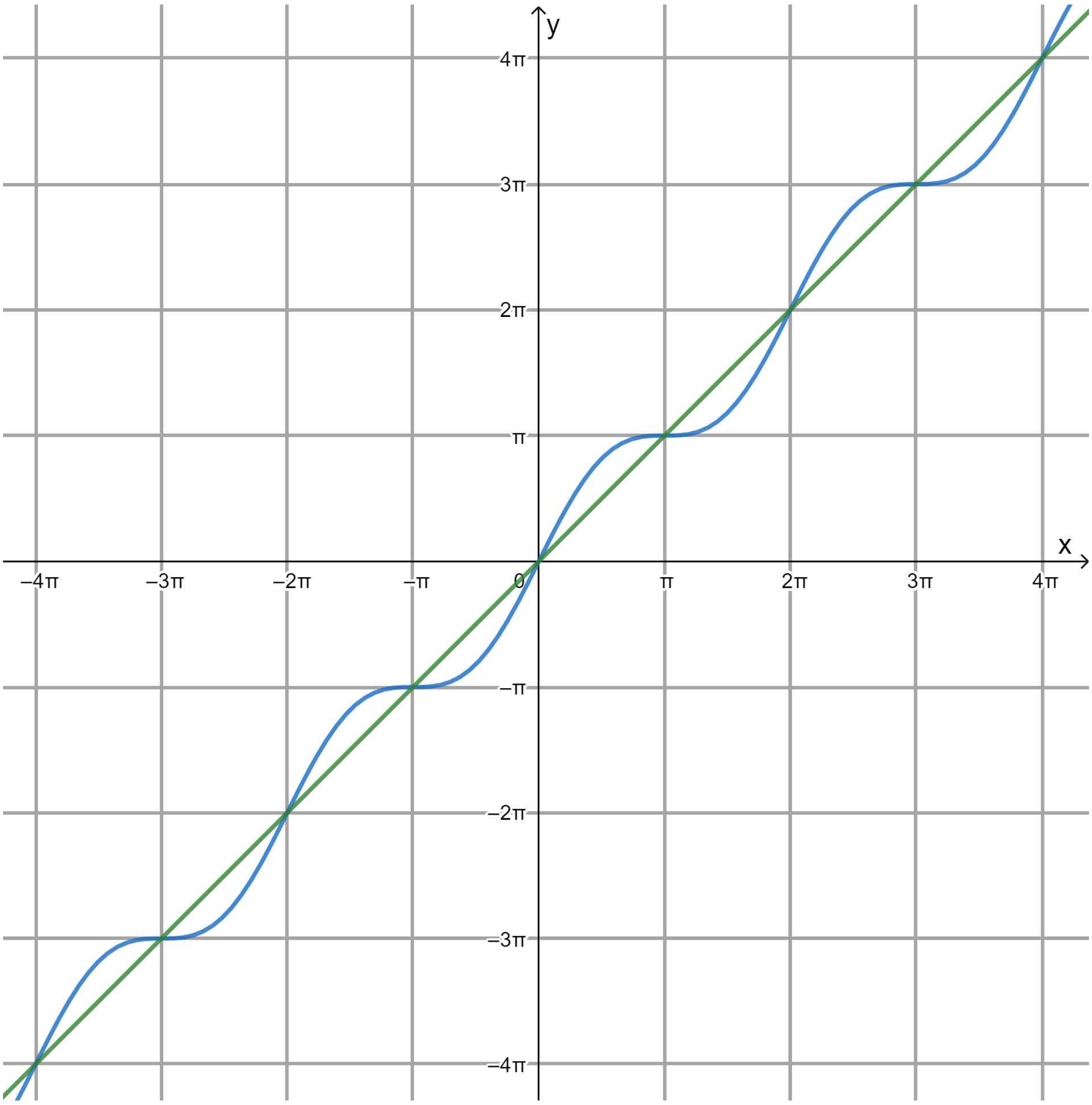
$y = x + \sin x$의 그래프



(1) $f(x) = x + \sin x$는 점 $(n\pi,\ n\pi)$에 대하여 대칭이다. (단, n은 정수)

(증명) $f(2n\pi - x) = 2n\pi - x - \sin x = 2n\pi - f(x)$이므로 $\dfrac{f(2n\pi - x) + f(x)}{2} = n\pi$

