기출의 파급효과 판매링크

cafe.naver.com/spreadeffect/5615
기출의 파급효과 전과목 판매링크

파급의 기출효과

cafe.naver.com/spreadeffect
파급의 기출효과 NAVER 카페

기출의 파급효과 시리즈는 기출 분석서입니다. 기출의 파급효과 시리즈는 국어, 수학, 영어, 물리학 1, 화학 1, 생명과학 1, 사회·문화이 출시되었습니다.

기출의 파급효과에서는 준킬러 이상 기출에서 얻어갈 수 있는 '꼭 필요한 도구와 태도'를 정리합니다. '꼭 필요한 도구와 태도' 체화를 위해 관련도가 높은 준킬러 이상 기출을 바로바로 보여주며 체화 속도를 높입니다. 단시간 내에 점수를 극대화할 수 있도록 교재가 설계되었습니다.

학습하시다 질문이 생기신다면 '파급의 기출효과' 카페에서 질문을 할 수 있습니다.
교재 인증을 하시면 질문 게시판을 이용하실 수 있습니다.

기출의 파급효과 팀 소속 오르비 저자분들이 올리시는 학습자료를 받아보실 수 있습니다.
위 저자 분들의 컨텐츠 질문 답변도 교재 인증 시 가능합니다.
6월 평가원 이후 수학 n제, EBS 선별좌표, EBS FINAL 선별자료를 무료로 배포할 예정입니다.

더 궁금하시다면 https://cafe.naver.com/spreadeffect/15에서 확인하시면 됩니다.

제 2 교시

수학 영역

5 지 선 다 형

1. $\sqrt{8}\times 4^{\frac{1}{4}}$의 값은? [2점]

① 2　② $2\sqrt{2}$　[✓ ③ 4]　④ $4\sqrt{2}$　⑤ 8

$2^{\frac{3}{2}} \times 2^{\frac{1}{2}} = 4$　③

2. $\int_0^2 (2x^3+3x^2)dx$의 값은? [2점]

① 14　[✓ ② 16]　③ 18　④ 20　⑤ 22

②

$\left[\frac{1}{2}x^4 + x^3 \right]_0^2 = 16$

3. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_1a_3 = 4,\ a_3a_5 = 64$$

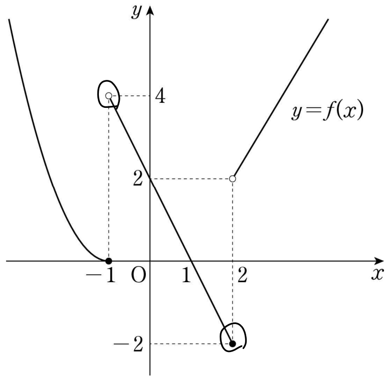
일 때, a_6의 값은? [3점]

① 16　② $16\sqrt{2}$　[✓ ③ 32]　④ $32\sqrt{2}$　⑤ 64

$a_2 = 2$　③

$a_4 = 8$

4. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim\limits_{x\to -1+} \overset{4}{f(x)} + \lim\limits_{x\to 2-} \overset{-2}{f(x)}$의 값은? [3점]　④

① −4　② −2　③ 0　[✓ ④ 2]　⑤ 4

5. $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ 인 θ에 대하여 $\sin\theta = 2\cos(\pi - \theta)$일 때, $\cos\theta\tan\theta$의 값은? [3점]

① $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ② $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ ③ $\frac{1}{5}$ ④ $\frac{\sqrt{5}}{5}$ [✓ ⑤ $\frac{2\sqrt{5}}{5}$]

⑤

$\sin\theta = -2\cos\theta$

$\tan\theta = -2$

$\cos\theta = \frac{-1}{\sqrt{5}}$

$\sin\theta = \frac{2}{\sqrt{5}}$

6. 함수 $f(x) = x^3 - 2x^2 + 2x + a$에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(1, f(1))$에서의 접선이 x축, y축과 만나는 점을 각각 P, Q라 하자. $\overline{\mathrm{PQ}} = 6$일 때, 양수 a의 값은? [3점]

① $2\sqrt{2}$ ② $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ [✓ ③ $3\sqrt{2}$] ④ $\frac{7\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $4\sqrt{2}$

