

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $(-\sqrt{2})^4 \times 8^{-\frac{2}{3}}$ 의 값은? [2점]

- 1
 2
 3
 4
 5

$4 \cdot \frac{1}{4} = 1$

2. 함수 $f(x) = x^3 + 9$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$ 의 값은? [2점]

- 11
 12
 13
 14
 15

$f'(x) = 3x^2$ $f'(2) = 12$

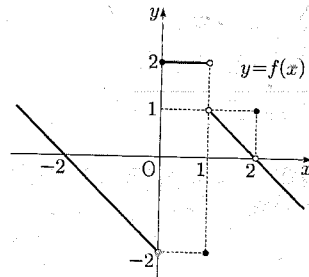
3. $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ 인 θ 에 대하여 $\cos^2 \theta = \frac{4}{9}$ 일 때, $\sin^2 \theta + \cos \theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{4}{9}$
 ② $-\frac{1}{3}$
 ③ $-\frac{2}{9}$
 ④ $-\frac{1}{9}$
 ⑤ 0

$\cos \theta = -\frac{2}{3}$ $\sin^2 \theta = \frac{5}{9}$

$\sin^2 \theta + \cos \theta = \frac{5}{9} - \frac{2}{3} = -\frac{1}{9}$

4. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2
 ② -1
 ③ 0
 ④ 1
 ⑤ 2

5. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1 = \frac{1}{4}, \quad a_2 + a_3 = \frac{3}{2}$$

일 때, $a_6 + a_7$ 의 값은? [3점]

- ① 16 ② 20 ③ 24 ④ 28 ⑤ 32

$$a = \frac{1}{4} \quad ar + ar^2 = \frac{3}{2}$$

$$r + r^2 = 6 \quad r = 2$$

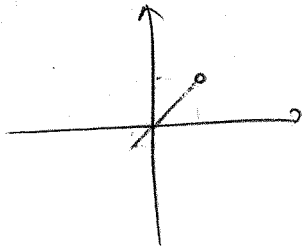
$$a_6 + a_7 = \frac{1}{4} (32 + 64) = 24$$

6. 두 양수 a, b 에 대하여 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} x+a & (x < -1) \\ x & (-1 \leq x < 3) \\ bx-2 & (x \geq 3) \end{cases}$$

이다. 함수 $|f(x)|$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{7}{3}$ ② $\frac{8}{3}$ ③ 3 ④ $\frac{10}{3}$ ⑤ $\frac{11}{3}$



$$-1 + a = 1 \quad a = 2$$

$$3b - 2 = 3 \quad b = \frac{5}{3} \quad 2 + \frac{5}{3} = \frac{11}{3}$$

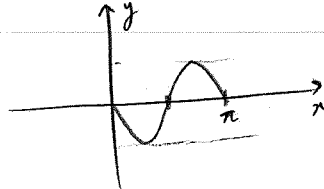
7. 닫힌구간 $[0, \pi]$ 에서 정의된 함수 $f(x) = -\sin 2x$ 가

$x=a$ 에서 최댓값을 갖고 $x=b$ 에서 최솟값을 갖는다.

곡선 $y=f(x)$ 위의 두 점 $(a, f(a)), (b, f(b))$ 를 지나는

직선의 기울기는? [3점]

- ① $\frac{1}{\pi}$ ② $\frac{2}{\pi}$ ③ $\frac{3}{\pi}$ ④ $\frac{4}{\pi}$ ⑤ $\frac{5}{\pi}$



$$a = \frac{\pi}{4} \quad b = \frac{3\pi}{4}$$

$$\left(\frac{\pi}{4}, -1\right), \left(\frac{3\pi}{4}, 1\right)$$

$$\text{기울기} \quad \frac{2}{\frac{\pi}{2}} = \frac{4}{\pi}$$

8. 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 다음 조건을 만족시키는 모든 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(5)$ 의 최솟값은? [3점]

- (가) $f(1) = 3$
 (나) $1 < x < 5$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $f'(x) \geq 5$ 이다.

