

# [니네가 만든 모의고사]

| 대학수학능력시험 수학 연습 |

## | 한성은 (POSTECH 수학과)

5A ACADEMY, 일산 종로

제 학생들이 출제한 문항 위주로 만든 모의고사입니다.  
점수 신경 쓰지 마시고 즐겁게 푸세요. 각각의 문항은 나쁘지 않아요.

출제자 명단입니다. 아는 친구 있으면 칭찬해주세요.

[운정고 김현종], [운정고 선재윤], [운정고 박정인], [운정고 이성호], [운정고 신민경],  
[백양고 이상준], [일산동고 김훈종], [저현고 하유민], [운정고 강준성], [대진고 황용민],  
[운정고 김준일], [백양고 조원철], [백양고 조성빈], [운정고 이다윤]

[hansungeun.com/texta.html](https://hansungeun.com/texta.html) - 공개 모의고사 페이지  
썬잇 N제 (수학1, 수학2, 미적분) 출간 - 책 사주세요.

## | CCL

- 허락 없이 문제를 쓰실 수 있지만, 출처를 반드시 표시해 주세요.
- 자신이 저작자라는 주장을 하지 말아 주세요.

# 수학 영역

5지선다형

1. 함수  $f(x) = x^2 + 2x$ 에 대하여  $f'(2)$ 의 값은? [2점]

- ① 2                      ② 4                      ③ 6  
④ 8                      ⑤ 10

2. 세 수  $a, 6, 9$ 가 이 순서대로 등비수열을 이룰 때  $a$ 의 값은? [2점]

- ① 1                      ② 2                      ③ 3  
④ 4                      ⑤ 5

3.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+a}-3}{x-3} = b$ 일 때,  $ab$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{3}$                       ②  $\frac{1}{2}$                       ③ 1  
④ 2                      ⑤ 3

4. 부등식  $\left(\frac{1}{2}\right)^{4-2x} \leq 16^3$ 을 만족시키는 자연수  $x$ 의

개수는? [3점]

- ① 4                      ② 5                      ③ 6  
④ 7                      ⑤ 8

5.  $\sin(\pi+\theta)+\sin\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)=\frac{2}{3}$  일 때,  $\sin\theta\cos\theta$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{5}{18}$       ②  $\frac{1}{3}$       ③  $\frac{7}{18}$   
 ④  $\frac{4}{9}$       ⑤  $\frac{1}{2}$

6.  $\int_2^4 x(x-2)(x-4)(x-6)dx$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{188}{15}$       ②  $\frac{176}{15}$       ③  $\frac{164}{15}$   
 ④  $\frac{152}{15}$       ⑤  $\frac{28}{3}$

7. 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} 4a_n & (n \text{이 홀수인 경우}) \\ \frac{2}{a_n} & (n \text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

이고  $a_4 = 1$ 일 때,  $a_1 + a_{18}$ 의 값은? [3점]

- ① 18      ② 16      ③ 14  
 ④ 12      ⑤ 10

8. 함수  $f(x) = x^3 - 3x$ 에 대하여 두 곡선  $y = f(x)$ ,  $y = f(x-2) + 2$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ① 7                      ② 8                      ③ 9  
 ④ 10                     ⑤ 11

10. 자연수  $n$ 에 대하여  $(n-3)^2(n-6)$ 의  $n$ 제곱근 중

실수인 것의 개수를  $a_n$ 이라 하자.  $\sum_{n=1}^{10} a_n$ 의 값은? [4점]

- ① 8                      ② 9                      ③ 10  
 ④ 11                     ⑤ 12

9.  $0 \leq x \leq 2\pi$ 에서 방정식  $m(\pi-x) = \tan \frac{x}{2}$ 가 두 실근

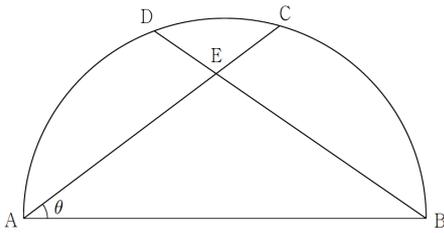
$\alpha, \beta$ 를 갖는다.  $\beta - \alpha = \pi$ 일 때,  $m$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{2}{\pi}$                     ②  $\frac{4}{\pi}$                     ③  $\frac{6}{\pi}$   
 ④  $\frac{8}{\pi}$                     ⑤  $\frac{10}{\pi}$

