제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $(-\sqrt{2})^4 \times 8^{-\frac{2}{3}}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4×2^{-2}

2. 함수 $f(x) = x^3 + 9$에 대하여 $\lim_{h \to 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$ 의 값은? [2점]

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

$f'(2) = 12$

3. $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$인 θ에 대하여 $\cos^2\theta = \frac{4}{9}$일 때, $\sin^2\theta + \cos\theta$의 값은? [3점]

$\cos \rightarrow \theta$

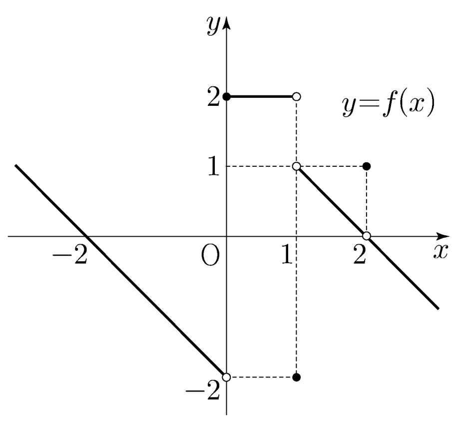
① $-\frac{4}{9}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $-\frac{2}{9}$ ④ $-\frac{1}{9}$ ⑤ 0

$\cos\theta = -\frac{2}{3} = -\frac{6}{9}$

$\sin^2\theta = \frac{5}{9}$

$\therefore -\frac{1}{9}$

4. 함수 $y = f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \to 0-} f(x) + \lim_{x \to 1+} f(x)$의 값은? [3점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

$-2+1 = -1$

5. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_1 = \frac{1}{4}, \quad a_2 + a_3 = \frac{3}{2}$$

$\swarrow r^4$

일 때, $a_6 + a_7$의 값은? [3점]

① 16 ② 20 ③ 24 ④ 28 ⑤ 32

$\cancel{\frac{1}{4}}r(1+r) = \cancel{\frac{3}{2}}\ 6$

$r^2+r-6=0$

-2
3

$r=2$

$\frac{3}{2} \times 2^4 = 24$

6. 두 양수 a, b에 대하여 함수 $f(x)$가

$$f(x) = \begin{cases} x + a & (x < -1) \\ x & (-1 \le x < 3) \\ bx - 2 & (x \ge 3) \end{cases}$$

이다. 함수 $|f(x)|$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $a+b$의 값은? [3점]

① $\frac{7}{3}$ ② $\frac{8}{3}$ ③ 3 ④ $\frac{10}{3}$ ⑤ $\frac{11}{3}$

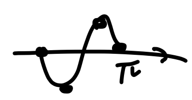
$-1 = -1+a \to (x)$

$1 = -1+a \to a=2$

$3 = 3b-2 \to b = \frac{5}{3}$

7. 닫힌구간 $[0, \pi]$에서 정의된 함수 $f(x) = -\sin 2x$가 $x=a$에서 최댓값을 갖고 $x=b$에서 최솟값을 갖는다. 곡선 $y=f(x)$ 위의 두 점 $(a, f(a))$, $(b, f(b))$를 지나는 직선의 기울기는? [3점]

① $\frac{1}{\pi}$ ② $\frac{2}{\pi}$ ③ $\frac{3}{\pi}$ ④ $\frac{4}{\pi}$ ⑤ $\frac{5}{\pi}$



$a = \frac{3}{4}\pi$

$b = \frac{1}{4}\pi$

$\frac{4}{\pi}$

8. 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 다음 조건을 만족시키는 모든 함수 $f(x)$에 대하여 $f(5)$의 최솟값은? [3점]

> (가) $f(1)=3$
>
> (나) $1<x<5$인 모든 실수 x에 대하여 $f'(x) \geq 5$이다.

