

최고차항의 계수가 1이고  $f(2) = 3$ 인 삼차함수  $f(x)$ 에 대하여 함수

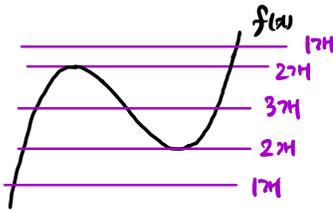
$$g(x) = \begin{cases} \frac{ax-9}{x-1} & (x < 1) \\ f(x) & (x \geq 1) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킨다.

함수  $y = g(x)$ 의 그래프와 직선  $y = t$ 가 서로 다른 두 점에서만 만나도록 하는 모든 실수  $t$ 의 값의 집합은  $\{t \mid t = -1 \text{ 또는 } t \geq 3\}$ 이다.

$(g \circ g)(-1)$ 의 값을 구하시오. (단,  $a$ 는 상수이다.) [4점] 19

$$y = \frac{ax-9}{x-1} \quad ; \quad \text{점근선} \quad \begin{cases} x=1 \\ y=a \end{cases}$$



→  $t \geq 3$  에서  $y = f(x)$ 와  $y = t$ 가 만나는 점이 1개이면  
 $y = \frac{ax-9}{x-1}$  와  $y = t$  와 만나야 함.

$t \geq 3$ 에서  $y = f(x)$ 와  $y = t$ 가 만나는 점이 2개이면  
 $y = \frac{ax-9}{x-1}$  와  $y = t$ 가 만나면 안됨.

$t \geq 3$ 에서  $y = f(x)$ 와  $y = t$ 가 만나는 점이 3개이면 안됨.

→  $y = \frac{ax-9}{x-1}$  의 점근선은  $y=3$ 이 되어야 함.

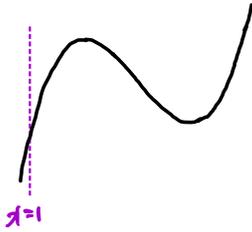
→  $a=3$ ,  $y = f(x)$ 의 극대값은 3

→  $t=-1$  일 때 →  $y = \frac{ax-9}{x-1}$  라는 만났 수 없음 ( $\because a=3$ )

22

2020학년도 6월 평가원(나형) 30번

$\therefore y=f(x)$ 의 극대값은  $-1 \rightarrow f(1) \leq 1$



$f(2)=3 \rightarrow$  극대 지점이  $(2,3)$  또는  $(2,3)$  지점이 없음.

i) 극대 지점이  $(2,3)$

$$f(x) = (x-2)^2(x-a) + 3 \quad (a > 2)$$

$$f'(x) = 2(x-2)(x-a) + (x-2)^2$$

$$= (x-2)(3x-2a-2)$$

$$\therefore x = \frac{2a+2}{3} \text{ 에서 극대값 } -1$$

$$f\left(\frac{2a+2}{3}\right) = \left(\frac{2a+2}{3} - 2\right)^2 \left(\frac{2a+2}{3} - a\right) + 3$$

$$= -\frac{4}{27}(a-2)^3 + 3 = -1$$

$$\therefore a = 5$$

$$\therefore g(x) = \begin{cases} \frac{3x-9}{x-1} & (x < 1) \\ (x-2)^2(x-5) + 3 & (x \geq 1) \end{cases}$$

ii) 국어가 아닌 지점이 (2,3)

$$f(x) = (x-2)(x-a)^2 + 3$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= (x-a)^2 + 2(x-2)(x-a) \\ &= (x-a)(3x-a-4) \end{aligned}$$

$$\rightarrow a < \frac{a+4}{2} \quad (\because 1 \leq a < 2)$$

$$\rightarrow f\left(\frac{a+4}{3}\right) = -1$$

$$f\left(\frac{a+4}{3}\right) = \left(\frac{a+4}{3} - 2\right)\left(\frac{a+4}{3} - a\right)^2 + 3$$

$$= 4 \times \left(\frac{a-2}{3}\right)^2 + 3 = -1$$

$$\rightarrow a = -1 \rightarrow \text{모순}$$

$$\therefore g(x) = \begin{cases} \frac{3x-9}{x-1} & (x < 1) \\ (x-2)^2(x-5) + 3 & (x \geq 1) \end{cases}$$

$$\therefore (g \circ g)(-1) = g(6) = 19$$