11. 그림과 같이  $\overline{AB} = 5\sqrt{10}$ 인 선분 AB를 지름으로 하는 반원 위의 두 점 C, D에 대하여 선분 AC와 선분 BD가 만나는 점을 E라 하자.

$$\sin(\angle CAB) = \frac{3}{5}, \quad \overline{AE} = \sqrt{10} \times \overline{DE}$$

일 때,  $\overline{AD}$ 의 값은? [4점]



- ① 7
- ② 8
- ③ 9
- ④ 10
- ⑤ 11

12. 최고차항의 계수가  $k$ 인 삼차함수  $f(x)$ 가

$$f'(2) = 1, \quad f(2) - f(0) = 2$$

를 만족시킨다. 곡선  $y = f(x)$  위의 점  $P(t, f(t))$ 와 점  $A(2, f(0))$ 에 대하여 선분 PA의 중점이 곡선  $y = f(x)$  위의 점  $(2, f(2))$ 에서의 접선 위에 있도록 하는 실수  $t$ 의 개수가 2일 때,  $k$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{15}{16}$
- ②  $\frac{9}{8}$
- ③  $\frac{21}{16}$
- ④  $\frac{3}{2}$
- ⑤  $\frac{27}{16}$

13. 자연수  $n$ 에 대하여

$$\left| \log_2 \frac{k}{n} \right| \leq 2$$

를 만족시키는 자연수  $k$ 의 개수를  $a_n$ 이라 하자.

$\sum_{n=1}^{20} a_n$ 의 값은? [4점]

- ① 820                      ② 800                      ③ 780  
 ④ 760                      ⑤ 740

14. 사차함수  $f(x)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)f'(x)}{x^2} = -4, \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)f'(x)}{(x-3)^3} = \alpha \quad (\alpha \neq 0)$$

일 때,  $\alpha$ 의 값은? [4점]

- ① 2                              ② 4                              ③ 6  
 ④ 8                              ⑤ 10

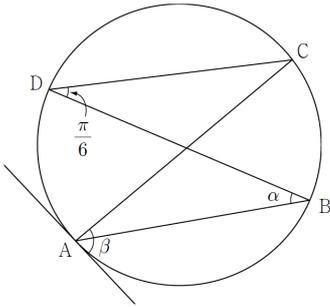
# 6

# 수학 영역

15. 그림과 같이 원 위의 네 점 A, B, C, D가 있다.

$\overline{AB}=3$ ,  $\overline{CD}=2\sqrt{3}$ ,  $\angle BDC = \frac{\pi}{6}$  이고,  $\angle ABD = \alpha$ ,

선분 AC과 원 위의 점 A에서의 접선이 이루는 예각의 크기를  $\beta$ 라 할 때,  $\alpha + \beta = \frac{2\pi}{3}$ 이다.  $\sin\alpha$ 의 값은? [4점]



- ①  $\frac{1}{2}$
- ②  $\frac{\sqrt{5}}{4}$
- ③  $\frac{\sqrt{6}}{4}$
- ④  $\frac{\sqrt{7}}{4}$
- ⑤  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

단답형

16.  $\log_2 9 \times \log_3 16$ 의 값을 구하여라. [3점]

17. 함수  $f(x)$ 에 대하여  $f'(x) = 3x^2 + 2x + 1$ 이고  $f(1) = 6$ 일 때,  $f(2)$ 의 값을 구하여라. [3점]

18. 다항함수  $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{xf(x) - 6}{x - 2} = 7$$

를 만족시킨다.  $f(2) + f'(2)$ 의 값을 구하여라. [3점]

19. 함수  $f(x) = 3x^2 - 2x - 5$ 에 대하여 0, 3,  $c$ 가 방정식

$$\int_0^x f(t)dt + ax + b = - \int_3^x f(t)dt$$

의 실근일 때,  $abc$ 의 값을 구하여라. [3점]

20. 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $a_{2n-1} = (-2)^n$

(나) 세 수  $a_{2n-1}, a_{2n}, a_{2n+1}$ 이  
이 순서대로 등차수열을 이룬다.

