형 21번

등차수열 $\{a_n\}$에서 $a_3=40$, $a_8=30$일 때, $|a_2+a_4+\cdots+a_{2n}|$이 최소가 되는 자연수 n의 값을 구하시오. [3점]

11 18년 4월 교육청 나형 28번

등차수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_1+a_2+a_3=159$

(나) $a_{m-2}+a_{m-1}+a_m=96$ 인 자연수 m에 대하여 $\sum_{k=1}^{m} a_k=425$ (단, $m>3$)

a_{11}의 값을 구하시오. [4점]

12 07년 3월 교육청 나형 22번

n 개의 항으로 이루어진 등차수열 a_1, a_2, a_3, $\cdots$, a_n 이 다음 조건을 만족한다.

(가) 처음 4 개 항의 합은 26 이다.
(나) 마지막 4 개 항의 합은 134 이다.
(다) $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n = 260$

이때 n 의 값을 구하시오. [4점]

13 20학년도 수능 나형 15번

첫째항이 50이고 공차가 -4인 등차수열의 첫째항부터 제 n항까지의 합을 S_n이라 할 때, $\sum_{k=m}^{m+4} S_k$의 값이 최대가 되도록 하는 자연수 m의 값은? [4점]

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

14 17년 3월 교육청 고2 나형 15번

유리함수 $f(x)=\dfrac{k}{x}$ 와 $a<b<12$ 인 두 자연수 a, b 에 대하여 $f(a)$, $f(b)$, $f(12)$ 가 이 순서대로 등비수열을 이룬다. $f(a)=3$ 일 때, $a+b+k$ 의 값은? (단, k 는 상수이다.) [4점]

① 10　② 12　③ 14　④ 16　⑤ 18

15 05학년도 예비평가 나형 27번

<보기>의 함수 중에서 그 그래프 위의 서로 다른 세 점 $\mathrm{A}(a, p)$, $\mathrm{B}(b, q)$, $\mathrm{C}(c, r)$를 선택하되, x 좌표 a, b, c 는 차례로 등차수열을 이루고 y 좌표 p, q, r 는 차례로 등비수열을 이루게 할 수 있는 것을 모두 고른 것은? [4점]

〈보 기〉

ㄱ. $f(x)=x$　ㄴ. $g(x)=\dfrac{1}{x}$　ㄷ. $h(x)=2^x$

① ㄱ　② ㄴ　③ ㄷ　④ ㄱ, ㄴ　⑤ ㄴ, ㄷ

16 07년 3월 교육청 나형 14번

a, b, c가 서로 다른 세 실수일 때, 이차함수 $f(x)=ax^2+2bx+c$에 대한 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

〈보 기〉

ㄱ. a, b, c가 이 순서로 등차수열을 이루면 $f(1)=4b$이다.
ㄴ. a, b, c가 이 순서로 등차수열을 이루면 $y=f(x)$의 그래프는 x축과 서로 다른 두 점에서 만난다.
ㄷ. a, b, c가 이 순서로 등비수열을 이루면 $y=f(x)$의 그래프는 x축과 만나지 않는다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17 19년 3월 교육청 나형 29번

자연수 m에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 자연수 k의 값의 합을 $A(m)$이라 하자.

3×2^m은 첫째항이 3이고 공비가 2 이상의 자연수인 등비수열의 제k항이다.

예를 들어, 3×2^2은 첫째항이 3이고 공비가 2인 등비수열의 제3항, 첫째항이 3이고 공비가 4인 등비수열의 제2항이 되므로 $A(2)=3+2=5$이다. $A(200)$의 값을 구하시오. [4점]

18 10년 3월 교육청 나형 15번

각 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여 수열 $\{b_n\}$을 다음과 같이 정의한다.

$$b_n = \log_3 a_n \ (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

수열 $\{b_n\}$이 다음 조건을 만족시킬 때, a_{11}의 값은? [4점]

(가) $b_1 + b_3 + b_5 + \ \cdots \ + b_{15} + b_{17} = 36$
(나) $b_2 + b_4 + b_6 + \ \cdots \ + b_{16} + b_{18} = 45$

① 3^5 ② 3^6 ③ 3^7 ④ 3^8 ⑤ 3^9

19 13년 4월 교육청 A형 14번

모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$a_1 a_2 = a_{10}$, $a_1 + a_9 = 20$일 때,

$(a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + a_9)(a_1 - a_3 + a_5 - a_7 + a_9)$의 값은? [4점]

① 494 ② 496 ③ 498 ④ 500 ⑤ 502

20 14년 10월 교육청 B형 26번

수열 $\{a_n\}$은 첫째항이 양수이고 공비가 1보다 큰 등비수열이다. $a_3 a_5 = a_1$일 때,

$\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{a_k} = \sum_{k=1}^{n} a_k$를 만족시키는 자연수 n의 값을 구하시오. [4점]

21 19학년도 수능 나형 24번

첫째항이 7인 등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자.

$$\frac{S_9 - S_5}{S_6 - S_2} = 3$$

일 때, a_7의 값을 구하시오. [3점]

22 17학년도 사관 나형 15번

공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자.

$$S_6 - S_3 = 6\,,\ S_{12} - S_6 = 72$$

일 때, $a_{10} + a_{11} + a_{12}$의 값은? [4점]

① 48 ② 51 ③ 54 ④ 57 ⑤ 60

23 07학년도 6월 평가원 나형 14번

다음은 어느 회사의 연봉에 관한 규정이다.

> (가) 입사 첫째 해 연봉은 a 원이고, 입사 19년째 해까지의 연봉은 해마다 직전 연봉에서 8% 씩 인상된다.
>
> (나) 입사 20년째 해부터의 연봉은 입사 19년째 해 연봉의 $\frac{2}{3}$로 한다.

이 회사에 입사한 사람이 28년 동안 근무하여 받는 연봉의 총합은? (단, $1.08^{18}=4$로 계산한다.) [4점]

① $\frac{101}{2}a$ ② $\frac{111}{2}a$ ③ $\frac{121}{2}a$ ④ $\frac{131}{2}a$ ⑤ $\frac{141}{2}a$

24 05학년도 예비평가 나형 16번

한 은행은 고객으로부터 100만원을 연이율 5%의 5년 만기 정기예금으로 받으면, 그 중에서 90만원을 연이율 r%로 5년 동안 대출하고 나머지 10만원은 예비비로 보관한다. 5년 후 은행은 대출금을 이자와 함께 회수하고 고객에게 정기예금을 이자와 함께 지불하여 20만원의 수익을 얻으려고 한다. 이때, 대출 이율 r를 구하는 식은? (단, 모든 이자는 1년마다의 복리로 계산한다.) [4점]

① $10^6\left(1+\frac{5}{100}\right)^5-9\times10^5\left(1+\frac{r}{100}\right)^5=10^5$

② $10^6\left(1+\frac{5}{100}\right)^5-9\times10^5\left(1+\frac{r}{100}\right)^5=2\times10^5$

③ $10^6\left(1+\frac{5}{100}\right)^5-9\times10^5\left(1+\frac{r}{100}\right)^5=3\times10^5$

④ $9\times10^5\left(1+\frac{r}{100}\right)^5-10^6\left(1+\frac{5}{100}\right)^5=10^5$

⑤ $9\times10^5\left(1+\frac{r}{100}\right)^5-10^6\left(1+\frac{5}{100}\right)^5=2\times10^5$

25 10학년도 수능 나형 30번

수열 $\{a_n\}$에 대하여 첫째항부터 제 n항까지의 합을 S_n이라 하자. 수열 $\{S_{2n-1}\}$은 공차가 -3인 등차수열이고, 수열 $\{S_{2n}\}$은 공차가 2인 등차수열이다. $a_2=1$일 때, a_8의 값을 구하시오. [4점]

26 09학년도 6월 평가원 나형 28번

자연수 n 의 모든 양의 약수를 a_1, a_2, $\cdots$, a_k라 할 때,

$$x_n=(-1)^{a_1}+(-1)^{a_2}+\cdots+(-1)^{a_k}$$

이라 하자. <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

〈보 기〉

ㄱ. $x_8=2$

ㄴ. 자연수 m에 대하여 $n=3^m$ 이면 $x_n=-m+1$ 이다.