① 21　② 22　③ 23　④ 24　⑤ 25

$f(5) = f(1) + \int_1^5 f'(t)\,dt \geq 3 + 20 = \boxed{23}$

9. 두 함수

$$f(x)=x^3-x+6, \quad g(x)=x^2+a$$

가 있다. $x \geq 0$인 모든 실수 x에 대하여 부등식

$$f(x) \geq g(x)$$

가 성립할 때, 실수 a의 최댓값은? [4점]

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

$x^3-x^2-x\cancel{+6-a} \geq a-6$

$3x^2-2x-1$

3　1
1　−1

$-\frac{1}{3}$　(0,0)

(1,−1)

$a-6 \leq -1$

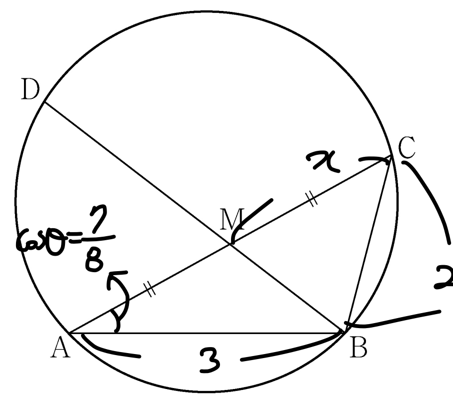
$a \leq \boxed{5}$

10. 그림과 같이 $\overline{AB}=3$, $\overline{BC}=2$, $\overline{AC}>3$이고 $\cos(\angle BAC)=\frac{7}{8}$인 삼각형 ABC가 있다. 선분 AC의 중점을 M, 삼각형 ABC의 외접원이 직선 BM과 만나는 점 중 B가 아닌 점을 D라 할 때, 선분 MD의 길이는? [4점]

$xc^2-1=\frac{15}{16}$

$C = 4$

$S=\frac{1}{4}$



① $\frac{3\sqrt{10}}{5}$　② $\frac{7\sqrt{10}}{10}$　③ $\frac{4\sqrt{10}}{5}$　④ $\frac{9\sqrt{10}}{10}$　⑤ $\sqrt{10}$

$\frac{4x^2+9-4}{\cancel{12x}_{3}} = \frac{7}{\cancel{8}_{2}}$　　$8x^2+10=21x$

$8x^2-21x+10=0$

8　−5
1　−2

$x=2$

$\overline{BM}^2 = 4+9-2\times2\times3\times\frac{7}{8} = 13-\frac{21}{2} = \frac{5}{2}$

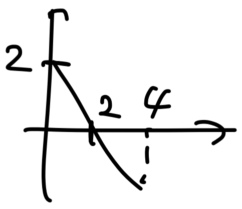
$\therefore \overline{MD}\times\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = 4$　　$\therefore \frac{4\sqrt{10}}{5}$

11. 시각 $t=0$일 때 동시에 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t\,(t\ge 0)$에서의 속도가 각각

$$v_1(t)=2-t,\quad v_2(t)=3t$$

이다. 출발한 시각부터 점 P가 원점으로 돌아올 때까지 점 Q가 움직인 거리는? [4점]

① 16　② 18　③ 20　④ 22　⑤ 24



~> 4초

$\left[\frac{3}{2}t^2\right]_0^4 = 24$

12. 공차가 3인 등차수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킬 때, a_{10}의 값은? [4점]

(가) $a_5 \times a_7 < 0$

(나) $\displaystyle\sum_{k=1}^{6}|a_{k+6}| = 6+\sum_{k=1}^{6}|a_{2k}|$

① $\frac{21}{2}$　② 11　③ $\frac{23}{2}$　④ 12　⑤ $\frac{25}{2}$

(가) $a_6^2 - 9 < 0 \rightarrow -3 < a_6 < 3$

(나) $a_7 + a_8 + \cdots + a_{12} = 6 + (-a_2 - a_4 + |a_6| + a_8 + a_{10} + a_{12})$

$6a_6 + \underbrace{21\times3}_{63} = 6 + \underbrace{(a_8-a_2)+(a_{10}-a_4)}_{12\times3=36} + a_{12} + |a_6|$

