

제 2 교시

2023학년도 대학수학능력시험 우주설 모의고사 문제지

수 학 영 역

6월 모의평가 대비 3회

성명

수험 번호

- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
 - 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.
- 출판용은 더 쉘 좋아**
- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형 (홀수/짝수), 답을 정확히 표시하십시오.
 - 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
 - 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
 - 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

- ※ 공통 과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하십시오.
- **공통과목** 1~8 쪽
- **선택과목**
 - 학률과 통계 9~12 쪽
 - 미적분 13~16 쪽
 - 기하 17~20 쪽

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

우주설 모의고사

제 2 교시

수학 영역
6월 모의평가 대비 3회

5지선다형

1. $\log_4 8 + \log_{\frac{1}{2}} \sqrt{2}$ 의 값은? [2점]

- ① 0 ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

2. 함수 $f(x)$ 가

$$f'(x) = 2x - 1, f(0) = 4$$

를 만족시킬 때, $f(1)$ 의 값은? [2점]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

3. $\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{3}{2}\pi$ 인 θ 에 대하여 $\tan\theta = 1$ 일 때, $\sin\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

4. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 - 1} + x - 1}{\sqrt{x - 1}}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ 1 ④ $\sqrt{2}$ ⑤ 2

5. 자연수 n 이 $2 \leq n \leq 11$ 일 때, $|n-4|-3$ 의 n 제곱근 중에서 음의 실수가 존재하도록 하는 모든 n 의 값의 합은? [3점]

- ① 22 ② 24 ③ 26 ④ 28 ⑤ 30

6. 곡선 $y = x^2 - 2$ 와 직선 $y = -1$, $y = 2$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ① $\frac{22}{3}$ ② 8 ③ $\frac{26}{3}$ ④ $\frac{28}{3}$ ⑤ 10

7. 부등식

$$2^x < 9 - x^2$$

을 만족시키는 정수 x 의 개수는? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

8. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = -t^2 + 4t + 2$$

이다. $t=a$ 에서 점 P의 가속도의 크기와 $t=a+1$ 에서 점 P의 가속도의 크기가 같을 때, $t=2a$ 에서 점 P의 속도는? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

9. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\frac{a_2 + a_3}{a_1 + a_2} = -2, \quad a_2 a_4 = 144$$

일 때, $a_1 = \alpha$ 또는 β 이다. $\alpha + 2\beta$ 의 값은? (단, $\alpha < \beta$) [4점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

10. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|f(x)|}{x-1} = f(2)$$

일 때, $f(4)$ 의 값은? [4점]

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

11. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 2 & (a_n \leq 0) \\ 2a_n - 3 & (a_n > 0) \end{cases}$$

을 만족시킨다. $a_2 = a_4$ 이 되도록 하는 모든 a_1 의 값의 합은?

[4점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

12. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 3 & (x < a) \\ a + 1 & (x = a) \\ -3x + 1 & (x > a) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $g(x) = (x - a)|f(x)|$ 가 $x = a$ 에서 미분 가능하도록 하는 서로 다른 모든 실수 a 의 값의 곱은? [4점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

13. 좌표평면 위의 네 점 $A(0, 1)$, $B(2, 1)$, $C(2, -1)$, $D(0, -1)$ 에 대하여 사각형 $ABCD$ 와 곡선 $y=2\cos(tx)$ 가 만나는 서로 다른 점의 개수가 4개가 되도록 하는 양수 t 값의 범위는 $p < t < q$ 이다. $p+q$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{3}{2}\pi$ ② $\frac{5}{3}\pi$ ③ $\frac{11}{6}\pi$ ④ 2π ⑤ $\frac{13}{6}\pi$

14. 삼차함수 $f(x)$ 가 x 축과 두 점에서 만나고 두 점의 x 좌표를 각각 $\alpha, \beta (\alpha < \beta)$ 라 하면 집합 A 는

$$A = \left\{ x \mid f\left(\int_0^x f(t)dt\right) = 0 \right\}, \quad A \supset \{\alpha, \beta\}$$

이다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

ㄱ. $n(A)=3$

ㄴ. 곡선 $y = \int_0^x f(t)dt$ 와 직선 $y=x$ 가 만나는 서로 다른 점의 개수는 2개 또는 4개이다.