$a_m a_{m+2} = a_{m+5}$ 인 자연수  $m$ 에 대하여  $m + a_{m+2}$ 의 값을 구하여라. [4점]

21. 자연수  $n$ 에 대하여 집합  $G_i$ 는 집합

$$\{i^{2k+1} | k \text{는 } 0 \text{ 이상 } n \text{ 이하의 정수}\}$$

의 서로 다른 두 원소를 곱하여 얻을 수 있는 수 전체의 집합이다. 집합  $G_2 \cup G_3 \cup G_4$ 의 원소의 개수를

$f(n)$ 이라 할 때,  $\sum_{n=1}^{10} f(n)$ 의 값을 구하여라. [4점]

22. 함수  $f(x) = 6x^2 - x^3$ 와 최고차항의 계수가  $-1$ 이고  
최대값이  $6$ 인 사차함수  $g(x)$ 에 대하여 함수

$$h(x) = f(g(x))$$

가  $x = \alpha$ 에서 극소인 모든  $\alpha$ 를 크기순으로 나열한 것이  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ 이고  $h(x)$ 가  $x = \beta$ 에서 극대인 모든  $\beta$ 를 크기순으로 나열한 것이  $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$ 일 때,  $m, n, g(x), h(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $3m = 4n$

(나)  $g'(\beta_1) \times g'(\beta_n) \neq 0$

(다) 집합  $\{h(t) | h'(t) = 0\}$ 의 원소의 개수는  $2$ 이다.

$(\alpha_{m-1} - \alpha_2) \times (\beta_n - \beta_1)$ 의 값을 구하여라. [4점]

5지선다형

23. 정적분  $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (\sin x + \cos x) dx$ 의 값은? [2점]

- ① 2                      ② 4                      ③ 6  
④ 8                      ⑤ 10

24. 수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라

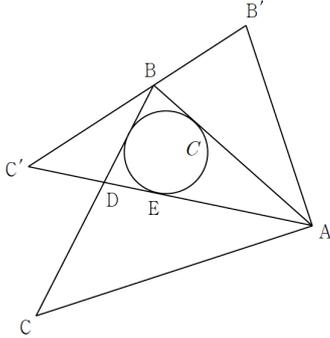
하자.  $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n - 2) = 3$ 일 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \{a_n \times (S_n - 2n)\}$ 의 값은?

[3점]

- ① 4                      ② 6                      ③ 8  
④ 10                    ⑤ 12

25. 그림과 같이  $\angle BAC = \frac{\pi}{3}$ 인 삼각형 ABC를 점 A를

중심으로 시계방향으로  $30^\circ$  회전 이동시킨 삼각형이  $AB'C'$ 일 때, 점 B는 선분  $B'C'$  위의 점이다. 선분  $AC'$ 과  $BC$ 가 만나는 점을 D, 삼각형 ABD에 내접하는 원을 C, 원 C와 선분 AD가 만나는 점을 E라 할 때,  $\overline{AE} = 2 + \sqrt{3}$ 이다. 원 C의 반지름의 길이는? [3점]



- ①  $\frac{\sqrt{3}}{3}$                       ②  $\frac{\sqrt{2}}{2}$                       ③ 1
- ④  $\sqrt{2}$                         ⑤  $\sqrt{3}$

26. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x & (x \neq 1) \\ 2 & (x = 1) \end{cases}$$

에 대하여 곡선  $y = \frac{f(1+x) - f(1)}{x}$ 에 접하고

기울기가 2인 두 직선의 y절편의 곱은? [3점]

- ① -6                              ② -9                              ③ -12
- ④ -15                             ⑤ -18

27.  $x \geq 0$ 에서 정의된 함수  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ 의 역함수를  $g(x)$ 라 하자.  $x \geq 0$ 에서 정의된 함수

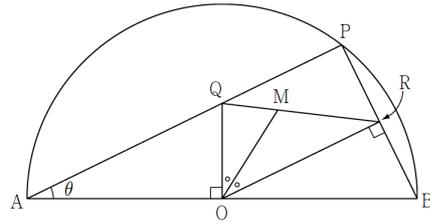
$$h(x) = \begin{cases} f(x) & (f(x) \geq g(x)) \\ g(x) & (f(x) < g(x)) \end{cases}$$