$6a_6 + 21 = a_6 + 18 + |a_6|$

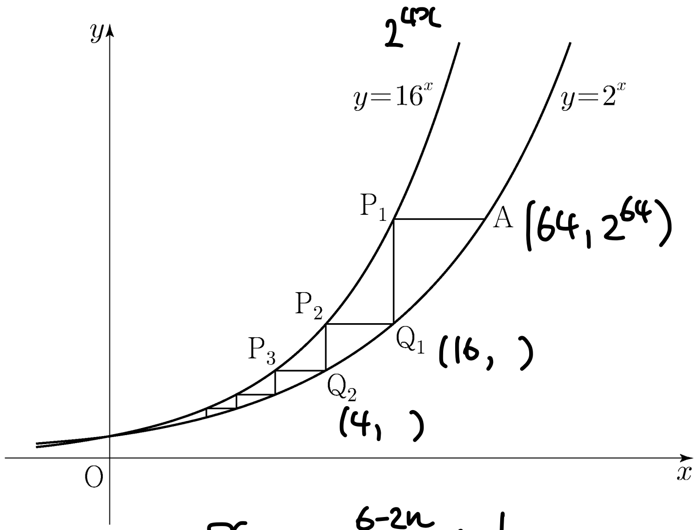
$a_6 > 0$: $4a_6 = -3 \rightarrow a_6 = -\frac{3}{4}$ (x)

$a_6 < 0$: $a_6 = -\frac{1}{2}$

$\therefore a_{10} = 3\times4 - \frac{1}{2} = \frac{23}{2}$

13. 두 곡선 $y=16^x$, $y=2^x$과 한 점 $\mathrm{A}(64,\ 2^{64})$이 있다. 점 A를 지나며 x축과 평행한 직선이 곡선 $y=16^x$과 만나는 점을 P_1이라 하고, 점 P_1을 지나며 y축과 평행한 직선이 곡선 $y=2^x$과 만나는 점을 Q_1이라 하자.
점 Q_1을 지나며 x축과 평행한 직선이 곡선 $y=16^x$과 만나는 점을 P_2라 하고, 점 P_2를 지나며 y축과 평행한 직선이 곡선 $y=2^x$과 만나는 점을 Q_2라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 두 점을 각각 P_n, Q_n이라 하고 점 Q_n의 x좌표를 x_n이라 할 때, $x_n < \frac{1}{k}$을 만족시키는 n의 최솟값이 6이 되도록 하는 자연수 k의 개수는? [4점]

① 48 ② 51 ③ 54 ④ 57 ⑤ 60



$x_n = 2^{6-2n} < \frac{1}{k}$

$k < 2^{2n-6}$

$2^4 \le k < 2^6$

$16 \sim 63 \rightsquigarrow 48$

14. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$와 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $g(x)$가

$$g(x)=\begin{cases} -\displaystyle\int_0^x f(t)\,dt & (x<0) \\ \displaystyle\int_0^x f(t)\,dt & (x\ge 0) \end{cases}$$

$g'(x) = \begin{cases} -f(x) \\ f(x) \end{cases} \to f(0)=0$

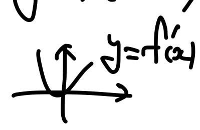
을 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $f(0)=0$ $\quad$ 0 $\to g'(0)=0,\ g(0)=0$

ㄴ. 함수 $f(x)$는 극댓값을 갖는다. $\quad g(x)=x^3 \to f'(x) = \begin{cases} -g''(x) & (x<0) \\ g''(x) & (x\ge 0) \end{cases}$

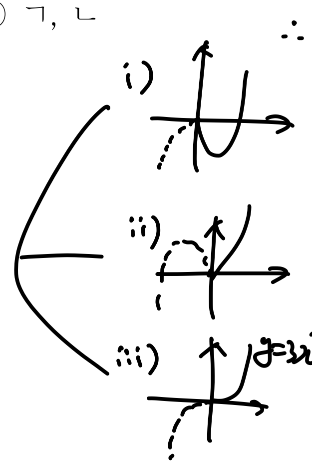
ㄷ. $2<f(1)<4$일 때, 방정식 $f(x)=x$의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.