ㄷ. 자연수 m에 대하여 $n=10^m$ 이면 $x_n=m^2-1$ 이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

27 13년 10월 교육청 A형 30번

두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $a_1 = b_1 = 6$
> (나) 수열 $\{a_n\}$은 공차가 p인 등차수열이고, 수열 $\{b_n\}$은 공비가 p인 등비수열이다.

수열 $\{b_n\}$의 모든 항이 수열 $\{a_n\}$의 항이 되도록 하는 1보다 큰 모든 자연수 p의 합을 구하시오. [4점]

28 19년 7월 교육청 나형 29번

첫째항이 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합 S_n에 대하여 $S_9 = S_{18}$이다. 집합 T_n을

$$T_n = \{S_k \mid k = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ n\}$$

이라 하자. 집합 T_n의 원소의 개수가 13이 되도록 하는 모든 자연수 n의 값의 합을 구하시오. [4점]

29 20학년도 9월 평가원 나형 12번

$\displaystyle\sum_{k=1}^{9}(k+1)^2 - \sum_{k=1}^{10}(k-1)^2$의 값은? [3점]

① 91　② 93　③ 95　④ 97　⑤ 99

30 20학년도 6월 평가원 나형 28번

첫째항이 2이고 공비가 정수인 등비수열 $\{a_n\}$과 자연수 m이 다음 조건을 만족시킬 때, a_m의 값을 구하시오. [4점]

(가) $4 < a_2 + a_3 \leq 12$

(나) $\sum_{k=1}^{m} a_k = 122$

31 05학년도 9월 평가원 나형 14번

일반항이 $a_n = 2^{1-n}$인 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고르면? [3점]

〈보 기〉

ㄱ. 수열 $\{\log a_n\}$은 등차수열이다.

ㄴ. 수열 $\{S_n + a_n\}$은 등비수열이다.

ㄷ. $S_n = \frac{1}{2}a_{n+1} + 2$가 성립한다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

32 20학년도 9월 평가원 나형 26번

n이 자연수일 때, x에 대한 이차방정식

$$x^2-(2n-1)x+n(n-1)=0$$

의 두 근을 α_n, β_n이라 하자. $\displaystyle\sum_{n=1}^{81}\frac{1}{\sqrt{\alpha_n}+\sqrt{\beta_n}}$의 값을 구하시오. [4점]

33 19년 10월 교육청 나형 17번

수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합 S_n이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) S_n은 n에 대한 이차식이다.
(나) $S_{10}=S_{50}=10$
(다) S_n은 $n=30$에서 최댓값 410을 갖는다.

50보다 작은 자연수 m에 대하여 $S_m>S_{50}$을 만족시키는 m의 최솟값을 p, 최댓값을 q라 할 때, $\displaystyle\sum_{k=p}^{q}a_k$의 값은? [4점]

① 39 ② 40 ③ 41 ④ 42 ⑤ 43

34 20년 3월 교육청 나형 15번

수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1} = \sum_{k=1}^{n} k a_k$$

를 만족시킨다. $a_1 = 2$일 때, $a_2 + \frac{a_{51}}{a_{50}}$의 값은? [4점]

① 47 ② 49 ③ 51 ④ 53 ⑤ 55

35 14년 7월 교육청 A형 17번

$a > 1$인 실수 a에 대하여 $a^{\log_5 16}$이 $2^n\,(n = 1, 2, 3, \cdots)$이 되도록 하는 a를 작은 수부터 크기순으로 나열할 때, k번째 수를 a_k라 하자. $\sum_{k=1}^{40} \log_5 a_k$의 값은? [4점]

① 185 ② 190 ③ 195 ④ 200 ⑤ 205

36 07학년도 9월 평가원 나형 11번

수열 $\{a_n\}$이 $a_1 = 0$, $a_n + a_{n+1} = n$을 만족시킨다. 다음은 두 자연수 m, n에 대하여 $\displaystyle\sum_{k=n-m+1}^{n+m} a_k$의 값을 구하는 과정이다. (단, $m < n$이다.)

$$\sum_{k=n-m+1}^{n+m} a_k$$
$$= a_{n-m+1} + a_{n-m+2} + \cdots + a_{n+m-1} + a_{n+m}$$
$$= (n-m+1) + (n-m+3) + \cdots + (n+m-3) + (\boxed{\text{(가)}})$$
$$= \frac{(\boxed{\text{(나)}})\{(n-m+1) + (\boxed{\text{(가)}})\}}{2}$$
$$= \boxed{\text{(다)}}$$

위 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [3점]

	(가)	(나)	(다)
①	$n+m-1$	m	mn
②	$n+m-1$	m	n^2
③	$n+m-1$	n	n^2
④	$n+m$	$m-1$	mn
⑤	$n+m$	$n-1$	n^2

37 07학년도 6월 평가원 나형 17번

두 수열 a_n, b_n에 대하여

$$b_n = \frac{a_1 + 2a_2 + 3a_3 + \cdots + na_n}{1+2+\cdots+n} \quad (n \geq 1)$$

이 성립한다. 다음은 $\{a_n\}$이 등차수열이기 위한 필요충분조건은 $\{b_n\}$이 등차수열임을 증명하는 과정이다.

> <증명>
>
> 수열 $\{a_n\}$을 첫째항 a, 공차 d인 등차수열이라 하면,
>
> $$b_n = \frac{a + 2(a+d) + 3(a+2d) + \cdots + n\{a+(n-1)d\}}{1+2+\cdots+n}$$
>
> $$= \frac{a(1+2+\cdots+n) + d\{2+3\cdot 2+\cdots+n\cdot(n-1)\}}{1+2+\cdots+n}$$
>
> $$= a + \frac{2d\left\{\boxed{\text{(가)}} - \frac{n(n+1)}{2}\right\}}{n(n+1)}$$
>
> $$= a + \boxed{\text{(나)}}\cdot(n-1)$$
>
> 이므로 $\{b_n\}$은 공차가 $\boxed{\text{(나)}}$ 인 등차수열이다.
>
> 역으로 $\{b_n\}$을 등차수열이라 하면,
>
> $$b_{n+1} = \frac{a_1 + 2a_2 + 3a_3 + \ldots + na_n}{1+2+\ldots+(n+1)} + \frac{(n+1)a_{n+1}}{1+2+\ldots+(n+1)}$$
>
> $$= \boxed{\text{(다)}}\cdot b_n + \frac{2}{n+2}a_{n+1}$$
>
> $\vdots$
>
> 이므로 수열 $\{a_n\}$은 등차수열이다.