$f'(x) = 3x^2 - 4x + 2$ $f(1) = a+1$ ③

$y = x + a$ $\sqrt{2}\,a = 6$

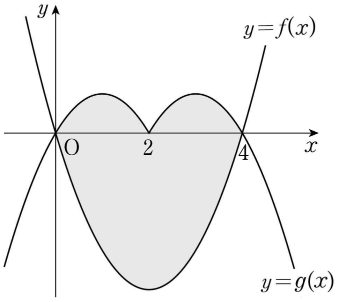
$a = 3\sqrt{2}$

7. 두 함수

$$f(x) = x^2 - 4x, \quad g(x) = \begin{cases} -x^2 + 2x & (x < 2) \\ -x^2 + 6x - 8 & (x \geq 2) \end{cases}$$

의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

[✓ ① $\frac{40}{3}$] ② 14 ③ $\frac{44}{3}$ ④ $\frac{46}{3}$ ⑤ 16



①

$2\int_0^2 -2x^2 + 6x \, dx$

$= 2\left[-\frac{2}{3}x^3 + 3x^2\right]_0^2$

$= 2 \times \left(12 - \frac{2}{3} \times 8\right) = \frac{40}{3}$

8. 첫째항이 20인 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=|a_n|-2$$

를 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^{30} a_n$의 값은? [3점]

① 88 [✓ ② 90] ③ 92 ④ 94 ⑤ 96

a_1	a_2		a_{10}	a_{11}	a_{12}	a_{13}	
20	18	···	-2	0	-2	0	②

$11\times 10 \quad -2\times 10 = 90$

9. 최고차항의 계수가 1인 다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$nx^{n-1} \quad x^n$

$$xf'(x)-3f(x)=2x^2-8x$$

를 만족시킬 때, $f(1)$의 값은? [4점]

① 1 ② 2 [✓ ③ 3] ④ 4 ⑤ 5

$n-3=0$

$n=3$

③

$3x^2+g'(x)$

$f(x)=x^3+g(x)$

$-4x+a$

$3\cancel{x^3}+xg'(x) \quad -\cancel{3x^3}-3g(x)=2x^2-8x$

$-4x^2+ax+6x^2-3ax=2x^2-8x$

$g(x)=x(-2x+a)$

$=-2x^2+ax$

$-2a=-8$

$a=4$

$g(x)=-2x^2+4x$

$f(1)=1+g(1)=3$

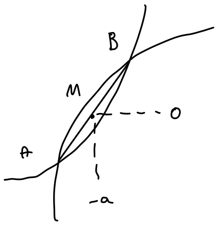
10. $a>1$인 실수 a에 대하여 두 곡선

$$y=-\log_2(-x),\ y=\log_2(x+2a)$$

가 만나는 두 점을 A, B라 하자. 선분 AB의 중점이 직선 $4x+3y+5=0$ 위에 있을 때, 선분 AB의 길이는? [4점]

⑤

① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{7}{4}$ ③ 2 ④ $\frac{9}{4}$ [✓ ⑤ $\frac{5}{2}$]



$\frac{1}{-x}=x+2a$

$x^2+2ax+1=0$

$\alpha+\beta=-2a$

$\alpha\beta=1$

M의 y좌표

$=\frac{1}{2}\log_2(\alpha+2a)(\beta+2a)$

$=\frac{1}{2}\log_2 1=0$

$-4a+5=0 \rightarrow a=\frac{5}{4}$

$x^2+\frac{5}{2}x+1=0$

$2x^2+5x+2=0$

$(2x+1)(x+2)=0$

$\alpha=-2,\ \beta=-\frac{1}{2}$

A $(-2,-1)$

B $(-\frac{1}{2},1)$

$\overline{AB}=\sqrt{\frac{9}{4}+4}=\frac{5}{2}$

11. 두 정수 a, b에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $0 \le x < 4$에서 $f(x) = ax^2 + bx - 24$이다.
(나) 모든 실수 x에 대하여 $f(x+4) = f(x)$이다.