∴ (X)

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

$f(x) = \begin{cases} -g'(x) & (x<0) \\ g'(x) & (x\ge 0) \end{cases}$



$f(1)=3$
(O)

i), ii) $g'(x)=3x(x-k)$

$2 < f(1) = g'(1) = 3-3k < 4$

↓

$-\frac{1}{3} < k < \frac{1}{3}$

$-1 < -\frac{1}{3} < f'(0) = g''(0) = -k < \frac{1}{3} < 1$

이므로 성립. ∴ (O)

15. 자연수 k에 대하여 다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$이 있다.

> $a_1 = 0$이고, 모든 자연수 n에 대하여
>
> $$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + \dfrac{1}{k+1} & (a_n \le 0) \\ a_n - \dfrac{1}{k} & (a_n > 0) \end{cases}$$
>
> 이다.

$a_{22} = 0$이 되도록 하는 모든 k의 값의 합은? [4점]

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

$a_1=0 \rightarrow \frac{1}{k+1} \rightarrow \frac{1}{k+1} - \frac{1}{k} \rightarrow \frac{2}{k+2} - \frac{1}{k} \rightarrow \frac{2}{k+1} - \frac{2}{k}$

1 2 3 4 5

n=22에서 a_n이 두번째로 0 :

$a_{2n+1} = \frac{n}{k+1} - \frac{n}{k}$

$a_{2n+2} = \frac{n+1}{k+1} - \frac{n}{k}$

$\therefore a_{22} = \frac{11}{k+1} - \frac{10}{k} = 0 \quad \therefore k=10$

cycle을 감사. $a_1 \sim a_{22}$: 21칸차이

3칸차이 $\rightarrow a_4 = \frac{2}{k+1} - \frac{1}{k} = 0 \rightarrow k=1$

7칸차이 $\rightarrow a_8 = \frac{4}{k+1} - \frac{3}{k} = 0 \rightarrow k=3$

$\therefore$ 14

단답형

16. 방정식 $\log_2(x+2) + \log_2(x-2) = 5$를 만족시키는 실수 x의 값을 구하시오. [3점]

$2<x$: $\log_2(x^2-4)=5$

$x^2=36 \quad \therefore x=6$

17. 함수 $f(x)$에 대하여 $f'(x) = 8x^3 + 6x^2$이고 $f(0) = -1$일 때, $f(-2)$의 값을 구하시오. [3점]

$-1-f(-2) = \int_{-2}^{0} (8x^3+6x^2)\,dx = \left[2x^4+2x^3\right]_{-2}^{0} = -16$

$\boxed{f(-2)=15}$

18. $\displaystyle\sum_{k=1}^{10}(4k+a)=250$ 일 때, 상수 a의 값을 구하시오. [3점]

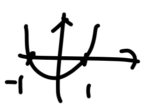
$4\times55+10a=250$

$10a=30$ $\quad a=3$

19. 함수 $f(x)=x^4+ax^2+b$는 $x=1$에서 극소이다. 함수 $f(x)$의 극댓값이 4일 때, $a+b$의 값을 구하시오. (단, a와 b는 상수이다.) [3점]