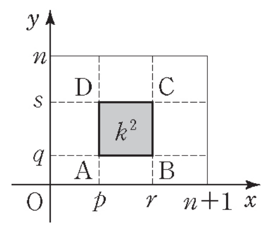
위의 증명 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [4점]

	(가)	(나)	(다)
①	$\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$	$\frac{2}{3}d$	$\frac{n}{n+2}$
②	$\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$	$\frac{2}{3}d$	$\frac{n-1}{n+2}$
③	$\frac{n(n+1)(2n+1)}{3}$	$\frac{3}{2}d$	$\frac{n}{n+2}$
④	$\frac{n(n+1)(2n+1)}{3}$	$\frac{2}{3}d$	$\frac{n}{n+2}$
⑤	$\frac{n(n+1)(2n+1)}{3}$	$\frac{3}{2}d$	$\frac{n+1}{n+2}$

38 **09학년도 6월 평가원 나형 12번**

자연수 n과 $0 \le p < r \le n+1$, $0 \le q < s \le n$을 만족시키는 네 정수 p, q, r, s에 대하여 좌표평면에서 네 점 $\mathrm{A}(p, q)$, $\mathrm{B}(r, q)$, $\mathrm{C}(r, s)$, $\mathrm{D}(p, s)$를 꼭짓점으로 하고 넓이가 k^2인 정사각형의 개수를 a_k라고 하자. 다음은 $\sum_{k=1}^{n} a_k$의 값을 구하는 과정이다. (단, k는 n 이하의 자연수이다.)

그림과 같이 넓이가 k^2인 정사각형 ABCD를 만들 때, 두 점 A, B의 y좌표가 주어지면 x좌표의 차가 $r-p=k$인 변 AB를 택하는 경우의 수는 $\boxed{\text{(가)}}$이다.
또 두 점 A, D의 x좌표가 주어지면 y좌표의 차가 $s-q=k$인 변 AD를 택하는 경우의 수는 $\boxed{\text{(나)}}$이다. 따라서
$a_k = (n+1)(n+2) - (2n+3)k + k^2$
이다. 그러므로
$$\sum_{k=1}^{n} a_k = \sum_{k=1}^{n} \{(n+1)(n+2) - (2n+3)k + k^2\} = \boxed{\text{(다)}}$$

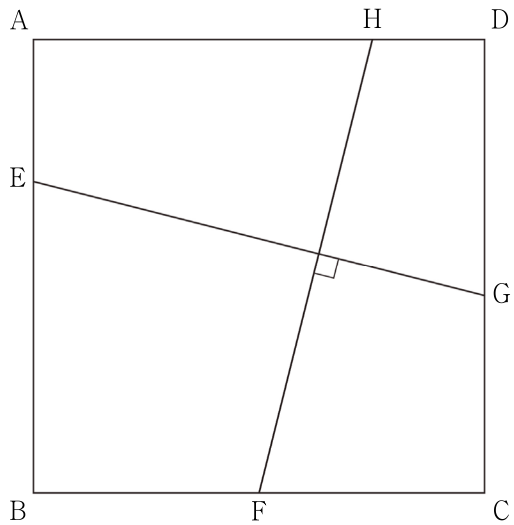


(가), (나), (다)에 들어갈 식으로 알맞은 것은? [3점]

	(가)	(나)	(다)
①	$n-k+1$	$n-k+2$	$\dfrac{n(n+1)(n+2)}{6}$
②	$n-k+2$	$n-k+1$	$\dfrac{n(n+1)(n+2)}{6}$
③	$n-k+1$	$n-k+2$	$\dfrac{n(n+1)(n+2)}{3}$
④	$n-k+2$	$n-k+1$	$\dfrac{n(n+1)(n+2)}{3}$
⑤	$n-k+1$	$n-k+2$	$\dfrac{n(n+1)(n+2)}{2}$

39 18년 4월 교육청 나형 20번

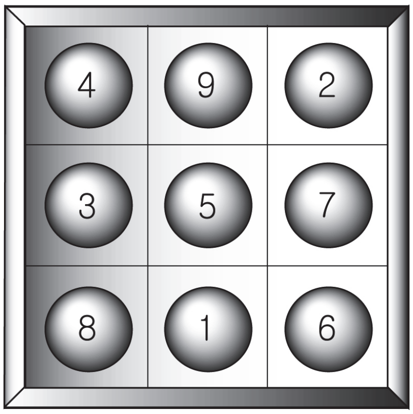
그림과 같이 자연수 n에 대하여 한 변의 길이가 $2n$인 정사각형 ABCD가 있고, 네 점 E, F, G, H가 각각 네 변 AB, BC, CD, DA 위에 있다. 선분 HF의 길이는 $\sqrt{4n^2+1}$이고 선분 HF와 선분 EG가 서로 수직일 때, 사각형 EFGH의 넓이를 S_n이라 하자. $\sum_{n=1}^{10} S_n$의 값은? [4점]



① 765 ② 770 ③ 775 ④ 780 ⑤ 785

40 04년 4월 교육청 나형 11번

1부터 9까지 번호가 적힌 9개의 공이 있다. 아래 그림과 같이 가로, 세로, 대각선 방향에 놓여 있는 공에 적힌 수들의 합이 각각 15가 되도록 3×3 격자판 위에 빈칸 없이 공을 배열하였다.



위와 같은 방법으로 5부터 40까지 번호가 적힌 36개의 공을 가로, 세로, 대각선 방향에 놓여 있는 공에 적힌 수들의 합이 각각 m이 되도록 $n\times n$ 격자판 위에 빈칸 없이 모두 배열할 때, $m+n$의 값은? [4점]

① 137 ② 139 ③ 141 ④ 143 ⑤ 145

41 05년 4월 교육청 나형 30번

다음과 같이 1, 3, 5, 7, 9를 규칙적으로 나열했을 때, 제20행에 나열된 수들의 합을 구하시오. [4점]

제1행				1			
제2행			3	5	7		
제3행		9	1	3	5	7	
제4행	9	1	3	5	7	9	1
⋮	⋮						

42 20년 4월 교육청 가형 30번

두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_{2n} = b_n + 2$
(나) $a_{2n+1} = b_n - 1$
(다) $b_{2n} = 3a_n - 2$
(라) $b_{2n+1} = -a_n + 3$

$a_{48} = 9$이고 $\sum_{n=1}^{63} a_n - \sum_{n=1}^{31} b_n = 155$일 때, b_{32}의 값을 구하시오. [4점]

43 22학년도 예비평가 20번

공차가 정수인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_3 + a_5 = 0,\ \sum_{k=1}^{6}(|a_k| + a_k) = 30$$

일 때, a_9의 값을 구하시오. [4점]

44 21학년도 6월 평가원 가형 26번

공차가 2인 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자.
$S_k=-16$, $S_{k+2}=-12$를 만족시키는 자연수 k에 대하여 a_{2k}의 값을 구하시오. [4점]

45 21학년도 6월 평가원 나형 14번

수열 $\{a_n\}$은 $a_1=1$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$\begin{cases} a_{3n-1}=2a_n+1 \\ a_{3n}=-a_n+2 \\ a_{3n+1}=a_n+1 \end{cases}$$

을 만족시킨다. $a_{11}+a_{12}+a_{13}$의 값은? [4점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

46 21학년도 6월 평가원 나형 28번

수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{4k-3}{a_k} = 2n^2 + 7n$$

을 만족시킨다. $a_5 \times a_7 \times a_9 = \frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

47 20년 7월 교육청 가형 17번

등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $S_n = \sum_{k=1}^{n} a_k$, $T_n = \sum_{k=1}^{n} |a_k|$라 할 때, S_n, T_n은 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $S_7 = T_7$
(나) 6 이상의 모든 자연수 n에 대하여 $S_n + T_n = 84$이다.

T_{15}의 값은? [4점]

① 96 ② 102 ③ 108 ④ 114 ⑤ 120

48 20년 7월 교육청 나형 19번

첫째항이 1이고 공차가 2인 등차수열 $\{a_n\}$이 있다.
자연수 n에 대하여 좌표평면 위의 점 P_n을 다음 규칙에 따라 정한다.

