

참여 및 제작

전장호

- 서울시립대 화학공학과
- 꽃전 모의고사 총괄

이강재

- 꽃전 모의고사 해설, 검토
- 실세

이의렬

- 한양에 소재부품융합부
- 꽃전 모의고사 해설, 검토

엄성식

- 연세대 화공생명공학과
- 꽃전 모의고사 검토
- 前 박상현 20학년도 화학 모의고사 검토

하승언

- 연세대 시스템생물학과
- 꽃전 모의고사 검토

전재연

- 한양에 ICT융합학부
- 꽃전 모의고사 검토

짧은 시간 동안 힘들게 준비한 모의고사입니다.

부족한 점이 있을 수 있으나 수험생 여러분들께 큰 도움이 됐으면 합니다.

수능까지 남은 기간동안 최선을 다해 좋은 결과를 얻었으면 좋겠습니다.

제 2 교시

수학 영역

홀수형

5지선다형

1. $5^{\sqrt{2}+1} \times \frac{1}{\sqrt{5^{2\sqrt{2}}}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 5 ④ $5\sqrt{2}$ ⑤ 10

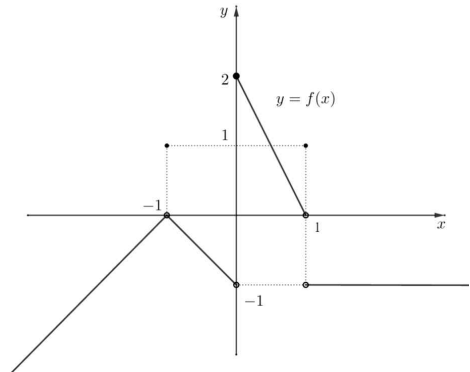
2. $\int_{-2}^2 x^2 dx - a \int_0^2 x^2 dx = 0$ 일 때, 상수 a 의 값은? [2점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

3. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_4 - a_3 = 2, a_6 = 13$ 일 때, a_{10} 의 값을 구하시오. [3점]

- ① 19 ② 21 ③ 23 ④ 25 ⑤ 27

4. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(f(x)) - \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

5. $\frac{3}{2}\pi < \theta < 2\pi$ 인 θ 에 대하여 $\cos\theta = \frac{5}{\sqrt{41}}$ 일 때,

$\cot\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{5}{4}$ ② $-\frac{4}{5}$ ③ $\frac{4\sqrt{41}}{41}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{5}{4}$

6. 함수 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + mx + 1$ 의 역함수가 존재

하도록 하는 실수 m 의 최솟값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

7. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x^3 - 3x^2 & (x < a) \\ 9x + t & (x \geq a) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 미분 가능할 때, $a+t$ 의 최댓값은?
(단, a 와 t 는 상수이다.) [3점]

- ① -28 ② -24 ③ 2 ④ 4 ⑤ 8

8. $\sum_{k=1}^n \{\log_2(k+1) - \log_2 k\}$ 의 값이 3 이하의 자연수가

되도록 하는 모든 자연수 n 의 값의 합은? [3점]

- ① 4 ② 6 ③ 10 ④ 11 ⑤ 28

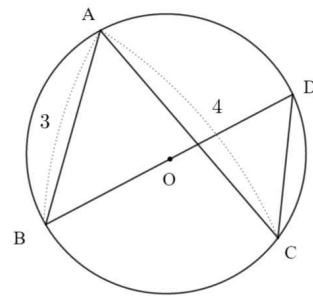
9. 함수 $f(x) = x^3 - 4x^2 + 3x$ 에서 $af'(c) = f(a)$ 를 만족하는 c 의 개수가 2가 되도록 하는 양수 a 의 최솟값은?
(단, $0 < c \leq a$) [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

10. 그림과 같이 세 점 A, B, C를 지나는 원이 있다. 원 위의 점 D에 대하여 선분 BD가 원의 중심 O를 지난다.

$$\overline{AB}=3, \overline{AC}=4, \cos(\angle BAC) = \frac{3}{8}$$

일 때, 선분 CD의 길이는? [4점]



- ① $\frac{6\sqrt{55}}{55}$ ② $\frac{12\sqrt{55}}{55}$ ③ $\frac{18\sqrt{55}}{55}$
④ $\frac{24\sqrt{55}}{55}$ ⑤ 4

11. 이차함수 $f(x)$ 가 어떤 정수 m 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 8} \frac{f(x)}{x-8} = \lim_{x \rightarrow 6} \frac{f(x)+m}{x-6} = 1$$

을 만족시킬 때, $f(10)+m$ 의 값은? [4점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

12. 양의 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가
자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \int_0^{2n} f(x) dx = 2n^2$$

$$(나) \int_{2n-2}^{2n-1} \{f(x) - x\} dx = n$$

$\int_1^{2021} \{f(x) - x\} dx$ 의 값은? [4점]

- ① 1008 ② 1009 ③ 1010 ④ 1011 ⑤ 1012

13. $0 \leq \theta \leq 2\pi$ 인 θ 와 실수 k ($k \neq 0$)에 대하여 함수

$$f(x) = k \sin \theta x^2 + \cos \theta x + 1 - \sin^2 \theta$$

의 서로 다른 실근의 개수를 $g(\theta)$ 라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보기>

ㄱ. $k > \frac{1}{4}$ 인 k 에 대하여 $g(\theta) = 1$ 이 되도록 하는 모든 θ 값의 합은 3π 이다.