$f'(x)=4x^3+2ax=2x(2x^2+a)$

$\downarrow$



; $2x^2+a=2x^2-2$

$\therefore a=-2$

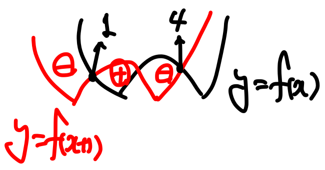
$f(0)=b=4$

$\therefore \boxed{2}$

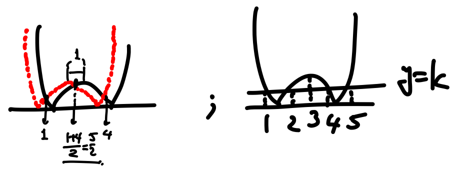
20. 최고차항의 계수가 2인 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)=\displaystyle\int_x^{x+1}|f(t)|dt$는 $x=1$과 $x=4$에서 극소이다. $f(0)$의 값을 구하시오. [4점]

$g'(x)=|f(x+1)|-|f(x)|$

$\downarrow$



$\downarrow$



$f(x)=2(x-1)(x-5)+k$

$f(2)=-k=-6+k$

$\therefore k=3$

$f(0)=2\times(-1)\times(-5)+3=\boxed{13}$

21. 자연수 n에 대하여 $4\log_{64}\left(\frac{3}{4n+16}\right)$의 값이 정수가 되도록 하는 1000 이하의 모든 n의 값의 합을 구하시오. [4점]

$\frac{1}{6}\times 4\log_2\left(\frac{3}{4n+16}\right) = l$ (l은 정수)

$\frac{3}{4n+16} = 2^{\frac{3}{2}l}$

$n+4 = 3\times 2^{-\frac{3}{2}l-2}$

$n = 3\times 2^{-\frac{3}{2}l-2} - 4$

$-\frac{3}{2}l-2$는 2이상의 자연수

$-\frac{3l}{2}-2 = m$ (2이상 자연수)

$l = (m+2)\times -\frac{2}{3}$

$m = 1, 4, 7, 10, 13, 16$

↓

$n = 2, 44, 380, \cdots$

1000 넘음.

∴ 426

22. 두 양수 a, $b\,(b>3)$과 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=\begin{cases}(x+3)f(x) & (x<0)\\ (x+a)f(x-b) & (x\geq 0)\end{cases}$$

$3f(0)=af(-b)$

이 실수 전체의 집합에서 연속이고 다음 조건을 만족시킬 때, $g(4)$의 값을 구하시오. [4점]

$\lim\limits_{x\to -3}\frac{\sqrt{\lvert g(x)\rvert+\{g(t)\}^2}-\lvert g(t)\rvert}{(x+3)^2}$의 값이 존재하지 않는 실수 t의 값은 -3과 6뿐이다.

$\lim\limits_{x\to-3}\frac{\lvert g(x)\rvert}{(x+3)^2}\times\frac{1}{\sqrt{\lvert g(x)\rvert+\{g(t)\}^2}+\lvert g(t)\rvert}$

↓

$g(x)\to f(x)=(x+3)(x-p)$

$g(t)$
- $t<0$: $(t+3)f(t)=0 \to t=-3$ or $t=p$ (p가 음수면 ok)
- $t\geq 0$: $(t+a)f(t-b) \to t-b=-3, p$ — $t=b-3$, $t=b+p$

$b-3>0 \to \therefore b=9$

$t=b+p$, $t=p$ → 얘네도 존재한다면, -3 or 6

$\therefore p=-3$

$3f(0)=af(-b)$

↓

$-27 = a\times f(-9) = -36a$

$\therefore a=\frac{3}{4}$

$g(4)=\left(4+\frac{3}{4}\right)(4)=16+3=\boxed{19}$

※ 확인 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
○ 이어서, 「**선택과목(확률과 통계)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{\sqrt{n^2+3n}-\sqrt{n^2+n}}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

$\approx \frac{n+n}{2n} = ①$

24. 곡선 $x^2-y\ln x+x=e$ 위의 점 (e, e^2)에서의 접선의 기울기는? [3점]

