01. 2020학년도 9월 평가원 나형 28번

네 양수 a, b, c, k가 다음 조건을 만족시킬 때, k^2의 값을 구하시오.

(가) $3^a = 5^b = k^c$

(나) $\log c = \log(2ab) - \log(2a+b)$

체크리스트

□ 조건 (가)를 보고 '$=t$'라는 새로운 변수를 도입할 수 있는가

□ 조건 (나) : 로그의 밑이 같다는 것으로부터 로그의 성질을 이용하여 식을 정리할 수 있는가

□ 조건 (나) : $\frac{1}{c} = \frac{1}{2a} + \frac{1}{b}$ 으로부터 c가 아닌 $\frac{1}{c}$을 구하려고 하였는가

□ $k = t^{\frac{1}{c}}$ 로부터 c가 아닌 $\frac{1}{c}$를 구하려고 하였는가

02. 2021학년도 수능 가형 27번

$\log_4 2n^2 - \frac{1}{2}\log_2 \sqrt{n}$ 의 값이 40 이하의 자연수가 되도록 하는 자연수 n의 개수를 구하시오.

체크리스트

□ '○가 자연수가 되도록 하는'을 통해 ○를 정리할 수 있는가

□ 로그의 밑을 2와 4 중 어느 것으로 정리할지 결정할 수 있는가

□ $\log_4 2n^2 - \frac{1}{2}\log_2 \sqrt{n} = p$ (p는 40 이하의 자연수)에서 n과 p 중 어느 문자로 정리할지 결정할 수 있는가

03. 2023학년도 6월 평가원 21번

자연수 n에 대하여 $4\log_{64}\left(\frac{3}{4n+16}\right)$의 값이 정수가 되도록 하는 1000 이하의 모든 n의 값의 합을 구하시오.

체크리스트

□ '○가 자연수가 되도록 하는'을 통해 ○를 정리할 수 있는가

□ 로그의 밑을 64가 아닌 2로 정리할 수 있는가

□ $4\log_{64}\left(\frac{3}{4n+16}\right)=p$ (p는 정수)에서 n과 p 중 어느 문자로 정리할지 결정할 수 있는가

04. 2022학년도 6월 평가원 21번

다음 조건을 만족시키는 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$가 존재하도록 하는 모든 자연수 n의 값의 합을 구하시오.

(가) x에 대한 방정식 $(x^n-64)f(x)=0$은 서로 다른 두 실근을 갖고, 각각의 실근은 중근이다.
(나) 함수 $f(x)$의 최솟값은 음의 정수이다.

체크리스트

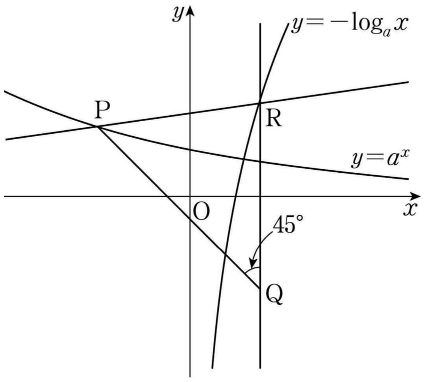
□ 이차함수의 출제 포인트는 대칭성과 최대/최소라는 것을 알고 있는가

□ $(x^n-64)f(x)=0$이 서로 다른 두 근을 갖는다는 것을 통해, $y=x^n-64$와 $y=f(x)$의 개형을 그려보려고 했는가

□ $(x^n-64)f(x)=0$이 서로 다른 두 근을 갖는다는 것을 통해 n이 짝수인지, 홀수인지 결정할 수 있는가

05. 2020시행 10월 교육청 가형 15번

그림과 같이 좌표평면에서 곡선 $y=a^x\,(0<a<1)$ 위의 점 P가 제2사분면에 있다. 점 P를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동시킨 점 Q와 곡선 $y=-\log_a x$ 위의 점 R에 대하여 $\angle PQR=45°$이다. $\overline{PR}=\frac{5\sqrt{2}}{2}$이고 직선 PR의 기울기가 $\frac{1}{7}$일 때, 상수 a의 값은?



① $\frac{\sqrt{2}}{3}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ③ $\frac{2}{3}$
④ $\frac{\sqrt{5}}{3}$ ⑤ $\frac{\sqrt{6}}{3}$

체크리스트

□ 함수에 포함된 미지수 $a(a^x)$를 구하기 위해서는 함수가 지나는 한 점을 찾아 대입해야 한다는 것을 알고 있는가

□ 밑이 같은 지수함수와 로그함수는 서로 회전 관계임을 알고 있는가

□ 기울기가 -1인 직선의 특징은

① x축과 평행한 직선과 이루는 각의 크기가 $\frac{\pi}{4}$이다.

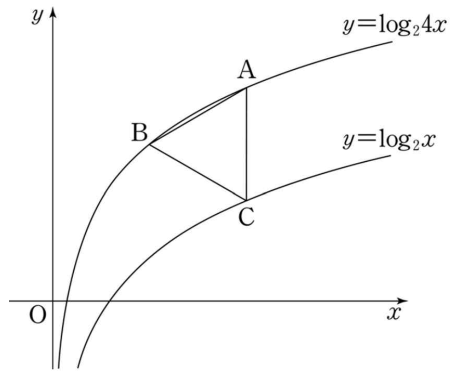
② $y=-x+k$에서 직선 위의 모든 점의 x좌표와 y좌표의 합이 상수이다.

인 것을 알고 있는가

□ 직선의 기울기는 직각삼각형의 tan값인 것을 이용하여 $\overline{PR}$를 빗변으로 하는 직각삼각형을 작도할 수 있는가

06. 2011학년도 나형 9월 평가원 15번

함수 $y=\log_2 4x$의 그래프 위의 두 점 A, B와 함수 $y=\log_2 x$의 그래프 위의 점 C에 대하여 선분 AC가 y축에 평행하고 삼각형 ABC가 정삼각형일 때, 점 B의 좌표는 (p, q)이다. $p^2\times 2^q$의 값은?



① $6\sqrt{3}$ ② $9\sqrt{3}$ ③ $12\sqrt{3}$
④ $15\sqrt{3}$ ⑤ $18\sqrt{3}$

체크리스트

□ $\log_2 4x$와 $y=\log_2 x$가 서로 평행이동관계임을 알고 있는가

□ 정삼각형의 성질을 이해하고 있는가

□ 'log등비수열=등차수열'임을 알고 있는가

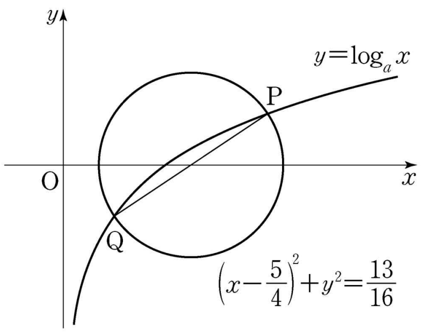
□ 로그함수에서 정의역 x가 로그의 밑의 $\times k$만큼 이동할 때, 치역인 y는 $+k$인 것을 알고 있는가 $(\log_a a^k x=\log_a x+k)$

07. 2018학년도 9월 평가원 가형 16번

$a>1$인 실수 a에 대하여 곡선 $y=\log_a x$와

원 $C:\left(x-\frac{5}{4}\right)^2+y^2=\frac{13}{16}$의 두 교점을 P, Q라 하자. 선분 PQ가

원 C의 지름일 때, a의 값은?



① 3　　② $\frac{7}{2}$　　③ 4

④ $\frac{9}{2}$　　⑤ 5

체크리스트

□ 함수에 포함된 미지수 a를 구하기 위해 함수를 지나는 한 점을 찾아 대입할 생각을 하였는가

□ 선분 PQ가 원 C의 지름인 것을 이용하여 점 P의 x좌표와 점 Q의 x표를 한 문자로 나타낼 수 있는가

□ 원의 가장 중요한 특징은 중심과 반지름임을 알고 이를 이용하려고 하였는가

08. 2009학년도 6월 평가원 나형 17번

함수 $y=\log_2|5x|$의 그래프와 함수 $y=\log_2(x+2)$의 그래프가 만나는 서로 다른 두 점을 각각 A, B라고 하자. $m>2$인 자연수 m에 대하여 함수 $y=\log_2|5x|$의 그래프와 함수 $y=\log_2(x+m)$의 그래프가 만나는 서로 다른 두 점을 각각 $\mathrm{C}(p, q)$, $\mathrm{D}(r, s)$라고 하자. <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은?
(단, 점 A의 x좌표는 점 B의 x좌표보다 작고, $p<r$이다.)

<보 기>

ㄱ. $p<-\frac{1}{3}$, $r>\frac{1}{2}$

ㄴ. 직선 AB의 기울기과 직선 CD의 기울기는 같다.

ㄷ. 점 B의 y좌표와 점 C의 y좌표가 같을 때, 삼각형 CAB의 넓이와 삼각형 CBD의 넓이는 같다.

① ㄱ　　② ㄴ　　③ ㄱ, ㄴ

④ ㄱ, ㄷ　　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

체크리스트

□ $y=\log_2|5x|$는 우함수임을 알고 있는가

□ 서로 다른 점(실근)을 관찰하기 위해서는 함수의 그래프를 그려 관찰해야함을 알고 있는가

□ ㄱ. 미지수의 대소비교에서 상수의 값은 문제에서 직접 구할 수 있는 값인 것을 알고 있는가. 또한 이를 통해 $-\frac{1}{3}$과 $\frac{1}{2}$를 찾으려고 노력하였는가

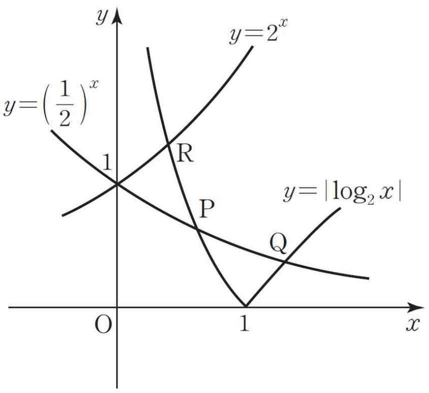
□ ㄴ. 두 함수 $y=\log_2(x+m)$와 $y=\log_2(x+2)$는 서로 평행이동관계임을 알고 문제 풀이에 이용하려 하였는가

□ ㄴ. 수학1 교과에서 두 직선의 기울기를 비교하기 위해서는 곡선의 오목과 볼록을 통해 판단해야 한다는 것을 알고 있는가

□ ㄷ. 두 삼각형의 밑변의 길이가 같을 때, 두 삼각형의 넓이의 비는 두 삼각형의 높이의 비와 같다는 것을 알고 있는가

09. 2011학년도 수능 나형 16번

좌표평면에서 두 곡선 $y=|\log_2 x|$와 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$이 만나는 두 점을 $\mathrm{P}(x_1,\ y_1)$, $\mathrm{Q}(x_2,\ y_2)$ $(x_1<x_2)$라 하고, 두 곡선 $y=|\log_2 x|$와 $y=2^x$이 만나는 점을 $\mathrm{R}(x_3,\ y_3)$이라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?



<보 기>

ㄱ. $\frac{1}{2}<x_1<1$

ㄴ. $x_2y_2-x_3y_3=0$

ㄷ. $x_2(x_1-1)>y_1(y_2-1)$

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

체크리스트

☐ 함수의 그래프 및 식을 보고 $y=x$에 대해 대칭인 것을 알았는가

☐ 서로 $y=x$에 대해 대칭인 것을 통해 각 점들의 좌표 간의 관계를 수식으로 정리하였는가

☐ ㄱ. 미지수의 대소비교에서 상수의 값은 문제에서 직접 구할 수 있는 값인 것을 알고 있는가. 또한 이를 통해 $\frac{1}{2}$과 1을 찾으려고 노력하였는가

☐ ㄴ. xy의 꼴을 직각삼각형의 넓이로 해석할 수 있는가 또한 $\frac{y}{x}$의 꼴은 기울기로 해석할 수 있는가

☐ ㄷ. 지금까지 대칭성에 대해 아무것도 묻지 않았음을 눈치채고 ㄷ을 풀기 위해 대칭성이 이용될 것이라는 생각을 할 수 있는가 (대칭성을 주고서 ㄱ, ㄴ을 풀 동안 단 한번도 대칭성을 이용한 선지가 없었다.)

10. 2021학년도 6월 평가원 가형 18번

두 곡선 $y=2^x$과 $y=-2x^2+2$가 만나는 두 점을 (x_1, y_1), (x_2, y_2)라 하자. $x_1<x_2$일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. $x_2>\frac{1}{2}$

ㄴ. $y_2-y_1<x_2-x_1$

ㄷ. $\frac{\sqrt{2}}{2}<y_1y_2<1$

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

체크리스트

☐ 격자점을 동원하여 두 곡선 $y=2^x$과 $y=-2x^2+2$를 정교하게 그릴 수 있는가

☐ ㄱ. 비교 대상이 되는 상수의 값을 직접 찾기 어려울 때, 함숫값의 대소를 통해 정의역의 범위를 판단할 수 있는가

☐ ㄱ. 두 함수의 오목과 볼록으로 $\frac{1}{2}$과 x_2를 비교할 수 있는가

☐ ㄴ. 양변을 x_2-x_1로 나누어 기울기로 해석할 수 있는가

☐ ㄴ. 양변을 x_2-x_1로 나누기 위해 $x_2-x_1\neq 0$임을 확인하였는가

☐ ㄴ. 부등식의 양변을 나눌 때에는 부등호의 부호가 바뀔 수 있음을 이해하고 x_2-x_1의 부호를 체크하려고 하였는가

☐ ㄴ. $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}<1$에서 1을 찾을 수 있는가. 즉, 밑이 2인 지수함수와 로그함수에서 기울기가 1인 직선이 어디에 있는지 알고 있는가

☐ ㄷ. 비교 대상이 되는 상수의 값을 구하기 위해 문제에서 알려준 함수 2^x와 엮어 $\frac{\sqrt{2}}{2}=2^{-\frac{1}{2}}$, $1=2^0$으로 바꿔 해석할 수 있는가

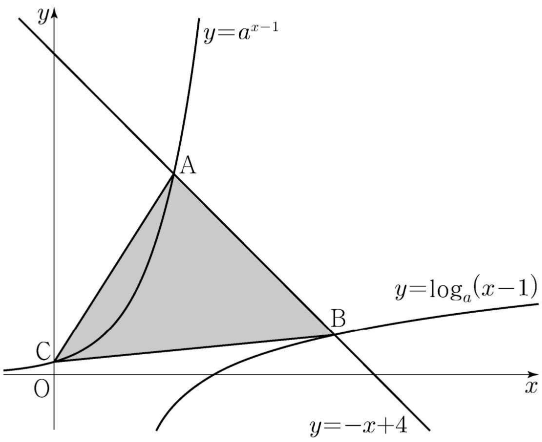
☐ ㄷ. 두 점 (x_1, y_1), (x_2, y_2)는 두 함수의 교점임을 이용하여 x와 y 간의 관계를 식으로 적고 이를 활용하여 문제를 풀 수 있는가

11. 2022학년도 9월 평가원 21번

$a>1$인 실수 a에 대하여 직선 $y=-x+4$가 두 곡선

$$y=a^{x-1},\quad y=\log_a(x-1)$$

과 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 곡선 $y=a^{x-1}$이 y축과 만나는 점을 C라 하자. $\overline{\mathrm{AB}}=2\sqrt{2}$일 때, 삼각형 ABC의 넓이는 S이다. $50\times S$의 값을 구하시오.