> (가) 점 P_1의 좌표는 $(1,\ 1)$이다.
> (나) 점 P_n의 x좌표는 a_n이다.
> (다) 직선 $\mathrm{P}_n\mathrm{P}_{n+1}$의 기울기는 $\frac{1}{2}a_{n+1}$이다.

$x \geq 1$에서 정의된 함수 $y=f(x)$의 그래프가 모든 자연수 n에 대하여 닫힌구간 $[a_n,\ a_{n+1}]$에서 선분 $\mathrm{P}_n\mathrm{P}_{n+1}$과 일치할 때, $\int_1^{11} f(x)\,dx$의 값은? [4점]

① 140 ② 145 ③ 150 ④ 155 ⑤ 160

49 21학년도 사관 가형 18번

수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $a_{2n+1}=-a_n+3a_{n+1}$
> (나) $a_{2n+2}=a_n-a_{n+1}$

$a_1=1,\ a_2=2$일 때, $\sum_{n=1}^{16} a_n$의 값은? [4점]

① 31 ② 33 ③ 35 ④ 37 ⑤ 39

50 21학년도 사관 가형 26번

두 실수 a, b와 수열 $\{c_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $(m+2)$개의 수 $$a,\ \log_2 c_1,\ \log_2 c_2,\ \log_2 c_3,\ \cdots,\ \log_2 c_m,\ b$$ 가 이 순서대로 등차수열을 이룬다. (나) 수열 $\{c_n\}$의 첫째항부터 제 m항까지의 항을 모두 곱한 값은 32이다.

$a+b=1$일 때, 자연수 m의 값을 구하시오. [4점]

51 21학년도 사관 나형 13번

수열 $\{a_n\}$은 $a_1 = \dfrac{3}{2}$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{2n-1} + a_{2n} = 2a_n$$

을 만족시킨다. $\displaystyle\sum_{n=1}^{16} a_n$의 값은? [3점]

① 22 ② 24 ③ 26 ④ 28 ⑤ 30

52 21학년도 사관 나형 29번

수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n} a_k = n^2 + cn \ (c\text{는 자연수})$$

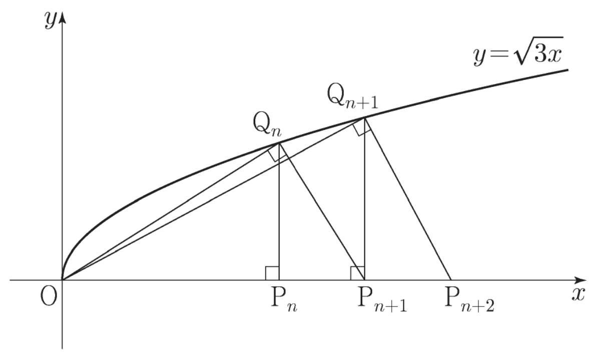
를 만족시킨다. 수열 $\{a_n\}$의 각 항 중에서 3의 배수가 아닌 수를 작은 것부터 크기순으로 모두 나열하여 얻은 수열을 $\{b_n\}$이라 하자. $b_{20} = 199$가 되도록 하는 모든 c의 값의 합을 구하시오. [4점]

53 21학년도 9월 평가원 가형 16번

모든 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시키는 x축 위의 점 P_n과 곡선 $y=\sqrt{3x}$ 위의 점 Q_n이 있다.

- 선분 OP_n과 선분 $\mathrm{P}_n\mathrm{Q}_n$이 서로 수직이다.
- 선분 OQ_n과 선분 $\mathrm{Q}_n\mathrm{P}_{n+1}$이 서로 수직이다.

다음은 점 P_1의 좌표가 $(1,\ 0)$일 때, 삼각형 $\mathrm{OP}_{n+1}\mathrm{Q}_n$의 넓이 A_n을 구하는 과정이다. (단, O는 원점이다.)



모든 자연수 n에 대하여 점 P_n의 좌표를 $(a_n,\ 0)$이라 하자.

$\overline{\mathrm{OP}_{n+1}}=\overline{\mathrm{OP}_n}+\overline{\mathrm{P}_n\mathrm{P}_{n+1}}$이므로

$$a_{n+1}=a_n+\overline{\mathrm{P}_n\mathrm{P}_{n+1}}$$

이다. 삼각형 $\mathrm{OP}_n\mathrm{Q}_n$과 삼각형 $\mathrm{Q}_n\mathrm{P}_n\mathrm{P}_{n+1}$이 닮음이므로

$$\overline{\mathrm{OP}_n}:\overline{\mathrm{P}_n\mathrm{Q}_n}=\overline{\mathrm{P}_n\mathrm{Q}_n}:\overline{\mathrm{P}_n\mathrm{P}_{n+1}}$$

이고, 점 Q_n의 좌표는 $(a_n,\ \sqrt{3a_n})$이므로

$$\overline{\mathrm{P}_n\mathrm{P}_{n+1}}=\boxed{(가)}$$

이다. 따라서 삼각형 $\mathrm{OP}_{n+1}\mathrm{Q}_n$의 넓이 A_n은

$$A_n=\frac{1}{2}\times(\boxed{(나)})\times\sqrt{9n-6}$$

이다.

위의 (가)에 알맞은 수를 p, (나)에 알맞은 식을 $f(n)$이라 할 때, $p+f(8)$의 값은? [4점]

① 20 ② 22 ③ 24 ④ 26 ⑤ 28

54 21학년도 9월 평가원 가형 27번

등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 n항까지의 합을 S_n이라 하자. 모든 자연수 n에 대하여

$S_{n+3} - S_n = 13 \times 3^{n-1}$

일 때, a_4의 값을 구하시오. [4점]

55 20년 10월 교육청 나형 14번

공차가 양수인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_5 = 5$이고 $\sum_{k=3}^{7} |2a_k - 10| = 20$이다. a_6의 값은? [4점]

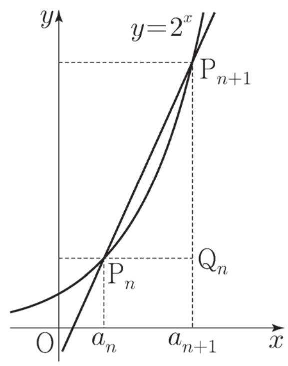
① 6 ② $\frac{20}{3}$ ③ $\frac{22}{3}$ ④ 8 ⑤ $\frac{26}{3}$

56 21학년도 수능 가형 16번

상수 $k(k>1)$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$이 있다.

> 모든 자연수 n에 대하여 $a_n < a_{n+1}$이고 곡선 $y=2^x$ 위의
> 두 점 $\mathrm{P}_n(a_n, 2^{a_n})$, $\mathrm{P}_{n+1}(a_{n+1}, 2^{a_{n+1}})$을 지나는 직선의 기울기는 $k\times 2^{a_n}$이다.

점 P_n을 지나고 x축에 평행한 직선과 점 P_{n+1}을 지나고 y축에 평행한 직선이 만나는 점을 Q_n이라 하고 삼각형 $\mathrm{P}_n\mathrm{Q}_n\mathrm{P}_{n+1}$의 넓이를 A_n이라 하자. 다음은 $a_1=1$, $\dfrac{A_3}{A_1}=16$일 때, A_n을 구하는 과정이다.