① $e+1$ ② $e+2$ ③ $e+3$ ④ $2e+1$ ⑤ $2e+2$

$2x-y'\cdot\ln x-y\cdot\frac{1}{x}+1=0$

$2e-y'\cdot 1-e^2\cdot\frac{1}{e}+1=0$

$\therefore y'=e+1$

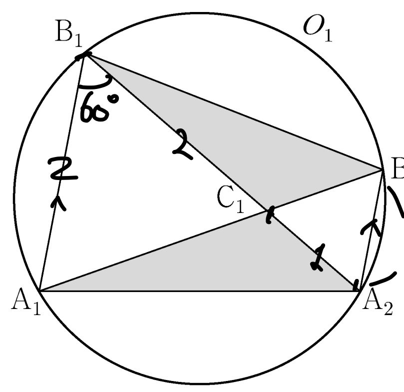
25. 함수 $f(x)=x^3+2x+3$의 역함수를 $g(x)$라 할 때, $g'(3)$의 값은? [3점]

① 1　② $\frac{1}{2}$　③ $\frac{1}{3}$　④ $\frac{1}{4}$　⑤ $\frac{1}{5}$

$f(0)=3$　$f'(0)=2$　$\therefore \frac{1}{2}$

26. 그림과 같이 $\overline{A_1B_1}=2$, $\overline{B_1A_2}=3$이고 $\angle A_1B_1A_2=\frac{\pi}{3}$인 삼각형 $A_1A_2B_1$과 이 삼각형의 외접원 O_1이 있다.
점 A_2를 지나고 직선 A_1B_1에 평행한 직선이 원 O_1과 만나는 점 중 A_2가 아닌 점을 B_2라 하자. 두 선분 A_1B_2, B_1A_2가 만나는 점을 C_1이라 할 때, 두 삼각형 $A_1A_2C_1$, $B_1C_1B_2$로 만들어진 ⋈ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.
그림 R_1에서 점 B_2를 지나고 직선 B_1A_2에 평행한 직선이 직선 A_1A_2와 만나는 점을 A_3이라 할 때, 삼각형 $A_2A_3B_2$의 외접원을 O_2라 하자. 그림 R_1을 얻은 것과 같은 방법으로 두 점 B_3, C_2를 잡아 원 O_2에 ⋈ 모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은? [3점]

R_1



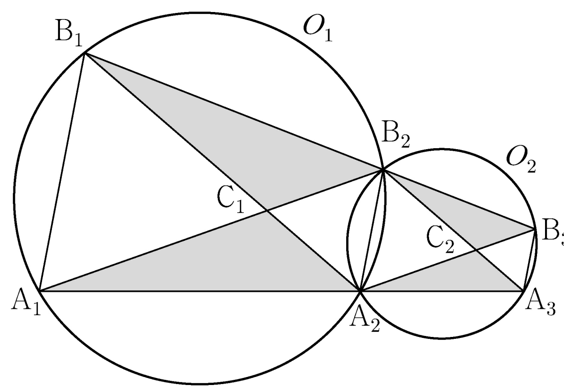
$S_1 = \square - ⋈$

$= \frac{1}{2}\times3\times\frac{3}{2}\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{4}\times(2^2+1^2)$

$\therefore 1$

$= \frac{9}{4}\sqrt{3}-\frac{5\sqrt{3}}{4}=\sqrt{3}$

R_2



닮음비 4:1

$\therefore r=\frac{1}{4}$

$\therefore \frac{4}{3}\sqrt{3}$

⋮　　⋮

① $\frac{11\sqrt{3}}{9}$　② $\frac{4\sqrt{3}}{3}$　③ $\frac{13\sqrt{3}}{9}$　④ $\frac{14\sqrt{3}}{9}$　⑤ $\frac{5\sqrt{3}}{3}$

27. 첫째항이 4인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 급수

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{a_n}{n}-\frac{3n+7}{n+2}\right)$$

이 실수 S에 수렴할 때, S의 값은? [3점]

① $\frac{1}{2}$　② 1　③ $\frac{3}{2}$　④ 2　⑤ $\frac{5}{2}$

$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{a_n}{n}-\frac{3n+7}{n+2}\right)=0$