체크리스트

□ 밑이 같은 지수함수와 로그함수가 언제 $y=x+k$ 대칭을 이루는지 알고 있는가

□ 함수에 포함된 미지수(a)의 값을 구하기 위해서는 지나는 한 점을 찾아 대입해야 한다는 것을 알고 있는가

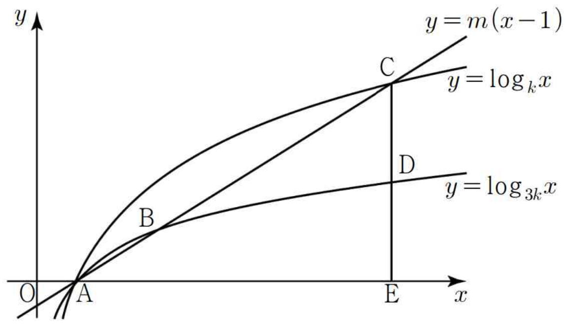
□ 기울기가 -1인 직선이 가지고 있는 특징 2가지를 모두 알고 있는가

12. 2020시행 7월 교육청 가형 27번

$k>1$인 실수 k에 대하여 두 곡선 $y=\log_{3k}x$, $y=\log_k x$가 만나는 점을 A라 하자. 양수 m에 대하여 직선 $y=m(x-1)$이 두 곡선 $y=\log_{3k}x$, $y=\log_k x$와 제1사분면에서 만나는 점을 각각 B, C라 하자. 점 C를 지나고 y축에 평행한 직선이 곡선 $y=\log_{3k}x$, x축과 만나는 점을 각각 D, E라 할 때, 세 삼각형 ADB, AED, BDC가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 삼각형 BDC의 넓이는 삼각형 ADB의 넓이의 3배이다.
(나) 삼각형 BDC의 넓이는 삼각형 AED의 넓이의 $\frac{3}{4}$배이다.

$\frac{k}{m}$의 값을 구하시오.



체크리스트

□ 두 삼각형의 넓이의 비가 제시되었을 때, 두 삼각형의 공통점이 있을 것이라는 생각을 미리 할 수 있는가
(밑변이 공통, 넓이가 공통, 끼인각이 공통 등)

13. 2022학년도 수능 13번

두 상수 $a, b\,(1<a<b)$에 대하여 좌표평면 위의

두 점 $(a, \log_2 a)$, $(b, \log_2 b)$를 지나는 직선의 y절편과

두 점 $(a, \log_4 a)$, $(b, \log_4 b)$를 지나는 직선의 y절편이 같다.

함수 $f(x)=a^{bx}+b^{ax}$에 대하여 $f(1)=40$일 때, $f(2)$의 값은?

① 760 ② 800 ③ 840

④ 880 ⑤ 920

체크리스트

□ '같다'라는 조건을 통해 각각을 식으로 나타내고 방정식을 풀 생각을 하였는가

□ 두 직선의 y절편이 0인 것을 알고 있는가

□ $a^b+b^a=40$과 $a^{2b}+b^{2a}$가 제곱과 관련되어 있다는 것을 눈치채고 산술/기하평균을 떠올려 $a^b=b^a$임을 추정할 수 있는가 또는 그렇게 찍을 수 있는가

14. 2022시행 3월 교육청 21번

상수 k에 대하여 다음 조건을 만족시키는 좌표평면의 점 $\mathrm{A}(a, b)$가 오직 하나 존재한다.

(가) 점 A는 곡선 $y=\log_2(x+2)+k$ 위의 점이다.

(나) 점 A를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 점은 곡선 $y=4^{x+k}+2$ 위에 있다.

$a\times b$의 값을 구하시오. (단, $a\neq b$)

체크리스트

□ 오직 한 개 존재한다는 조건으로부터 두 함수가 접할 때를 예상할 수 있는가

□ 점 $\mathrm{A}(a, b)$를 대입하여 계산하는 것이 아닌, 두 함수의 교점이 오직 하나인 것을 이용해 문제를 풀 수 있는가

□ 왜 점 $\mathrm{A}(a, b)$를 대입하여 문제를 풀 수 없는지 이해하고 있는가

□ 왜 두 함수의 그래프를 관찰하여 하는지 알고 있는가

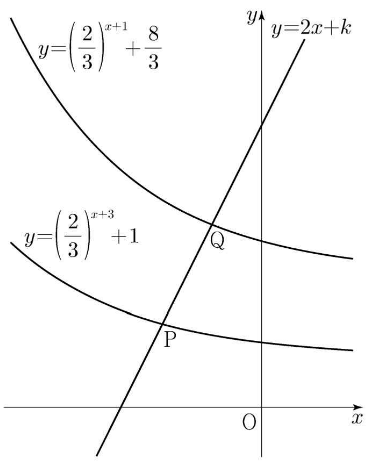
15. 2022학년도 수능 공통 9번

직선 $y=2x+k$가 두 함수

$$y=\left(\frac{2}{3}\right)^{x+3}+1,\quad y=\left(\frac{2}{3}\right)^{x+1}+\frac{8}{3}$$

의 그래프와 만나는 점을 각각 P, Q라 하자. $\overline{\mathrm{PQ}}=\sqrt{5}$일 때, 상수 k의 값은?

① $\frac{31}{7}$ ② $\frac{16}{3}$ ③ $\frac{11}{2}$
④ $\frac{17}{3}$ ⑤ $\frac{35}{6}$



체크리스트

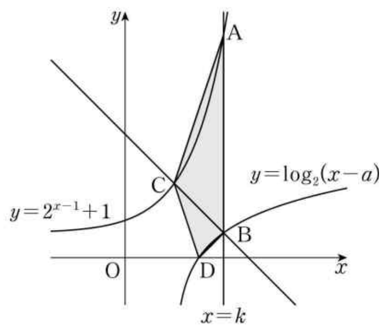
☐ $\sqrt{5}$를 보고 세 변의 길이의 비가 $1:2:\sqrt{5}$인 직각삼각형을 떠올릴 수 있는가

☐ 함수에 포함된 미지수 k를 구하기 위해서 지나는 한 점을 찾아 대입해야 한다는 것을 알고 있는가

☐ 점 P와 점 Q의 관계를 이용하여 점들의 좌표를 찾을 수 있는가

16. 2022시행 3월 교육청 11번

그림과 같이 두 상수 a, k에 대하여 직선 $x=k$가 두 곡선 $y=2^{x-1}+1$, $y=\log_2(x-a)$와 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 점 B를 지나고 기울기가 -1인 직선이 곡선 $y=2^{x-1}+1$과 만나는 점을 C라 하자. $\overline{\mathrm{AB}}=8$, $\overline{\mathrm{BC}}=2\sqrt{2}$일 때, 곡선 $y=\log_2(x-a)$가 x축과 만나는 점 D에 대하여 사각형 ACDB의 넓이는?
(단, $0<a<k$)



① 14 ② 13 ③ 12
④ 11 ⑤ 10

체크리스트

☐ 기울기가 -1인 직선이 가지는 특징 2가지를 모두 알고 있는가

☐ 밑이 2인 로그함수에서 기울기가 1인 직선을 작도하는 방법을 알고 있는가

☐ 서로 다른 점의 x좌표 차와 y좌표 차를 이용하여 관계를 이끌어낼 수 있는가

☐ 직선 CB와 직선 BD의 기울기가 서로 수직임을 의심할 수 있는가

17. 2020시행 3월 교육청 가형 28번

$0<a<\frac{4}{7}$인 실수 a와 유리수 b에 대하여 닫힌구간 $\left[-\frac{\pi}{a}, \frac{2\pi}{a}\right]$에서 정의된 함수 $f(x)=2\sin(ax)+b$가 있다. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 두 점 $\mathrm{A}\left(-\frac{\pi}{2}, 0\right)$, $\mathrm{B}\left(\frac{7}{2}\pi, 0\right)$을 지날 때, $30(a+b)$의 값을 구하시오.

체크리스트

□ 사인함수와 코사인함수의 그래프를 8칸의 직사각형에 가두어 그릴 수 있는가

□ 삼각함수의 출제 이유는 '주기성'과 '대칭성'임을 알고 있는가

□ 두 점 $\mathrm{A}\left(-\frac{\pi}{2}, 0\right)$, $\mathrm{B}\left(\frac{7}{2}\pi, 0\right)$가 둘 다 y좌표가 0임을 통해 $f(x)=2\sin(ax)+b$와 x축의 관계를 보려고 했는가

□ a의 값이 두 개 나왔을 때, 유리수 b라는 조건을 통해 답을 도출할 수 있는가

18. 2019학년도 9월 평가원 14번

실수 k에 대하여 함수

$$f(x)=\cos^2\left(x-\frac{3}{4}\pi\right)-\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)+k$$

의 최댓값은 3, 최솟값은 m이다. $k+m$의 값은?

① 2　② $\frac{9}{4}$　③ $\frac{5}{2}$　④ $\frac{11}{4}$　⑤ 3

체크리스트

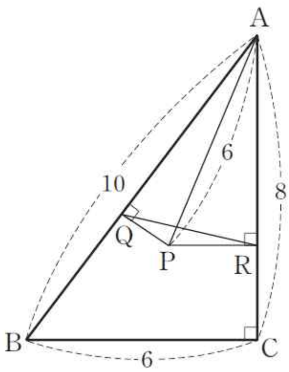
□ 함수를 미분하여 최대/최소를 구하려는 방법이 실패하였을 때, 삼각함수의 각을 관찰하여 하나의 각으로 표현할 수 있는가

□ 삼각함수를 치환하여 이차함수로 나타낼 수 있는가

□ 치환하였으면 반드시 범위를 판단해야 한다는 것을 알고 있는가

19. 2009시행 3월 교육청 19번 (고2)

그림과 같이 $\overline{AB}=10$, $\overline{BC}=6$, $\overline{CA}=8$인 삼각형 ABC와 그 삼각형의 내부에 $\overline{AP}=6$인 점 P가 있다. 점 P에서 변 AB와 변 AC에 내린 수선의 발을 각각 Q, R라 할 때, 선분 QR의 길이는?



① $\frac{14}{5}$ ② 3 ③ $\frac{16}{5}$ ④ $\frac{17}{5}$ ⑤ $\frac{18}{5}$

체크리스트

□ 선분의 길이를 구하기 위해서는 선분을 포함한 삼각형을 관찰해야 한다는 것을 알고 있는가

□ 빗변을 공유하는 두 직각삼각형으로 원을 작도할 수 있다는 것을 알고 있는가

□ 삼각형의 세 변의 길이가 모두 나와있을 때, 코사인법칙을 이용하여 각에 대한 삼각비를 구할 수 있는가

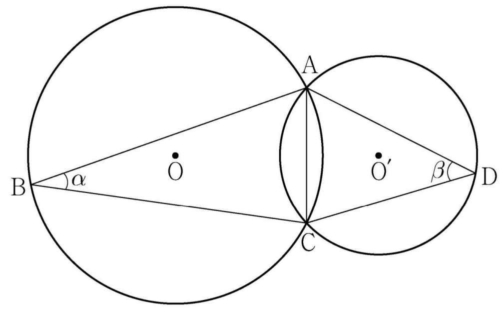
□ 원을 작도함으로써 $\overline{AP}$가 직각삼각형의 빗변에서 원의 지름으로 이름이 바뀐다는 것을 이용해 문제를 해결할 수 있는가

20. 2022학년도 예시문항 21번

그림과 같이 한 평면 위에 있는 두 삼각형 ABC, ACD의 외심을 각각 O, O′이라 하고 $\angle ABC=\alpha$, $\angle ADC=\beta$라 할 때,

$$\frac{\sin\beta}{\sin\alpha}=\frac{3}{2},\quad \cos(\alpha+\beta)=\frac{1}{3},\quad \overline{OO'}=1$$

이 성립한다. 삼각형 ABC의 외접원의 넓이가 $\frac{q}{p}\pi$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)



체크리스트

□ 삼각형의 외접원의 반지름을 구하기 위해서는 사인법칙을 이용해야함을 알고 있는가

□ $\sin\alpha$를 따로 구할 수 없음을 조건 $\cos(\alpha+\beta)=\frac{1}{3}$을 보고 떠올릴 수 있는가

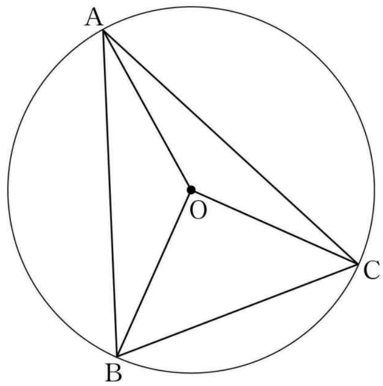
□ 사인값의 비는 길이의 비와 관련되어 있음을 알고 있는가

□ $\cos(\alpha+\beta)=\frac{1}{3}$을 이용하기 위해 $\alpha+\beta$의 각을 작도하려고 하였는가

□ 중심각과 원주각 간의 관계를 알고 있는가

21. 2020시행 3월 교육청 가형 19번

그림과 같이 중심이 O이고 반지름의 길이가 $\sqrt{10}$인 원에 내접하는 예각삼각형 ABC에 대하여 두 삼각형 OAB, OCA의 넓이를 각각 S_1, S_2라 하자. $3S_1=4S_2$이고, $\overline{\text{BC}}=2\sqrt{5}$일 때, 선분 AB의 길이는?



① $2\sqrt{7}$ ② $\sqrt{30}$ ③ $4\sqrt{2}$ ④ $\sqrt{34}$ ⑤ 6

체크리스트

☐ 선분의 길이를 구하기 위해서는 선분을 포함한 삼각형을 관찰해야 한다는 것을 알고 있는가

☐ 선분 AB를 포함한 두 삼각형 ABO, ABC 중 어느 삼각형을 이용해야 하는지 근거를 가지고 결정할 수 있는가

☐ $3S_1=4S_2$처럼 두 삼각형의 넓이의 비를 주었다면, 두 삼각형이 밑변, 높이, 끼인 각 등 공통적인 요소가 있을 것이라는 추측을 할 수 있는가

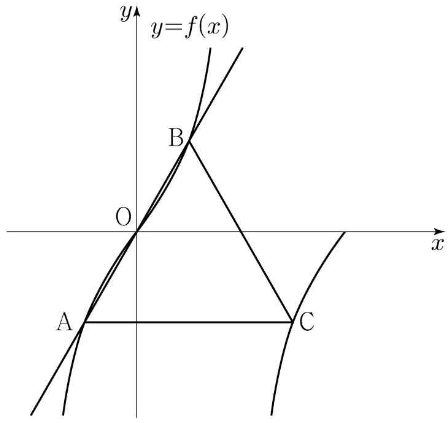
☐ 모든 각의 합이 π, 2π 등을 이용하여 두 각의 관계를 작성할 수 있는가.

22. 2022학년도 수능 11번

양수 a에 대하여 집합 $\left\{x \,\middle|\, -\frac{a}{2}<x\le a,\ x\ne\frac{a}{2}\right\}$에서 정의된 함수

$$f(x)=\tan\frac{\pi x}{a}$$

가 있다. 그림과 같이 함수 $y=f(x)$의 그래프 위의 세 점 O, A, B를 지나는 직선이 있다. 점 A를 지나고 x축에 평행한 직선이 함수 $y=f(x)$의 그래프와 만나는 점 중 A가 아닌 점을 C라 하자. 삼각형 ABC가 정삼각형일 때, 삼각형 ABC의 넓이는? (단, O는 원점이다.)



① $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ ② $\frac{17\sqrt{2}}{12}$ ③ $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ ④ $\frac{5\sqrt{3}}{4}$ ⑤ $\frac{7\sqrt{3}}{6}$

체크리스트

☐ 삼각함수의 출제 이유는 주기성과 대칭성임을 알고 있는가

☐ 정삼각형의 넓이를 구하기 위해 한 변의 길이를 구해야함을 알고 있는가

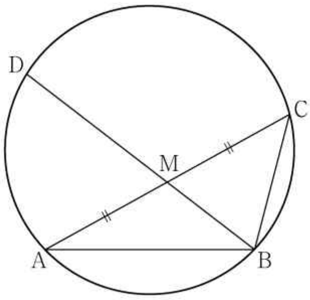
☐ 정삼각형의 한 변의 길이가 tan함수의 주기와 관련이 있다는 것을 이용할 수 있는가

☐ 함수에 포함된 미지수(a)를 구하기 위해서는 함수를 지나는 한 점을 찾아 대입해야 한다는 것을 알고 있는가

☐ 정삼각형의 성질을 적절히 이용할 수 있는가

23. 2023학년도 6월 평가원 10번

그림과 같이 $\overline{AB}=3$, $\overline{BC}=2$, $\overline{AC}>3$이고 $\cos(\angle BAC)=\frac{7}{8}$인 삼각형 ABC가 있다. 선분 AC의 중점을 M, 삼각형 ABC의 외접원이 직선 BM과 만나는 점 중 B가 아닌 점을 D라 할 때, 선분 MD의 길이는?