- ① 21 ② 22 ③ 23 ④ 24 ⑤ 25

$3 + 5 \cdot 4 = 23$

9. 두 함수

$f(x) = x^3 - x + 6, \quad g(x) = x^2 + a$

가 있다. $x \geq 0$ 인 모든 실수 x 에 대하여 부등식

$f(x) \geq g(x)$

가 성립할 때, 실수 a 의 최댓값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

let $h(x) = f(x) - g(x)$

$= x^3 - x^2 - x + 6 - a$

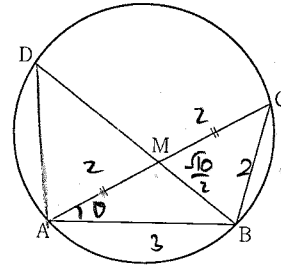
$h'(x) = 3x^2 - 2x - 1 = (3x+1)(x-1)$

$h(x)$ 는 $x=1$ 에서 최솟값 가짐

$h(1) \geq 0 \quad 5 - a \geq 0 \quad a \leq 5$

10. 그림과 같이 $\overline{AB} = 3, \overline{BC} = 2, \overline{AC} > 3$ 이고

$\cos(\angle BAC) = \frac{7}{8}$ 인 삼각형 ABC가 있다. 선분 AC의 중점을 M, 삼각형 ABC의 외접원이 직선 BM과 만나는 점 중 B가 아닌 점을 D라 할 때, 선분 MD의 길이는? [4점]



- ① $\frac{3\sqrt{10}}{5}$ ② $\frac{7\sqrt{10}}{10}$ ③ $\frac{4\sqrt{10}}{5}$
 ④ $\frac{9\sqrt{10}}{10}$ ⑤ $\sqrt{10}$

let $x = AC$

$4 = x^2 + 3^2 - 6x \cdot \frac{7}{8} \quad x^2 - \frac{21}{4}x + 5 = 0$

$(x-4)(x-\frac{5}{4}) = 0 \quad x = 4$

$BM^2 = 4 + 9 - 2 \cdot 6 \cdot \frac{7}{8} = \frac{5}{2} \quad BM = \frac{\sqrt{10}}{2}$

$7 \cdot 2 = \frac{\sqrt{10}}{2} \cdot MD$ 이므로

$MD = \frac{8}{\sqrt{10}} = \frac{4}{5}\sqrt{10}$

11. 시간 $t=0$ 일 때 동시에 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시간 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도가 각각

$$v_1(t) = 2 - t, \quad v_2(t) = 3t$$

이다. 출발한 시간부터 점 P가 원점으로 돌아올 때까지 점 Q가 움직인 거리는? [4점]

- ① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

$$x_1(t) = 2t - \frac{1}{2}t^2 = -\frac{1}{2}t(t-4) \quad t=4$$

$$x_2(t) = \frac{3}{2}t^2 \quad \frac{3}{2} \cdot 16 = 24$$

12. 공차가 3인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킬 때, a_{10} 의 값은? [4점]