가 오직  $x=1$ 에서만 미분가능하지 않고,

$\lim_{x \rightarrow 1^+} h'(x) - \lim_{x \rightarrow 1^-} h'(x) = \frac{3}{2}$ 일 때,  $ab$ 의 값은? [3점]

- ① -5                      ② -4                      ③ -3  
 ④ -2                      ⑤ -1

28.  $\overline{AB}=2$ 인 선분  $AB$ 를 지름으로 하는 반원 위의 점  $P$ 가 있고,  $\angle PAB = \theta$ 이다. 선분  $AP$  위의 점  $Q$ 에서 선분  $AB$ 에 내린 수선의 발  $O$ 가 선분  $AB$ 의 중점이고, 점  $R$ 은 점  $O$ 에서 선분  $BP$ 에 내린 수선의 발이다.  $\angle QOR$ 를 이등분하는 직선과 선분  $QR$ 의 교점을  $M$ 이라 할 때, 삼각형  $OQM$ 의 넓이를  $S(\theta)$ 라 하자.  $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^2}$ 의 값은? [4점]



- ①  $\frac{1}{4}$                       ②  $\frac{1}{2}$                       ③ 1  
 ④ 2                      ⑤ 4

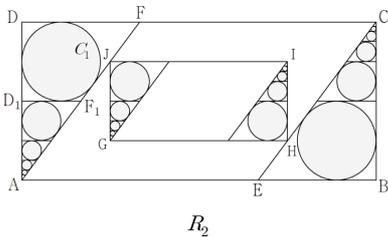
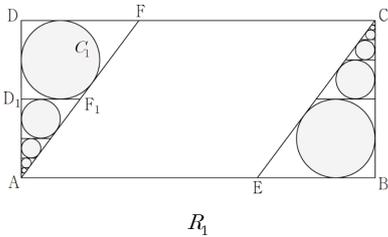
단답형

29.  $\overline{AB}=9, \overline{BC}=4$ 인 직사각형 ABCD에 대하여 선분 AB와 선분 CD를 2:1로 내분하는 점을 각각 E, F라 하자. 삼각형 ADF에 내접하는 원  $C_1$ 을 그린 후 선분 AD 위의 점  $D_1$ , 선분 AF 위의 점  $F_1$ 를 선분  $D_1F_1$ 이 선분 DF와 평행하고 원  $C_1$ 에 접하도록 잡는다. 삼각형  $AD_1F_1$ 에 내접하는 원  $C_2$ 를 그린 후 선분  $AD_1$  위의 점  $D_2$ , 선분  $AF_1$  위의 점  $F_2$ 를 선분  $D_2F_2$ 가 선분  $D_1F_1$ 와 평행하고 원  $C_2$ 에 접하도록 잡는다. 이와 같은 과정을 계속하고, 삼각형 ADF에 시행한 것과 같은 과정을 삼각형 BCE에도 시행한 후 그려진 모든 원에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자.

선분 AF 위의 점 J, 선분 CE 위의 점 H에 대하여 가로와 세로의 길이의 비가 9:4이고 가도가 선분 AB와 평행한 직사각형 GHIJ를 그리고 직사각형 ABCD에서 그림  $R_1$ 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 원들에 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{q}{p}\pi$ 이다.  $p+q$ 의 값은? (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



30. 상수항을 포함한 모든 항의 계수가 정수이고  $f'(-3) \neq 0$ 인 사차함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=-n}^n \{f(x) + |f(x)|\} = 92$   
 (나) 모든 실수  $x$ 에 대하여  $(x+3)(x-1)f(x) \leq 0$

$x > -3$ 에서 정의된 함수  $g(x)$ 가  $x > -3$ 인 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(x) = (x+3)g(x) + a$ 이다. 함수  $g(x)$ 가 극솟값을 갖지 않도록 하는 양수  $a$ 의 최솟값을 구하여라. [4점]

5지선다형

23. 좌표공간의 점  $P(3, 2, 4)$ 를  $zx$ 평면에 대하여 대칭이동한 점을  $Q$ 라 하자. 두 점  $P$ 와  $Q$  사이의 거리는? [2점]