① $\frac{3\sqrt{10}}{5}$ ② $\frac{7\sqrt{10}}{10}$ ③ $\frac{4\sqrt{10}}{5}$

④ $\frac{9\sqrt{10}}{10}$ ⑤ $\sqrt{10}$

체크리스트

☐ 주어진 그림으로부터 할선정리를 떠올릴 수 있는가

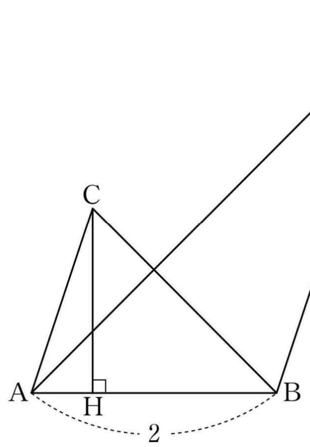
☐ 할선정리를 두 삼각형의 닮음으로부터 증명할 수 있는가

☐ 선분 AC의 길이를 구하기 위해 코사인법칙을 이용해야 한다는 것을 알고 있는가

☐ 선분 MB의 길이가 필요할 때, 선분 MB를 포함한 삼각형을 관찰해야 한다는 것을 알고 있는가

24. 2021시행 3월 교육청 나형 21번

그림과 같이 $\overline{AB}=2$, $\overline{AC}\,/\!/\,\overline{BD}$, $\overline{AC}:\overline{BD}=1:2$인 두 삼각형 ABC, ABD가 있다. 점 C에서 선분 AB에 내린 수선의 발 H는 선분 AB를 $1:3$으로 내분한다.



두 삼각형 ABC, ABD의 외접원의 반지름의 길이를 각각 r, R라 할 때, $4(R^2-r^2)\times\sin^2(\angle CAB)=51$이다. $\overline{AC}^2$의 값을 구하시오. (단, $\angle CAB=\frac{\pi}{2}$)

체크리스트

☐ 외접원이라는 워딩을 통해 사인법칙을 사용할 준비가 되어있는가

☐ 두 선분이 평행하다는 조건을 보고, 평행한 두 직선을 통과하는 직선을 찾아 엇각과 동위각을 표시하려고 하였는가

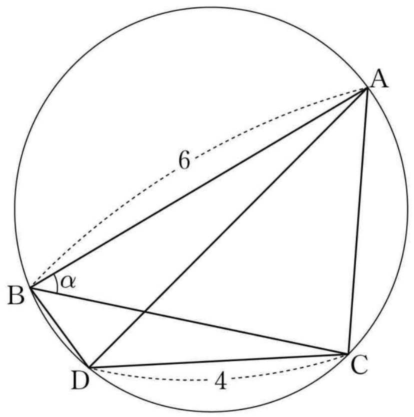
☐ 사인법칙을 사용하기 위해 삼각형 ABC의 세 각 중, 다른 각이 아닌 출제자가 제시한 각 CAB를 이용하려고 하였는가

☐ $4(R^2-r^2)\times\sin^2(\angle CAB)$를 해결한 $a^2-b^2=51$ 꼴을 이용하여 a가 아닌 a^2의 꼴을 구하려고 하였는가? a가 아닌 a^2의 꼴을 구하기 위해 코사인법칙을 이용하려고 할 수 있는가

☐ $2(R-r)\times\sin(\angle CAB)=???$꼴로 왜 주지 않았을지 생각해보자. 출제자는 a가 아닌 a^2꼴을 구하기를 원하는 것이다.

25. 2020시행 3월 교육청 나형 29번

그림과 같이 예각삼각형 ABC가 한 원에 내접하고 있다. $\overline{AB}=6$이고 $\angle ABC=\alpha$라 할 때, $\cos\alpha=\frac{3}{4}$이다. 점 A를 지나지 않는 호 BC 위의 점 D에 대하여 $\overline{CD}=4$이다. 두 삼각형 ABD, CBD의 넓이를 각각 S_1, S_2라 할 때, $S_1 : S_2 = 9 : 5$이다. 삼각형 ADC의 넓이를 S라 할 때, S^2의 값을 구하시오.



체크리스트

☐ 주어진 도형을 보고 바로 α와 같은 원주각을 표시할 수 있는가

☐ 같은 원주각을 만드는 것은 길이가 같은 현임을 알고 있는가

☐ 서로 다른 두 삼각형에서 공통인 무언가가 있을 경우, 등식을 통해 식을 도출할 수 있는가

☐ 두 삼각형의 넓이는 비를 보고 두 삼각형에 공통적 요소가 있을 것이라는 예측을 할 수 있는가

☐ 조건에서 $\sin\alpha=\frac{\sqrt{7}}{3}$이 아닌 $\cos\alpha=\frac{3}{4}$을 제시한 것으로 코사인법칙을 출제자가 의도한 것이라고 예측할 수 있는가

26. 2022시행 7월 교육청 14번

길이가 14인 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 AB 위에 점 C를 $\overline{BC}=6$이 되도록 잡는다. 점 D가 호 AC 위의 점일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

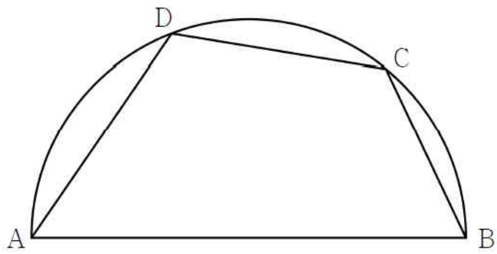
<보 기>

ㄱ. $\sin(\angle CBA)=\frac{2\sqrt{10}}{7}$

ㄴ. $\overline{CD}=7$일 때, $\overline{AD}=-3+2\sqrt{30}$

ㄷ. 사각형 ABCD의 넓이의 최댓값은 $20\sqrt{10}$이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



체크리스트

☐ ㄴ. $\overline{AD}=-3+2\sqrt{30}$을 보고, 선분 AD의 길이는 코사인법칙으로 쉽게 구할 수 없겠다는 생각을 할 수 있는가(이중근호)

☐ ㄴ. $\overline{AD}=-3+2\sqrt{30}$을 보고 $2\sqrt{30}$이라는 길이에서 3이라는 길이를 빼야겠다는 생각을 할 수 있는가

☐ ㄴ. 3과 $2\sqrt{30}$을 작도할 수 있는가

☐ ㄴ. 삼각형 ACD가 정삼각형임을 이용할 수 있는가

☐ ㄷ. 삼각형의 밑변이 결정되어있는 상황에서 높이가 최대인 상황을 이끌어낼 수 있는가

☐ 점 D가 원 위의 점을 이용하여 중심과 이을 수 있는가

27. 2018학년도 6월 평가원 나형 29번

공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$이 있다. 수열 $\{b_n\}$은

$$b_1 = a_1$$

이고, 2 이상의 자연수 n에 대하여

$$b_n = \begin{cases} b_{n-1} + a_n & (n\text{이 3의 배수가 아닌 경우}) \\ b_{n-1} - a_n & (n\text{이 3의 배수인 경우}) \end{cases}$$

이다. $b_{10} = a_{10}$일 때, $\frac{b_8}{b_{10}} = \frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

체크리스트

☐ $b_{10} = a_{10}$을 보고, b_{10}와 a_{10}을 각각 나타낸 후, 방정식을 풀려고 하였는가

☐ b_n을 나열할 때, 규칙을 찾아 나열할 수 있는가

☐ 수열을 나열할 때, 표를 이용하여 나열할 수 있는가

☐ 부정방정식이 등장하였을 때, 답의 꼴이 몫이면, 굳이 하나의 미지수를 구할 필요 없이 한 문자로 정리할 수 있는가

28. 2017학년도 6월 평가원 나형 30번

다음 조건을 만족시키는 20 이하의 모든 자연수 n의 값의 합을 구하시오.

> $\log_2(na-a^2)$과 $\log_2(nb-b^2)$은 같은 자연수이고
>
> $0 < b-a \le \frac{n}{2}$인 두 실수 a, b가 존재한다.

체크리스트

☐ $na-a^2$과 $nb-b^2$의 꼴이 같다는 것을 이용하여 a와 b가 $y=nx-x^2$의 서로 다른 두 실근임을 알 수 있는가

☐ 두 실수 a, b를 구하여라가 아닌 존재 여부를 물어본다는 것으로부터 함수의 그래프를 그려, 좌표평면 안에서 교점의 유무를 확인할 수 있는가

29. 2019학년도 수능 나형 29번

첫째항이 자연수이고 공차가 음의 정수인 등차수열 $\{a_n\}$과 첫째항이 자연수이고 공비가 음의 정수인 등비수열 $\{b_n\}$이 다음 조건을 만족시킬 때, a_7+b_7의 값을 구하시오.

(가) $\sum_{n=1}^{5}(a_n+b_n)=27$

(나) $\sum_{n=1}^{5}(a_n+|b_n|)=67$

(다) $\sum_{n=1}^{5}(|a_n|+|b_n|)=81$

체크리스트

□ 모든 항이 정수라는 조건으로부터 부정방정식을 해결할 수 있을 것이라는 예측을 할 수 있는가

□ 조건 (가)~(다)를 각각 이용할 수 없을 때, 조건 간의 관계를 이용할 수 있는가

□ $\sum_{n=1}^{5}(|b_n|-b_n)=40$을 해결하여 나온 두 공비 r 중, 어느 것이 더 답에 알맞은 숫자일지 특수한 상황을 예측할 수 있는가

□ $\sum_{n=1}^{5}(|a_n|-a_n)=14$를 해결할 때에, $a_k=0$이 되는 실수 k가, $1\sim5$의 범위 중 어느 범위에 있을지 특정할 수 있는가 (ex. $a_2\times a_3<0$, $a_4\times a_5<0$ 등)

30. 2021학년도 수능 나형 21번

수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_{2n}=a_n-1$

(나) $a_{2n+1}=2a_n+1$

$a_{20}=1$일 때, $\sum_{n=1}^{63}a_n$의 값은?

① 704 ② 712 ③ 720 ④ 728 ⑤ 736

체크리스트

□ 63이 2^6-1이라는 것을 이용하여 가지가 두 개인 수형도를 그릴 수 있는가

□ 전체의 합을 구하기 위해 부분합을 이용할 수 있는가

□ 부분합을 구하기 위해 조건 (가)와 조건 (나)를 더할 수 있는가

□ $a_{20}=1$을 통해 $a_1=1$을 역추적을 사용하여 구할 수 있는가

□ $728=3^6-1$임을 통해 2^6-1과 비슷하여 답을 적을 수 있는가

31. 2022학년도 수능 21번

수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lvert a_1 \rvert = 2$
(나) 모든 자연수 n에 대하여 $\lvert a_{n+1} \rvert = 2\lvert a_n \rvert$이다.
(다) $\sum_{n=1}^{10} a_n = -14$

$a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + a_9$의 값을 구하시오.

체크리스트

□ 수열 $\lvert a_n \rvert$을 b_n으로 치환하여 관찰할 수 있는가

즉, 복잡하면 치환하여 관찰할 수 있는가

□ b_n이 등비수열임을 통해여 a_n의 각 항들을 ±를 이용하여 나타낼 수 있는가

□ $\sum_{n=1}^{10} a_n = -14$를 구하기 위해 작은 수가 아닌, 큰 수부터 나열할 수 있는가

□ $\sum_{k=1}^{n} 2^k < 2^{n+1}$임을 알고 있는가

32. 2021학년도 6월 평가원 가형 21번

수열 $\{a_n\}$의 일반항은

$$a_n = \log_2 \sqrt{\frac{2(n+1)}{n+2}}$$

이다. $\sum_{k=1}^{m} a_k$의 값이 100 이하의 자연수가 되도록 하는 모든 자연수 m의 값의 합은?

① 150 ② 154 ③ 158
④ 162 ⑤ 166

체크리스트

□ $\sum_{k=1}^{m} a_k$을 로그의 성질을 이용하여 간단히 나타낼 수 있는가

□ 로그의 진수를 약분할 때, 숫자가 아닌 문자부터 약분해야 정리가 잘 된다는 것을 알고 있는가

□ '$\frac{1}{2}S$가 100 이하의 자연수'를 S가 200 이하인 자연수'가 아닌 S가 200 이하의 짝수인 자연수'로 바꿀 수 있는가

33. 2021학년도 수능 가형 21번

수열 $\{a_n\}$은 $0 < a_1 < 1$이고, 모든 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_{2n} = a_2 \times a_n + 1$
(나) $a_{2n+1} = a_2 \times a_n - 2$

$a_8 - a_{15} = 63$일 때, $\dfrac{a_8}{a_1}$의 값은?

① 91 ② 92 ③ 93
④ 94 ⑤ 95

체크리스트

□ 주어진 점화식을 통해 항 번호가 큰 항들을 작은 항 수로 바꿔주고 싶은 생각이 드는가

□ $a_8 - a_{15} = 63$을 보고, a_8과 a_{15}를 각각 나타내어 63과 연립해주고 싶은가

□ a_8과 a_{15}의 항 번호를 낮출 때, 문제에 제시된 항인 a_2로 정리하고 싶다는 생각을 할 수 있는가

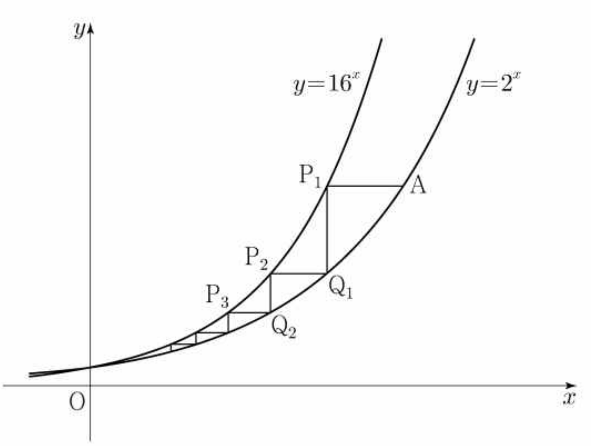
□ $0 < a_1 < 1$을 보자마자 a_1등이 두 개 이상 존재할 때, 답을 결정해주는 역할을 해주겠다는 생각을 할 수 있는가

34. 2023학년도 6월 평가원 13번

두 곡선 $y = 16^x$, $y = 2^x$과 한 점 $\mathrm{A}(64,\ 2^{64})$이 있다. 점 A를 지나며 x축과 평행한 직선이 곡선 $y = 16^x$과 만나는 점을 P_1이라 하고, 점 P_1을 지나며 y축과 평행한 직선이 곡선 $y = 2^x$과 만나는 점을 Q_1이라 하자.

점 Q_1을 지나며 x축과 평행한 직선이 곡선 $y = 16^x$과 만나는 점을 P_2라 하고, 점 P_2를 지나며 y축과 평행한 직선이 곡선 $y = 2^x$과 만나는 점을 Q_2라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 두 점을 각각 P_n, Q_n이라 하고 점 Q_n의 x좌표를 x_n이라 할 때, $x_n < \dfrac{1}{k}$를 만족시키는 n의 최솟값이 6이 되도록 하는 자연수 k의 개수는?



① 48 ② 51 ③ 54
④ 57 ⑤ 60

체크리스트

□ $x_n < \dfrac{1}{k}$을 보고 x_n을 n에 대한 식으로 표현해주고 싶은 생각을 할 수 있는가

□ 등차수열을 직선으로 표현할 수 있는 것처럼, 등비수열을 지수함수로 표현할 수 있는가($r > 0$)

35. 2023학년도 6월 평가원 15번

자연수 k에 대하여 다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$이 있다.

> $a_1 = 0$이고, 모든 자연수 n에 대하여
>
> $$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + \dfrac{1}{k+1} & (a_n \le 0) \\ a_n - \dfrac{1}{k} & (a_n > 0) \end{cases}$$
>
> 이다.

$a_{22} = 0$이 되도록 하는 모든 k의 값의 합은?

① 12　② 14　③ 16　④ 18　⑤ 20

체크리스트

☐ 낯선 수열의 기본은 나열 후 규칙 찾기임을 알 고 있는가

☐ 다음 항을 구할 때, a_n이 음수면 더하고, a_n이 양수면 빼는 규칙인 것을 통해 비슷한 수열이 나열될 것이라는 예상을 할 수 있는가

☐ $a_1 = 0$에서 $a_{22} = 0$인 것을 통해 주기가 있을 것이라는 예상을 할 수 있는가

36. 2019시행 7월 교육청 나형 29번

첫째항이 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합 S_n에 대하여 $S_9 = S_{18}$이다. 집합 T_n을

$$T_n = \{S_k | k = 1, 2, 3, \cdots, n\}$$

이라 하자. 집합 T_n의 원소의 개수가 13이 되도록 하는 모든 자연수 n의 값의 합을 구하시오.

