어의대의 자체제작 문항입니다.

11. 닫힌구간 $[0, 1]$ 에서 연속인 함수 $f(x)$가

$$f(0)=0, \quad f(1)=1, \quad \int_0^1 f(x)dx=\frac{1}{6}$$

을 만족시킨다. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $\int_{-3}^{2} g(x)dx$의 값은? [4점]

(가) $g(x)=\begin{cases} -f(x+1)+1 & (-1<x<0) \\ f(x) & (0 \le x \le 1) \end{cases}$

(나) 모든 실수 x 에 대하여 $g(x+2)=g(x)$이다.

① $\frac{5}{2}$ ② $\frac{17}{6}$ ③ $\frac{19}{6}$ ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ $\frac{23}{6}$

11번 변형문제

닫힌구간 $[0,1]$에서 연속인 함수 $f(x)$가

$$f(0)=1, \quad f(1)=3, \quad \int_0^1 f(x)dx=\frac{7}{3}$$

을 만족시킨다. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$와 $g(h(x))=x$를 만족하는 함수 $h(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $\int_{-2}^{6} h(x)dx$의 값은?

(가) $g(x)=\begin{cases} -\frac{1}{2}f(-x)+\frac{3}{2} & (-1<x<0) \\ f(x) & (0 \le x \le 1) \end{cases}$

(나) 모든 실수 x에 대하여 $g(x+2)=g(x)+3$이다.

어의대의 자체제작 문항입니다.

14. 두 양수 p, q와 함수 $f(x)=x^3-3x^2-9x-12$에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $p+q$의 값은? [4점]

(가) 모든 실수 x에 대하여 $xg(x)=\lvert xf(x-p)+qx\rvert$이다. (나) 함수 $g(x)$가 $x=a$에서 미분가능하지 않은 실수 a의 개수는 1이다.

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

14번 변형 문제

두 실수 p, q와 함수 $f(x)=x^3-9x^2+15x+9$에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, pq의 최댓값은?

(가) 모든 실수 x에 대하여 $(x-p)g(x)=\lvert(x-p)f(x-1)+qx-pq\rvert$이다. (나) 함수 $g(x)$가 $x=a$에서 미분가능하지 않은 실수 a의 개수는 1이다.

어의대의 자체제작 문항입니다.

22. 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $f(x)=0$의 서로 다른 실근의 개수는 2이다. (나) 방정식 $f(x-f(x))=0$의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.

$f(1)=4$, $f'(1)=1$, $f'(0)>1$일 때, $f(0)=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

22번 변형 문제

삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $h(x)=|f(x)|$가
다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $h(x)=0$의 서로 다른 실근의 개수는 2이다. (나) 방정식 $h(x+h(x))=0$의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.

$h'(1)=-1$, $\lim_{x\to -3}\frac{|x+3|h'(x)}{x+3}\geq 1$ 일 때, 정수 $f'(-4)$의
최댓값을 구하시오.

어의대의 자체제작 문항입니다.

답

6월 11번: 2

11번 변형 문제: $\dfrac{10}{3}$ ($(7-\dfrac{11}{3})$이 나오면 맞다.)

6월 14번: 3

14번 변형 문제: 96 ($\begin{cases} p=2, q=-16 \\ p=6, q=16 \end{cases}$)

6월 22번: 61

22번 변형 문제: 7

($f'(-4)$가 최대일때는, 증가함수이고, $f'(-3)$이 최대가 될 때이다.

$m(x-a)(x-b)^2$ 형태이고, $m(x-a)(x-b)=-x+b\,(x\neq b)$가 중근을 가질 때 실근의 개수가 4가 된다.

접하는 형태로부터 $y=-x+b$가 점점 올라갈 때, $f'(-3)$는 감소한다.

즉 접할 때의 $f'(-3)$보다 작아야한다. (최대범위 설정)

$$\begin{cases} \dfrac{1}{16}(x+3)(x-5)^2 \qquad f'(-4) \le \dfrac{99}{16} \\ \\ \dfrac{25}{144}(x+3)(x-\dfrac{9}{5})^2 \Rightarrow f'(-4) \le \dfrac{377}{48} \end{cases}$$