

제 1 교시

수학 영역

5지선다형

1. $\frac{\log_3 125}{\log_3 25}$ 의 값을 구하시오. [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

2. $x \geq 0$ 에서 정의되고 정의역에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가

$$f'(x) = \sqrt[3]{x^{11}} + \sqrt[4]{x^3} - \sqrt[5]{x^2}$$

을 만족한다. $f(0) = 0$ 일 때, $f(1)$ 의 값을 구하시오. [2점]

- ① $\frac{1}{14}$ ② $\frac{1}{7}$ ③ $\frac{3}{14}$ ④ $\frac{2}{7}$ ⑤ $\frac{5}{14}$

3. 좌표공간 위의 원점 O와 두 점 A, B가

$$\vec{OA} = (1, 3, -4), \vec{OB} = (2, 5, -7)$$

를 만족할 때, \overline{AB} 의 길이를 구하시오. [2점]

- ① $\sqrt{11}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ $\sqrt{13}$ ④ $\sqrt{14}$ ⑤ $\sqrt{15}$

4. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{k^2}{n^3}$ 의 값을 구하시오. [2점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

5. 방정식

$$(\ln x^2)^2 - \ln x^4 - 24 = 0$$

의 모든 실근의 곱을 구하시오. [2점]

- ① 1 ② e ③ e^2 ④ e^3 ⑤ e^4

6. 정사면체 OABC 에 대하여 $\overrightarrow{OA} = (-6, 2, 3)$ 이다.

\overline{AB} 를 2 : 5 로 내분하는 점을 점 M, \overline{AC} 를 3 : 4 로 내분하는
점을 점 N 이라 할 때, $\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{MN}$ 의 값을 구하시오. [2점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

7. 함수 $f(x) = 2x^2 - 7x + 5$ 위의 한 점 $P(a, f(a))$ 를 지나고

함수 $g(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ 의 그래프에 접하는 직선의
개수가 2 개일 때, 상수 a 로 가능한 값을 a_1, a_2, \dots, a_k 라
하자. 이때, $k(a_1 + a_2 + \dots + a_k)$ 의 값을 구하시오. [3점]

- ① 50 ② 55 ③ 60 ④ 65 ⑤ 70

8. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = 1 + \int_0^x f(t)dt$$

에 대하여 $f(0) > 0$, $g(2) = -1$ 일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고르시오. [3점]

<보기>

ㄱ. $g(0) = 1$
 ㄴ. $f(a) = -1$ 을 만족하는 실수 a 가 열린구간 $(0, 2)$ 에 적어도 하나 존재한다.
 ㄷ. $f(b) = 0$ 을 만족하는 실수 b 가 열린구간 $(0, 2)$ 에 적어도 하나 존재한다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

9. 두 함수

$$f(x) = \int_0^x |\sin t| dt, g(x) = \int_0^x |\cos t| dt$$

에 대하여 열린 구간 $(0, 4\pi)$ 에서 방정식 $f(x) = g(x)$ 의 실근의 개수를 구하시오. [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

10. 함수 $f(x) = \frac{1}{\cos^3 x}$ 에 대하여 $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)dx$ 의 값을 구하시오. [3점]

- ① $\frac{1}{\sqrt{2}} + \ln \sqrt{1 + \sqrt{2}}$ ② $\frac{1}{\sqrt{2}} + \ln \sqrt{2 + \sqrt{2}}$
 ③ $\frac{1}{\sqrt{2}} + \ln \sqrt{1 + 2\sqrt{2}}$ ④ $\sqrt{2} + \ln \sqrt{1 + \sqrt{2}}$
 ⑤ $\sqrt{2} + \ln \sqrt{2 + \sqrt{2}}$

11. $\angle ABC = \frac{\pi}{3}$, $\overline{BC} = 2$ 인 삼각형 ABC에서 선분 AB의 수직이등분선과 선분 BC의 연장선이 만나는 점을 D라 하면 세 점 A, B, D를 지나는 원의 반지름의 길이는 $5\sqrt{3}$ 이다. $\cos(\angle CAD)$ 의 값을 구하시오. [3점]

- ① $\frac{\sqrt{19}}{38}$ ② $\frac{3\sqrt{19}}{38}$ ③ $\frac{5\sqrt{19}}{38}$
 ④ $\frac{7\sqrt{19}}{38}$ ⑤ $\frac{9\sqrt{19}}{38}$

12. 다음 <조건>을 만족하는 세 자리 자연수 N 의 개수를 구하시오. [4점]

<보기>

- (가) N 의 각 자리의 수의 합은 5 이상 15 이하이다.
 (나) $N-100$ 의 각 자리 수의 합은 3의 배수이다.

- ① 131 ② 141 ③ 151 ④ 161 ⑤ 171

13. 집합 $A = \{x \mid x \geq 4\}$ 에 대하여 A 에서 정의되고 A 에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가

$$f(x)f'(x) = 2$$

를 만족시킨다.