ㄴ. 주어진 범위의 모든 θ 에 대하여 $g(\theta) \geq 1$ 을 만족시키는 k 의 범위는 $-\frac{1}{4} \leq k \leq \frac{1}{4}$ ($k \neq 0$)이다.

ㄷ. $k = \frac{1}{2}$ 일 때, $|\lim_{\theta \rightarrow a} g(\theta) - g(a)| = 1$ 을 만족시키는 모든 실수 a 의 곱은 $\frac{3}{4}\pi^2$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

14. $k < 0$ 인 실수 k 에 대하여 직선 $y = x + k$ 가 두 곡선

$$y = -2^x, \quad y = -\log_2 x$$

와 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 점 $P(-2\sqrt{2}, 2\sqrt{2})$ 에 대하여 삼각형 PAB의 무게중심을 $G(a, b)$ 라 하자.

$a - b = 1$ 일 때, 삼각형 PAB의 넓이는 $\frac{q}{p} + r\sqrt{2}$ 이다. $p + q + r$ 의 값은? [4점]

- ① 76 ② 80 ③ 84 ④ 88 ⑤ 92

15. 첫째항이 정수인 수열 $\{a_n\}$ 은 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+2} = \begin{cases} 2a_{n+1} - a_n - \frac{1}{2}a_4 & (1 \leq a_{n+2}) \\ 2a_{n+1} + 3 & (a_{n+2} < 1) \end{cases}$$

을 만족시킨다. $a_2 = -2$ 이고 a_5 는 4이하의 자연수일 때, $a_1 + a_6$ 의 값은? [4점]

- ① -10 ② -6 ③ -2 ④ 2 ⑤ 6

단답형

16. $\log_6 4 + \frac{2}{1 + \log_3 2}$ 의 값을 구하시오. [3점]

17. $\sum_{k=1}^{11} (k+1)^2 - \sum_{k=2}^{10} k^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간 $t (t > 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = t^2 - 4t + 3$$

이다. 점 P가 원점에서 출발할 때, $t = 0$ 에서 $t = 4$ 까지 점 P의 총 이동 거리를 구하시오. [3점]

19. 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 와 상수 a 에 대하여

$$\int_1^x (x-t)f(t) dt = ax^3 + \frac{1}{2}f(0)x^2 - x + \frac{7}{12}$$

을 만족시킬 때, $\{f(-5)\}^2 = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [3점]

20. 첫째항이 음수이고 공비가 정수인 등비수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킬 때, $a_8 - a_7$ 의 값을 구하시오.

[4점]

$$(가) \sum_{n=1}^5 (a_n + |a_n|) = \frac{20}{9}$$

$$(나) \sum_{n=1}^6 (a_n + |a_n|) = \frac{182}{9}$$

21. 함수 $f(x) = -3x^2 + 6x + 9$ 에 대하여
실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$g(x) = \int_{-1}^x \{f(t) - f(k)\} dt$$

에 대하여 방정식 $g(x) = 0$ 이므로 다른 두 실근을
갖도록 하는 모든 k 값의 합을 a 라 할 때, a^2 의
값을 구하시오. [4점]

22. 최고차항의 계수가 $-\frac{1}{2}$ 인 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 t 에
대하여 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(t, f(t))$ 에서의 접선이
 y 축과 만나는 점을 P, 점 $(t, f(t))$ 에서 x 축에 내린
수선의 발을 H라 하자. 원점 O에서 점 P까지의 거리와
점 A(1,0)에서 점 H까지의 거리 중 작은 값을 $g(t)$ 라
할 때, 함수 $g(t)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $g(t)$ 가 미분가능하지 않은 점의 개수는 2이다.
(나) $a < 1$ 인 실수 a 에 대하여 $0 < g'(a)$ 를 만족시키는
 a 가 존재한다.
(다) 방정식 $g(t) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.

$f(1) = \frac{5}{2}$ 일 때, $f(-2) \times g(13)$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인
하시오.
- 이어서, 「선택과목(미적분)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한
과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역 (미적분)

홀수형

5지선다형

23. $\lim_{n \rightarrow 0^+} (\sqrt{\frac{4}{n^2} + \frac{5}{n}} - 3 - \frac{2}{n})$ 의 값은? [2점]

- ① $-\frac{5}{4}$ ② -1 ③ $\frac{4}{5}$ ④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

24. 곡선 $x^3 + y^3 = 6xy$ 위의 점 $(3, 3)$ 에서의 접선의 기울기는?
[3점]

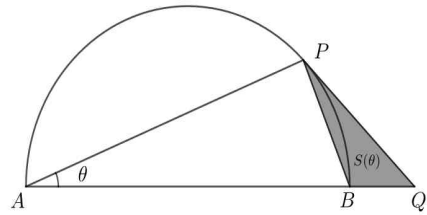
- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

25. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \frac{n \ln(n+k)^2 - n \ln n^2}{n+k}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2} \{\ln 2\}^2$ ② $\ln 2$ ③ $\{\ln 2\}^2$
 ④ $2 \ln 2$ ⑤ $2 \{\ln 2\}^2$

26. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 AB 위에 점 P가 있다. 점 P에서 호 AB에 접하는 직선과 직선 AB의 교점을 Q라 하자. $\angle PAB = \theta$ 일 때, 삼각형 BPQ의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하자.