체크리스트

☐ 등차수열의 합은 상수항이 없는 이차함수임을 알고 있는가

☐ 등차수열의 합을 식보다 그래프를 그려 우선적으로 해결할 수 있는가

☐ 집합의 원소를 세는 방법을 알고 있는가

☐ 이차함수 출제 이유는 대칭성임을 알고 있는가

37. 2022학년도 예시문항 15번

다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{k=1}^{100} a_k$의

최댓값과 최솟값을 각각 M, m이라 할 때, $M-m$의 값은?

(가) $a_5 = 5$

(나) 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n - 6 & (a_n \geq 0) \\ -2a_n + 3 & (a_n < 0) \end{cases}$$

이다.

① 64 ② 68 ③ 72 ④ 76 ⑤ 80

체크리스트

□ $\sum_{k=1}^{100} a_k$을 보고 주기가 있는 수열일 것이라는 예측을 할 수 있는가

□ 최댓값과 최솟값을 각각 M, m이라 할 때, $M-m$을 보고 수열 a_n이 주기수열일 필요 없이, 같은 수열은 구할 필요 없이 차로써 사라진다는 것을 예측할 수 있는가

□ 역추적을 이용하여 a_5로부터 a_1을 구할 수 있는가

01. 2017학년도 수능 나형 18번

최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$가

$$\lim_{x \to a} \frac{f(x)-(x-a)}{f(x)+(x-a)} = \frac{3}{5}$$

을 만족시킨다. 방정식 $f(x)=0$의 두 근을 α, β라 할 때, $|\alpha-\beta|$의 값은? (단, a는 상수이다.)

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

체크리스트

□ 하나의 극한식에서 조건을 몇 개 뽑을 수 있는가

□ $\dfrac{f(a)}{f(a)} \neq 1$이기 위한 $f(a)$의 조건을 무엇인가

□ 이차함수 $f(x)=x^2+ax+b$의 서로 다른 두 실근 x_1, x_2에 대하여 x_1-x_2를 구하기 위해 $x_1+x_2=-a$, $x_1x_2=b$을 이용할 수 있는가

02. 2020학년도 6월 평가원 나형 20번

다음 조건을 만족시키는 모든 다항함수 $f(x)$에 대하여 $f(1)$의 최댓값은?

> $\displaystyle\lim_{x \to \infty} \frac{f(x)-4x^3+3x^2}{x^{n+1}+1} = 6$, $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{f(x)}{x^n} = 4$인 자연수 n이 존재한다.

① 12 ② 13 ③ 14
④ 15 ⑤ 16

체크리스트

□ $\displaystyle\lim_{x \to \infty}$는 무엇을 알려주는 조건인가

□ $\displaystyle\lim_{x \to 0}$는 무엇을 알려주는 조건인가

□ $f(x)$의 차수로 기준을 나누어야 하는가, $f(x)-4x^3+3x^2$의 차수로 기준을 나누어야 하는가

03. 2023학년도 6월 평가원 21번

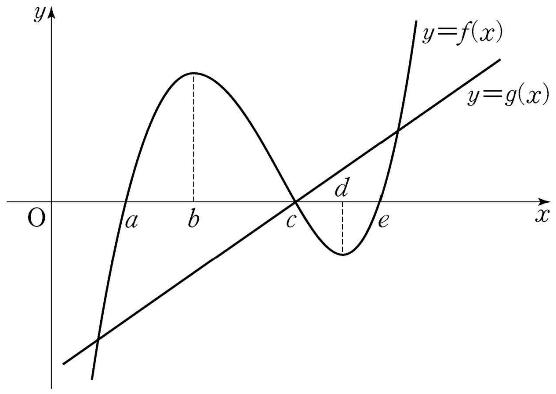
자연수 n에 대하여 $4\log_{64}\left(\dfrac{3}{4n+16}\right)$의 값이 정수가 되도록 하는 1000 이하의 모든 n의 값의 합을 구하시오.

체크리스트

☐ $4\log_{64}\left(\dfrac{3}{4n+16}\right)$을 정리하기 위해 밑을 무엇으로 설정해야 하는가

04. 2017학년도 6월 평가원 나형 18번

삼차함수 $y=f(x)$와 일차함수 $y=g(x)$의 그래프가 그림과 같고, $f'(b)=f'(d)=0$이다.



함수 $y=f(x)g(x)$는 $x=p$와 $x=q$에서 극소이다. 다음 중 옳은 것은? (단, $p<q$)

① $a<p<b$이고 $c<q<d$
② $a<p<b$이고 $d<q<e$
③ $b<p<c$이고 $c<q<d$
④ $b<p<c$이고 $d<q<e$
⑤ $c<p<d$이고 $d<q<e$

체크리스트

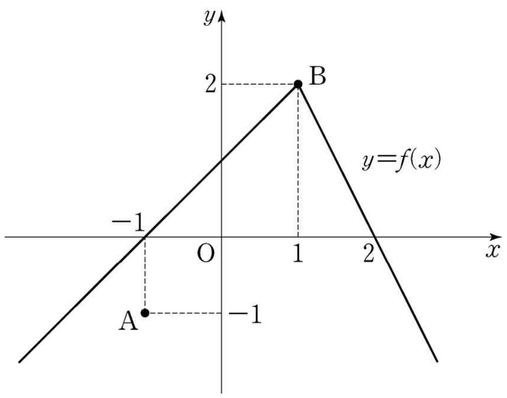
☐ $x=a$에서 극값을 가지면 $f'(a)=0$인가
☐ $f'(a)=0$이면 $x=a$에서 극값을 가지는가
☐ 극솟값의 정의가 무엇인가
☐ 선지에서 p와 q의 정확한 값 대신 범위를 준 것으로부터 $x=a\sim x=e$에서의 도함수의 부호를 추적할 수 있는가

05. 2017학년도 6월 평가원 나형 29번

함수 $f(x)$는

$$f(x)=\begin{cases} x+1 & (x<1) \\ -2x+4 & (x \geq 1) \end{cases}$$

이고, 좌표평면 위에 두 점 $\mathrm{A}(-1,-1)$, $\mathrm{B}(1,2)$가 있다. 실수 x에 대하여 점 $(x, f(x))$에서 점 A까지의 거리의 제곱과 점 B까지의 거리의 제곱 중 크지 않은 값을 $g(x)$라 하자. 함수 $g(x)$가 $x=a$에서 미분가능하지 않은 모든 a의 값의 합이 p일 때, $80p$의 값을 구하시오.



체크리스트

□ 미분가능하지 않은 위치를 찾기 위해 그래프와 식 중 어느 것을 이용해야 하는가

□ $f(x)=g(x)$인 x를 찾기 위해 두 점 A, B의 수직이등분선을 이용할 수 있는가

06. 2018학년도 6월 평가원 나형 20번

함수

$$f(x)=\frac{1}{3}x^3-kx^2+1 \ (k>0\text{인 상수})$$

의 그래프 위의 서로 다른 두 점 A, B에서의 접선 l, m의 기울기가 모두 $3k^2$이다. 곡선 $y=f(x)$에 접하고 x축에 평행한 두 직선과 접선 l, m으로 둘러싸인 도형의 넓이가 24일 때, k의 값은?

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$

④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

체크리스트

□ 삼차함수에서 두 접선의 기울기가 같다는 것은 무엇을 의미하는가

□ 둘러싸인 도형은 어떤 도형인가

□ 도형의 넓이를 구하기 위해 어떤 길이가 필요한가

□ 삼차함수의 비율관계를 정확히 이용할 수 있는가

07. 2018학년도 6월 평가원 나형 30번

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 최고차항의 계수가 2인 이차함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(\alpha)=g(\alpha)$이고 $f'(\alpha)=g'(\alpha)=-16$인 실수 α가 존재한다.
(나) $f'(\beta)=g'(\beta)=16$인 실수 β가 존재한다.

$g(\beta+1)-f(\beta+1)$의 값을 구하시오.

체크리스트

☐ $f=g$의 조건을 보고 $h(x)=f(x)-g(x)$를 이끌어낼 수 있는가
☐ 이차함수의 출제이유는 대칭성임을 알고 있는가
☐ $g'(\alpha)=-16$, $g(\alpha)=16$을 통해 이차함수의 대칭성을 이끌어 낼 수 있는가
☐ WLOG를 이용하여 α, β에 특수한 상황을 대입할 수 있는 상황이 맞는가

08. 2019학년도 6월 평가원 나형 21번

상수 a, b에 대하여 삼차함수 $f(x)=x^3+ax^2+bx$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(-1)>-1$
(나) $f(1)-f(-1)>8$

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. 방정식 $f'(x)=0$은 서로 다른 두 실근을 갖는다.
ㄴ. $-1<x<1$일 때, $f'(x)\geq 0$이다.
ㄷ. 방정식 $f(x)-f'(k)x=0$의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 모든 실수 k의 개수는 4이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

체크리스트

☐ 조건 (가)와 (나)를 $f(x)$의 그래프로 해석할 수 있는가
☐ 그래프로 해석할 수 없을 때, 직접 대입하여 미지수에 대한 범위를 이끌어낼 수 있는가
☐ 이차함수 $f'(x)$ 또한 대칭성을 이용할 수 있는가
☐ $y=f'(k)x$는 원점에서 함수 $f(x)$에 그은 접선인가

09. 2019학년도 9월 평가원 나형 30번

최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 방정식

$$(f \circ f)(x) = x$$

의 모든 실근이 $0, 1, a, 2, b$이다.

$$f'(1) < 0, \; f'(2) < 0, \; f'(0) - f'(1) = 6$$

일 때, $f(5)$의 값을 구하시오. (단, $1 < a < 2 < b$)

체크리스트

- □ $(f \circ f)(x) = x$의 서로 다른 실근을 $f(x)$가 증가할 때와 $f(x)$가 감소할 때로 구분할 수 있는가
- □ $f(x)$가 증가할 때, $(f \circ f)(x) = x$의 서로 다른 실근은 어디에 위치하는가
- □ $f(x)$가 감소할 때, $(f \circ f)(x) = x$의 서로 다른 실근은 어디에 위치하는가
- □ $f(x)$의 점대칭성을 실근을 통해 알아낼 수 있는가

10. 2019학년도 수능 나형 30번

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 최고차항의 계수가 -1인 이차함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(0, 0)$에서의 접선과 곡선 $y = g(x)$ 위의 점 $(2, 0)$에서의 접선은 모두 x축이다.
> (나) 점 $(2, 0)$에서 곡선 $y = f(x)$에 그은 접선의 개수는 2이다.
> (다) 방정식 $f(x) = g(x)$는 오직 하나의 실근을 가진다.

$x > 0$인 모든 실수 x에 대하여

$$g(x) \le kx - 2 \le f(x)$$

를 만족시키는 실수 k의 최댓값과 최솟값을 각각 α, β라 할 때, $\alpha - \beta = a + b\sqrt{2}$이다. $a^2 + b^2$의 값을 구하시오. (단, a, b는 유리수이다.)

체크리스트

- □ 삼차함수에서 접선의 개수를 영역에 따라 구분할 수 있는가
- □ $g(x) \le kx - 2 \le f(x)$를 해석하기 위해 $g(x)$와 $f(x)$의 그래프가 필요한 것을 알고 있는가
- □ '미분계수=평균변화율'을 통하여 k의 값을 구할 수 있는가
- □ 이차함수에서는 '미분계수=평균변화율'보다는 판별식이 더 유리함을 알고 있는가

11. 2020학년도 6월 평가원 나형 18번

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$는

$$g(x)=\begin{cases}\frac{1}{2} & (x<0)\\ f(x) & (x\geq 0)\end{cases}$$

이다. $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 $g(x)$의 최솟값이 $\frac{1}{2}$보다 작을 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. $g(0)+g'(0)=\frac{1}{2}$

ㄴ. $g(1)<\frac{3}{2}$

ㄷ. 함수 $g(x)$의 최솟값이 0일 때, $g(2)=\frac{5}{2}$이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

체크리스트

☐ ㄱ. 함수 $g(x)$가 미분가능하기 위한 조건은 무엇인가

☐ ㄴ. $g(1)<\frac{3}{2}$을 그래프로서 해석할 수 있는가

☐ ㄴ. 그래프로 해석할 수 없으면 식을 통해 해결할 수 있는가

☐ ㄷ. 그래프로 $g(2)=\frac{5}{2}$를 찾을 수 있는가

12. 2020학년도 6월 평가원 나형 30번

최고차항의 계수가 1이고 $f(2)=3$인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=\begin{cases}\frac{ax-9}{x-1} & (x<1)\\ f(x) & (x\geq 1)\end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킨다.

> 함수 $y=g(x)$의 그래프와 직선 $y=t$가 서로 다른 두 점에서만 만나도록 하는 모든 실수 t의 값의 집합은 $\{t\,|\,t=-1$ 또는 $t\geq 3\}$이다.

$(g\circ g)(-1)$의 값을 구하시오. (단, a는 상수이다.)

체크리스트

☐ $f(2)=3$과 $t\geq 3$의 3이 서로 연관될 것이라는 의심을 할 수 있는가

☐ $g(-1)$은 1보다 클지 작을지 예상할 수 있는가

☐ 유리함수를 그리는 방법을 알고 있는가

① 점근선을 파악한다.

② $x=0$을 대입하여 그래프가 그려질 사분면을 파악한다.

13. 2020학년도 9월 평가원 나형 30번

최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$에 대하여 네 개의 수 $f(-1)$, $f(0)$, $f(1)$, $f(2)$가 이 순서대로 등차수열을 이루고, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(-1, f(-1))$에서의 접선과 점 $(2, f(2))$에서의 접선이 점 $(k, 0)$에서 만난다. $f(2k)=20$일 때, $f(4k)$의 값을 구하시오. (단, k는 상수이다.)

체크리스트

□ 함숫값이 등차수열을 이룸과 동시에 정의역도 등차수열을 이룬다는 것을 이용할 수 있는가

□ 등차수열은 직선(일차함수)임을 이용할 수 있는가

□ 사차함수의 대칭성을 이용할 수 있는가

□ $f(2k)$를 보고 $k=\frac{p}{2}$꼴임을 예상할 수 있는가

14. 2020학년도 수능 나형 30번

최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $f(x)-x=0$의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.
(나) 방정식 $f(x)+x=0$의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.

$f(0)=0$, $f'(1)=1$일 때, $f(3)$의 값을 구하시오.

체크리스트

□ $f(x)=\pm x$의 관계를 이용할 수 있는가

□ 직선과 삼차함수가 두 점에서만 만나기 위해서는 접해야함을 알고 있는가

□ $f'(1)=1$을 $y=x$와 엮어 생각할 수 있는가

□ 삼차함수의 비율관계를 이용하여 $f(x)$의 식을 세울 수 있는가

15. 2021학년도 6월 평가원 나형 30번

이차함수 $f(x)$는 $x=-1$에서 극대이고, 삼차함수 $g(x)$는 이차항의 계수가 0이다. 함수

$$h(x)=\begin{cases} f(x) & (x \le 0) \\ g(x) & (x > 0) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 다음 조건을 만족시킬 때, $h'(-3)+h'(4)$의 값을 구하시오.

(가) 방정식 $h(x)=h(0)$의 모든 실근의 합은 1이다. (나) 닫힌구간 $[-2,3]$에서 함수 $h(x)$의 최댓값과 최솟값의 차는 $3+4\sqrt{3}$이다.

체크리스트

☐ 삼차함수가 이차항이 없다는 말은 무슨 의미인가

☐ 같은 함수에 대하여 두 가지 물음이 있다면 반드시 함수가 다를 것이라는 것을 예상할 수 있는가
($h'(-3)+h'(4)$에 의해 -3과 4 사이에 함수가 바뀌는 구간이 있다는 것을 예측할 수 있다. 물론 지금은 $x=0$에서 바뀌는 것이 명백하지만)

☐ $h(x)$의 최댓값과 최솟값의 절댓값이 각각 3 또는 $4\sqrt{3}$일 것을 예상할 수 있는가

☐ $4\sqrt{3}$이 이차함수가 아닌 삼차함수에서 나올 것이라는 것을 예상할 수 있는가

16. 2021학년도 9월 평가원 나형 30번

삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(1)=f(3)=0$ (나) 집합 $\{x \mid x \ge 1$이고 $f'(x)=0\}$의 원소의 개수는 1이다.