> 두 점 P_n,P_{n+1}을 지나는 직선의 기울기가 $k\times 2^{a_n}$이므로
>
> $$2^{a_{n+1}-a_n} = k(a_{n+1}-a_n)+1$$
>
> 이다. 즉, 모든 자연수 n에 대하여 $a_{n+1}-a_n$은 방정식 $2^x = kx+1$의 해이다.
> $k>1$이므로 방정식 $2^x=kx+1$은 오직 하나의 양의 실근 d를 갖는다.
> 따라서 모든 자연수 n에 대하여 $a_{n+1}-a_n = d$이고, 수열 $\{a_n\}$은 공차가 d인 등차수열이다.
> 점 Q_n의 좌표가 $(a_{n+1}, 2^{a_n})$이므로
>
> $A_n = \dfrac{1}{2}(a_{n+1}-a_n)(2^{a_{n+1}}-2^{a_n})$
>
> 이다. $\dfrac{A_3}{A_1}=16$이므로 d의 값은 $\boxed{(가)}$이고,
> 수열 $\{a_n\}$의 일반항은
> $a_n = \boxed{(나)}$
> 이다. 따라서 모든 자연수 n에 대하여 $A_n = \boxed{(다)}$이다.

위의 (가)에 알맞은 수를 p, (나)와 (다)에 알맞은 식을 각각 $f(n), g(n)$이라 할 때, $p+\dfrac{g(4)}{f(2)}$의 값은? [4점]

① 118 ② 121 ③ 124 ④ 127 ⑤ 130

57 21학년도 수능 나형 12번

수열 $\{a_n\}$은 $a_1 = 1$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n}(a_k - a_{k+1}) = -n^2 + n$$

을 만족시킨다. a_{11}의 값은? [3점]

① 88 ② 91 ③ 94 ④ 97 ⑤ 100

CHAPTER

06 유제

01 18학년도 6월 평가원 나형 29번

공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$이 있다. 수열 $\{b_n\}$은

$$b_1 = a_1$$

이고, 2이상의 자연수 n에 대하여

$$b_n = \begin{cases} b_{n-1} + a_n & (n\text{이 3의 배수가 아닌 경우}) \\ b_{n-1} - a_n & (n\text{이 3의 배수인 경우}) \end{cases}$$

이다. $b_{10} = a_{10}$일 때, $\dfrac{b_8}{b_{10}} = \dfrac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

[4점]

02 10년 3월 교육청 나형 30번

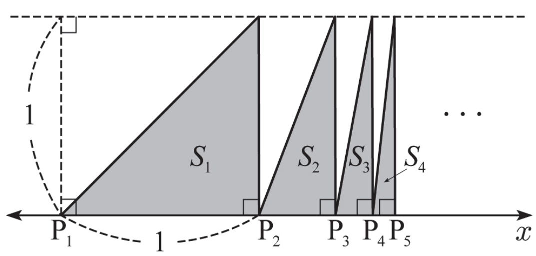
수직선 위에 점 $\mathrm{P}_n\ (n=1, 2, 3, \cdots)$을 다음 규칙에 따라 정한다.

(가) 점 P_1의 좌표는 $\mathrm{P}_1(0)$이다.
(나) $\overline{\mathrm{P}_1\mathrm{P}_2} = 1$이다.
(다) $\overline{\mathrm{P}_n\mathrm{P}_{n+1}} = \dfrac{n-1}{n+1} \times \overline{\mathrm{P}_{n-1}\mathrm{P}_n}\ (n=2, 3, 4, \cdots)$

선분 $\mathrm{P}_n\mathrm{P}_{n+1}$을 밑변으로 하고 높이가 1인 직각삼각형의 넓이를 S_n이라 하자.

$S_1 + S_2 + S_3 + \cdots + S_{50} = \dfrac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 서로소인 자연수이다.)

[4점]



03 11년 3월 교육청 나형 17번

다음은 자연수 n 에 대하여 등식

$$\sum_{i=1}^{2n-1}\{i+(n-1)^2\}=(n-1)^3+n^3 \cdots\cdots (*)$$

이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

<증명>

(1) $n=1$일 때, $1+0^2=0^3+1^3$ 이므로 $(*)$이 성립한다.

(2) $n=k$일 때, $(*)$이 성립한다고 가정하고,

$n=k+1$일 때 $(*)$이 성립함을 보이자.

$$\sum_{i=1}^{2k+1}(i+k^2)=\sum_{i=1}^{2k-1}\{i+(k-1)^2\}+\sum_{i=1}^{2k-1}(2k-1)+\boxed{\text{(가)}}=\boxed{\text{(나)}}$$

그러므로 $n=k+1$일 때도 $(*)$이 성립한다.

따라서 (1), (2)에 의하여 모든 자연수 n에 대하여 $(*)$이 성립한다.

위의 (가)에 알맞은 식을 $f(k)$, (나)에 알맞은 식을 $g(k)$라 할 때, $\dfrac{g(4)}{f(4)}$의 값은? [3점]

① $\dfrac{23}{7}$ ② $\dfrac{24}{7}$ ③ $\dfrac{25}{7}$ ④ $\dfrac{26}{7}$ ⑤ $\dfrac{27}{7}$

04 06학년도 수능 나형 16번

다음은 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n}(5k-3)\left(\frac{1}{k}+\frac{1}{k+1}+\frac{1}{k+2}+\cdots+\frac{1}{n}\right)=\frac{n(5n+3)}{4}$$

이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

<증명>

(1) $n=1$ 일 때, (좌변) $=2$, (우변) $=2$ 이므로 주어진 등식은 성립한다.

(2) $n=m$ 일 때 성립한다고 가정하면

$$\sum_{k=1}^{m}(5k-3)\left(\frac{1}{k}+\frac{1}{k+1}+\frac{1}{k+2}+\ldots+\frac{1}{m}\right)=\frac{m(5m+3)}{4}$$

이다. $n=m+1$ 일 때 성립함을 보이자.

$$\sum_{k=1}^{m+1}(5k-3)\left(\frac{1}{k}+\frac{1}{k+1}+\cdots+\frac{1}{m+1}\right)$$

$$=\sum_{k=1}^{m}(5k-3)\left(\frac{1}{k}+\frac{1}{k+1}+\cdots+\frac{1}{m+1}\right)+\frac{\boxed{(가)}}{m+1}$$

$$=\sum_{k=1}^{m}(5k-3)\left(\frac{1}{k}+\frac{1}{k+1}+\cdots+\frac{1}{\boxed{(나)}}\right)+\frac{1}{m+1}\sum_{k=1}^{m}(5k-3)+\frac{\boxed{(가)}}{m+1}$$

$$=\frac{m(5m+3)}{4}+\frac{1}{m+1}\sum_{k=1}^{m+1}\left(\boxed{(다)}\right)=\frac{(m+1)(5m+8)}{4}$$

그러므로 $n=m+1$ 일 때도 성립한다.

따라서 모든 자연수 n 에 대하여 주어진 등식은 성립한다.

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [4점]

	(가)	(나)	(다)
①	$5m-3$	m	$5k+2$
②	$5m-3$	$m+1$	$5k+2$
③	$5m+2$	m	$5k-3$
④	$5m+2$	m	$5k+2$
⑤	$5m+2$	$m+1$	$5k-3$

05 08학년도 6월 평가원 나형 14번

다음은 모든 자연수 n에 대하여 부등식

$$\frac{1!+2!+3!+\cdots+n!}{(n+1)!}<\frac{2}{n+1}$$

가 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

<증명>

자연수 n에 대하여 $a_n=\dfrac{1!+2!+3!+\cdots+n!}{(n+1)!}$ 이라 할 때, $a_n<\dfrac{2}{n+1}$임을 보이면 된다.

(1) $n=1$일 때, $a_1=\dfrac{1!}{2!}=\dfrac{1}{2}<1$이므로 주어진 부등식은 성립한다.