$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{S(\theta)}}{\frac{3}{\theta^2}}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [3점]



- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ $\sqrt{2}$ ④ 2 ⑤ $2\sqrt{2}$

27. 모든 실수 x 에 대하여 연립부등식

$$\begin{cases} ax - 2a \leq -\ln(2-x) + b & (x < 2) \\ ax - 2a = 0 & (x = 2) \\ \ln(x-2) \leq ax - 2a & (x > 2) \end{cases}$$

을 만족시키는 실수 a 의 값이 최소일 때, 실수 b 의 최솟값은? [3점]

- ① $-\ln 4$ ② -1 ③ $-\ln 2$ ④ 0 ⑤ $\ln 2$

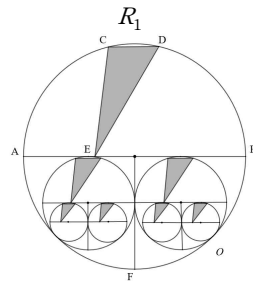
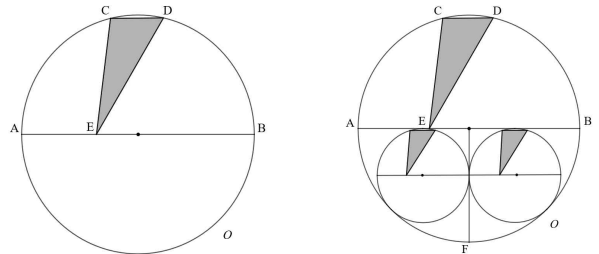
28. 그림과 같이 길이가 $2\sqrt{7}$ 인 선분 AB를 지름으로 하고 중심이 O인 원 O가 있다. 선분 AB와 평행한 직선이 원 O와 만나는 두 점을 C, D라 하자.

선분 OA 위의 점 E에 대하여 $\overline{OA} : \overline{OE} = \sqrt{7} : 1$ 이고 $\overline{DE} = 3\overline{OE}$ 일 때, 삼각형 CDE의 내부에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 원 O의 중심을 지나고 선분 AB와 수직인 직선이 원과 만나는 2개의 점 중 삼각형을 포함하지 않는 반원에 있는 점을 F라 하자. 삼각형을 포함하지 않는 원 O의 반원을 이등분한 2개의 사분원에 각각 내접하는 원을 그리고, 이 2개의 원 안에 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 2개의 삼각형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

그림 R_2 에서 새로 생긴 2개의 도형에 삼각형을 포함하지 않는 반원을 각각 이등분한 4개의 사분원에 각각 내접하는 원을 그리고, 이 4개의 원 안에 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 4개의 삼각형에 색칠하여 얻은 그림을 R_3 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



R_2

...

R_3

...

- ① $\frac{3(5\sqrt{6}+4\sqrt{3})}{28}$ ② $\frac{3(5\sqrt{6}+4\sqrt{3})}{14}$ ③ $\frac{3(\sqrt{6}+\sqrt{3})}{8}$
 ④ $\frac{3(\sqrt{6}+2\sqrt{3})}{8}$ ⑤ $\frac{3(\sqrt{6}+\sqrt{3})}{4}$

단답형

29. $x=0$ 에서 $x=a$ 까지의 곡선 $y=\ln|\cos x|$ 의 길이가 1일 때, $\tan a = ae - \frac{b}{e}$ 이다. $60(a^2+b)$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < a < \frac{\pi}{2}$) [4점]

30. 음이 아닌 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 모든 자연수 n 에 대하여 구간 $[n\pi - \pi, n\pi)$ 에서 $f(x) = |\frac{1}{n}x \sin x|$ 을 만족시킨다. 방정식 $nf(x) = x$ 의 실근 중 가장 큰 값을 a 라고 할 때, $a_n = f(a)$ 라 하자. 함수

$$g(x) = \begin{cases} a(x - \frac{\pi}{2}) & (\frac{\pi}{2} \leq x < a_k) \\ \frac{b}{\pi - x} + c & (a_k \leq x < \pi) \end{cases}$$

가 열린구간 $(\frac{\pi}{2}, \pi)$ 에서 미분가능하고 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $g(a_{m+1}) < (a_{m+1} - a_m)^2 + g(a_m)$ 을 만족시키는 자연수 m 의 개수는 3이다.
 (나) $g'(a_i) < g'(a_{i+1})$ 를 만족시키는 i 의 최솟값은 5이다.

a 의 값이 최소일 때, $\frac{3^k c}{ab}$ 의 값은? (단, a 는 양수이고, k 는 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.