상수 a에 대하여 함수 $g(x)=|f(x)f(a-x)|$가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $\dfrac{g(4a)}{f(0)\times f(4a)}$의 값을 구하시오.

체크리스트

☐ 조건 (가)와 (나)를 통하여 삼차함수의 남은 한 근의 위치를 얻어낼 수 있는가

☐ $f(x)f(a-x)$는 몇차함수인가

☐ 오차함수 이상의 함수를 그래프를 그려 판단해야 하는가

☐ 절댓값 함수가 미분가능하기 위해서는 인수를 어떻게 가져야 하는가

17. 2022학년도 6월 평가원 14번

두 양수 p, q와 함수 $f(x)=x^3-3x^2-9x-12$에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $p+q$의 값은?

> (가) 모든 실수 x에 대하여 $xg(x)=|xf(x-p)+qx|$이다.
> (나) 함수 $g(x)$가 $x=a$에서 미분가능하지 않은 실수 a의 개수는 1이다.

① 6　② 7　③ 8　④ 9　⑤ 10

체크리스트

- ☐ $|ab|=|a|\times|b|$임을 알고 있는가
- ☐ $g(x)=\dfrac{|xf(x-p)+qx|}{x}$로 해석할 수 있는가
- ☐ 절댓값 함수가 미분가능하지 않기 위해서는 어떻게 돼야하는가
- ☐ $f(x-p)+q$를 이용하기 위해 분자를 x로 묶고 싶은가

18. 2022학년도 6월 평가원 22번

삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 방정식 $f(x)=0$의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.
> (나) 방정식 $f(x-f(x))=0$의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.

$f(1)=4$, $f'(1)=1$, $f'(0)>1$일 때, $f(0)=\dfrac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

체크리스트

- ☐ 조건 (가)를 그래프와 식 중 어느 것으로 해결해야 하는가
- ☐ 합성함수의 그래프를 그릴 수 있는가
- ☐ 수학2에서 합성함수를 다루기 위해 해야할 것은 무엇인가
- ☐ 치환 후 범위에 대한 조건을 습관처럼 이끌어낼 수 있는가
- ☐ 최고차항의 계수가 정해져있지 않을 때, 양수일 것이라는 편견에 빠지지 않을 수 있는가

19. 2022학년도 9월 평가원 20번

함수 $f(x)=\frac{1}{2}x^3-\frac{9}{2}x^2+10x$에 대하여 x에 대한 방정식

$$f(x)+|f(x)+x|=6x+k$$

의 서로 다른 실근의 개수가 4가 되도록 하는 모든 정수 k의 값의 합을 구하시오.

체크리스트

□ 서로 다른 실근의 개수를 구하기 위해 그래프를 그려야 함을 알고 있는가

□ $y=f(x)+|f(x)+x|-6x$의 식 중 절댓값을 벗기기 위해 $f(x)+x$의 부호를 판단할 수 있는가

□ 정수 조건은 어떻게 이용할 수 있는가

20. 2022학년도 9월 평가원 22번

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=f(x-3)\times\lim_{h\to0+}\frac{|f(x+h)|-|f(x-h)|}{h}$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(5)$의 값을 구하시오.

(가) 함수 $g(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이다.

(나) 방정식 $g(x)=0$은 서로 다른 네 실근 α_1, α_2, α_3, α_4를 갖고 $\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3+\alpha_4=7$이다.

체크리스트

□ $f(x-3)$은 연속함수이므로 $\lim_{h\to0+}\frac{|f(x+h)|-|f(x-h)|}{h}$가 불연속함수일 것이라는 생각을 할 수 있는가

□ $\lim_{h\to0+}\frac{|f(x+h)|-|f(x-h)|}{h}$는 무엇을 의미하는가

□ 함수 $\lim_{h\to0+}\frac{|f(x+h)|-|f(x-h)|}{h}$의 그래프를 그릴 수 있는가

21. 2022학년도 수능 22번

최고차항의 계수가 $\frac{1}{2}$인 삼차함수 $f(x)$와 실수 t에 대하여 방정식 $f'(x)=0$이 닫힌구간 $[t, t+2]$에서 갖는 실근의 개수를 $g(t)$라 할 때, 함수 $g(t)$는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 a에 대하여 $\lim_{t\to a+} g(t) + \lim_{t\to a-} g(t) \le 2$이다.

(나) $g(f(1)) = g(f(4)) = 2$, $g(f(0)) = 1$

$f(5)$의 값을 구하시오.

체크리스트

□ 새롭게 정의된 함수는 어떻게 해석해야 하는가

□ $f'(x)$의 서로 다른 두 실근의 차가 2인 것을 의심할 수 있는가

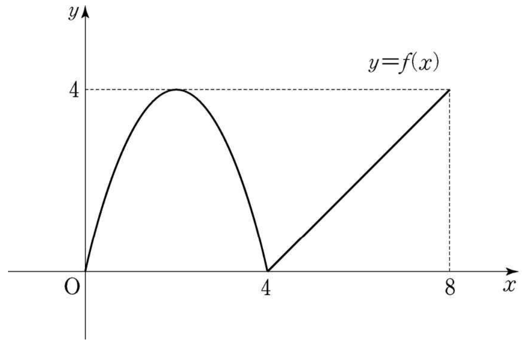
□ 삼차함수의 비율관계를 이용할 수 있는가

22. 2017학년도 9월 평가원 나형 29번

구간 $[0, 8]$에서 정의된 함수 $f(x)$는

$$f(x) = \begin{cases} -x(x-4) & (0 \le x < 4) \\ x-4 & (4 \le x \le 8) \end{cases}$$

이다. 실수 $a(0 \le a \le 4)$에 대하여 $\int_a^{a+4} f(x)dx$의 최솟값은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)



체크리스트

□ a는 상수인가 변수인가

□ 최솟값을 구하기 위해 $g(x) = \int_a^{a+4} f(x)dx$로 둘 수 있는가

□ $F(a+4)$의 도함수를 평행이동을 통하여 유도할 수 있는가 (합성함수 미분X)

23. 2017학년도 수능 나형 20번

최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $f(x)$는 $x=0$에서 극댓값, $x=k$에서 극솟값을 가진다. (단, k는 상수이다.)

(나) 1보다 큰 모든 실수 t에 대하여

$$\int_0^t |f'(x)|dx = f(t)+f(0)$$

이다.

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. $\int_0^k f'(x)dx < 0$

ㄴ. $0 < k \le 1$

ㄷ. 함수 $f(x)$의 극솟값은 0이다.

① ㄱ　② ㄷ　③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

체크리스트

☐ (나)의 항등식에 $t=0$을 넣어 좌변을 0으로 만들어줄 수 있는가

☐ 피적분함수에 절댓값이 있을 경우 범위에 따라서 절댓값을 벗겨 각각 다른 적분을 이용해야하는 것을 알고 있는가

☐ ㄷ. $f(x)$의 극솟값이 0인 것을 식이 아닌 그래프로 해결할 수 있는가

24. 2019학년도 9월 평가원 나형 21번

사차함수 $f(x)=x^4+ax^2+b$에 대하여 $x \ge 0$에서 정의된 함수

$$g(x)=\int_{-x}^{2x}\{f(t)-|f(t)|\}dt$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $0<x<1$에서 $g(x)=c_1$ (c_1은 상수)

(나) $1<x<5$에서 $g(x)$는 감소한다.

(다) $x>5$에서 $g(x)=c_2$ (c_2는 상수)

$f(\sqrt{2})$의 값은? (단, a, b는 상수이다.)

① 40　② 42　③ 44
④ 46　⑤ 48

체크리스트

☐ 조건 (가)~(다)가 $g(x)$의 개형에 대한 조건이므로 $g(x)$의 그래프를 그려야겠다고 생각할 수 있는가

☐ $g(x)$의 그래프를 그리기 위해 도함수를 구할 수 있는가

☐ 도함수를 구하지 못하는 상황이 있을 경우 어떻게 함수의 개형을 유추해야 하는가

☐ 사차함수 $f(x)$가 우함수임을 이용할 수 있는가

25. 2021학년도 9월 평가원 나형 20번

실수 전체의 집합에서 연속인 두 함수 $f(x)$와 $g(x)$가 모든 실수 x에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(x) \geq g(x)$

(나) $f(x)+g(x)=x^2+3x$

(다) $f(x)g(x)=(x^2+1)(3x-1)$

$\int_0^2 f(x)dx$의 값은?

① $\frac{23}{6}$ ② $\frac{13}{3}$ ③ $\frac{29}{6}$ ④ $\frac{16}{3}$ ⑤ $\frac{35}{3}$

체크리스트

□ $a+b$와 ab가 있을 때, 이차방정식의 근과 계수와의 관계를 이용할 수 있는가

□ 합은 합끼리, 곱은 곱끼리 있는 조건에서 $f(x)$와 $g(x)$를 분리할 수 있는가

□ $f(x)=x^2+1$ or $3x-1$이 둘 중 한 식만 적용된다는 의미인가

□ $f(x)$와 $g(x)$의 연속조건을 언제 이용할 수 있는가

26. 2021학년도 수능 나형 20번

실수 $a\,(a>1)$에 대하여 함수 $f(x)$를

$$f(x)=(x+1)(x-1)(x-a)$$

라 하자. 함수

$$g(x)=x^2\int_0^x f(t)dt-\int_0^x t^2 f(t)dt$$

가 오직 하나의 극값을 갖도록 하는 a의 최댓값은?

① $\frac{9\sqrt{2}}{8}$ ② $\frac{3\sqrt{6}}{4}$ ③ $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ ④ $\sqrt{6}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

체크리스트

□ $g(x)$가 오직 하나의 극값을 갖도록 하는 조건을 $g'(x)$가 오직 한 번의 부호 변화를 갖는다는 조건으로 번역할 수 있는가

□ $g'(x)=2x\int_0^x f(t)dt$를 $y=2x$와 $y=\int_0^x f(t)dt$의 그래프로 각각 별개 해석할 수 있는가

□ $x=a$에서 부호변화가 있기 위해서는 $x=a$에서 차수가 몇이어야 하는가

27. 2022학년도 예시문항 12번

$0<a<b$인 모든 실수 a, b에 대하여

$$\int_a^b (x^3-3x+k)dx>0$$

이 성립하도록 하는 실수 k의 최솟값은?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

체크리스트

☐ 함수의 증감으로 주어진 조건을 해석할 수 있는가

☐ $x_1<x_2$일 때, $f(x_1)\le f(x_2)$의 의미가 $f(x)$가 증가한다는 의미인가? (답 : X)

28. 2022학년도 6월 평가원 20번

실수 a와 함수 $f(x)=x^3-12x^2+45x+3$에 대하여 함수

$$g(x)=\int_a^x \{f(x)-f(t)\}\times\{f(t)\}^4 dt$$

가 오직 하나의 극값을 갖도록 하는 모든 a의 값의 합을 구하시오.

체크리스트

☐ $g(x)$가 오직 하나의 극값을 갖도록 하는 조건을 $g'(x)$가 오직 한 번의 부호 변화를 갖는다는 조건으로 번역할 수 있는가

☐ $\{f(x)\}^4$를 십이차함수가 아닌 부호로서 관찰할 수 있는가

29. 2022학년도 수능 20번

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 닫힌구간 $[0, 1]$에서 $f(x) = x$이다.
(나) 어떤 상수 a, b에 대하여 구간 $[0, \infty)$에서
$f(x+1) - xf(x) = ax + b$이다.

$60 \times \int_1^2 f(x)dx$의 값을 구하시오.

체크리스트

□ 구간의 간격에 맞추어 함수의 평행이동과 관련된 항등식이 나오면 우리가 알고 있는 구간을 이용하기 위해 적당한 수를 넣어 관찰할 수 있는가 (이 문제의 경우 $x = 0$)

□ $f(x+1)$을 보고 적분의 평행이동을 이용하여 $\int_1^2 f(x)dx$를 구할 수 있는가

30. 2020시행 3월 교육청 나형 21번

이차함수 $g(x) = x^2 - 6x + 10$에 대하여 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $f(x) = 0$은 서로 다른 세 실근을 갖는다.
(나) 함수 $(g \circ f)(x)$의 최솟값을 m이라 할 때, 방정식
$g(f(x)) = m$의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.
(다) 방정식 $g(f(x)) = 17$은 서로 다른 세 실근을 갖는다.

함수 $f(x)$의 극댓값과 극솟값의 합은?

① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

체크리스트

□ 조건 (가)를 식으로 해결해야 하는가, 그래프로 해결해야 하는가

□ 함수 $g(f(x))$의 최솟값과 함수 $g(x)$의 최솟값이 같다고 할 수 있는가

□ 치환 후 항상 변수의 범위에 대해 논할 수 있는가

□ 합성함수의 서로 다른 실근을 치환을 통해 해결할 수 있는가

□ 삼차함수에 대하여 극값을 각각 구하기 어려운 상황에서 극값의 합을 구할 수 있는가 (극값의 차의 경우, 공식을 이용하여 쉽게 구할 수 있다.)

01. 2021학년도 수능 가형 18번

실수 a에 대하여 함수 $f(x)$를

$$f(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{(a-2)x^{2n+1}+2x}{3x^{2n}+1}$$

라 하자. $(f\circ f)(1)=\frac{5}{4}$가 되도록 하는 모든 a의 값의 합은?

① $\frac{11}{2}$ ② $\frac{13}{2}$ ③ $\frac{15}{2}$
④ $\frac{17}{2}$ ⑤ $\frac{19}{2}$

체크리스트

☐ 등비수열의 극한으로 정의된 함수를 적절히 범위를 나누어 $f(x)$를 정의할 수 있는가

☐ 합성함수를 다루는 방법에서

① $f(1)$을 찾고, $f(f(1))=\frac{5}{4}$를 찾는다.

② $f(1)=t$로 치환 후, $f(t)=\frac{5}{4}$를 만족하는 t를 찾아, $f(1)=t$를 푼다.

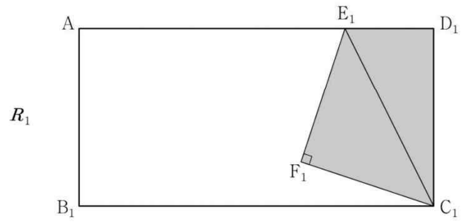
중 선택할 수 있는가

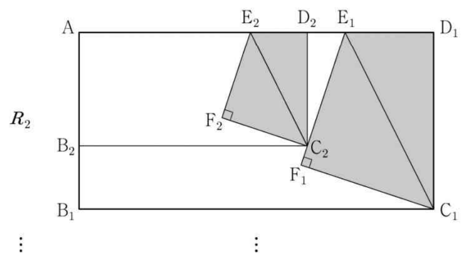
02. 2021학년도 수능 가형 14번

그림과 같이 $\overline{AB_1}=2$, $\overline{AD_1}=4$인 직사각형 $AB_1C_1D_1$이 있다. 선분 AD_1을 $3:1$로 내분하는 점을 E_1이라 하고, 직사각형 $AB_1C_1D_1$의 내부에 점 F_1을 $\overline{F_1E_1}=\overline{F_1C_1}$, $\angle E_1F_1C_1=\frac{\pi}{2}$가 되도록 잡고 삼각형 $E_1F_1C_1$을 그린다. 사각형 $E_1F_1C_1D_1$을 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.

그림 R_1에서 선분 AB_1 위의 점 B_2, 선분 E_1F_1 위의 점 C_2, 선분 AE_1 위의 점 D_2와 점 A를 꼭짓점으로 하고 $\overline{AB_2}:\overline{AD_2}=1:2$인 직사각형 $AB_2C_2D_2$를 그린다 그림 R_1을 얻은 것과 같은 방법으로 직사각형 $AB_2C_2D_2$에 삼각형 $E_2F_2C_2$를 그리고 사각형 $E_2F_2C_2D_2$를 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}S_n$의 값은?