(2) $n=k$일 때, $a_k<\dfrac{2}{k+1}$라고 가정하면

$n=k+1$일 때,

$$a_{k+1}=\frac{1!+2!+3!+\cdots+(k+1)!}{(k+2)!}$$

$$=\boxed{\text{(가)}}(1+a_k)<\boxed{\text{(가)}}\left(1+\frac{2}{k+1}\right)=\frac{1}{k+2}+\boxed{\text{(나)}}$$

이다.

자연수 k에 대하여 $\dfrac{2}{k+1}\le 1$이므로 $\boxed{\text{(나)}}\le\dfrac{1}{k+2}$이고 $a_{k+1}<\dfrac{2}{k+2}$이다.

따라서 $n=k+1$일 때도 주어진 부등식은 성립한다.

그러므로 모든 자연수 n에 대하여 주어진 부등식은 성립한다.

위 증명에서 (가), (나)에 들어갈 식으로 알맞은 것은? [3점]

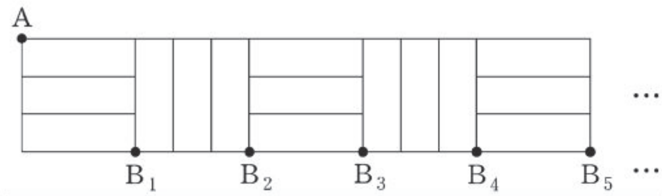
	(가)	(나)
①	$\dfrac{1}{k+2}$	$\dfrac{1}{(k+1)(k+2)}$
②	$\dfrac{1}{k+2}$	$\dfrac{2}{(k+1)(k+2)}$
③	$\dfrac{1}{k+1}$	$\dfrac{1}{(k+1)(k+2)}$
④	$\dfrac{1}{k+1}$	$\dfrac{2}{(k+1)(k+2)}$
⑤	$\dfrac{1}{k+1}$	$\dfrac{2}{(k+1)^2}$

06 08학년도 수능 나형 14번

다음과 같이 정사각형을 가로 방향으로 3등분하여 [도형 1]을 만들고, 세로 방향으로 3등분하여 [도형 2]를 만든다.

[도형 1] [도형 2]

[도형 1]과 [도형 2]를 번갈아 가며 계속 붙여 아래와 같은 도형을 만든다. 그림과 같이 첫 번째 붙여진 [도형 1]의 왼쪽 맨 위 꼭짓점을 A라 하고, [도형 1]의 개수와 [도형 2]의 개수를 합하여 n개 붙여 만든 도형의 오른쪽 맨 아래 꼭짓점을 B_n이라 하자.



꼭짓점 A에서 꼭짓점 B_n까지 선을 따라 최단거리로 가는 경로의 수를 a_n이라 할 때, a_3+a_7의 값은? [4점]

① 26 ② 28 ③ 30 ④ 32 ⑤ 34

07 06학년도 6월 평가원 나형 14번

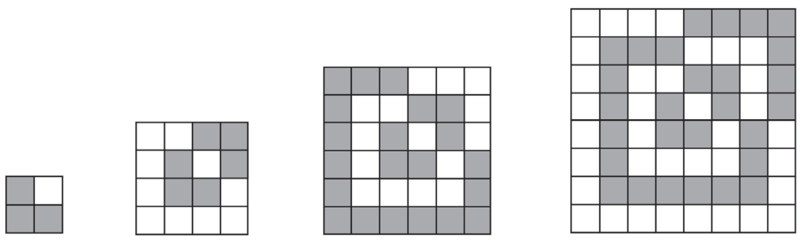
한 변의 길이가 1인 정사각형 모양의 검은 타일과 흰 타일이 있다.

(가) [그림1]과 같이 검은 타일 3개와 흰 타일 1개를 붙여 한 변의 길이가 2인 정사각형이 되도록 한다.

(나) [그림2]와 같이 [그림1]의 정사각형의 바깥쪽에 타일을 붙여 한 변의 길이가 4인 정사각형이 되도록 한다. 이때 [그림1]에 있는 흰 타일의 둘레에는 검은 타일을, 검은 타일의 둘레에는 흰 타일을 붙인다.

(다) [그림3]과 같이 [그림2]의 정사각형의 바깥쪽에 타일을 붙여 한 변의 길이가 6인 정사각형이 되도록 한다. 이때 [그림2]에 있는 흰 타일의 둘레에는 검은 타일을, 검은 타일의 둘레에는 흰 타일을 붙인다.

이와 같은 과정을 계속하여 전체 타일의 개수가 400개가 되었을 때, 검은 타일의 개수와 흰 타일의 개수 사이의 관계를 옳게 나타낸 것은? [4점]



[그림1] [그림2] [그림3]

① 검은 타일과 흰 타일의 개수가 같다.

② 검은 타일의 개수가 흰 타일의 개수보다 18개 많다.

③ 검은 타일의 개수가 흰 타일의 개수보다 20개 많다.

④ 흰 타일의 개수가 검은 타일의 개수보다 18개 많다.

⑤ 흰 타일의 개수가 검은 타일의 개수보다 20개 많다.

08 11학년도 수능 나형 23번

2이상의 자연수 n에 대하여 집합

$$\{3^{2k-1} \mid k\text{는 자연수}, 1 \le k \le n\}$$

의 서로 다른 두 원소를 곱하여 나올 수 있는 모든 값만을 원소로 하는 집합을 S라 하고, S의 원소의 개수를 $f(n)$이라 하자. 예를 들어, $f(4)=5$이다. 이때, $\sum_{n=2}^{11} f(n)$의 값을 구하시오. [4점]

09 09학년도 수능 나형 23번

자연수 $n\,(n \ge 2)$으로 나누었을 때, 몫과 나머지가 같아지는 자연수를 모두 더한 값을 a_n이라 하자. 예를 들어 4로 나누었을 때, 몫과 나머지가 같아지는 자연수는 5, 10, 15이므로 $a_4 = 5+10+15=30$이다. $a_n > 500$을 만족시키는 자연수 n의 최솟값을 구하시오. [4점]

10 10학년도 9월 평가원 나형 22번

수열 $\{a_n\}$의 제 n항 a_n을 $\dfrac{n}{3^k}$이 자연수가 되게 하는 음이 아닌 정수 k의 최댓값이라 하자. 예를 들어 $a_1 = 0$이고 $a_6 = 1$이다. $a_m = 3$일 때, $a_m + a_{2m} + a_{3m} + \cdots + a_{9m}$의 값을 구하시오. [4점]

11 09년 7월 교육청 나형 28번

수열 $\{a_n\}$은

$$a_1 = 5\times 6^5 + 5\times 6^4 + 5\times 6^3 + 5\times 6^2 + 5\times 6 + 5,$$

$$a_{n+1} = \begin{cases} \dfrac{1}{6}a_n & (a_n\text{이 } 6\text{의 배수일 때}) \\ a_n - 1 & (a_n\text{이 } 6\text{의 배수가 아닐 때}) \end{cases}$$

이다. $a_k = 1$일 때, k의 값은? [4점]

① 34 ② 35 ③ 36 ④ 37 ⑤ 38

12 08년 10월 교육청 나형 4번

수열 $\{a_n\}$을 다음과 같이 정의하자.

$$a_n = \sum_{k=1}^{n} 10^{k-1} \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

a_n을 3으로 나눈 나머지를 b_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{30} b_n$의 값은? [3점]

① 30　　② 31　　③ 32　　④ 33　　⑤ 34

13 09학년도 9월 평가원 나형 22번

수열 $\{a_n\}$의 제n항 a_n을 자연수 k의 양의 제곱근 $\sqrt{k}$를 소수점 아래 첫째 자리에서 반올림하여 n이 되는 k의 개수라 하자. $\sum_{i=1}^{10} a_i$의 값을 구하시오. [4점]

14 10학년도 6월 평가원 나형 8번

수열 $\{a_n\}$에서 $a_n=(-1)^{\frac{n(n+1)}{2}}$ 일 때, $\sum_{n=1}^{2010} n a_n$의 값은? [4점]

① -2011 ② -2010 ③ 0 ④ 2010 ⑤ 2011

15 06학년도 수능 나형 29번

$p \geq 2$인 자연수 p에 대하여 수열 $\{a_n\}$이 다음 세 조건을 만족시킨다.