$$(가) \quad a_5 \times a_7 < 0$$

$$(나) \quad \sum_{k=1}^6 |a_{k+6}| = 6 + \sum_{k=1}^6 |a_{2k}|$$

- ① $\frac{21}{2}$ ② 11 ③ $\frac{23}{2}$ ④ 12 ⑤ $\frac{25}{2}$

$$(a+12)(a+18) < 0 \quad -18 < a < -12$$

$$a_n > 0, \quad a_7 < 0$$

$$|a_1| + \dots + |a_{12}| = 6 + |a_2| + |a_4| + \dots + |a_{12}|$$

$$a_1 + \dots + a_{12} = 6 - a_2 - a_4 + \dots + |a_{12}|$$

$$3a + 24 \cdot 3 = 6 - 2a - 12 + |a_6|$$

$$5a + 18 = |a_6| \quad 5a + 18 = |a + 15|$$

$$i) \quad a_6 \geq 0 \quad (a \geq -15)$$

$$4a = -63 \quad a = -\frac{63}{4} \quad (x)$$

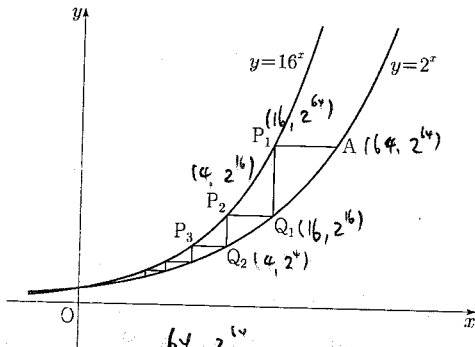
$$ii) \quad a_6 < 0 \quad (a < -15)$$

$$6a = -93 \quad a = -\frac{31}{2} \quad (o)$$

$$\therefore a_{10} = -\frac{31}{2} + 2 \cdot 3 = \frac{23}{2}$$

13. 두 곡선 $y=16^x, y=2^x$ 과 한 점 $A(64, 2^{64})$ 이 있다.
 점 A 를 지나며 x 축과 평행한 직선이 곡선 $y=16^x$ 과 만나는
 점을 P_1 이라 하고, 점 P_1 을 지나며 y 축과 평행한 직선이
 곡선 $y=2^x$ 과 만나는 점을 Q_1 이라 하자.
 점 Q_1 을 지나며 x 축과 평행한 직선이 곡선 $y=16^x$ 과 만나는
 점을 P_2 라 하고, 점 P_2 를 지나며 y 축과 평행한 직선이
 곡선 $y=2^x$ 과 만나는 점을 Q_2 라 하자.
 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 두 점을 각각
 P_n, Q_n 이라 하고 점 Q_n 의 x 좌표를 x_n 이라 할 때,
 $x_n < \frac{1}{k}$ 을 만족시키는 n 의 최솟값이 6이 되도록 하는
 자연수 k 의 개수는? [4점]

- ① 48 ② 51 ③ 54 ④ 57 ⑤ 60



- Q_1 $16, 2^{16}$
 Q_2 $4, 2^4$
 Q_3 $1, 2^1$
 Q_4 $\frac{1}{4}, 2^{\frac{1}{4}}$
 Q_5 $\frac{1}{16}, 2^{\frac{1}{16}}$
 Q_6 $\frac{1}{64}, 2^{\frac{1}{64}}$

63~16
48개

14. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 와 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $g(x)$ 가

$$g(x) = \begin{cases} -\int_0^x f(t) dt & (x < 0) \\ \int_0^x f(t) dt & (x \geq 0) \end{cases}$$

을 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

- <보기>
 ㄱ. $f(0)=0$ (㉠)
 ㄴ. 함수 $f(x)$ 는 극댓값을 갖는다. (x)
 ㄷ. $2 < f(1) < 4$ 일 때, 방정식 $f(x)=x$ 의 서로 다른 실근의 개수는 3이다. (㉠)

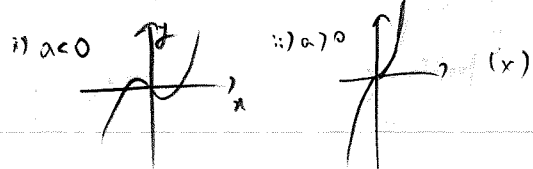
- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

ㄱ. ㉠

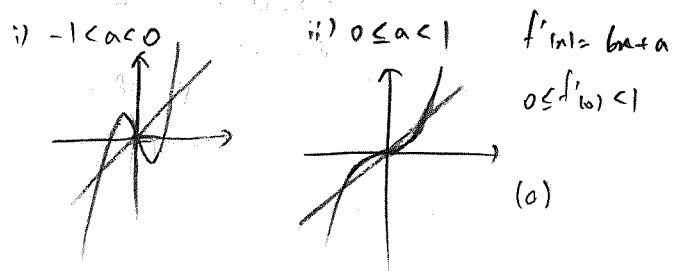
$g'(x) = \begin{cases} -f(x) & (x < 0) \\ f(x) & (x \geq 0) \end{cases}$ ($g'(x)$ 도 연속, 단항함수)
 $g(x)$ 는 기함수

ㄱ. $g'(x)$ 가 $x=0$ 연속 $\Rightarrow -f(0)=f(0)$ (㉠)

ㄴ. $f(x) = \begin{cases} 3x^2 + ax & (x \geq 0) \\ -3x^2 - ax & (x < 0) \end{cases}$



ㄷ. $2 < 3+a < 4 \Rightarrow -1 < a < 1$



6

수학 영역

15. 자연수 k 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$ 이 있다.

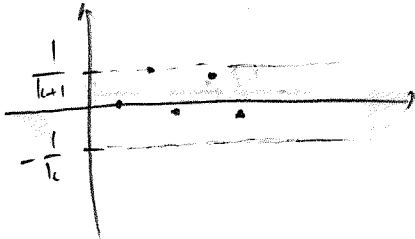
$$a_1 = 0 \text{이고, 모든 자연수 } n \text{에 대하여}$$

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + \frac{1}{k+1} & (a_n \leq 0) \\ a_n - \frac{1}{k} & (a_n > 0) \end{cases}$$

이다.

