03강 - Ⅰ.적분법 02.정적분의 계산 [개념~유제03]

기본 문제

구분구적법

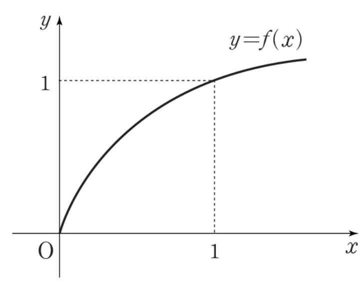
1 다음 도형의 넓이를 구분구적법으로 구하시오.

(1) $y=2x^2$, $x=1$, x축으로 둘러싸인 도형

(2) $y=x^2$, $x=1$, $x=2$, x축으로 둘러싸인 도형

유제 2005학년도 수능 가형 10번

01 다음은 연속함수 $y=f(x)$의 그래프이다.



닫힌 구간 $[0,\ 1]$에서 함수 $f(x)$의 역함수 $g(x)$가 존재하고 연속일 때, 극한값

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\left\{g\left(\frac{k}{n}\right)-g\left(\frac{k-1}{n}\right)\right\}\frac{k}{n}$$

와 같은 값을 갖는 것은? [4점]

① $\int_0^1 g(x)dx$ ② $\int_0^1 xg(x)dx$ ③ $\int_0^1 f(x)dx$

④ $\int_0^1 xf(x)dx$ ⑤ $\int_0^1 \{f(x)-g(x)\}dx$

유제 2011학년도 9월 평가원 가형 11번

02 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 있다. 2 이상인 자연수 n에 대하여 닫힌 구간 $[0,\ 1]$을 n등분한 각 분점(양 끝점도 포함)을 차례대로 $0=x_0,\ x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_{n-1},\ x_n=1$이라 할 때, 옳은 것만을 〈보기〉에서 있는 대로 고른 것은? [3점]

보기

ㄱ. $n=2m$(m은 자연수)이면 $\sum_{k=0}^{m-1}\frac{f(x_{2k})}{m}\le\sum_{k=0}^{n-1}\frac{f(x_k)}{n}$이다.

ㄴ. $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{n}\left\{\frac{f(x_{k-1})+f(x_k)}{2}\right\}=\int_0^1 f(x)dx$

ㄷ. $\sum_{k=0}^{n-1}\frac{f(x_k)}{n}\le\int_0^1 f(x)dx\le\sum_{k=1}^{n}\frac{f(x_k)}{n}$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

유제

03 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$와 2 이상의 자연수 n에 대하여 닫힌 구간 $[0,\ 1]$을 n등분한 각 분점(양 끝점도 포함)을 크기가 작은 순서대로 $0=x_0,\ x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_{n-1},\ x_n=1$이라 할 때, 옳은 것만을 〈보기〉에서 있는 대로 고른 것은? (단, $0\le x\le 1$인 실수 x에 대하여 $f(x)>0$이다.)

보기

ㄱ. $\sum_{k=0}^{n-1}\frac{f(x_k)}{n}\le\int_0^1 f(x)dx\le\sum_{k=1}^{n}\frac{f(x_k)}{n}$

ㄴ. 임의의 두 실수 a, b $(a<b)$에 대하여 $f'(a)\le f'(b)$이면 $\int_0^1 f(x)dx\le\sum_{k=1}^{n}\frac{f(x_{k-1})+f(x_k)}{2n}$이다.

ㄷ. 함수 $f(x)$가 $f(x)=(x+1)e^x$이면 $\int_0^1 f(x)dx\le\sum_{k=1}^{n}\frac{f(x_{k-1})+f(x_k)}{2n}$이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