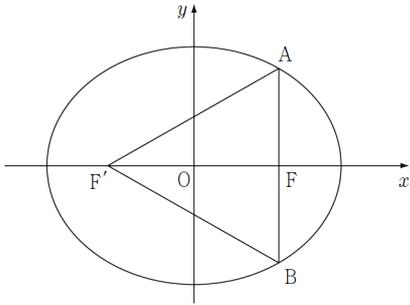
- ① 4                      ② 6                      ③ 8  
④ 10                     ⑤ 12

24. 두 벡터  $\vec{a}=(2, 3)$ 와  $\vec{b}=(-6, k)$ 가 서로 수직일 때,

$k$ 의 값은? [3점]

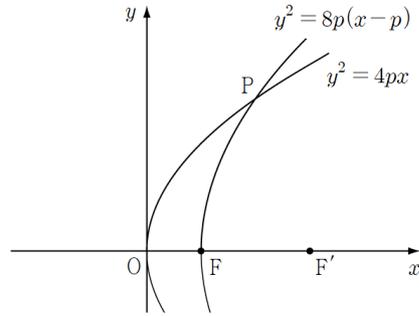
- ① 2                      ② 4                      ③ 6  
④ 8                      ⑤ 10

25. 그림과 같이 두 초점이 F, F'인 타원  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 과 점 F를 지나고 x축에 수직인 직선이 만나는 두 점을 A, B라 할 때, 삼각형 ABF'은 한 변의 길이가 4인 정삼각형이다.  $b^2$ 의 값은? [3점]



- ① 2
- ② 4
- ③ 6
- ④ 8
- ⑤ 10

26. 그림과 같이 초점이 F인 포물선  $y^2 = 4px$ 와 초점이 F'인 포물선  $y^2 = 8p(x-p)$ 의 교점 중 y좌표가 양수인 점을 P라 하자.  $\cos(\angle FPF')$ 의 값은? [3점]



- ①  $\frac{11}{18}$
- ②  $\frac{2}{3}$
- ③  $\frac{13}{18}$
- ④  $\frac{7}{9}$
- ⑤  $\frac{5}{6}$

27. 좌표공간의 두 점  $A(-4, -2, 0)$ ,  $B(4, 2, 8)$ 에 대하여  $xy$ 평면 위의 점  $P$ 가  $\overline{AP} = \overline{BP}$ 를 만족시키며 움직일 때 점  $P$ 가 나타내는 도형을  $l$ 이라 하자. 선분  $AB$ 의 중점을  $M$ , 도형  $l$ 이  $x$ 축,  $y$ 축과 만나는 점을 각각  $C$ ,  $D$ 라 할 때, 삼각형  $MCD$ 의  $xy$ 평면 위로의 정사영의 넓이는? [3점]
- ① 8                      ② 10                      ③ 12  
 ④ 14                      ⑤ 16

28. 포물선  $y^2 = 4px$  위의 점  $A(p, 2p)$ 에서의 접선이 포물선  $y^2 = -4px$ 와 만나는 두 점 사이의 거리가 16이다. 양수  $p$ 의 값은? [4점]
- ① 1                      ②  $\sqrt{2}$                       ③ 2  
 ④  $2\sqrt{2}$                       ⑤ 4

단답형

29. 반지름의 길이가  $\sqrt{10}$ 인 원 위의 네 점 A, B, C, D가

$$\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} = 0, \quad 2\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$$

를 만족시킨다. 선분 AB 위를 움직이는 점 X와 선분 CD 위를 움직이는 점 Y에 대하여

$$\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{AX} + \overrightarrow{AY}$$

를 만족시키는 점 P가 나타내는 영역을 R라 하자. 영역 R에 속하는 점 Q에 대하여  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AQ}$ 의 최댓값을 구하여라. [4점]

30. 중심이 O인 구 S 위의 점 H에서 접하는 평면  $\alpha$ 가 있고, 평면  $\alpha$  위의 직선 l은 점 H를 지난다. 평면  $\alpha$  위의 점 A에서 직선 l에 내린 수선의 발을 B라 할 때, S,  $\alpha$ , A, B, O, H는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 구 S 위를 움직이는 점 P에 대하여  $\overline{AP}$ 의 최댓값과 최솟값의 곱은 21이다.
- (나) 두 평면 OHA, OHB가 이루는 예각의 크기를  $\phi$ 라 할 때,  $\tan\phi = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 이다.
- (다) 직선 AB를 포함하고 평면  $\alpha$ 와 이루는 예각의 크기가  $t$ 인 평면이 S와 만나서 생기는 단면의 넓이는  $\tan t = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 일 때 최대이다.