(2) $f(x+2\pi) = f(x) + 2\pi \iff f(x) = f(x-2\pi) + 2\pi$

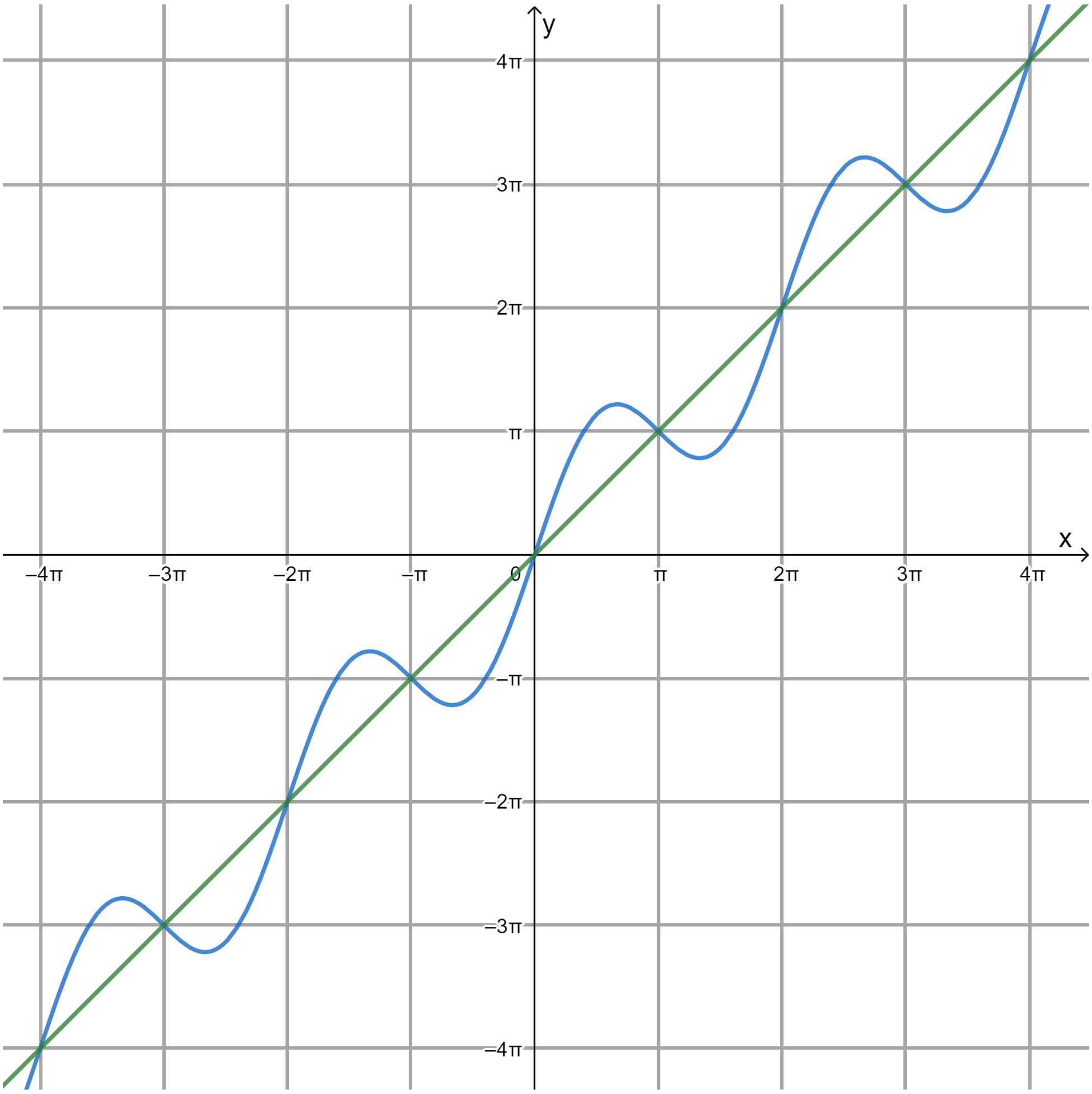
(증명) $f(x+2\pi) = x + 2\pi + \sin x = f(x) + 2\pi$

(3) $f'(x) = 1 + \cos x \geq 0$이므로 $f(x)$는 증가함수이고 $f'((2n+1)\pi) = 0$이다.

(4) $f''(x) = -\sin x$이므로 $f(x)$는 $x = n\pi$에서 변곡점을 갖는다.