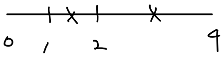
$1 < x < 10$일 때, 방정식 $f(x) = 0$의 서로 다른 실근의 개수가 5이다. $a+b$의 값은? [4점]

① 18 ② 19 ③ 20 [✓ ④ 21] ⑤ 22

$f(0) = f(4) \Rightarrow -24 = 16a + 4b - 24 \rightarrow 4a + b = 0$

$f(x) = ax^2 - 4ax - 24 \quad (0 \le x < 4)$

$f(1)\,f(2) < 0$



$(-3a - 24)\,(-4a - 24) < 0$

$(a+8)\,(a+6) < 0$

$-8 < a < -6$

$a = -7$

$b = 28$

④

12. 양수 a에 대하여 함수 $a\left(x - \frac{\pi}{3a}\right)$

$$f(x) = \left|4\sin\left(ax - \frac{\pi}{3}\right) + 2\right| \quad \left(0 \le x < \frac{4\pi}{a}\right)$$

$-2\sqrt{3}+2$

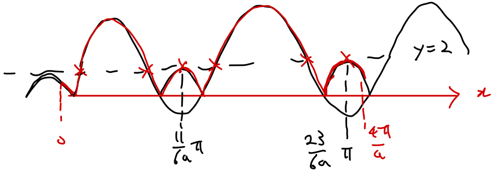
주기 $\frac{2\pi}{a}$

의 그래프가 직선 $y=2$와 만나는 서로 다른 점의 개수는 n이다. 이 n개의 점의 x좌표의 합이 39일 때, $n \times a$의 값은? [4점]

① $\frac{\pi}{2}$ ② π ③ $\frac{3\pi}{2}$ [✓ ④ 2π] ⑤ $\frac{5\pi}{2}$

④

$ax - \frac{\pi}{3} = \frac{3\pi}{2}$ $\frac{9}{6}$ $\frac{11}{6a}\pi$



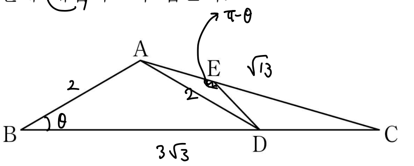
$n = 6$

$39 = \frac{11}{6a}\pi \times 5 + \frac{23}{6a}\pi$

$39 = \frac{78}{6a}\pi$

$6a = 2\pi \quad a = \frac{\pi}{3}$

13. 그림과 같이 $\overline{AB}=2$, $\overline{BC}=3\sqrt{3}$, $\overline{CA}=\sqrt{13}$ 인 삼각형 ABC가 있다. 선분 BC 위에 점 B가 아닌 점 D를 $\overline{AD}=2$가 되도록 잡고, 선분 AC 위에 양 끝점 A, C가 아닌 점 E를 사각형 ABDE가 원에 내접하도록 잡는다.



다음은 선분 DE의 길이를 구하는 과정이다.

삼각형 ABC에서 코사인법칙에 의하여 $\frac{4+27-13}{2\cdot 2\cdot 3\sqrt{3}} = \cos\angle ABC$

$\cos(\angle ABC)=$ $\boxed{(가)}$ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

이다. 삼각형 ABD에서 $\sin(\angle ABD)=\sqrt{1-(\boxed{(가)})^2}$

이므로 사인법칙에 의하여 삼각형 ABD의 외접원의

반지름의 길이는 $\boxed{(나)}$ 2 이다. $\angle ABC=\frac{\pi}{6}$ $\frac{2}{\sin\frac{\pi}{6}}=2R$

삼각형 ADC에서 사인법칙에 의하여

$$\frac{\overline{CD}}{\sin(\angle CAD)}=\frac{\overline{AD}}{\sin(\angle ACD)}$$ $\overline{BD}=2\sqrt{3}$

이므로 $\sin(\angle CAD)=\frac{\overline{CD}\sqrt{3}}{\overline{AD}_{2}}\times\sin(\overset{1}{\underset{\sqrt{13}}{\angle ACD}})$ 이다.

삼각형 ADE에서 사인법칙에 의하여 $\cos\angle ACD=\frac{27+13-4}{2\cdot 3\sqrt{3}\cdot\sqrt{13}}=\frac{6}{\sqrt{39}}$

$\overline{DE}=$ $\boxed{(다)}$ $\sin\angle CAD=\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{13}}$ $\sin\angle ACD=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{39}}$

이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r라 할 때, $p\times q\times r$의 값은? [4점]

[✓ ① $\frac{6\sqrt{13}}{13}$] ② $\frac{7\sqrt{13}}{13}$ ③ $\frac{8\sqrt{13}}{13}$ ④ $\frac{9\sqrt{13}}{13}$ ⑤ $\frac{10\sqrt{13}}{13}$

$$\frac{\overline{DE}}{\sin\angle CAD}=\frac{2}{\sin\frac{5}{6}\pi}$$

①

$$\overline{DE}=4\times\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{13}}=\frac{2\sqrt{39}}{13}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}}\times\cancel{2}\times\frac{2\sqrt{39}}{13}=\frac{6\sqrt{13}}{13}$$

14. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 실수 t에 대하여 x에 대한 방정식

$$\int_t^x f(s)\,ds=0$$

$F(x)=\int_t^x f(s)\,ds$

$F'(x)=f(x)$

$F(t)=0$

의 서로 다른 실근의 개수를 $g(t)$라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

ㄱ. $f(x)=x^2(x-1)$일 때, $g(1)=1$이다.