$\{A\} = \{X \mid A \subset X \text{이고 집합 } X \text{에서 } f(x) \text{가 정의된다.}\}$

일 때, $f(c) + f'(c) = 3$ 을 만족하는 모든 실수 c 의 합을 구하시오. (단, 함수 $f(x)$ 의 치역은 실수 전체의 집합의 부분집합이다.) [4점]

- ① $\frac{29}{4}$
- ② $\frac{33}{4}$
- ③ $\frac{37}{4}$
- ④ $\frac{41}{4}$
- ⑤ $\frac{45}{4}$

14. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t (t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가

$$(t^4 - t^2 + 1)v(t) = t^2 + 1$$

을 만족시킨다. 점 P가 시각 $t=1$ 에서 $t = \frac{k}{2} (k > 2)$ 까지

움직인 거리가 $\frac{5}{12}\pi$ 일 때, 상수 k 의 값을 구하시오. [4점]

- ① $2 + \sqrt{3} + \sqrt{11 + 4\sqrt{3}}$
- ② $2 + \sqrt{3} + \sqrt{11 + 2\sqrt{3}}$
- ③ $2 + \sqrt{3} + \sqrt{11 - 4\sqrt{3}}$
- ④ $2 + \sqrt{3} + \sqrt{11 - 2\sqrt{3}}$
- ⑤ $2 + \sqrt{3} - \sqrt{11 - 4\sqrt{3}}$

15. 이등변삼각형 ABC에 대하여

$$p = \cos A \cos B \cos C, \quad q = \sin A \sin B \sin C$$

로 두자. x 에 대한 방정식 $(px - q)(x^2 + 1) + x = 0$ 의 한 근이 $\tan A = -\sqrt{15}$ 일 때, $-\sqrt{15}$ 를 제외한 두 근의 합을 구하시오. [4점]

- ① $\frac{\sqrt{15}}{5}$ ② $\frac{2\sqrt{15}}{5}$ ③ $\frac{3\sqrt{15}}{5}$
 ④ $\frac{4\sqrt{15}}{5}$ ⑤ $\sqrt{15}$

16. 한 변의 길이가 6인 정육면체 ABCD-EFGH에서 선분 AB를 2:1로 내분하는 점을 M, 선분 AD를 3:2로 외분하는 점을 N이라 할 때, 삼각형 EMN의 영역 중 정육면체 ABCD-EFGH 내부에 포함되지 않는 부분의 넓이를 구하시오. [4점]

- ① $6\sqrt{13}$ ② $12\sqrt{13}$ ③ $6\sqrt{26}$
 ④ $9\sqrt{26}$ ⑤ $12\sqrt{26}$

17. 좌표평면에서 직선 l 위를 움직이는 점 P 가 있다. 두 점 $A(-\sqrt{3}, 0)$, $B(\sqrt{3}, 0)$ 과 x 축 위에 있지 않은 점 P 가 다음 <조건>을 만족시킨다.

<조건>

(가) 삼각형 ABP 의 둘레의 길이가 최소일 때,
 $\overline{AP} - \overline{BP} = 2$ 이다.
 (나) 어떤 점 P 에 대하여 삼각형 ABP 는 정삼각형이다.

점 A 와 직선 l 사이의 거리를 d 라 할 때, d^2 의 값을 구하시오.
 (단, 선분 AB 와 직선 l 은 만나지 않는다.) [4점]

- ① 8 ② 12 ③ 16 ④ 20 ⑤ 24

18. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = \frac{1}{2}$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n 2^k(2a_{k+1} - a_k) = n + 1$$

을 만족시킨다. 자연수 p , q 와 $k < 2^q$ 를 만족하는 홀수 k 에 대하여 $2 \times \sum_{k=1}^{10} a_k = p - \frac{k}{2^q}$ 로 나타내어질 때, $p+q+k$ 의 값을 구하시오. [4점]

- ① 26 ② 27 ③ 28 ④ 29 ⑤ 30

19. 두 변곡점을 가지는 사차함수 $f(x)$ 와 세 일차함수 $p(x)$, $q(x)$, $r(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

<조건>

- (가) 직선 $y=p(x)$ 는 곡선 $y=f(x)$ 의 두 변곡점을 모두 지난다.
 (나) 직선 $y=q(x)$ 는 곡선 $y=f(x)$ 와 두 점에서 접한다.
 (다) 직선 $y=r(x)$ 는 곡선 $y=f(x)$ 와 한 점에서 접한다.
 (라) 방정식 $q(x)=r(x)$ 의 실수해는 없다.