$f''(x) = -\sin x = (\sin x)''$이므로 $y = \sin x$와 변곡점의 x좌표가 같다.

$y = x + 2\sin x$의 그래프



(1) $f(x) = x + 2\sin x$는 점 $(n\pi,\ n\pi)$에 대하여 대칭이다. (단, n은 정수)

(증명) $f(2n\pi - x) = 2n\pi - x - 2\sin x = 2n\pi - f(x)$이므로 $\dfrac{f(2n\pi - x) + f(x)}{2} = n\pi$

(2) $f(x + 2\pi) = f(x) + 2\pi \Leftrightarrow f(x) = f(x - 2\pi) + 2\pi$

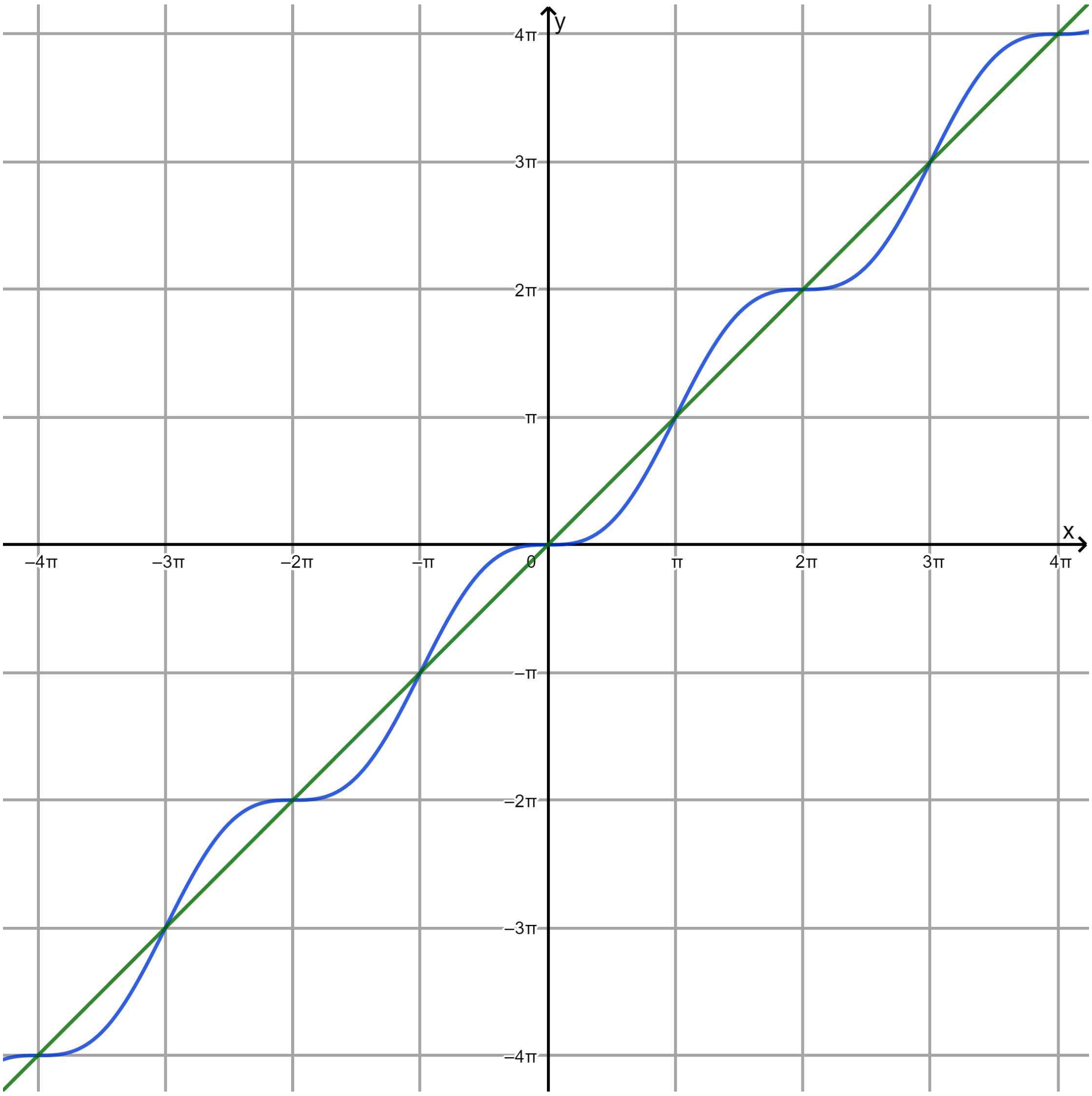
(증명) $f(x + 2\pi) = x + 2\pi + 2\sin x = f(x) + 2\pi$

(3) $f'(x) = 1 + 2\cos x$이므로 $f(x)$는 $x = 2n\pi \pm \dfrac{2}{3}\pi$에서 극점을 갖는다.