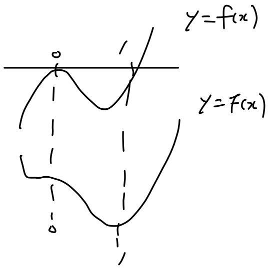
ㄴ. 방정식 $f(x)=0$의 서로 다른 실근의 개수가 3이면 $g(a)=3$인 실수 a가 존재한다.

ㄷ. $\lim_{t\to b}g(t)+g(b)=6$을 만족시키는 실수 b의 값이 0과 3뿐이면 $f(4)=\cancel{1}2$이다.

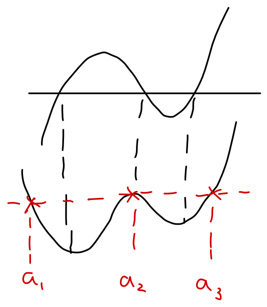
① ㄱ [✓ ② ㄱ, ㄴ] ③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

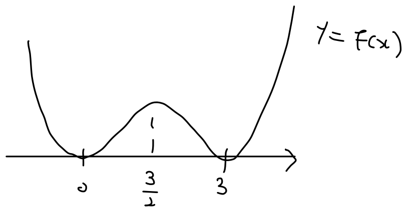
ㄱ.



ㄴ.



ㄷ.



②

$$f(x)=x(x-\frac{3}{2})(x-3)$$

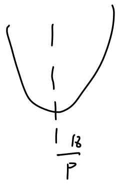
$$f(4)=4\times\frac{5}{2}\times1=10$$

15. 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. 두 자연수 p, q에 대하여 $S_n = pn^2 - 36n + q$일 때, S_n이 다음 조건을 만족시키도록 하는 p의 최솟값을 p_1이라 하자.

> 임의의 두 자연수 i, j에 대하여 $i \neq j$이면 $S_i \neq S_j$이다.

$p = p_1$일 때, $|a_k| < a_1$을 만족시키는 자연수 k의 개수가 3이 되도록 하는 모든 q의 값의 합은? [4점]

[✓ ① 372] ② 377 ③ 382 ④ 387 ⑤ 392



$\frac{36}{p}$ 자연수 X ⇒ 조건 만족

①

$p_1 = 5$

$S_n = 5n^2 - 36n + q$

$a_1 = q - 31$ $(q > 31)$

$a_2 = -21$ $a_n = 10n - 41$ $(n \geq 2)$

$\left(\begin{array}{l} a_3 = -11 \\ a_4 = -1 \\ a_5 = 9 \end{array} \right)$

$\vdots$

$|a_k| < a_1$ 인 $k = 3, 4, 5$

$12 \leq q - 31 \leq 19$

$43 \leq q \leq 50$

$93 \times 4 = 372$

단 답 형

16. $\log_2 96 + \log_{\frac{1}{4}} 9$의 값을 구하시오. [3점]

$\log_2 96 - \log_2 3 = \log_2 32 = 5$

5

17. 함수 $f(x) = x^3 - 3x^2 + ax + 10$이 $x = 3$에서 극소일 때, 함수 $f(x)$의 극댓값을 구하시오. (단, a는 상수이다.) [3점]

$f'(x) = 3x^2 - 6x + a$

$f'(3) = 0 \rightarrow a = -9$

$f(-1) = -a + 6 = 15$

15

18. $\sum_{k=1}^{6}(k+1)^2-\sum_{k=1}^{5}(k-1)^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

109

$49 + \sum_{k=1}^{5} (k+1)^2 - (k-1)^2$

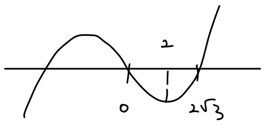
$= 49 + \sum_{k=1}^{5} 4k = 49 + 4 \times \frac{5\times6}{2} = 109$

19. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\,(t\geq0)$에서의 속도 $v(t)$가