ㄷ. 방정식 $\int_0^x f(t)dt = x$ 의 실근이 구간 (α, β) 에 반드시 하나 존재한다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 첫째항이 자연수이고 공차가 음수인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$||a_{n+2} + a_{n+1}| - |a_{n+1} + a_n|| = 12$$

를 만족시키도록 하는 a_1 의 값을 크기가 작은 순서대로 차례로 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots$ 라 할 때, α_6 의 값은? [4점]

- ① 9 ② 15 ③ 21 ④ 27 ⑤ 33

단답형

16. 연속함수 $f(x)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 3}{x - 2} = 2$$

일 때, 함수 $y = xf(x)$ 의 $x = 2$ 에서의 미분계수를 구하시오. [3점]

17. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n a_{2k-1} = n^2 - 2n, \quad \sum_{k=1}^n a_{2k} = 2n^2 + n$$

일 때, $a_9 + a_{10}$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 삼차함수 $f(x) = x^3 - ax^2 + 3ax + 3$ 의 역함수가 존재하도록 하는 상수 a 의 최댓값을 구하시오. [3점]

19. x 에 대한 방정식

$$4^{x^2-2x} - 2^{x^2-2x+1} + \alpha = 0$$

의 서로 다른 실근의 합이 3일 때, 모든 서로 다른 모든 실근의 곱은 β 이다. $\alpha + 2^\beta = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [3점]

20. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 에 대하여 모든 실수 x 에서

$$\{f(x)\}^3 - (x^2 + 3x)\{f(x)\}^2 = -2x(x^2 + x)f(x)$$

을 만족시킬 때, $\int_{-1}^2 f(x)dx$ 의 최댓값은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

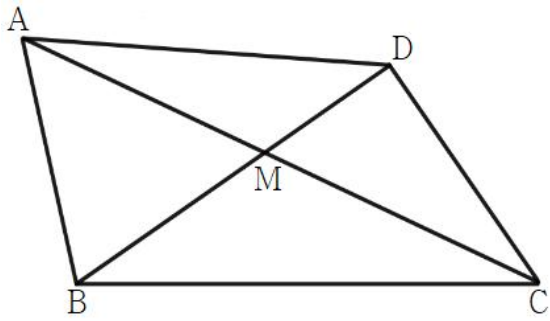
21. 그림과 같이 사각형 ABCD의 두 대각선의 교점 M에 대하여

$$\overline{BM}=3, \overline{DM}=2, \cos(\angle CMD)=\frac{1}{2}$$

이다. 사각형 ABCD의 넓이가 $\frac{85}{8}\sqrt{3}$ 이고 $\overline{BC}=\sqrt{37}$ 일 때,

선분 AM의 길이는 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



22. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x)=\begin{cases} f'(x) & (x \leq 0) \\ f(x) & (x > 0) \end{cases}$$

라 할 때, 직선 $y=mx$ 와 함수 $y=g(x)$ 의 그래프가 만나는 서로 다른 점의 개수 $h(m)$ 와 $f'(x)$ 가 다음조건을 만족시킨다.

(가) 실수 전체의 집합에서 함수 $h(m)$ 은 연속이다.

(나) 곡선 $y=f'(x)+6x+24$ 가 점 $(-3, 0)$ 에서 x 축에 접한다.

$\{f(1)-2f'(-1)\}^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

6월 모의평가 대비 3회

5지선다형

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} n \times \sin\left(\frac{1}{n}\right)$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

24. 곡선 $x^2y + e^{xy-1} = 2$ 위의 점 $(1, 1)$ 에서의 접선의 y 절편은?
[3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

2

수학 영역(미적분)

25. 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3a_n - 2b_n}{a_n + b_n} = \frac{4}{3}$$

일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b_n}{a_n}$ 의 값은? [3점]

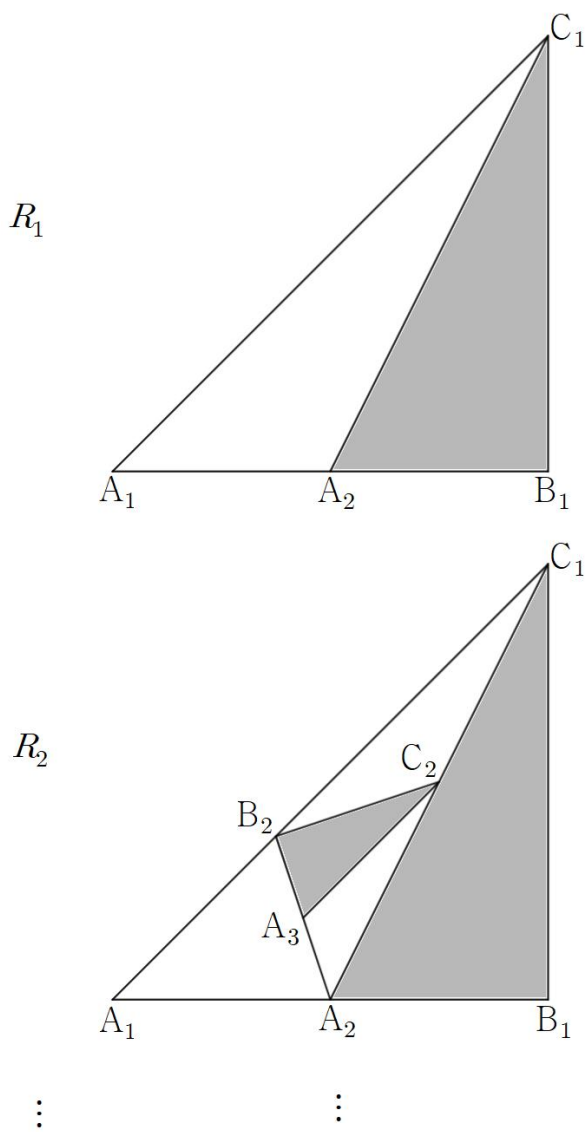
- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ 1