(4) $f''(x) = -2\sin x$이므로 $f(x)$는 $x = n\pi$에서 변곡점을 갖는다.

$f''(x) = -2\sin x = 2(\sin x)''$이므로 $y = \sin x$와 변곡점의 x좌표가 같다.

$y = x - \sin x$의 그래프



(1) $f(x) = x - \sin x$는 점 $(n\pi,\ n\pi)$에 대하여 대칭이다. (단, n은 정수)

(증명) $f(2n\pi - x) = 2n\pi - x + \sin x = 2n\pi - f(x)$이므로 $\dfrac{f(2n\pi - x) + f(x)}{2} = n\pi$

(2) $f(x + 2\pi) = f(x) + 2\pi \Leftrightarrow f(x) = f(x - 2\pi) + 2\pi$

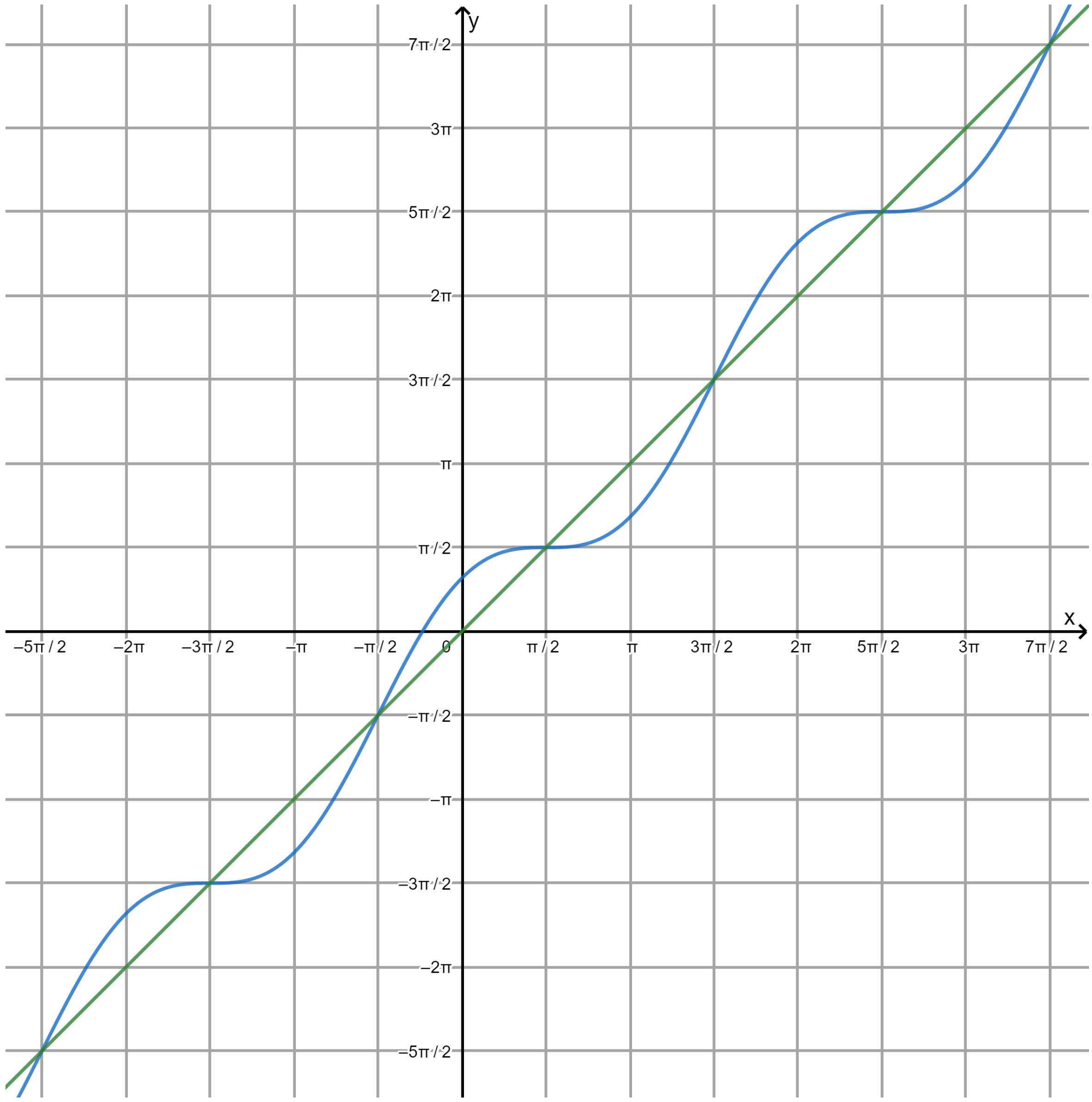
(증명) $f(x + 2\pi) = x + 2\pi - \sin x = f(x) + 2\pi$