두 직선 OA, BH가 이루는 각의 크기를  $\theta$ 라 할 때,  $24\tan^2\theta$ 의 값을 구하여라. [4점]

## [니네가 만든 모의고사 수능 연습 정답표]

### 〈공통〉

문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답
01	③	02	④	03	③	04	⑤	05	①
06	②	07	⑤	08	②	09	①	10	③
11	③	12	⑤	13	②	14	④	15	④
16	8	17	17	18	5	19	12	20	24
21	255	22	8						

### 〈미적분〉

문항	정답								
23	①	24	②	25	③	26	④	27	⑤
28	②	29	41	30	48				

### 〈기하〉

문항	정답								
23	①	24	②	25	③	26	④	27	⑤
28	③	29	32	30	26				

## COMMENT 06 [운정고 김현종]

곡선을 평행이동시켜  $\int_{-1}^1 (x^4 - 10x^2 + 9)dx$ 를 계산하면 해피.

## COMMENT 08 [운정고 선재윤]

두 곡선은  $x=0$ ,  $x=2$ 에서 서로 만난다.

## COMMENT 10 [운정고 박정인]

$\{a_n\} : 1, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 2, 1, 2, \dots$

## COMMENT 11 [운정고 이성호]

$\overline{DE} = k$ 라 하자. 방벽 돌리면  $\overline{BE} = 10(4-k)$ 이다. 삼각형 BCE에서 피타 돌리면  $k=3$ 이다.

## COMMENT 12 [운정고 신민경]

$f(x) = kx(x-2)^2 + x + l$ 이다. 대충  $l=0$ 이라고 두자.  
음.. 쟤려보면, 곡선  $y=f(x)$ 는 직선  $y=x-2$ 에 접해야 한다.

## COMMENT 13 [백양고 이상준]

$\frac{n}{4} \leq k \leq 4n$ 이다.  $\frac{n}{4}$ 가 정수를 넘어갈 때를 쟤려보자.

## COMMENT 14 [백양고 이상준]

$f(0)=0$ ,  $f'(0)=0$ 이면  $f(x)$ 는  $x^2$ 을 인수로 가지므로  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)f'(x)}{x^2} = 0$ 이고

$f(0)=0$ ,  $f'(0) \neq 0$ 이면  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)f'(x)}{x^2}$ 의 값은 존재하지 않는다.

따라서  $f(0) \neq 0$ 이고  $f'(x)$ 는  $x^2$ 을 인수로 가진다.

대충 비슷한 방법으로  $f(x)$ 는  $(x-3)^2$ 을 인수로 갖는다.

나머지는 자기 취향에 맞는 방법으로 삼질.  $f'(x) = 4kx^2(x-3)$ 라 하면  
 $f(x) = kx^3(x-4) + l = kx^3(x-4) + 27k = (x-3)^2(kx^2 + 2kx + 3k)$ 이다.

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)f'(x)}{x^2} = -324k^2$ 이므로  $k^2 = \frac{1}{81}$ 이고  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)f'(x)}{(x-3)^3} = 18k \times 36k$ 이다.

## COMMENT 14 [일산동고 김훈종]

선분 AD과 원 위의 점 A에서의 접선이 이루는 예각의 크기는  $\alpha$ 이다.

잘 쟤려보면  $\angle BAD = \frac{\pi}{2}$ 이므로 선분 BD는 원의 지름이다.

직각삼각형 BCD에서  $\overline{BD} = 4$ 이다.  $\cos \alpha = \frac{\overline{AB}}{\overline{BD}} = \frac{3}{4}$ 이므로  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}$ 이다.

## COMMENT 19 [저현고 하유민]

$\int_0^3 f(x)dx = 3$ 이다.  $x=0, x=3$ 을 대입하자.  $c$ 를 구하기 위한 적분도 해야 한다.

$$a = -2, b = 3, c = -2$$

\* 항등식으로 보면 낭패. 양 변 미분하면 망한다.

