

다음 조건을 만족시키는 모든 삼차함수  $f(x)$ 에 대하여  $f(2)$ 의 최솟값은? [4점]

- (가)  $f(x)$ 의 최고차항의 계수는 1이다.  
 (나)  $f(0) = f'(0)$   
 (다)  $x \geq -1$ 인 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(x) \geq f'(x)$ 이다.

① 28

② 33

③ 38

④ 43

⑤ 48

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$$

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$$

$$\rightarrow b = c \quad (\because \text{나 조건})$$

$$f(x) - f'(x) \geq 0 \quad (x \geq -1)$$

$$(x^3 + ax^2 + bx + b) - (3x^2 + 2ax + b) = x^3 + (b-3)x^2 + (c-2b)x = g(x) \geq 0 \quad (x \geq -1)$$

$$g(x) : x=0 \text{ 에서 극소 } (\because g(0) = 0)$$

$$\rightarrow g'(0) = b - 2a = 0$$

$$\rightarrow b = 2a$$

$$g(-1) \geq 0$$

$$\rightarrow a \geq 4$$

$$\therefore f(x) = x^3 + ax^2 + 2ax + 2a \Big|_{x=2} = 16a + 8 \geq 48$$