(3) $f'(x) = 1 - \cos x \geq 0$이므로 $f(x)$는 증가함수이고 $f'(2n\pi) = 0$이다.

(4) $f''(x) = \sin x$이므로 $f(x)$는 $x = n\pi$에서 변곡점을 갖는다.

$f''(x) = \sin x = (-\sin x)''$이므로 $y = -\sin x$와 변곡점의 x좌표가 같다.

$y = x + \cos x$의 그래프



(1) $f(x) = x + \cos x$는 점 $\left(n\pi + \dfrac{\pi}{2},\ n\pi + \dfrac{\pi}{2}\right)$에 대하여 대칭이다. (단, n은 정수)

(증명) $f(2n\pi + \pi - x) = 2n\pi + \pi - x - \cos x = 2n\pi + \pi - f(x)$이므로

$$\frac{f(2n\pi + \pi - x) + f(x)}{2} = n\pi + \frac{\pi}{2}$$

(2) $f(x + 2\pi) = f(x) + 2\pi \iff f(x) = f(x - 2\pi) + 2\pi$

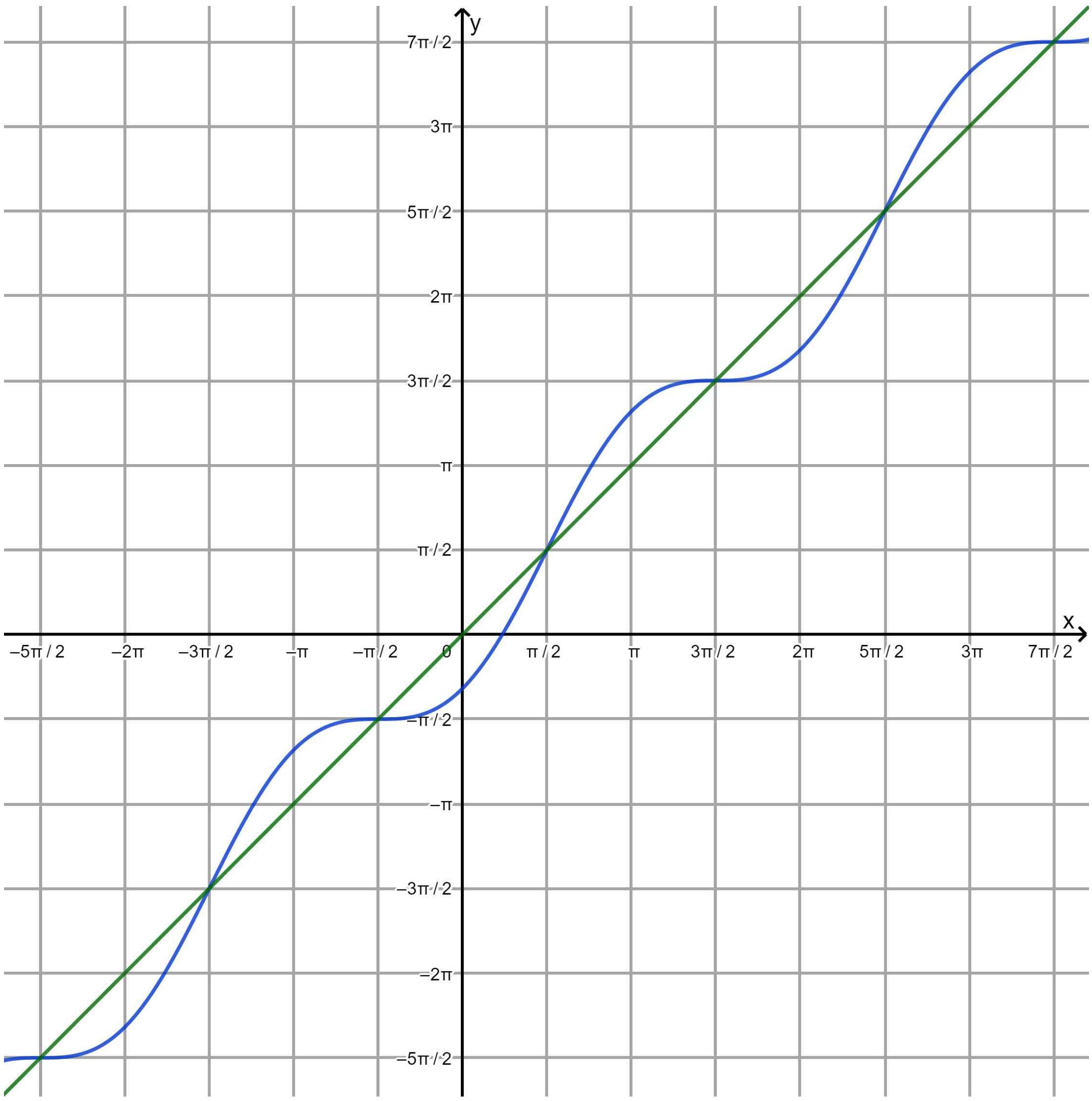
(증명) $f(x + 2\pi) = x + 2\pi + \cos x = f(x) + 2\pi$