① $\frac{441}{103}$ ② $\frac{441}{109}$ ③ $\frac{441}{115}$
④ $\frac{17}{2}$ ⑤ $\frac{19}{2}$

체크리스트

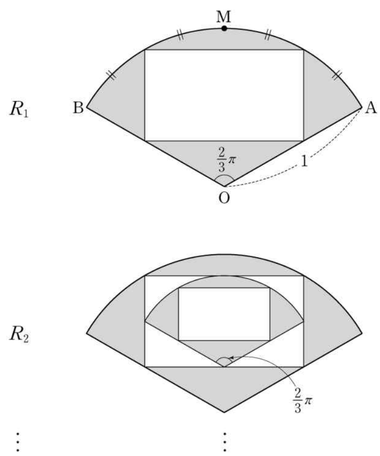
☐ 두 도형이 접했을 때, 접점을 기준으로 무슨 행동을 해야하는지 알고 있는가

☐ 공비를 구하기 위해 삼각함수의 덧셈정리를 이용할 수 있는가

☐ 덧셈정리를 이용하지 않고도, 합동(빗변에 내린 수선의 발)을 이용하여 공비를 구할 수 있는가

03. 2015학년도 9월 평가원 A형 18번

중심이 O, 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{2}{3}\pi$인 부채꼴 OAB가 있다. 그림과 같이 호 AB를 이등분하는 점을 M이라 하고 호 AM과 호 MB를 각각 이등분하는 점을 두 꼭짓점으로 하는 직사각형을 부채꼴 OAB에 내접하도록 그리고, 부채꼴의 내부와 직사각형의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.
그림 R_1에 직사각형의 네 변의 중점을 모두 지나도록 중심각의 크기가 $\frac{2}{3}\pi$인 부채꼴을 그리고, 이 부채꼴에 그림 R_1을 얻는 것과 같은 방법으로 직사각형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.
그림 R_2에 새로 그려진 직사각형의 네 변의 중점을 모두 지나도록 중심각의 크기가 $\frac{2}{3}\pi$인 부채꼴을 그리고 이 부채꼴에 그림 R_1을 얻는 것과 같은 방법으로 직사각형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_3이라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은?



① $\frac{2\pi-3\sqrt{3}}{2}$　② $\frac{\pi-\sqrt{2}}{3}$　③ $\frac{2\pi-3\sqrt{2}}{3}$

④ $\frac{\pi-\sqrt{3}}{2}$　⑤ $\frac{2\pi-2\sqrt{3}}{3}$

체크리스트

□ 원과 접했을 때, 중심과 잇고 반지름을 표현할 수 있는가

□ 접점들을 이용하여 공비를 구할 수 있는가

04. 2020학년도 9월 평가원 가형 15번

함수 $y=e^x$의 그래프 위의 x좌표가 양수인 점 A와 함수 $y=-\ln x$의 그래프 위의 점 B가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\overline{\mathrm{OA}}=2\overline{\mathrm{OB}}$
(나) $\angle\mathrm{AOB}=90^\circ$

직선 OA의 기울기는? (단, O는 원점이다.)

① e　② $\frac{3}{\ln 3}$　③ $\frac{2}{\ln 2}$

④ $\frac{5}{\ln 5}$　⑤ $\frac{e^2}{2}$

체크리스트

□ 빗변에 내린 수선의 발은 닮음을 이용한다는 것을 알고 있는가

□ 선분 위에 불안정하게 세워진 직각은 수선의 발을 내려 닮음으로 해결해야 한다는 것을 알고 있는가

□ 선분의 기울기를 구하기 위해서는 두 점의 x좌표와 y좌표가 각각 필요하다는 것을 알고 있는가.
즉, 점 A의 좌표를 구하려고 하였는가

□ 밑이 같은 지수함수와 로그함수는 서로 회전관계임을 알고 있는가

05. 2012시행 3월 교육청 가형 15번

열린구간 $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$에서 정의된 미분가능한 함수 $f(x)$는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f'(x)=1+\{f(x)\}^2$
(나) $f\left(\frac{\pi}{4}\right)=1$

함수 $g(x)=\ln f'(x)$에 대하여 $g'\left(\frac{\pi}{4}\right)$의 값은?

① 1　② $\frac{3}{2}$　③ 2　④ $\frac{5}{2}$　⑤ 3

체크리스트

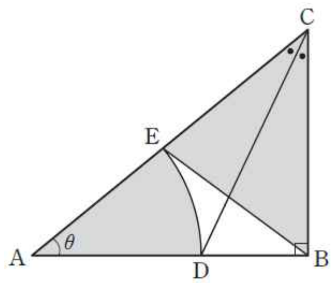
□ $f(x)=\tan x$임을 떠올릴 수 있는가

□ 만약 $g'(x)=\frac{f''(x)}{f'(x)}$를 작성하였다면, $g(x)$의 미분가능성을 체크하고 미분하였는가. 또한 $f'(x)>0$도 체크하였는가.

□ 항등식을 이용하여 식을 자유자재로 변형시킬 수 있는가

06. 2019학년도 수능 가형 18번

그림과 같이 $\overline{AB}=1$, $\angle B=\frac{\pi}{2}$인 직각삼각형 ABC에서 $\angle C$를 이등분하는 직선과 선분 AB의 교점을 D, 중심이 A이고 반지름의 길이가 $\overline{AD}$인 원과 선분 AC의 교점을 E라 하자. $\angle A=\theta$일 때, 부채꼴 ADE의 넓이를 $S(\theta)$, 삼각형 BCE의 넓이를 $T(\theta)$라 하자. $\lim_{\theta\to 0+}\frac{\{S(\theta)\}^2}{T(\theta)}$의 값은?



① $\frac{1}{4}$　② $\frac{1}{2}$　③ $\frac{3}{4}$　④ 1　⑤ $\frac{5}{4}$

체크리스트

□ 각의 이등분선의 성질을 설명할 수 있는가

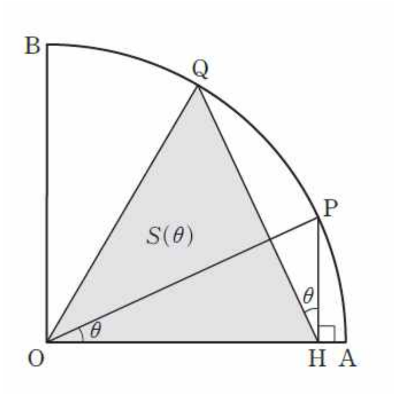
□ 각의 이등분선의 성질을 유도 또는 증명할 수 있는가

□ $\sec\theta : \tan\theta$를 $1 : \sin\theta$로 간단히 나타내어 문제를 해결할 수 있는가

07. 2016학년도 6월 평가원 가형 16번

그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$인 부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 P에서 선분 OA에 내린 수선의 발을 H라 하고, 호 BP 위에 점 Q를 $\angle \mathrm{POH} = \angle \mathrm{PHQ}$가 되도록 잡는다. $\angle \mathrm{POH} = \theta$일 때, 삼각형 OHQ의 넓이를 $S(\theta)$라 하자.

$\lim\limits_{\theta \to 0+} \frac{S(\theta)}{\theta}$의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$)



① $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$　② $\frac{2+\sqrt{2}}{2}$　③ $\frac{3+\sqrt{2}}{2}$

④ $\frac{4+\sqrt{2}}{2}$　⑤ $\frac{5+\sqrt{2}}{2}$

체크리스트

☐ $\frac{a \pm \sqrt{b}}{c}$ 꼴을 보고 근의 공식을 떠올릴 수 있는가

☐ 극한 문제에서 $\frac{a \pm \sqrt{2}}{c}$ 꼴이 등장할 경우 필히 피타고라스가 쓰일 수밖에 없다는 것을 알고 있는가. $\sqrt{1-\cos^4\theta}$를 보내면 $\sqrt{2}$가 나온다.

☐ 삼각형의 넓이를 구하기 위해 각 QOB를 구하려고 시도해보았는가

☐ 각 QHP를 원주각과 헷갈리지 않고 문제를 해결할 수 있는가

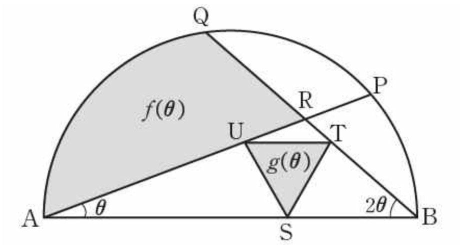
08. 2022학년도 수능 29번

그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 호 AB위에 두점 P, Q를 $\angle \mathrm{PAB} = \theta$, $\angle \mathrm{QBA} = 2\theta$가 되도록 잡고, 두 선분 AP, BQ의 교점을 R라 하자.

선분 AB위의 점 S, 선분 BR위의 점 T, 선분 AR위의 점 U를 선분 UT가 선분 AB에 평행하고 삼각형 STU가 정삼각형이 되도록 잡는다. 두 선분 AR, QR와 호 AQ로 둘러싸인 부분의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 STU의 넓이를 $g(\theta)$라 할 때,

$\lim\limits_{\theta \to 0+} \frac{g(\theta)}{\theta \times f(\theta)} = \frac{q}{p}\sqrt{3}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.

(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$이고, p와 q는 서로소인 자연수이다.)



체크리스트

☐ $\theta + 2\theta = 3\theta$의 내각과 외각의 관계를 이용할 수 있는가

☐ $g(\theta)$를 구하기 위해 접점으로부터 밑변에 수선의 발을 내릴 수 있는가

☐ 삼극사기를 보고 근사를 이용할 수 있는가

09. 2019학년도 9월 평가원 가형 20번

열린구간 $(0, 2\pi)$에서 정의된 함수 $f(x)=\cos x+2x\sin x$가 $x=\alpha$와 $x=\beta$에서 극값을 가진다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, $\alpha<\beta$)

<보 기>

ㄱ. $\tan(\alpha+\pi)=-2\alpha$

ㄴ. $g(x)=\tan x$라 할 때, $g'(\alpha+\pi)<g'(\beta)$이다.

ㄷ. $\dfrac{2(\beta-\alpha)}{\alpha+\pi-\beta}<\sec^2\alpha$

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

체크리스트

□ 극값 조건을 통해 $f'(\alpha)=f'(\beta)=0$을 작성할 수 있는가

□ $f'(x)=0$뿐만이 아닌 부호 변화가 실제로 일어나는지 체크하려고 하였는가

□ ㄱ. $\tan x$ 꼴을 만들기 위해 주어진 $f'(x)$를 $\tan x$가 나오도록 적절히 변형할 수 있는가

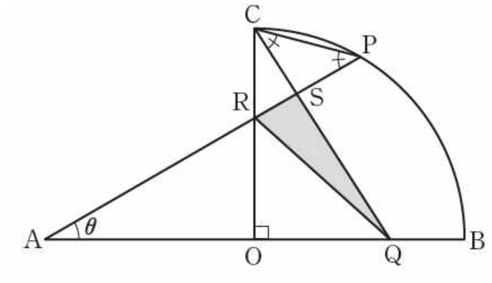
□ ㄴ. 삼각함수의 출제 이유는 대칭성과 주기성인 것을 알고 있는가

□ ㄷ. ㄴ을 통해 기울기로 접근한 적이 있다면 $\sec^2\alpha$를 $\dfrac{d}{dx}\tan x|_{x=\alpha}$인 기울기로 해석할 수 있는가

□ ㄷ. 부등식의 우변을 기울기로 해석할 수 있다면 좌변 또한 기울기로 해석하기 위해 두 점의 평균변화율로 해석할 수 있는가

10. 2022학년도 사관학교 28번

그림과 같이 길이가 4인 선분 AB의 중점 O에 대하여 선분 OB를 반지름으로 하는 사분원 OBC가 있다.
호 BC 위를 움직이는 점 P에 대하여 선분 OB 위의 점 Q가 $\angle APC=\angle PCQ$를 만족시킨다. 선분 AP가 두
선분 CO, CQ와 만나는 점을 각각 R, S라 하자. $\angle PAB=\theta$일 때, 삼각형 RQS의 넓이를 $S(\theta)$라 하자. $\lim_{\theta\to0+}\dfrac{S(\theta)}{\theta^2}$의 값은? $\left(단,\ 0<\theta<\dfrac{\pi}{4}\right)$



① $\dfrac{1}{4}$ ② $\dfrac{1}{2}$ ③ 1
④ 2 ⑤ 4

체크리스트

□ 출제자가 $\angle RPC$도 아닌 $\angle SPC$도 아닌 $\angle APC$를 제시하였을지 생각 해본 적 있는가
(바로 $\angle APC$를 제시해야만 학생들이 각을 이루는 세 점인 A, P, C를 관찰한 후 원주각임을 떠올릴 수 있기 때문이다.)

11. 2020학년도 6월 평가원 가형 16번

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를 $g(x)=\dfrac{f(x)\cos x}{e^x}$라 하자. $g'(\pi)=e^{\pi}g(\pi)$일 때, $\dfrac{f'(\pi)}{f(\pi)}$의 값은? (단, $f(\pi)\neq 0$)

① $e^{-2\pi}$ ② 1 ③ $e^{-\pi}+1$
④ $e^{\pi}+1$ ⑤ $e^{2\pi}$

체크리스트

□ $\dfrac{f'(\pi)}{f(\pi)}$의 꼴을 보고 $(\ln f(x))'=\dfrac{f'(x)}{f(x)}$를 생각할 수 있는가

□ $g'(\pi)=e^{\pi}g(\pi)$를 $\dfrac{g'(\pi)}{g(\pi)}e^{\pi}$로 생각할 수 있는가

12. 2013학년도 6월 평가원 가형 26번

실수 전체의 집합에서 증가하고 미분가능한 함수 $f(x)$가 있다. 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(2, 1)$에서의 접선의 기울기는 1이다. 함수 $f(2x)$의 역함수를 $g(x)$라 할 때, 곡선 $y=g(x)$ 위의 점 $(1, a)$에서의 접선의 기울기는 b이다. $10(a+b)$의 값을 구하시오.

체크리스트

□ 역함수를 다룰 때, $f(g(x))=x$를 이용할 수 있는가

□ $g'(1)$을 구하기 위해 $g(f(2x))=x$와 $f(2g(x))=x$ 중 어떤 것을 선택할지 결정할 수 있는가

13. 2022학년도 6월 평가원 30번

$t>\frac{1}{2}\ln 2$인 실수 t에 대하여 곡선 $y=\ln(1+e^{2x}-e^{-2t})$과 직선 $y=x+t$가 만나는 서로 다른 두 점 사이의 거리를 $f(t)$라 할 때, $f'(\ln 2)=\frac{q}{p}\sqrt{2}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

체크리스트

- □ $f(t)=\sqrt{2}(\beta-\alpha)$로 두고 라이프니치 미분법을 쓸 수 있는가
- □ 두 함수가 만나는 교점을 구할 때, 구하기 쉬운 절편을 먼저 구하고, 어려운 함수에 대입해봄으로써 교점을 쉽게 찾을 수 있는가
  (ex. $y=-x+t$의 $(t,0)$을 $y=\ln(1+e^{2x}-e^{-2t})$에 넣어본다.)

14. 2021학년도 수능 가형 28번

두 상수 a, $b(a<b)$에 대하여 함수 $f(x)$를

$$f(x)=(x-a)(x-b)^2$$

이라 하자. 함수 $g(x)=x^3+x+1$의 역함수 $g^{-1}(x)$에 대하여 합성함수 $h(x)=(f\circ g^{-1})(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(8)$의 값을 구하시오.

(가) 함수 $(x-1)|h(x)|$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.
(나) $h'(3)=2$

체크리스트

- □ $(x-1)|h(x)|$가 미분가능하기 위한 $h(x)$의 성질을 알고 있는가
- □ $(x-1)|h(x)|$을 그릴 수 있는가? 즉, $h(x)$의 개형을 대략적으로 그릴 수 있는가

15. 2016학년도 수능 B형 21번

$0<t<41$인 실수 t에 대하여 곡선 $y=x^3+2x^2-15x+5$와 직선 $y=t$가 만나는 세 점 중에서 x좌표가 가장 큰 점의 좌표를 $(f(t), t)$, x좌표가 가장 작은 점의 좌표를 $(g(t), t)$라 하자. $h(t)=t\times\{f(t)-g(t)\}$라 할 때, $h'(5)$의 값은?