(가) $a_1=0$

(나) $a_{k+1}=a_k+1\ (1 \leq k \leq p-1)$

(다) $a_{k+p}=a_k\ (k=1,\ 2,\ 3, \cdots)$

<보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

〈보 기〉

ㄱ. $a_{2k}=2a_k$

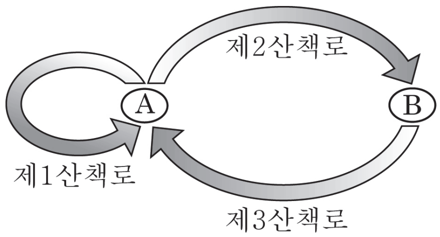
ㄴ. $a_1+a_2+\cdots+a_p=\dfrac{p(p-1)}{2}$

ㄷ. $a_p+a_{2p}+\cdots+a_{kp}=k(p-1)$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

16 11년 3월 교육청 나형 20번

어느 공원에는 아래 그림과 같이 A 지점에서 출발하여 A 지점으로 돌아오는 제1산책로, A 지점에서 출발하여 B 지점으로 이어지는 제2산책로, B 지점에서 출발하여 A 지점으로 이어지는 제3산책로가 있고, 각 산책로의 거리는 1 km 이다.



이 산책로들을 따라 다음과 같은 규칙으로 산책한 거리가 n km 일 때, A 지점에서 출발하여 A 지점에 도착하는 방법의 수를 a_n, A 지점에서 출발하여 B 지점에 도착하는 방법의 수를 b_n이라 하자.

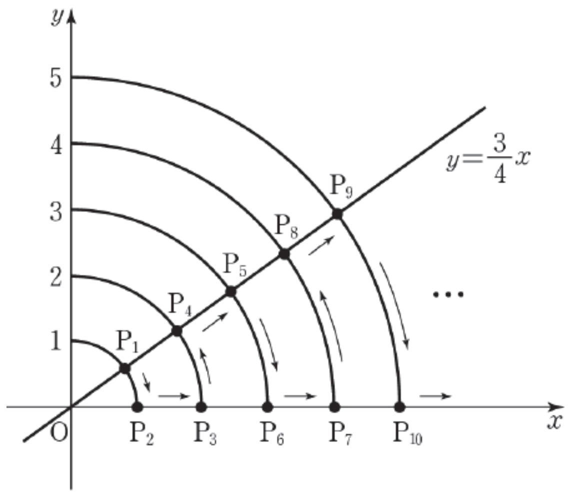
(가) 각 산책로에서는 화살표 방향으로만 진행해야 한다. (나) 같은 산책로를 반복할 수 있다. (다) 지나지 않는 산책로가 있을 수 있다.

$a_7 + b_7$ 의 값은? (단, n 은 자연수이다.) [4점]

① 21 ② 29 ③ 34 ④ 42 ⑤ 55

17 10학년도 9월 평가원 나형 7번

다음 그림은 좌표평면에서 원점을 중심으로 하고 반지름의 길이가 1부터 1씩 증가하는 원들이 두 직선 $y=\frac{3}{4}x$, $y=0$과 각각 만나는 점들의 일부를 P_1부터 시작하여 화살표 방향을 따라 P_1, P_2, P_3, $\cdots$으로 나타낸 것이다.



점 P_{25}의 x좌표는? [3점]

① $\frac{52}{5}$　② 11　③ $\frac{56}{5}$　④ 12　⑤ $\frac{64}{5}$

18 13년 7월 교육청 A형 16번

다음과 같이 제n행에 첫째항이 $\frac{1}{2^n}$이고 공차가 $\frac{1}{2^n}$인 등차수열의 항을 첫째항부터 차례로 (2^n-1)개 나열한다.

제1행	$\frac{1}{2}$
제2행	$\frac{1}{2^2}, \frac{2}{2^2}, \frac{3}{2^2}$
제3행	$\frac{1}{2^3}, \frac{2}{2^3}, \frac{3}{2^3}, \frac{4}{2^3}, \frac{5}{2^3}, \frac{6}{2^3}, \frac{7}{2^3}$
⋮	⋮
제n행	$\frac{1}{2^n}, \frac{2}{2^n}, \frac{3}{2^n}, \frac{4}{2^n}, \cdots, \frac{2^n-2}{2^n}, \frac{2^n-1}{2^n}$

위와 같이 나열할 때, 제n행에서 $\frac{1}{2}$보다 큰 수의 개수를 a_n이라 하자. $\sum_{n=1}^{10} a_n$의 값은? [4점]

① 1003 ② 1008 ③ 1013 ④ 1018 ⑤ 1023

19 10년 3월 교육청 나형 27번

1부터 연속된 자연수를 나열하여 각 자릿수로 다음과 같은 수열을 만들었다.

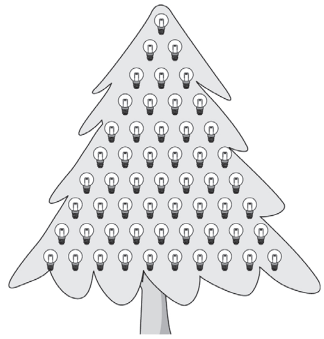
$$1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 1, 0, 1, 1, 1, 2, 1, 3, 1, 4, \cdots$$

이 수열의 제n항부터 연속된 네 개의 항이 차례로 2, 0, 1, 0일 때, 자연수 n의 최솟값은? [4점]

① 2960 ② 2964 ③ 2968 ④ 2972 ⑤ 2976

20 09학년도 6월 평가원 나형 15번

그림과 같이 나무에 55개의 전구가 맨 위 첫 번째 줄에는 1개, 두 번째 줄에는 2개, 세 번째 줄에는 3개, ⋯, 열 번째 줄에는 10개가 설치되어 있다. 전원을 넣으면 이 전구들은 다음 규칙에 따라 작동한다.



> (가) n이 10 이하의 자연수일 때, n번째 줄에 있는 전구는 n초가 되는 순간 처음 켜진다.
> (나) 모든 전구는 처음 켜진 후 1초 간격으로 꺼짐과 켜짐을 반복 한다.

전원을 넣고 n초가 되는 순간 켜지는 모든 전구의 개수를 a_n이라고 하자. 예를 들어 $a_1 = 1$, $a_2 = 2$, $a_4 = 6$, $a_{11} = 25$ 이다. $\sum_{n=1}^{14} a_n$의 값은? [3점]

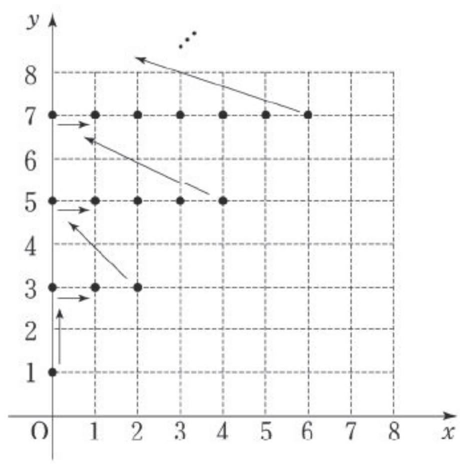
① 215 ② 220 ③ 225 ④ 230 ⑤ 235

21 08학년도 수능 나형 28번

좌표평면 위에 다음 [단계]와 같은 순서로 점을 찍는다.