$a_{22} = 0$ 이 되도록 하는 모든 k 의 값의 합은? [4점]

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20



$$a_2 = \frac{1}{k+1} \quad a_3 = \frac{1}{k+1} - \frac{1}{k} \dots$$

$\frac{1}{k+1}$ 을 $k+1$ 번 더하기 $\frac{1}{k}$ 을 k 번 빼면 0

$2k+1$ 번 시행 후 0이 됨

$$a_1 = 0 \quad a_{2k+2} = 0 \quad a_{4k+3} = 0$$

$$(1+n)(2k+1) = 22 \quad n(2k+1) = 21$$

$$n = 1, 3, 7, 21$$

$$k = 10, 3, 1, X$$

단답형

16. 방정식 $\log_2(x+2) + \log_2(x-2) = 5$ 를 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

$$(x+2)(x-2) = 32 \quad (x > 2)$$

$$x^2 = 36 \quad x = 6$$

17. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 8x^3 + 6x^2$ 이고 $f(0) = -1$ 일 때, $f(-2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

$$f(x) = 2x^4 + 2x^3 - 1$$

$$f(-2) = 32 - 16 - 1 = 15$$

18. $\sum_{k=1}^{10} (4k+a) = 250$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하시오. [3점] 3

$$4 \cdot 55 + 10a = 250 \quad a = 3$$

19. 함수 $f(x) = x^4 + ax^2 + b$ 는 $x=1$ 에서 극소이다.
 함수 $f(x)$ 의 극댓값이 4일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오.
 (단, a 와 b 는 상수이다.) [3점] 2

$$f'(x) = 4x^3 + 2ax \quad 4 + 2a = 0 \quad a = -2$$

20. 최고차항의 계수가 2인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여

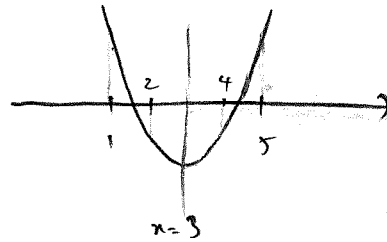
함수 $g(x) = \int_x^{x+1} |f(t)| dt$ 는 $x=1$ 과 $x=4$ 에서 극소이다.

$f(0)$ 의 값을 구하시오. [4점] 13

$$g'(x) = |f(x+1)| - |f(x)|$$

$$g'(1) = |f(2)| - |f(1)| = 0$$

$$g'(4) = |f(5)| - |f(4)| = 0$$



$$f(x) = 2(x-3)^2 + k \quad f(1) = -f(2)$$

$$8 + k = -(2+k) \quad 2k = -10 \quad k = -5$$

$$\therefore f(x) = 2(x-3)^2 - 5 \quad f(0) = 13$$

21. 자연수 n 에 대하여 $4 \log_{64} \left(\frac{3}{4n+16} \right)$ 의 값이 정수가 되도록 하는 1000 이하의 모든 n 의 값의 합을 구하시오. [4점] 426

$$4 \log_{64} \left(\frac{3}{4n+16} \right) = k \quad (k \text{는 정수})$$

$$64^k = \left(\frac{3}{4n+16} \right)^4 \quad \frac{1}{4} \quad 2^{6k} = \left(\frac{3}{4n+16} \right)^4$$

$$2^{\frac{3k}{2}} = \frac{3}{4n+16} \quad 4n+16 = \frac{3}{2^{\frac{3k}{2}}}$$

$$5 \leq n+4 = \frac{3}{2^{\frac{3k}{2}+2}} \leq 1004$$

$$\frac{5}{3} \leq \frac{1}{2^{\frac{3k}{2}+2}} \leq \frac{1004}{3}$$

$$\frac{20}{3} \leq \frac{1}{2^{\frac{3k}{2}}} \leq \frac{4016}{3}$$

$$\frac{20}{3} \leq 2^{-\frac{3k}{2}} \leq \frac{4016}{3}$$

$$6.xx \leq 2^{-\frac{3k}{2}} \leq 1338.xx$$

$$-\frac{3}{2}k = 3, 6, 9 \quad (k = -2, -4, -6)$$

$$4n+16 = 3 \cdot 2^{-\frac{3k}{2}} \quad 4n = 3 \cdot 2^{-\frac{3k}{2}} - 16$$

$$n = \frac{3}{4} 2^{-\frac{3k}{2}} - 4$$

$$n = \frac{2}{3}, 44, 380$$

$$2 + 44 + 380 = 426$$

22. 두 양수 $a, b (b > 3)$ 과 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} (x+3)f(x) & (x < 0) \\ (x+a)f(x-b) & (x \geq 0) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속이고 다음 조건을 만족시킬 때, $g(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

19

$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{|g(x)| + \{g(t)\}^2} - |g(t)|}{(x+3)^2}$ 의 값이 존재하지 않는 실수 t 의 값은 -3 과 6 뿐이다.

