

최고차항의 계수가 1인 다항함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값은?

[4점]

(가) $f(0) = -3$

(나) 모든 양의 실수 x 에 대하여 $6x - 6 \leq f(x) \leq 2x^3 - 2$ 이다.

① 36

② 38

③ 40

④ 42

⑤ 44

$g(x) = 6x - 6$, $h(x) = 2x^3 - 2$ 라 하자.

$g(1) = h(1) = 0$, $g'(1) = h'(1) = 6$

$\rightarrow f(1) = 0$, $f'(1) = 6$... ㉠

i) f 가 일차함수

$f(x) = x - 3 \rightarrow$ ㉠ 조건 위반

ii) f 가 이차함수

$f(x) = x^2 + ax - 3 \Big|_{x=1} = 0 \quad \therefore a = 2$

$f'(1) \neq 6$

III) f 가 삼차함수

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c \Big|_{x=1} = 0 \quad \therefore a+b=2$$

$$f'(1) = 6 \quad \therefore 2a+b=3$$

$$\therefore a=1, b=1$$

$$\therefore f(x) = x^3 + x^2 + x - 3$$

$$\therefore f(3) = 36$$

IV) f 의 최고차항이 사차 이상

$$f(x) = x^n + ax^{n-1} + \dots \quad (n \geq 4)$$

$$6x-6 \leq f(x) \leq 2x^3-2$$

$$6x-6 \leq x^n + ax^{n-1} + \dots \leq 2x^3-2$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x-6}{x^3} \leq \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^n + ax^{n-1} + \dots}{x^3} \leq \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3-2}{x^3}$$

$$0 \leq \text{양의 무한대} \leq 2$$

\therefore 사차 이상부터는 성립 X