(3) $f'(x) = 1 - \sin x \geq 0$이므로 $f(x)$는 증가함수이고 $f'\left(2n\pi + \dfrac{\pi}{2}\right) = 0$이다.

(4) $f''(x) = -\cos x$이므로 $f(x)$는 $x = n\pi + \dfrac{\pi}{2}$에서 변곡점을 갖는다.

$f''(x) = -\cos x = (\cos x)''$이므로 $y = \cos x$와 변곡점의 x좌표가 같다.

$y=x-\cos x$의 그래프



(1) $f(x)=x-\cos x$는 점 $\left(n\pi+\dfrac{\pi}{2},\ n\pi+\dfrac{\pi}{2}\right)$에 대하여 대칭이다. (단, n은 정수)

(증명) $f(2n\pi+\pi-x)=2n\pi+\pi-x+\cos x=2n\pi+\pi-f(x)$이므로

$$\frac{f(2n\pi+\pi-x)+f(x)}{2}=n\pi+\frac{\pi}{2}$$

(2) $f(x+2\pi)=f(x)+2\pi \iff f(x)=f(x-2\pi)+2\pi$

(증명) $f(x+2\pi)=x+2\pi-\cos x=f(x)+2\pi$

(3) $f'(x)=1+\sin x\geq 0$이므로 $f(x)$는 증가함수이고 $f'\left(2n\pi-\dfrac{\pi}{2}\right)=0$이다.

(4) $f''(x)=\cos x$이므로 $f(x)$는 $x=n\pi+\dfrac{\pi}{2}$에서 변곡점을 갖는다.

$f''(x)=\cos x=(-\cos x)''$이므로 $y=-\cos x$와 변곡점의 x좌표가 같다.

$y=x+\sin x$, $y=x-\sin x$, $y=x+\cos x$, $y=x-\cos x$의 그래프는 평행이동에 의하여 서로 겹쳐질 수 있다.

(1) $y=x+\sin x$를 $(\pi,\ \pi)$만큼 평행이동하면 $y=x-\pi+\sin(x-\pi)+\pi=x-\sin x$

(2) $y=x+\cos x$를 $(\pi,\ \pi)$만큼 평행이동하면 $y=x-\pi+\cos(x-\pi)+\pi=x-\cos x$

(3) $y=x+\sin x$를 $\left(-\frac{\pi}{2},\ -\frac{\pi}{2}\right)$만큼 평행이동하면 $y=x+\frac{\pi}{2}+\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)-\frac{\pi}{2}=x+\cos x$

(4) $y=x+\sin x$를 $\left(\frac{\pi}{2},\ \frac{\pi}{2}\right)$만큼 평행이동하면 $y=x-\frac{\pi}{2}+\sin\left(x-\frac{\pi}{2}\right)+\frac{\pi}{2}=x-\cos x$