26. 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\tan \frac{2k\pi}{9}\right)^n$ 가 수렴하도록 하는 10이하의 모든

자연수 k 의 값의 개수는? [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

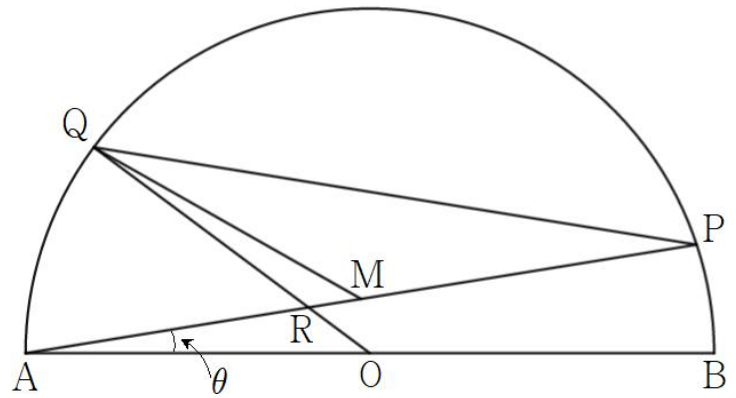
27. 그림과 같이 $\overline{A_1B_1} = \overline{B_1C_1} = 2$ 인 직각삼각형 $A_1B_1C_1$ 이 있다.
 선분 A_1B_1 의 중점 A_2 를 잡고, 삼각형 $A_2B_1C_1$ 에 색칠하여 얻은
 그림을 R_1 이라 하자.
 그림 R_1 에서 선분 A_1C_1 위의 점 B_2 , 선분 A_2C_1 위의 점 C_2 를
 꼭짓점으로 하고 $\overline{A_2B_2} : \overline{B_2C_2} = 1 : 1$ 인 직각삼각형 $A_2B_2C_2$ 을
 그린다. A_2B_2 의 중점 A_3 를 잡고, 삼각형 $A_3B_2C_2$ 에 색칠하여
 얻은 그림을 R_2 이라 하자.
 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어
 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{32}{27}$ ② $\frac{11}{9}$ ③ $\frac{34}{27}$ ④ $\frac{35}{27}$ ⑤ $\frac{4}{3}$

28. 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원 위의 점 P에
 대하여 $\angle APQ = 2\angle PAB$ 가 되도록 호 AP 위에 점 Q를 잡는다.
 선분 AP의 중점을 점 M이라 하고, 선분 AB의 중점 O에
 대하여 선분 OQ와 선분 AP의 교점을 R이라 하자.
 $\angle PAB = \theta$ 일 때, 삼각형 MQR의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하자.

$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{10}$) [4점]



- ① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{3}{10}$ ④ $\frac{2}{5}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

단답형

29. 곡선 $y = \frac{x}{x^2+1}$ ($x > 0$) 위에 P와 직선 $y=1$ 위에 Q가 있다.

두 점 P, Q가 $\overline{PQ}=1$ 을 만족시키며 움직일 때, 두 점 P, Q의 x 좌표를 각각 $t, f(t)$ 라 하자. 임의의 양의 실수 t 에 대하여

$t < f(t)$ 일 때, $f'\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 최고차항의 계수가 $\frac{\pi}{2}$ 인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여

함수 $g(x) = \sin(f(x))$ 이 $x=\alpha$ 에서 극대 또는 극소이고, $\alpha \geq 0$ 인 모든 α 를 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \dots$ 라 할 때, $g(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\alpha_1 = 0$ 이고 $g(\alpha_1) = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ 이다.

(나) $f'(\alpha_6) > 0$

(다) 6이하의 임의의 자연수 n 에 대하여 $g(\alpha_n) = g(\alpha_m)$ 을 만족시키는 6이하의 자연수 m ($m \neq n$)이 존재한다.

$g'(3) = \frac{q}{p}\pi$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, $0 < f(0) < \frac{\pi}{2}$ 이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.