$\therefore \lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{n}=3$

$\therefore a_n=3n+1$

$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{3n^2+7n+2-3n^2-7n}{n(n+2)}\right)=\frac{2}{2}\times\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{3}+\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\cdots\right)$

$=\frac{3}{2}$

28. 최고차항의 계수가 $\frac{1}{2}$인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$가

$$g(x)=\begin{cases}\ln|f(x)| & (f(x)\neq 0)\\ 1 & (f(x)=0)\end{cases}$$

이고 다음 조건을 만족시킬 때, 함수 $g(x)$의 극솟값은? [4점]

> (가) 함수 $g(x)$는 $x\neq 1$인 모든 실수 x에서 연속이다.
>
> (나) 함수 $g(x)$는 $x=2$에서 극대이고,
> 함수 $|g(x)|$는 $x=2$에서 극소이다.
>
> (다) 방정식 $g(x)=0$의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.

① $\ln\frac{13}{27}$　② $\ln\frac{16}{27}$　③ $\ln\frac{19}{27}$　④ $\ln\frac{22}{27}$　⑤ $\ln\frac{25}{27}$

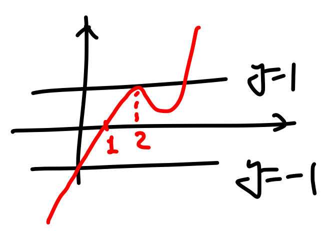
(가) → $f(1)=0$ (유일한 근 of '$f(x)$')

(나) $g(2)\le 0$, $g'(2)=0$ (극대) → $|f(2)|\le 1$, $f'(2)=0$

(다) $|f(x)|=1$ → 실근 3개.

$g(x)=\ln x \circ |f(x)|$ ~ f와 비슷 ($\because$ $\ln x$는 단조증가)

$\therefore$ $f(x)$는 $x=2$에서 극대



$f(x)=\frac{1}{2}(x-2)^2(x-p)+1$

$f(1)=\frac{1}{2}(1-p)+1=0$　$\therefore p=3$

$f(x)=\frac{1}{2}(x-2)^2(x-3)+1$ → 극소 at $x=\frac{8}{3}$

g 극소도 at $x=\frac{8}{3}$

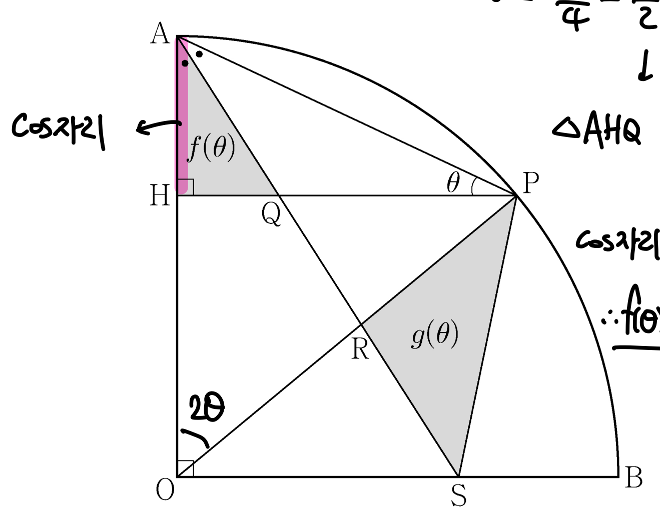
$f\left(\frac{8}{3}\right)=\frac{1}{2}\times\frac{4}{9}\times\left(-\frac{1}{3}\right)+1=1-\frac{2}{27}=\frac{25}{27}$

단답형

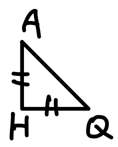
29. 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$인 부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 P에서 선분 OA에 내린 수선의 발을 H라 하고, $\angle$OAP를 이등분하는 직선과 세 선분 HP, OP, OB의 교점을 각각 Q, R, S라 하자. $\angle \mathrm{APH} = \theta$일 때, 삼각형 AQH의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 PSR의 넓이를 $g(\theta)$라 하자.