① $\frac{79}{12}$ ② $\frac{85}{12}$ ③ $\frac{91}{12}$

④ $\frac{97}{12}$ ⑤ $\frac{103}{12}$

체크리스트

□ 삼차함수와 직선이 세 점에서 만난다는 조건을 통해 $0<t<41$이 삼차함수의 두 극값을 나타내는 조건일 것이라고 예측할 수 있는가

□ 역함수의 미분법을 사용하기 위해, 구간을 잘라 각각의 역함수를 만들어 미분계수를 구할 수 있는가

□ 곡선 $y=x^3+2x^2-15x+5$에 직접 $(t, f(t))$를 넣어 합성함수의 미분법을 적용할 수 있는가

16. 2013학년도 9월 평가원 가형 21번

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$의 역함수를 $g(x)$라 할 때, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g(x)$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하고

$g'(x)\le\frac{1}{3}$이다.

(나) $\lim_{x\to 3}\frac{f(x)-g(x)}{(x-3)g(x)}=\frac{8}{9}$

$f(1)$의 값은?

① -11 ② -9 ③ -7

④ -5 ⑤ -3

체크리스트

□ 도함수가 미분가능하기 위한 원함수의 조건을 알고 있는가

□ 도함수의 최대/최소는 원함수의 변곡점에서 나타난다는 것을 알고 있는가

□ $f(x)=g(x)$가 만나 생기는 교점을 $f(x)$가 증가할 때와 $f(x)$가 감소할 때로 나누어 판단할 수 있는가

□ $f(3)=g(3)=3$을 곧바로 작성할 수 있는가

17. 2018학년도 6월 평가원 가형 16번

실수 k에 대하여 함수 $f(x)$는

$$f(x)=\begin{cases} x^2+k & (x \le 2) \\ \ln(x-2) & (x>2) \end{cases}$$

이다. 실수 t에 대하여 직선 $y=x+t$와 함수 $y=f(x)$의 그래프가 만나는 점의 개수를 $g(t)$라 하자. 함수 $g(t)$가 $t=a$에서 불연속인 a의 값이 한 개일 때, k의 값은?

① -2　② $-\frac{9}{4}$　③ $-\frac{5}{2}$

④ $-\frac{11}{4}$　⑤ -3

체크리스트

□ 새롭게 정의된 함수를 관찰하는 순서를 알고 있는가

① 새롭게 정의된 함수의 정의역을 확인한다.

② 정의역의 범위를 판단한다. (실수 t, 양수 t, $t \ge 1$ 등)

③ 출제자가 함수를 어떻게 정의해주었는지 이해한다.

④ 다른 변수를 고정하고 새롭게 정의된 함수의 정의역을 범위에 맞춰 작은 수부터 큰 수까지 전부 쓸어가며 함수를 관찰한다.

□ 두 그래프가 만나는 점의 개수를 관찰하기 위해 식이 아닌 그래프로 해결할 수 있는가

□ 경계는 항상 특수한 상황임을 인지할 수 있는가

18. 2019시행 7월 교육청 가형 21번

$0<t<1$인 실수 t에 대하여 직선 $y=t$와 함수 $f(x)=\sin x\left(0<x<\frac{\pi}{2}\right)$의 그래프가 만나는 점을 P라 할 때, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 P에서 그은 접선의 x절편을 $g(t)$라 하자. $g'\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)$의 값은?

① -28　② -24　③ -20

④ -16　⑤ -12

체크리스트

□ 라이프니치 미분법을 활용하여 문제를 해결할 수 있는가

□ 두 변수간의 관계식을 작성하여 함숫값과 미분계수를 각각 구할 수 있는가

19. 2017시행 3월 교육청 가형 14번

모든 실수 x에 대하여 $f(x+2)=f(x)$이고, $0 \le x < 2$일 때 $f(x)=\dfrac{(x-a)^2}{x+1}$인 함수 $f(x)$가 $x=0$에서 극댓값을 갖는다. 구간 $[0, 2)$에서 극솟값을 갖도록 하는 모든 정수 a의 값의 곱은?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 2

체크리스트

☐ 극값의 정의를 알고 있는가

☐ 극소를 가지기 위한 조건을 알고 있는가

☐ 극대/극소는 함수의 연속성이 보장되지 않아도 된다는 것을 알고 있는가

20. 2018학년도 6월 평가원 가형 20번

양수 a와 실수 b에 대하여 함수 $f(x)=ae^{3x}+be^{x}$이 다음 조건을 만족시킬 때, $f(0)$의 값은?

(가) $x_1 < \ln\dfrac{2}{3} < x_2$를 만족시키는 모든 실수 x_1, x_2에 대하여 $f''(x_1)f''(x_2) < 0$이다.

(나) 구간 $[k, \infty)$에서 함수 $f(x)$의 역함수가 존재하도록 하는 실수 k의 최솟값을 m이라 할 때, $f(2m)=-\dfrac{80}{9}$이다.

① -15 ② -12 ③ -9 ④ -6 ⑤ -3

체크리스트

☐ b의 부호에 따른 $f(x)$의 그래프 개형을 미분없이 그릴 수 있는가

☐ $f(m)$이 아닌 $f(2m)$을 제시한 것으로부터 m은 $\dfrac{?}{2}$임을 예측할 수 있는가

☐ 역함수의 존재 조건과 실수 전체의 집합에서 정의된 역함수의 존재 조건을 구별할 수 있는가

21. 2017학년도 6월 평가원 가형 21번

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(x) \neq 1$
(나) $f(x)+f(-x)=0$
(다) $f'(x)=\{1+f(x)\}\{1+f(-x)\}$

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. 모든 실수 x에 대하여 $f(x) \neq -1$이다.
ㄴ. 함수 $f(x)$는 어떤 열린구간에서 감소한다.
ㄷ. 곡선 $y=f(x)$는 세 개의 변곡점을 갖는다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

체크리스트

☐ 주어진 $f(x)$가 $\arctan x$임을 생각할 수 있는가
($\arctan x = \tan x$의 역함수)
☐ ㄱ. 그림이 아닌 식으로 판단할 수 있는가
☐ ㄴ. $f'(x)$의 부호를 관찰하기 위해 주어진 항등식들을 변형할 수 있는가
☐ ㄷ. 변곡점을 판단하기 위해 $f''(a)=0$이 아닌 $f''(x)$의 부호변화를 관찰할 수 있는가

22. 2009학년도 수능 가형 28번

함수 $f(x)=4\ln x+\ln(10-x)$에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. 함수 $f(x)$의 최댓값은 $13\ln 2$이다.
ㄴ.방정식 $f(x)=0$은 서로 다른 두 실근을 갖는다.
ㄷ. 함수 $y=e^{f(x)}$의 그래프는 구간 $(4, 8)$에서 위로 볼록하다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

체크리스트

☐ $\ln x$는 증가하는 일대일함수임을 이용하여 $x^4(10-x)$의 최댓값을 바로 이용할 수 있는가?
☐ $f(x)=0$를 $x^4(10-x)=1$로 볼 수 있는가
☐ 오목과 볼록을 판단하기 위해 이계도함수를 적절히 이용할 수 있는가

23. 2018학년도 수능 가형 21번

양수 t에 대하여 구간 $[1, \infty)$에서 정의된 함수 $f(x)$가

$$f(x)=\begin{cases}\ln x & (1 \le x < e) \\ -t+\ln x & (x \ge e)\end{cases}$$

일 때, 다음 조건을 만족시키는 일차함수 $g(x)$ 중에서 직선 $y=g(x)$의 기울기의 최솟값을 $h(t)$라 하자.

1 이상의 모든 실수 x에 대하여 $(x-e)\{g(x)-f(x)\} \ge 0$이다.

미분가능한 함수 $h(t)$에 대하여 양수 a가 $h(a)=\dfrac{1}{e+2}$을 만족시킨다. $h'\left(\dfrac{1}{2e}\right) \times h'(a)$의 값은?

① $\dfrac{1}{(e+1)^2}$　② $\dfrac{1}{e(e+1)}$　③ $\dfrac{1}{e^2}$

④ $\dfrac{1}{(e-1)(e+1)}$　⑤ $\dfrac{1}{e(e-1)}$

체크리스트

☐ $h'\left(\dfrac{1}{2e}\right) \times h'(a)$처럼 같은 꼴을 두 번 물었을 때에는 필히 구간에 따라 함수가 나눠질 것이라는 예측을 할 수 있는가

☐ t의 범위가 양수인 것으로부터 $t=0^{+}$부터 ∞까지 순서대로 관찰할 수 있는가

24. 2017학년도 수능 가형 30번

$x>a$에서 정의된 함수 $f(x)$와 최고차항의 계수가 -1인 사차함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다. (단, a는 상수이다.)

(가) $x>a$인 모든 실수 x에 대하여 $(x-a)f(x)=g(x)$이다. (나) 서로 다른 두 실수 α, β에 대하여 함수 $f(x)$는 $x=\alpha$, $x=\beta$에서 동일한 극댓값 M을 갖는다.(단, $M>0$) (다) 함수 $f(x)$가 극대 또는 극소가 되는 x의 개수는 함수 $g(x)$가 극대 또는 극소가 되는 x의 개수보다 많다.

$\beta-\alpha=6\sqrt{3}$일 때, M의 최솟값을 구하시오.

체크리스트

☐ $x-a>0$을 보고 $x-a$로 나누거나 곱해도 문제가 없다는 것을 알 수 있는가

☐ $g(x)=(x-a)f(x)$가 아닌 $(x-a)f(x)=g(x)$로 준 이유를 이해할 수 있는가
($f(x)=x^2$으로 제시하지 $x^2=f(x)$로 주지 않는다.)

☐ $f(x)=\dfrac{g(x)}{x-a}$로부터 기울기 함수임을 이해할 수 있는가

☐ y축이 결정되지 않았으므로 WLOG를 이용할 수 있는가

25. 2022 9월 평가원 29번

이차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)=\{f(x)+2\}e^{f(x)}$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(a)=6$인 a에 대하여 $g(x)$는 $x=a$에서 최댓값을 갖는다.
(나) $g(x)$는 $x=b$, $x=b+6$에서 최솟값을 갖는다.

방정식 $f(x)=0$의 서로 다른 두 실근을 α, β라 할 때, $(\alpha-\beta)^2$의 값을 구하시오. (단, a, b는 실수이다.)

체크리스트

☐ $g(x)$를 합성함수의 관점으로 볼 수 있는가

☐ 조건 (가)를 통해 최고차항의 계수가 음수인 이차함수임을 추론할 수 있는가

☐ y축이 결정되지 않았으므로 WLOG를 이용하여 해결할 수 있는가

26. 2019학년도 9월 평가원 가형 21번

열린구간 $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi\right)$에서 정의된 함수

$$f(x)=\begin{cases} 2\sin^3 x & \left(-\frac{\pi}{2}<x<\frac{\pi}{4}\right) \\ \cos x & \left(\frac{\pi}{4}\le x<\frac{3}{2}\pi\right) \end{cases}$$

가 있다. 실수 t에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 실수 k의 개수를 $g(t)$라 하자.

(가) $-\frac{\pi}{2}<k<\frac{3}{2}\pi$
(나) 함수 $\sqrt{\lvert f(x)-t\rvert}$는 $x=k$에서 미분가능하지 않다.

함수 $g(t)$에 대하여 합성함수 $(h\circ g)(t)$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $h(x)$가 있다. $g\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=a$, $g(0)=b$. $g(-1)=c$라 할 때, $h(a+5)-h(b+3)+c$의 값은?

① 96　② 97　③ 98　④ 99　⑤ 100

체크리스트

☐ sin과 cos의 점대칭점에서는 1차함수($\sin x\simeq x\ (x\to0)$), 극대/극소에서는 2차함수임을 알고 있는가

☐ $\sqrt{\lvert\sin^3 x\rvert}$의 $x=0$에서의 미분가능성을 $\sqrt{\lvert x^3\rvert}$의 미분가능성으로 관찰할 수 있는가?

☐ $\sqrt{\lvert\cos x-1\rvert}$의 $x=\frac{3}{2}\pi$에서의 미분가능성을 $\sqrt{\lvert x^2\rvert}=\lvert x\rvert$의 $x=0$에서의 미분가능성으로 관찰할 수 있는가?

27. 2019학년도 9월 평가원 가형 30번

최고차항의 계수가 $\frac{1}{2}$이고 최솟값이 0인 사차함수 $f(x)$와 함수 $g(x)=2x^4e^{-x}$에 대하여 합성함수 $h(x)=(f\circ g)(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $h(x)=0$의 서로 다른 실근의 개수는 4이다. (나) 함수 $h(x)$는 $x=0$에서 극소이다. (다) 방정식 $h(x)=8$의 서로 다른 실근의 개수는 6이다.

$f'(5)$의 값을 구하시오. (단, $\lim_{x\to\infty}g(x)=0$)

체크리스트

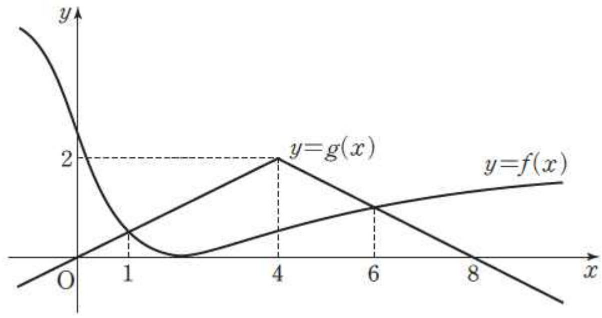
☐ $g(x)$가 극값을 가지는 x좌표를 $\frac{2x^4}{e^x}=\frac{8x^3}{e^x}$의 연립을 통해 쉽게 구할 수 있는가

☐ $h(x)$의 그래프를 그릴 수 있는가

☐ $y=k$가 특수한 상황인 극점을 지날 때로 미리 예측할 수 있는가

28. 2017학년도 6월 평가원 가형 20번

함수 $f(x)=\frac{5}{2}-\frac{10x}{x^2+4}$와 함수 $g(x)=\frac{4-|x-4|}{2}$의 그래프가 다음과 같다.



$0\le a\le 8$인 a에 대하여 $\int_0^a f(x)dx+\int_a^8 g(x)dx$의 최솟값은?

① $14-5\ln5$ ② $15-5\ln10$ ③ $15-5\ln5$
④ $16-5\ln10$ ⑤ $16-5\ln5$

체크리스트

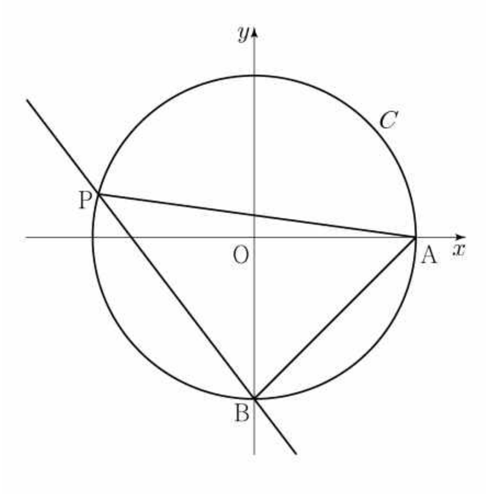
☐ a가 상수가 아닌 변수임으로부터 $\int_0^a f(x)dx+\int_a^8 g(x)dx$를 a에 대한 함수로 볼 수 있는가

☐ 닫힌구간에서의 최솟값은 극소점과 함께 구간의 양끝과 비교할 수 있는가

29. 2022학년도 9월 평가원 28번

좌표평면에서 원점을 중심으로 하고 반지름의 길이가 2인 원 C와 두 점 $\mathrm{A}(2,0)$, $\mathrm{B}(0,-2)$가 있다. 원 C 위에 있고 x좌표가 음수인 점 P에 대하여 $\angle\mathrm{PAB}=\theta$라 하자.
점 $\mathrm{Q}(0, 2\cos\theta)$에서 직선 BP에 내린 수선의 발을 R라 하고, 두 점 P와 R 사이의 거리를 $f(\theta)$라 할 때, $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} f(\theta)d\theta$의 값은?

① $\frac{2\sqrt{3}-3}{2}$ ② $\sqrt{3}-1$ ③ $\frac{3\sqrt{3}-3}{2}$
④ $\frac{2\sqrt{3}-1}{2}$ ⑤ $\frac{4\sqrt{3}-3}{2}$



체크리스트

□ $f(\theta)$를 적분하라고 한 것으로부터 $f(\theta)$가 구간에 따라 다른 함수를 가질 수 있다는 것을 생각할 수 있는가
□ 원 위의 세 점을 이은 각은 원주각임을 생각할 수 있는가
□ 원주각은 항상 중심각과 연결하여 생각할 수 있는가
□ 거리는 절댓값임을 알고 문제에 활용할 수 있는가

30. 2020학년도 9월 평가원 가형 17번

두 함수 $f(x)$, $g(x)$는 실수 전체의 집합에서 도함수가 연속이고 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f(x)g(x)=x^4-1$이다.
(나) $\int_{-1}^{1}\{f(x)\}^2 g'(x)dx=120$

$\int_{-1}^{1} x^3 f(x)dx$의 값은?

