

20190921(나)

21. 사차함수 $f(x) = x^4 + ax^2 + b$ 에 대하여
 $x \geq 0$ 에서 정의된 함수

$$g(x) = \int_{-x}^{2x} \{f(t) - |f(t)|\} dt$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $0 < x < 1$ 에서 $g(x) = c_1$ (c_1 은 상수)

(나) $1 < x < 5$ 에서 $g(x)$ 는 감소한다.

(다) $x > 5$ 에서 $g(x) = c_2$ (c_2 는 상수)

$f(\sqrt{2})$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

#Comment

① $f(x) > 0$ 이면 (정적분)=(넓이) > 0

② $f(x) < 0$ 이면 (정적분) = -(넓이) < 0

20201128(나)

28. 다항함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_1^x f(t) dt = \frac{x-1}{2} \{f(x)+f(1)\} \text{이다.}$$

(나) $\int_0^2 f(x) dx = 5 \int_{-1}^1 x f(x) dx$

$f(0)=1$ 일 때, $f(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

#Comment

- ① (가) 조건을 사다리꼴 넓이로 해석하기
- ② (사다리꼴 넓이) VS (정적분) 대소 비교 → 위/아래 블록성

2022예시12

12. $0 < a < b$ 인 모든 실수 a, b 에 대하여

$$\int_a^b (x^3 - 3x + k) dx > 0$$

이 성립하도록 하는 실수 k 의 최솟값은? [4점]

#Comment

① $f(x) \geq 0$ 이면 $\int_a^b f(x) dx \geq 0$

② $f(x) \geq g(x)$ 이면 $\int_a^b f(x) dx \geq \int_a^b g(x) dx$

③ $m \leq f(x)$ 이면 $\int_a^b f(x) dx \geq m(b-a)$

④ $f(x) \leq M$ 이면 $\int_a^b f(x) dx \leq M(b-a)$

20210918(가)

18. 함수

$$f(x) = \begin{cases} 0 & (x \leq 0) \\ \{\ln(1+x^4)\}^{10} & (x > 0) \end{cases}$$

에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \int_0^x f(t)f(1-t) dt$$

라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $x \leq 0$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $g(x) = 0$ 이다.

ㄴ. $g(1) = 2g\left(\frac{1}{2}\right)$

ㄷ. $g(a) \geq 1$ 인 실수 a 가 존재한다.

#Comment

① $f(a-x) = f(a+x)$ 이면 $x = a$ 선대칭

② $f(x) = f(2a-x)$ 이면 $x = a$ 선대칭

③ $x = a$ 선대칭이면 $\int_{a-p}^{a+p} f(x) dx = 2 \int_a^{a+p} f(x) dx$

④ $f(x) \leq M$ 이면 $\int_a^b f(x) dx \leq M(b-a)$

20220914

14. 최고차항의 계수가 1이고 $f'(0) = f'(2) = 0$ 인
삼차함수 $f(x)$ 와 양수 p 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) - f(0) & (x \leq 0) \\ f(x+p) - f(p) & (x > 0) \end{cases}$$

이라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $p=1$ 일 때, $g'(1) = 0$ 이다.

ㄴ. $g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는
양수 p 의 개수는 1이다.

ㄷ. $p \geq 2$ 일 때, $\int_{-1}^1 g(x)dx \geq 0$ 이다.

#Comment

- ① $y = f(x-a) + b$ 그래프 그리는 방법(경계점에 주목)
- ② 삼차함수는 점대칭(변곡점)
- ③ $f(a-x) + f(a+x) = 2b$ 이면 (a, b) 점대칭
- ④ $f(2a-x) + f(x) = 2b$ 이면 (a, b) 점대칭
- ⑤ (a, b) 점대칭이면 $\int_{a-p}^{a+p} f(x)dx = 2bp$

20211120(가)

20. 함수 $f(x) = \pi \sin 2\pi x$ 에 대하여 정의역이 실수 전체의 집합이고 치역이 집합 $\{0, 1\}$ 인 함수 $g(x)$ 와 자연수 n 이 다음 조건을 만족시킬 때, n 의 값은? [4점]

함수 $h(x) = f(nx)g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이고

$$\int_{-1}^1 h(x) dx = 2, \quad \int_{-1}^1 x h(x) dx = -\frac{1}{32}$$

이다.

#Comment

- ① (기함수) × (기함수) = (우함수)
- ② (일차함수) × (삼각함수) 꼴 정적분