## COMMENT 20 [운정고 김현종]

$$\{a_n\} : -2, 1, 4, -2, -8, 4, 16, -8, -32, 16, 64, \dots$$

이다.  $m$ 이 홀수일 때,  $a_m = a$ 라 하면  $a_{m+2} = -2a, a_{m+5} = -2a$ 이므로  $a = 1$ 이다. 없다.

$m$ 이 짝수일 때,  $a_m = a$ 라 하면  $a_{m+2} = -2a, a_{m+5} = 16a$ 이므로  $a = -8$ 이다.  $m = 8$ 이다.

## COMMENT 21 [운정고 강준성]

$$G_2 = \{2^4, 2^6, 2^8, \dots, 2^{4n}\}, G_3 = \{3^4, 3^6, 3^8, \dots, 3^{4n}\}, G_4 = \{4^4, 4^6, 4^8, \dots, 4^{4n}\}$$

이다.  $n(G_2) = n(G_3) = n(G_4) = 2n - 1$ 이고  $n(G_2 \cap G_4) = n - 1$ 이므로  $f(n) = 5n - 2$ 이다.

## COMMENT 22 [운정고 박정인]

(다)에서 곡선  $y = h(x)$ 의 모든 극대점의  $y$ 값이 서로 같고, 모든 극소점의  $y$ 값이 서로 같아야 한다. 따라서 함수  $g(x)$ 의 극댓값, 극솟값이  $-2, 0, 4, 6$  중에서 걸려야 한다.

(가)에서  $(m, n)$ 은  $(4k, 3k)$ 인데,  $(8, 6)$ 이 되겠냐?  $m = 4, n = 3$ 이다.  $m = 4, n = 3$ 가 되는 케이스는

Case1) 극댓값 6, 극솟값 4, 극댓값 6 짝는 경우

Case2) 극댓값 6, 극솟값 0, 극댓값 4 짝는 경우

Case3) 극댓값 6, 극솟값  $-2$ , 극댓값 0 짝는 경우

가 있다. 이 중  $g'(\beta_1) \times g'(\beta_n) \neq 0$ 를 만족시키는 것은 Case1)이다.

대충  $g(x) = -(x-a)^2(x+a)^2 + 6$ 라 하자.  $g(0) = 4$ 이므로  $a = \sqrt[4]{2}$ 이다.

$$\alpha_{m-1} - \alpha_2 = 2a = 2\sqrt[4]{2} \text{ 이고 } \beta_n - \beta_1 = 2\sqrt{2}a = 2\sqrt[4]{8} \text{ 이다.}$$

\* 신기하게도 이차 이상의 다항함수에 대하여 (극소점의 개수) - (극대점의 개수)의 값은 항상 0 또는  $\pm 1$ 이다.

\* 수학2에서 합성함수의 증감을 묻는 것이 불법인가 싶긴 하지만, [2022학년도 6월 22번]도 100% 적법한 것 같지 않다. 몰라.

## COMMENT 미적분 25 [대진고 황용민]

삼각형  $ABB'$ 은  $30^\circ, 75^\circ, 75^\circ$ 인 이등변삼각형이고 이는 삼각형  $ABD$ 와 합동이다.

구하는 반지름의 길이는  $r \times \tan 15^\circ$ 이다.

## COMMENT 미적분 27 [운정고 김준일]

$f(1) = 1$ 이고  $f'(1) = 2$ 이므로  $a = -1, b = 1$ 이다.

## COMMENT 미적분 28 [운정고 박정인]

$\overline{OQ} = \tan \theta, \overline{OR} = \cos \theta$ , 삼각형  $OQR$ 의 넓이는  $\frac{1}{2} \times \tan \theta \times \cos \theta \times \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$ 이다.

$S(\theta)$ 는 삼각형  $OQR$ 의 넓이의  $\frac{\tan \theta}{\tan \theta + \cos \theta}$ 배이다.

## COMMENT 미적분 29 [운정고 선재윤]

$$S_1 = \frac{8\pi}{3}, \text{ 답음비 } 2:1, \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{32\pi}{9}$$

## COMMENT 미적분 30 [백양고 조원철]

최고차항의 계수는 음수이고  $f(x) = k(x+3)(x-1)(x-t)^2$ 이다.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=-n}^n \{f(x) + |f(x)|\} = 2f(0) + 2f(-1) + 2f(-2)$$

이므로  $(-5t^2 - 10t - 8)k = 23$ 이다.  $k$ 가 음의 정수이므로  $-5t^2 - 10t - 8$ 이  $-1$  또는  $-23$ 이다. 가능한  $t$ 값은 1이고 이 때  $k$ 의 값은  $-1$ 이다.