① 12 ② 15 ③ 18
④ 21 ⑤ 24

체크리스트

□ $x^3f(x)$의 x^3을 보고 조건 (가)를 미분해야 꼴이 나오겠다는 생각을 할 수 있는가
□ 조건 (가)를 미분하여 $f'(x)g(x)+f(x)g'(x)=4x^3$을 구했다면 조건 (나)를 $f(x)\times\{f(x)g'(x)\}$로 볼 수 있는가
□ 구간이 y축에 대칭인것으로부터 피적분함수의 대칭성을 판단하려고 했는가

31. 2017학년도 9월 평가원 21번

양의 실수 전체의 집합에서 미분가능한 두 함수 $f(x)$와 $g(x)$가 모든 양의 실수 x에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\left(\dfrac{f(x)}{x}\right)' = x^2 e^{-x^2}$
(나) $g(x) = \dfrac{4}{e^4}\displaystyle\int_1^x e^{t^2} f(t)\,dt$

$f(1) = \dfrac{1}{e}$일 때, $f(2) - g(2)$의 값은?

① $\dfrac{16}{3e^4}$ ② $\dfrac{6}{e^4}$ ③ $\dfrac{20}{3e^4}$
④ $\dfrac{22}{3e^4}$ ⑤ $\dfrac{8}{e^4}$

체크리스트

□ $f(2) - g(2)$를 보고 혹시 $h(x) = f(x) - g(x)$를 구할 수 있지는 않은지 생각할 수 있는가

□ 치환적분과 부분적분 중 함숫값이 필요한 경우는 부분적분인 것을 알고 있는가

□ $\left(\dfrac{f(x)}{x}\right)' = x^2 e^{-x^2}$는 $\dfrac{f(x)}{x}$의 도함수를 바로 알려준 것으로 해석할 수 있는가

32. 2017학년도 수능 가형 20번

함수 $f(x) = e^{-x}\displaystyle\int_0^x \sin(t^2)\,dt$에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. $f(\sqrt{\pi}) > 0$

ㄴ. $f'(a) > 0$을 만족시키는 a가 열린구간 $(0, \pi)$에 적어도 하나 존재한다.

ㄷ. $f'(b) = 0$을 만족시키는 b가 열린구간 $(0, \pi)$에 적어도 하나 존재한다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

체크리스트

□ ㄱ. 정확한 값을 알 수 없을 때, 각각의 부호를 곱한 것으로 해석할 수 있는가

□ ㄴ. $f'(a) > 0$을 알려면 $f(x)$를 봐야하는가, $f'(x)$를 봐야하는가

□ ㄷ. $f'(b) = 0$를 알려면 $f(x)$를 봐야하는가, $f'(x)$를 봐야하는가, $f''(x)$를 봐야하는가

33. 2014학년도 수능 B형 21번

연속함수 $y=f(x)$의 그래프가 원점에 대하여 대칭이고, 모든 실수 x에 대하여 $f(x)=\frac{\pi}{2}\int_{1}^{x+1} f(t)dt$이다. $f(1)=1$일 때,

$\pi^2\int_{0}^{1} xf(x+1)dx$의 값은?

① $2(\pi-2)$ ② $2\pi-3$ ③ $2(\pi-1)$
④ $2\pi-1$ ⑤ 2π

체크리스트

□ 원점 대칭인것으로부터 $f(-x)=-f(x)$를 적을 수 있는가

□ $f(1)=1$을 보고 $f(-1)=-1$을 바로 적을 수 있는가

□ $\pi^2\int_{0}^{1} xf(x+1)dx$에서 $f(x+1)$은 $f(x)=\frac{\pi}{2}\int_{1}^{x+1} f(t)dt$을 미분해야만 나온다는 것을 알고 미분할 수 있는가

□ 더 이상 값을 구할 수 없을 것 같을 때, 주어진 항등식을 다시 한 번 쳐다볼 수 있는가

34. 2022학년도 9월 평가원 30번

최고차항의 계수가 9인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $\lim_{x\to 0}\frac{\sin(\pi\times f(x))}{x}=0$
>
> (나) $f(x)$의 극댓값과 극솟값의 곱은 5이다.

함수 $g(x)$는 $0\le x<1$일 때, $g(x)=f(x)$이고 모든 실수 x에 대하여 $g(x+1)=g(x)$이다. $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $\int_{0}^{5} xg(x)dx=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

체크리스트

□ 최고차항의 계수가 9인 것을 까먹지 않으려고 미리 크게 $f(x)=9x^3+\cdots$으로 세팅할 수 있는가

□ 수렴하는 극한식에서는 조건을 두 개 뽑을 수 있는 것을 알고 있는가

□ $\sin(\pi\times f(0))=0$이 되는 $f(0)$은 0이 아닌 모든 정수인 것을 알고 있는가

□ 삼차함수의 두 극값의 차 공식을 알고 있는가

□ 주기함수인 $g(x)$의 식을 이용하며 $\int_{4}^{5} xg(x)$를 $\int_{0}^{1}$까지 끌고 올 수 있는가

35. 2021학년도 9월 평가원 가형 20번

함수 $f(x)=\sin(\pi\sqrt{x})$에 대하여 함수

$$g(x)=\int_0^x tf(x-t)dt\ (x\geq 0)$$

이 $x=a$에서 극대인 모든 a를 작은 수부터 크기순으로 나열할 때, n번째 수를 a_n이라 하자. $k^2<a_6<(k+1)^2$인 자연수 k의 값은?

① 11　② 14　③ 17　④ 20　⑤ 23

체크리스트

- ☐ 극값을 판단하기 위해서 도함수를 관찰해야함을 알고 있는가
- ☐ $\frac{d}{dx}\int_a^x (x-t)f(t)dt=\int_a^x f(t)$임을 (계산없이) 외우고 있는가
- ☐ 도함수의 그래프를 추론하기 어려우면 이계도함수의 부호를 판단할 수 있는가
- ☐ $\sin(\pi\sqrt{x})$의 개형을 그릴 수 있는가
- ☐ $\sqrt{x}$로부터 왜 $k^2<a_6<(k+1)^2$꼴인지 눈치챌 수 있는가

36. 2021학년도 9월 평가원 가형 18번

함수 $f(x)=\begin{cases}0 & (x\leq 0)\\ \{\ln(1+x^4)\}^{10} & (x>0)\end{cases}$에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\int_0^x f(t)f(1-t)dt$$

라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. $x\leq 0$인 모든 실수 x에 대하여 $g(x)=0$이다.

ㄴ. $g(1)=2g\left(\frac{1}{2}\right)$

ㄷ. $g(a)\geq 1$인 실수 a가 존재한다.

① ㄱ　② ㄱ, ㄴ　③ ㄱ, ㄷ　④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

체크리스트

- ☐ 2018.06.30.(가)에서는 $\ln(x^4+1)$로 주었는데 이 문제에서는 왜 $\ln(1+x^4)$로 같은 함수를 다르게 표현하였는지 알고 있는가
- ☐ $f(x)$와 $f(1-x)$의 관계를 알고 있는가
- ☐ $\int_0^a f(x)dx=\int_0^a f(a-x)dx$임을 알고 있는가
- ☐ 이 문제에서의 ^{10}을 통해 22.06.20의 $\{f(t)\}^4$이 무엇을 의미하는지 추론할 수 있는가

37. 2010학년도 수능 가형 29번

실수 전체의 집합에서 이계도함수를 갖는 두 함수 $f(x)$와 $g(x)$에 대하여 정적분

$$\int_0^x \{f'(x)g(1-x)-g'(x)f(1-x)\}dx$$

의 값을 k라 하자. 옳은 것만을 〈보기〉에서 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. $\int_0^1 \{f(x)g'(1-x)-g(x)f'(1-x)\}dx=-k$

ㄴ. $f(0)=f(1)$이고 $g(0)=g(1)$이면, $k=0$이다.

ㄷ. $f(x)=\ln(1+x^4)$이고 $g(x)=\sin\pi x$이면, $k=0$이다.

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

체크리스트

□ $\int_0^a f(x)dx=\int_0^a f(a-x)dx$인 것을 알고 있는가

□ $\int_0^x \{f'(x)g(1-x)-g'(x)f(1-x)\}dx$와 $\int_0^1 \{f(x)g'(1-x)-g(x)f'(1-x)\}dx$가 도함수와 원함수 위치만 바뀌어 있다는 것을 통해 부분적분을 사용할 수 있는가

□ ㄷ이 ㄴ의 $g(x)$와 같은 조건인 것을 알 수 있는가

38. 2011학년도 수능 가형 28번

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 있다. 모든 실수 x에 대하여 $f(2x)=2f(x)f'(x)$이고,

$$f(a)=0,\ \int_{2a}^{4a}\frac{f(x)}{x}dx=k\ \ (a>0,\ 0<k<1)$$

일 때, $\int_a^{2a}\frac{\{f(x)\}^2}{x^2}dx$의 값을 k로 나타낸 것은?

① $\frac{k^2}{4}$ ② $\frac{k^2}{2}$ ③ k^2
④ k ⑤ $2k$

체크리스트

□ 구간을 바꿔주는 적분법은 치환적분임을 알고 있는가

□ $\int_a^{2a}$를 $\int_{2a}^{4a}$로 바꿔주기 위해 $x=2t$로 치환할 수 있는가

□ $f(2x)=2f(x)f'(x)$를 이용하여 치환한 $f(2x)$를 변형할 수 있는가

□ $f(2x)=2f(x)f'(x)$를 만족하는 $f(x)$는 $\sin x$인 것을 알고 있는가

□ $\frac{1}{x}$과 $\frac{1}{x^2}$은 미분과 적분관계임을 알고 있는가(계수 제외)

39. 2022학년도 수능 30번

실수 전체의 집합에서 증가하고 미분가능한 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $f(1)=1$, $\int_1^2 f(x)dx=\frac{5}{4}$
>
> (나) 함수 $f(x)$의 역함수를 $g(x)$라 할 때,
> $x \geq 1$인 모든 실수 x에 대하여 $g(2x)=2f(x)$이다.

$\int_1^8 xf'(x)dx=\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

체크리스트

- ☐ $\int_1^8 f(x)dx$를 알기 위해 $f(x)$의 개형을 추론하려고 하였는가
- ☐ $f(1)=1$과 $g(2x)=2f(x)$을 통해 항등식에 특정값을 대입하면 다른 값을 계속 구할 수 있다는 것을 생각할 수 있는가
- ☐ $(1,1)$, $(2,2)$, $(4,4)$, $(8,8)$등을 통해 구간이 비율을 가지고 바뀌고 있음을 알 수 있는가
- ☐ 적분을 닮음비를 이용해 구할 수 있는가
- ☐ $\int_1^2 f(x)dx$를 알고 있으므로 $g(2x)=2f(x)$의 양변에 $\int$을 세워 새로운 항등식을 이끌어낼 수 있는가

40. 2018학년도 6월 평가원 가형 30번

실수 a와 함수 $f(x)=\ln(x^4+1)-c$ ($c>0$인 상수)에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\int_a^x f(t)dt$$

라 하자. 함수 $y=g(x)$의 그래프가 x축과 만나는 서로 다른 점의 개수가 2가 되도록 하는 모든 a의 값을 작은 수부터 크기 순으로 나열하면 α_1, α_2, $\cdots$, α_m(m은 자연수)이다. $a=\alpha_1$일 때, 함수 $g(x)$와 상수 k는 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 함수 $g(x)$는 $x=1$에서 극솟값을 갖는다.
>
> (나) $\int_{\alpha_1}^{\alpha_m} g(x)dx=k\alpha_m\int_0^1 |f(x)|dx$

$mk\times e^c$의 값을 구하시오.

체크리스트

- ☐ 이 문제는 왜 $f(x)=\ln(x^4+1)$로 제시했는지 알 수 있는가
- ☐ $f(x)$가 우함수임을 통해 $g(x)$는 점대칭함수임을 추론할 수 있는가
- ☐ 점대칭함수의 정적분 값을 직사각형의 넓이로 대체하여 구할 수 있는가
- ☐ $mk\times e^c$를 보고 c는 $\ln$를 가지고 있겠다라는 것을 생각할 수 있는가

41. 2010학년도 9월 평가원 가형 29번

함수 $f(x)=\sin\frac{x^2}{2}$에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. $0<x<1$일 때, $x^2\sin\frac{x^2}{2}<f(x)<\cos\frac{x^2}{2}$이다.

ㄴ. 구간 $(0, 1)$에서 곡선 $y=f(x)$는 위로 볼록하다.

ㄷ. $\int_0^1 f(x)dx \le \frac{1}{2}\sin\frac{1}{2}$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

체크리스트

☐ $0<x<1$일 때, x^2의 역할을 설명할 수 있는가

☐ ㄴ. 이계도함수를 이용하여 오목과 볼록을 해결할 수 있는가

☐ ㄷ. 좌변이 넓이이면 우변도 같은 기준인 넓이로 해석할 수 있는가

☐ ㄷ. ab는 직사각형의 넓이, $\frac{1}{2}ab$는 직각삼각형의 넓이로 해석할 수 있는가

42. 2017학년도 6월 평가원 가형 30번

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 상수 $a\,(0<a<2\pi)$와 모든 실수 x에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(x)=f(-x)$

(나) $\int_x^{x+a} f(t)dt=\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$

닫힌구간 $\left[0, \frac{a}{2}\right]$에서 두 실수 b, c에 대하여

$f(x)=b\cos(3x)+c\cos(5x)$일 때, $abc=-\frac{q}{p}\pi$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

체크리스트

☐ $f(x)$가 우함수인 것을 통해 $\left[0, \frac{a}{2}\right]$을 $\left[-\frac{a}{2}, \frac{a}{2}\right]$로 확장할 수 있는가

☐ $\int_x^{x+a} f(t)dt=\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$에 $x=0$을 대입하면 안되는 이유를 설명할 수 있는가

☐ 어떤 수를 대입해야 $\left[-\frac{a}{2}, \frac{a}{2}\right]$에서의 $f(x)$를 관찰할 수 있을지 떠올릴 수 있는가

☐ $f(x)=b\cos(3x)+c\cos(5x) \subset \int_x^{x+a} f(t)dt=\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$ 이므로 $f(x)=b\cos(3x)+c\cos(5x)$를 $\int_x^{x+a} f(t)dt=\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$에 대입하여 해결할 수 있는가

빠른 답지 〈 수 Ⅰ 〉

1) 7 5
2) 1 3
3) 4 2 6
4) 2 4
5) ⑤
6) ③
7) ⑤
8) ④
9) ③
10) ⑤
11) 1 9 2
12) 1 2
13) ②
14) 1 2
15) ④
16) ⑤
17) 4 0
18) ③
19) ⑤
20) 2 6
21) ③
22) ③
23) ③
24) 1 5
25) 6 3
26) ⑤
27) 1 3
28) 7 8
29) 1 1 7
30) ④
31) 678
32) ④
33) ②
34) ①
35) ②
36) 273
37) ③

빠른 답지 〈 수 II 〉

1) ④
2) ③
3) 426
4) ②
5) 186
6) ③
7) 243
8) ⑤
9) 40
10) 5
11) ⑤
12) 19
13) 42
14) 51
15) 38
16) 105
17) ③
18) 61
19) 21
20) 108
21) 9
22) 43
23) ⑤
24) ④
25) ③
26) ④
27) ②
28) 8
29) 110
30) ①

빠른 답지 〈미적분〉

1) ③
2) ③
3) ④
4) ③
5) ③
6) ②
7) ①
8) 1 1
9) ③
10) ④
11) ④
12) 1 5
13) 1 1
14) 7 2
15) ④
16) ①
17) ④
18) ②
19) ①
20) ③
21) ①
22) ③
23) ④
24) 2 1 6
25) 2 4
26) ④
27) 3 0
28) ④
29) ①
30) ②
31) ③
32) ⑤
33) ①
34) 115
35) ①
36) ②
37) ⑤
38) ④
39) 143
40) 16
41) ④
42) 83