> [단계 1] $(0, 1)$에 점을 찍는다.
> [단계 2] $(0, 3)$, $(1, 3)$, $(2, 3)$에 이 순서대로 3개의 점을 찍는다.
>
> ⋮
>
> [단계 k] $(0, 2k-1)$, $(1, 2k-1)$, $(2, 2k-1)$, $\cdots$, $(2k-2, 2k-1)$에 이 순서대로 $(2k-1)$개의 점을 찍는다. (단, k는 자연수이다.)
>
> ⋮

이와 같은 과정으로 [단계 1]부터 시작하여 점을 찍어 나갈 때, 100번째 찍히는 점의 좌표는 (p, q)이다. $p+q$의 값은? [4점]



① 46　② 43　③ 40　④ 37　⑤ 34

22 14학년도 9월 평가원 A형 30번

자연수 n에 대하여 부등식 $4^k-(2^n+4^n)2^k+8^n \le 1$을 만족시키는 모든 자연수 k의 합을 a_n이라 하자. $\sum_{n=1}^{20} \frac{1}{a_n} = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

[4점]

23 15년 3월 교육청 B형 30번

함수 $f(x)$가 닫힌 구간 $[0,\ 2]$에서 $f(x)=|x-1|$이고, 모든 실수 x에 대하여 $f(x)=f(x+2)$를 만족시킬 때, 함수 $g(x)$를

$$g(x)=x+f(x)$$

라 하자. 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시키는 두 자연수 a, b의 순서쌍 $(a,\ b)$의 개수를 a_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{15} a_n$의 값을 구하시오. [4점]

(가) $n \le a \le n+2$
(나) $0 < b \le g(a)$

24 13학년도 수능 나형 27번

자연수 n에 대하여 좌표평면 위의 점 P_n을 다음 규칙에 따라 정한다.

(가) 세 점 P_1, P_2, P_3의 좌표는 각각 $(-1,\ 0)$, $(1,\ 0)$, $(-1,\ 2)$이다.
(나) 선분 P_nP_{n+1}의 중점과 선분 $P_{n+2}P_{n+3}$의 중점은 같다.

예를 들어, 점 P_4의 좌표는 $(1,\ -2)$이다. 점 P_{25}의 좌표가 $(a,\ b)$일 때, $a+b$의 값을 구하시오. [4점]

25 22학년도 예비평가 15번

다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{k=1}^{100} a_k$의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m이라 할 때, $M-m$의 값은? [4점]

(가) $a_5 = 5$

(나) 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n - 6 & (a_n \geq 0) \\ -2a_n + 3 & (a_n < 0) \end{cases}$$

이다.

① 64 ② 68 ③ 72 ④ 76 ⑤ 80

26 21학년도 6월 평가원 가형 15번

수열 $\{a_n\}$의 일반항은

$$a_n = \left(2^{2n}-1\right)\times 2^{n(n-1)} + (n-1)\times 2^{-n}$$

이다. 다음은 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n} a_k = 2^{n(n+1)} - (n+1)\times 2^{-n} \cdots\cdots (*)$$

임을 수학적 귀납법을 이용하여 증명한 것이다.

(i) $n=1$일 때, (좌변)$=3$, (우변)$=3$이므로 $(*)$이 성립한다.

(ii) $n=m$일 때, $(*)$이 성립한다고 가정하면

$\sum_{k=1}^{m} a_k = 2^{m(m+1)} - (m+1)\times 2^{-m}$이다.

$n=m+1$일 때,

$$\sum_{k=1}^{m+1} a_k = 2^{m(m+1)} - (m+1)\times 2^{-m} + \left(2^{2m+2}-1\right)\times \boxed{(가)} + m\times 2^{-m-1}$$

$$= \boxed{(가)} \times \boxed{(나)} - \frac{m+2}{2}\times 2^{-m}$$

$$= 2^{(m+1)(m+2)} - (m+2)\times 2^{-(m+1)}$$

이다. 따라서 $n=m+1$일 때도 $(*)$이 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 모든 자연수 n에 대하여 $\sum_{k=1}^{n} a_k = 2^{n(n+1)} - (n+1)\times 2^{-n}$ 이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(m)$, $g(m)$이라 할 때, $\frac{g(7)}{f(3)}$의 값은? [4점]

① 2 ② 4 ③ 8 ④ 16 ⑤ 32

27 21학년도 6월 평가원 가형 24번

수열 $\{a_n\}$은 $a_1 = 9$, $a_2 = 3$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+2} = a_{n+1} - a_n$$

을 만족시킨다. $|a_k| = 3$을 만족시키는 100 이하의 자연수 k의 개수를 구하시오. [3점]

28 21학년도 9월 평가원 가형 10번

수열 $\{a_n\}$은 $a_1 = 12$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1} + a_n = (-1)^{n+1} \times n$$

을 만족시킨다. $a_k > a_1$인 자연수 k의 최솟값은? [3점]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

29 20년 10월 교육청 가형 19번

다음은 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1}{}_{n}\mathrm{C}_{k}}{k} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k} \cdots\cdots (*)$$

이 성립함을 수학적 귀납법을 이용하여 증명한 것이다.

(ⅰ) $n=1$일 때 (좌변)$=1$, (우변)$=1$이므로 $(*)$이 성립한다.

(ⅱ) $n=m$일 때 $(*)$이 성립한다고 가정하면

$$\sum_{k=1}^{m} \frac{(-1)^{k-1}{}_{m}\mathrm{C}_{k}}{k} = \sum_{k=1}^{m} \frac{1}{k}$$

이다. $n=m+1$일 때,

$$\sum_{k=1}^{m+1} \frac{(-1)^{k-1}{}_{m+1}\mathrm{C}_{k}}{k}$$

$$= \sum_{k=1}^{m} \frac{(-1)^{k-1}{}_{m+1}\mathrm{C}_{k}}{k} + \boxed{(\text{가})}$$

$$= \sum_{k=1}^{m} \frac{(-1)^{k-1}({}_{m}\mathrm{C}_{k} + {}_{m}\mathrm{C}_{k-1})}{k} + \boxed{(\text{가})}$$

$$= \sum_{k=1}^{m} \frac{1}{k} + \sum_{k=1}^{m+1} \left\{ \frac{(-1)^{k-1}}{k} \times \frac{\boxed{(\text{나})}}{(m-k+1)!(k-1)!} \right\}$$

$$= \sum_{k=1}^{m} \frac{1}{k} + \sum_{k=1}^{m+1} \left\{ \frac{(-1)^{k-1}}{\boxed{(\text{다})}} \times \frac{(m+1)!}{(m-k+1)!\,k!} \right\}$$

$$= \sum_{k=1}^{m} \frac{1}{k} + \frac{1}{m+1}$$

$$= \sum_{k=1}^{m+1} \frac{1}{k}$$

이다. 따라서 $n=m+1$일 때도 $(*)$이 성립한다.

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 모든 자연수 n에 대하여 $(*)$이 성립한다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(m)$, $g(m)$, $h(m)$이라 할 때, $\dfrac{g(3)+h(3)}{f(4)}$의 값은?

[4점]

① 40 ② 45 ③ 50 ④ 55 ⑤ 60