$x=0$ 에서 연속 $3f(0) = a + (-b)$ let $k = g(4)$

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{|g(x)| + k^2} - |k|}{(x+3)^2} \cdot \frac{\sqrt{|g(x)| + k^2} + |k|}{\sqrt{|g(x)| + k^2} + |k|}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -3} \frac{|g(x)| + k^2 - |k|^2}{(x+3)^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{|g(x)| + k^2} + |k|}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -3} \frac{|(x+3)f(x)|}{(x+3)^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{|g(x)| + k^2} + |k|}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -3} \frac{|(x+3)(x+p)|}{x+3} \cdot \frac{1}{2|g(-3)|}$$

$$\therefore f(x) = (x+3)^2, \quad g(-3) = 0, \quad g(6) = 0$$

$$g(6) = (6+a)f(6-b) = 0 \quad \therefore b = 9$$

$$3f(0) = a + (-b) \quad 3 \cdot 9 = a + (-9) = 36a \quad a = \frac{3}{4}$$

$$\therefore g(x) = \left(x + \frac{3}{4}\right)f(x-9) \quad (x \geq 0)$$

$$g(4) = \frac{19}{4} \cdot f(-5) = \frac{19}{4} \cdot 4 = 19$$

- * 확인 사항
- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」문제가 제시되었으니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n^2+3n} - \sqrt{n^2+n}}$ 의 값은? [2점]

- 1
 ② $\frac{3}{2}$
 ③ 2
 ④ $\frac{5}{2}$
 ⑤ 3

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2+3n} + \sqrt{n^2+n}}{2n} = 1$$

24. 곡선 $x^2 - y \ln x + x = e$ 위의 점 (e, e^2) 에서의 접선의 기울기는? [3점]

- e+1
 ② e+2
 ③ e+3
 ④ 2e+1
 ⑤ 2e+2

$$2x - \frac{dy}{dx} \ln x - \frac{y}{x} + 1 = 0$$

$x=e, y=e^2$

$$2e - \frac{dy}{dx} \cdot 1 - e + 1 = 0 \quad \frac{dy}{dx} = e+1$$

25. 함수 $f(x) = x^3 + 2x + 3$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, $g'(3)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

$$f(0) = 3 \quad g(3) = 0 \quad g'(3) = \frac{1}{f'(0)}$$

$$f'(x) = 3x^2 + 2 \quad f'(0) = 2$$

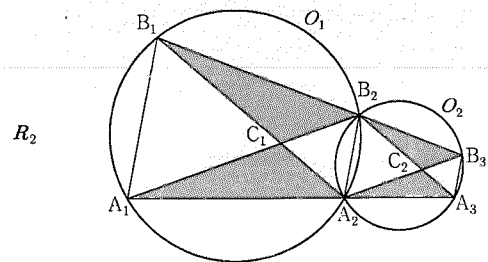
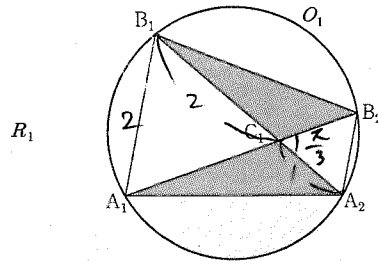
$$\therefore g'(3) = \frac{1}{2}$$

26. 그림과 같이 $\overline{A_1B_1} = 2$, $\overline{B_1A_2} = 3$ 이고 $\angle A_1B_1A_2 = \frac{\pi}{3}$ 인

삼각형 $A_1A_2B_1$ 과 이 삼각형의 외접원 O_1 이 있다.