두 직선 $y=p(x)$, $y=q(x)$ 사이의 거리가 4일 때,
 두 직선 $y=p(x)$, $y=r(x)$ 사이의 거리를 구하시오. [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

20. 다항함수 $f(x)$ 가 다음 <조건>을 만족시킬 때, $f(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

<조건>

- (가) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{2x^2 + x} = 1$
 (나) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) + x^2 - 3x + 3}{f(x) + 1} = \frac{2}{3}$

- ① 20 ② 22 ③ 24 ④ 26 ⑤ 28

21. 첫째항이 0이 아닌 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 다음 <조건>을 만족시킨다.

<조건>

(가) $a_{2n-1} = a_n + a_{n+1}$
 (나) $a_{2n} = a_{n+1} + a_{n+2}$

$\sum_{k=1}^{30} a_k = \sum_{k=1}^{14} a_{2k+1}$ 일 때, $\frac{a_{33}}{a_1}$ 의 값을 구하시오. [4점]

- ① $-\frac{1}{7}$ ② $-\frac{2}{7}$ ③ $-\frac{3}{7}$ ④ $-\frac{4}{7}$ ⑤ $-\frac{5}{7}$

단답형

22. 다항식 $(x^2 + xy + y^2)^6$ 의 전개식에서 x^6y^6 의 계수를 구하시오. [3점]

23. 두 집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$, $Y = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 에 대하여 다음 <조건>을 만족시키는 함수 $f : X \rightarrow Y$ 의 개수를 구하시오. [3점]

<조건>

(가) $f(1) - f(2) \neq 0$
 (나) $1 \leq \frac{f(n+1)}{f(n)} \leq 2$ ($n = 1, 2, 3$)

24. 주머니에 1부터 8까지의 자연수가 적혀 있는 공이 각각 2개씩 들어 있다. 이 주머니에서 3개의 공을 꺼내어 서로 다른 세 상자에 하나씩 넣을 때, 세 상자에 들어 있는 공에 적혀 있는 수의 합이 10이 되도록 하는 방법의 수를 구하시오. (단, 같은 숫자가 적혀 있는 공끼리는 서로 구별하지 않는다.) [3점]

25. 다음 <조건>을 만족하는 정수 x, y, z 의 모든 순서쌍 (x, y, z) 의 개수를 구하시오. [4점]

<조건>

(가) $|x| + |y| + |z| = 8$

(나) $xy < 0$

26. 연속확률변수 X 가 갖는 값의 범위는 $0 \leq X \leq 2$ 이고, X 의 확률밀도함수는 $f(x)$ 이다. $0 \leq x \leq 2$ 인 모든 x 에 대하여

$$f(x) = \frac{k \times \ln(x+1)}{x^2 - x + 1}$$

일 때, 두 자연수 p, q 에 대하여 $k\pi = \frac{\sqrt{q}}{\ln p}$ 로 나타내어질 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 는 1을 제외한 제곱수를 약수로 가지지 않는다.) [4점]

27. 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 <조건>을 만족시킨다.

<조건>

(가) $a_1 = a_2 = 1$

(나) $a_n = \frac{(a_{n-1})^2 + 2}{a_{n-2}}$ ($n = 3, 4, \dots, 100$)

집합 $X = \{a_i \mid 1 \leq i \leq 100 \text{인 자연수}\}$ 의 원소 중 자연수가 아닌 것의 개수를 구하시오. [4점]

28. 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 <조건>을 만족시킨다.

<조건>

(가) $a_1 = \frac{2}{5}$

(나) $a_k = \frac{k!}{(k+4)!}$ ($k = 2, 3, \dots$)

서로소인 두 자연수 p, q 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n a_k = \frac{q}{p}$ 로 나타내어질 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 좌표평면 위의 점 P가 도형 $9x^2 = 16y^2 + 144$ ($x > 0$) 위를 움직일 때, $|\overrightarrow{OP}| \times \overrightarrow{OQ} = \overrightarrow{OP}$ 를 만족하는 점 Q의 자취의 길이를 l_1 이라 하고, 점 P가 도형 $(x-15)^2 + y^2 \leq r^2$ 내부를 움직일 때, $|\overrightarrow{OP}| \times \overrightarrow{OR} = \overrightarrow{OP}$ 를 만족하는 점 R의 자취의 길이를 l_2 라 할 때, $l_1 \leq 2l_2 \leq 2l_1$ 을 만족하도록 하는 실수 r 의 최솟값을 m , 최댓값을 M 이라 하자. 서로소인 자연수 p, q 에 대해 $M^2 + m^2 = \frac{q}{p}$ 로 나타내어질 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. $x > 0$ 에서 정의되고 정의역에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 와 함수 $g(x)$ 가 다음 <조건>을 만족시킨다.

- <조건>
- (가) $\{a \mid f(a) \leq 0, a > 0\} = \emptyset$
 - (나) $g(x) = \sqrt{x} \times f(x)$
 - (다) $4x^3 f(x) + g(x) \ln f(x) = 2x f'(x)$
 - (라) $f(1) = e^2$

$\ln f(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.