$\lim\limits_{\theta \to 0+} \frac{\theta^3 \times g(\theta)}{f(\theta)} = k$일 때, $100k$의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점]

$\bullet = \frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2} \rightsquigarrow \angle AOP = 2\theta$



$\triangle AHQ \approx$



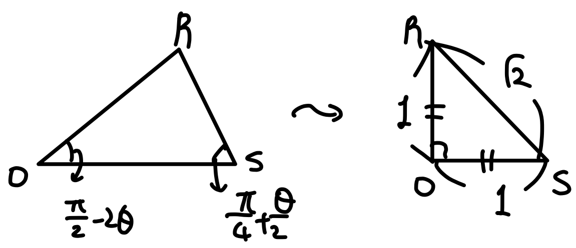
cos자리: $\overline{AH} = \frac{1}{2} \times 1 \times (2\theta)^2 = 2\theta^2$

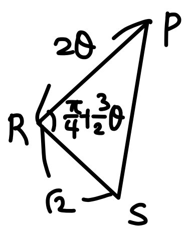
$\therefore f(\theta) = \frac{1}{2} \times (2\theta^2)^2 = 2\theta^4$

$\overline{AO} : \overline{AP} = \overline{OR} : \overline{RP} = 1 : 2\theta$

$\overline{OP} = \overline{OR} + \overline{RP}$
$\downarrow$
1

$\therefore \overline{OR} \approx 1,\ \overline{RP} \approx 2\theta$





$\therefore \triangle RPS = \frac{1}{2} \times \sqrt{2} \times 2\theta \times \frac{\sqrt{2}}{2}$
$= \theta$

$\therefore 100k = \boxed{50}$

30. 양수 a에 대하여 함수 $f(x)$는

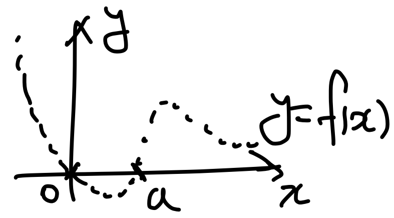
$$f(x) = \frac{x^2 - ax}{e^x} = (x^2 - ax)e^{-x}$$

이다. 실수 t에 대하여 x에 대한 방정식

$$f(x) = f'(t)(x - t) + f(t) \quad \cdots (t, f(t)) \text{ 접선}$$

의 서로 다른 실근의 개수를 $g(t)$라 하자.

$g(5) + \lim\limits_{t \to 5} g(t) = 5$일 때, $\lim\limits_{t \to k-} g(t) \neq \lim\limits_{t \to k+} g(t)$를 만족시키는 모든 실수 k의 값의 합은 $\frac{q}{p}$이다. $p + q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

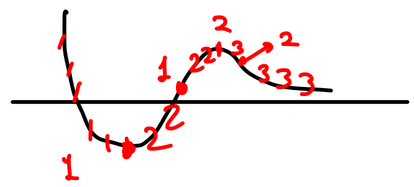


$f'(x) = (-x^2 + (a+2)x - a)e^{-x}$

$f''(x) = (x^2 - (a+4)x + 2(a+1))e^{-x}$

$g(t)$는 1, 2, 3

$\therefore g(5) + \lim\limits_{t \to 5} g(t) = 2 + 3$ or $3 + 2$



$\therefore 5 =$ 두번째 변곡점 x좌표

$25 - 5a - 20 + 2a + 2 = 0 \quad \therefore a = \frac{7}{3}$

k는 극점 $\rightarrow f'(x) = (-x^2 + \frac{13}{3}x - \frac{7}{3})e^{-x}$

$= -\frac{1}{3}(3x^2 - 13x + 7)$

$\alpha + \beta = \boxed{\frac{13}{3}} \rightarrow 16$ 답

※ 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「**선택과목(기하)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.