점 A_2 를 지나고 직선 A_1B_1 에 평행한 직선이 원 O_1 과 만나는 점 중 A_2 가 아닌 점을 B_2 라 하자. 두 선분 A_1B_2 , B_1A_2 가 만나는 점을 C_1 이라 할 때, 두 삼각형 $A_1A_2C_1$, $B_1C_1B_2$ 로 만들어진 \triangle 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자. 그림 R_1 에서 점 B_2 를 지나고 직선 B_1A_2 에 평행한 직선이 직선 A_1A_2 와 만나는 점을 A_3 이라 할 때, 삼각형 $A_2A_3B_2$ 의 외접원을 O_2 라 하자. 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 두 점 B_3 , C_2 를 잡아 원 O_2 에 \triangle 모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [3점]



⋮

- ① $\frac{11\sqrt{3}}{9}$ ② $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ ③ $\frac{13\sqrt{3}}{9}$
 ④ $\frac{14\sqrt{3}}{9}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{3}}{3}$

$\triangle A_1B_1C_1$ 은 정삼각형 각은 $\frac{1}{2}$ 공비 $r = \frac{1}{4}$

$$R_1 = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 \cdot \sin 120^\circ = \sqrt{3}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{\sqrt{3}}{1 - \frac{1}{4}} = \sqrt{3} \cdot \frac{4}{3} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

27. 첫째항이 4인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 급수

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a_n}{n} - \frac{3n+7}{n+2} \right)$$

이 실수 S 에 수렴할 때, S 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

$$a_n = 3n + 1$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n+1}{n} - \frac{3n+7}{n+2} \right)$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+2} \right)$$

$$= \frac{1}{1} + \frac{1}{2} - \dots = \frac{3}{2}$$

28. 최고차항의 계수가 $\frac{1}{2}$ 인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여

함수 $g(x)$ 가

$$g(x) = \begin{cases} \ln|f(x)| & (f(x) \neq 0) \\ 1 & (f(x) = 0) \end{cases}$$

이고 다음 조건을 만족시킬 때, 함수 $g(x)$ 의 극솟값은? [4점]

(가) 함수 $g(x)$ 는 $x \neq 1$ 인 모든 실수 x 에서 연속이다.

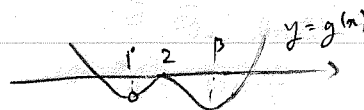
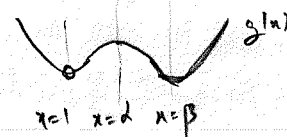
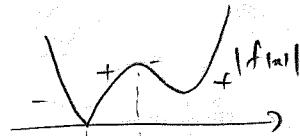
(나) 함수 $g(x)$ 는 $x=2$ 에서 극대이고,
함수 $|g(x)|$ 는 $x=2$ 에서 극소이다.

(다) 방정식 $g(x)=0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.

- ① $\ln \frac{13}{27}$ ② $\ln \frac{16}{27}$ ③ $\ln \frac{19}{27}$ ④ $\ln \frac{22}{27}$ ⑤ $\ln \frac{25}{27}$

$$f(1)=0 \quad g'(1)=1 \quad f(x) = \frac{1}{2}(x-1)(x^2+ax+b)$$

$$g'(x) = \frac{f'(x)}{|f(x)|}$$



$$g(2)=0 \quad f(2)=0 \quad f'(2)=1$$

$$f(2) = \frac{4+2a+b}{2} = 1 \quad 2a+b = -2$$

$$f'(x) = \frac{1}{2}(3x^2 + 2(a-1)x + b - a)$$

$$f'(2) = 0 \quad 12 + 4(a-1) + b - a = 0$$

$$3a + b = -8 \quad \therefore a = -6 \quad b = 10$$

$$f'(x) = \frac{1}{2}(3x^2 - 14x + 16) = \frac{1}{2}(x-2)(3x-8)$$

$$\therefore p = \frac{8}{3} \quad f\left(\frac{8}{3}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{3} \cdot \left(\frac{64}{9} - 16 + 10\right) = \frac{5}{6} \cdot \frac{10}{9} = \frac{25}{27}$$

$$\therefore g(x) \text{의 극솟값은 } \ln \frac{25}{27}$$

4

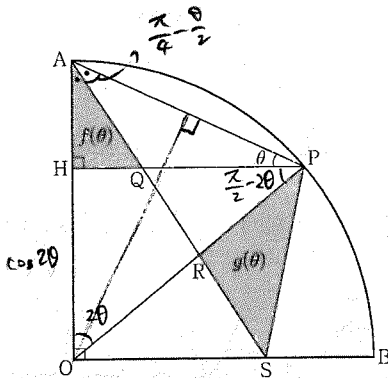
수학 영역(미적분)

단답형

29. 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인

부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 P에서 선분 OA에 내린 수선의 발을 H라 하고, $\angle OAP$ 를 이등분하는 직선과 세 선분 HP, OP, OB의 교점을 각각 Q, R, S라 하자. $\angle APH = \theta$ 일 때, 삼각형 AQH의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 PSR의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자.