$g(x) = \frac{f(x)-a}{x+3}$ 에서  $g(x)$ 는 두 점  $(-3, a)$ ,  $(x, f(x))$  사이의 기울기이다.

변곡접선각. 곡선  $y=f(x)$  위의 점  $(-1, f(-1))$ 에서의 접선의 방정식은  $y=-16x$ 이다. 점  $(-3, a)$ 가 직선  $y=-16x$ 의 위쪽 어찌고라  $a \geq 48$ 이다.

## COMMENT 기하 25 [운정고 신민경]

장축의 길이는 6, 두 초점 사이의 거리는  $2\sqrt{3}$ 이다.

## COMMENT 기하 26 [백양고 조성빈]

두 포물선의 준선은 모두  $x=-p$ 이다.  $\overline{FF'}=2p$ 이고 그려놓고 췌려보면  $\overline{PF}=\overline{PF'}=3p$ 이므로

$$\cos(\angle FPF') = \frac{(3p)^2 + (3p)^2 - (2p)^2}{2 \cdot 3p \cdot 3p} = \frac{7}{9}$$

이다.

## COMMENT 기하 27 [운정고 이다윤]

$P(a, b, 0)$ 에 대하여  $\overline{AP}=\overline{BP}$ 를 풀면  $2a+b=8$ 이므로 도형  $l$ 의 방정식은  $2x+y=8, z=0$ 이다.  $M(0, 0, 8)$ ,  $C(4, 0, 0)$ ,  $D(0, 8, 0)$ 이고 점  $M$ 에서  $xy$ 평면에 내린 정사영은  $O(0, 0, 0)$ 이다.

## COMMENT 기하 28 [백양고 조성빈]

접선의 방정식이  $y=x+p$ 이다. 기울기 1에 포물선  $y^2=-4px$ 의 초점  $(-p, 0)$ 을 지난다.

무지성 반직선 공식  $\frac{a-2p}{a} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ,  $\frac{2p-b}{b} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ 에서  $a=(4+2\sqrt{2})p$ ,  $b=(4-2\sqrt{2})p$ 이므로

두 점 사이의 거리는  $a+b=8p$ 이다.  $p=2$ 이다.

## COMMENT 기하 29 [운정고 이다윤]

한 원 위의 네 점을 꼭짓점으로 하는 사다리꼴은 등변사다리꼴이다. 대각선의 교점을  $E$ 라 하자.

답음을 췌려보고  $\overline{AE}=\overline{DE}=x$ ,  $\overline{BE}=\overline{CE}=2x$ 라 하자. 수직 췌려보면  $\overline{AD}=\sqrt{2}x$ ,  $\overline{AB}=\sqrt{5}x$ 이다. 삼각형  $ABD$ 에서 사인법칙을 돌리면  $x=2$ 이다. 나머지는 귀찮은 계산.

$\overline{AB} \cdot \overline{AQ}$ 의 값은 점  $X$ 가  $B$ , 점  $Y$ 가  $C$ 에 있을 때 최대이다. 최댓값은

$$\overline{AB} \cdot (\overline{AB} + \overline{AD} + \overline{DC}) = |\overline{AB}|^2 + \overline{AB} \cdot \overline{AD} + \overline{AB} \cdot \overline{DC} = 20 - 4 + 16$$

이다.

## COMMENT 기하 30 [운정고 이다윤]

$\overline{AB}=a$ ,  $\overline{BH}=b$ ,  $\overline{OH}=c$ 라 하자.

$$(가)에서 a^2 + b^2 = 21, (나)에서 \frac{c}{b} = \frac{\sqrt{3}}{3}, (다)에서 \frac{a}{b} = \frac{\sqrt{3}}{2} 이므로$$

$a=3$ ,  $b=2\sqrt{3}$ ,  $c=2$ 이다.  $\tan\theta = \frac{\sqrt{a^2+c^2}}{b}$ 이다.