$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{\theta^3 \times g(\theta)}{f(\theta)} = k$ 일 때, $100k$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$)
 50 [4점]



$$\overline{OH} = \cos 2\theta \quad \overline{PH} = \sin 2\theta \quad \overline{AH} = 1 - \cos 2\theta$$

$$\overline{QH} = \overline{AH} \cdot \tan\left(\frac{\pi}{4} - \theta\right) \Rightarrow f(\theta) = \frac{1}{2} (1 - \cos 2\theta) \tan\left(\frac{\pi}{4} - \theta\right)$$

$$\overline{AP} = 2 \cos \theta \quad \overline{OR} : \overline{RP} = 1 : 2 \sin \theta$$

$$\angle OSP = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \cos \theta \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2\theta\right) = \frac{1}{2} \cos 2\theta \tan\left(\frac{\pi}{4} - \theta\right)$$

$$g(\theta) = \angle OSP \cdot \frac{\sin \theta}{1 + 2 \sin \theta}$$

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\theta^3 \cdot g(\theta)}{f(\theta)} = \lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{2} \cos 2\theta \tan\left(\frac{\pi}{4} - \theta\right) \cdot \frac{2 \sin \theta}{1 + 2 \sin \theta}}{\frac{1}{2} (1 - \cos 2\theta) \tan\left(\frac{\pi}{4} - \theta\right)} \cdot \theta^3$$

$$= \lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\theta^3 \cdot 2 \sin \theta}{(1 - \cos 2\theta)^2} \cdot \frac{\cos 2\theta}{1 + 2 \sin \theta} = 2 \lim_{\theta \rightarrow 0} \left(\frac{\theta^2}{(2\theta)^2} \right)^2$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right) \quad 100k = 50$$

30. 양수 a에 대하여 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \frac{x^2 - ax}{e^x}$$

이다. 실수 t에 대하여 x에 대한 방정식

$$f(x) = f'(t)(x-t) + f(t) \quad x=t \text{에서의 접선}$$

의 서로 다른 실근의 개수를 $g(t)$ 라 하자.

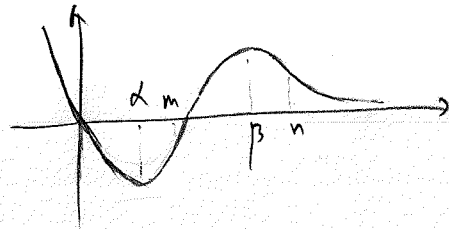
$g(5) + \lim_{t \rightarrow 5} g(t) = 5$ 일 때, $\lim_{t \rightarrow k^-} g(t) \neq \lim_{t \rightarrow k^+} g(t)$ 를 만족시키는

모든 실수 k의 값의 합은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점] 16

$$f'(x) = \frac{-x^2 + (a+2)x - a}{e^x} \quad \text{등근 } \alpha, \beta \quad \begin{matrix} b > 0 & \alpha + \beta > 0 \\ \alpha > 0 & \end{matrix}$$

$$f''(x) = \frac{x^2 - (a+4)x + 2a + 2}{e^x} \quad \text{등근 } m, n \quad \begin{matrix} b > 0 & m+n > 0 \\ mn > 0 & \end{matrix}$$



$$g(5) + \lim_{t \rightarrow 5} g(t) = 5 \quad g(5) = 2 \quad \lim_{t \rightarrow 5} g(t) = 3 \quad \therefore n = 5$$

$$f''(5) = 0 \quad 25 - 5(a+4) + 2a + 2 = 0 \quad \therefore a = \frac{1}{3}$$

$$f'(x) = 0 \quad -x^2 + \frac{13}{3}x - \frac{1}{3} = 0 \quad k = \alpha, \beta$$

$$\alpha + \beta = \frac{13}{3} \quad 2 + 13 = 16$$

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.