$= 4t(t^2-12)$

$v(t)=4t^3-48t$ $a(t)=12t^2-48$

이다. 시각 $t=\overset{2}{k}\,(k>0)$에서 점 P의 가속도가 0일 때, 시각 $t=0$에서 $t=\overset{2}{k}$까지 점 P가 움직인 거리를 구하시오. (단, k는 상수이다.) [3점]



$\int_0^2 -4t^3+48t\,dt$

$= [-t^4+24t^2]_0^2$

$= -16+96=80$

80

20. 최고차항의 계수가 1이고 다음 조건을 만족시키는 모든 삼차함수 $f(x)$에 대하여 $f(5)$의 최댓값을 구하시오. [4점]

(가) $\lim_{x\to0}\frac{|f(x)-1|}{x}$ 의 값이 존재한다.

(나) 모든 실수 x에 대하여 $xf(x)\geq-4x^2+x$이다.

$f(0)=1 \quad f'(0)=0$

$f(x) = x^2(x-a)+1$

$x^3(x-a)+x \geq -4x^2+x$

$x^4-ax^3+4x^2 \geq 0$

$x^2(x^2-ax+4) \geq 0$

226

$a^2-16 \leq 0$

$-4 \leq a \leq 4$

$f(5)= 25(5-a)+1$

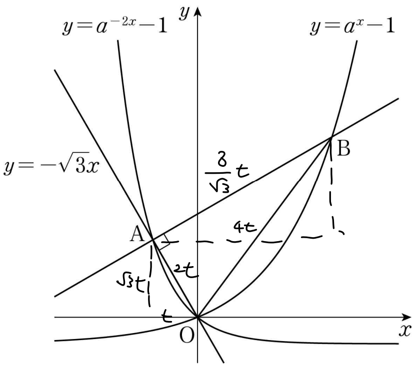
$= 126 - 25a$

$126+100 = 226$

21. 그림과 같이 $a>1$인 실수 a에 대하여 두 곡선

$$y=a^{-2x}-1,\ y=a^{x}-1$$

이 있다. 곡선 $y=a^{-2x}-1$과 직선 $y=-\sqrt{3}x$가 서로 다른 두 점 O, A에서 만난다. 점 A를 지나고 직선 OA에 수직인 직선이 곡선 $y=a^{x}-1$과 제1사분면에서 만나는 점을 B라 하자. $\overline{\mathrm{OA}}:\overline{\mathrm{OB}}=\sqrt{3}:\sqrt{19}$일 때, 선분 AB의 길이를 구하시오. (단, O는 원점이다.) [4점]



$A(-t, \sqrt{3}t)$ $\quad a^{2t}-1=\sqrt{3}t$

$B(3t, \frac{4}{\sqrt{3}}t)$ $\quad a^{3t}-1=\frac{7}{\sqrt{3}}t$

$$\frac{a^{2t}-1}{a^{3t}-1}=\frac{3}{7}$$

$$7a^{2t}-7=3\cdot a^{3t}-3$$

$$3a^{3t}-7a^{2t}+4=0$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 3 & -7 & 0 & 4 \\ & & 3 & -4 & -4 \\ \hline & 3 & -4 & -4 & \boxed{0} \end{array}$$

$$(a^{t}-1)(3a^{t}+2)(a^{t}-2)=0$$

$a^{t}=2$

$t=\sqrt{3}$

$\overline{AB}=\frac{8}{\sqrt{3}}t=8$

8

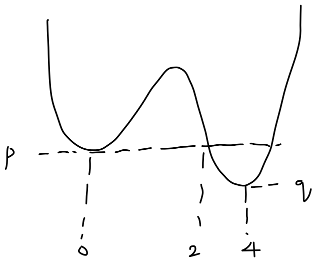
22. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$와 실수 t에 대하여 구간 $(-\infty, t]$에서 함수 $f(x)$의 최솟값을 m_1이라 하고, 구간 $[t, \infty)$에서 함수 $f(x)$의 최솟값을 m_2라 할 때,

$$g(t)=m_1-m_2$$

라 하자. $k>0$인 상수 k와 함수 $g(t)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> $g(t)=k$를 만족시키는 모든 실수 t의 값의 집합은 $\{t\,|\,0\le t\le 2\}$이다.

$g(4)=0$일 때, $k+g(-1)$의 값을 구하시오. [4점]



$k=p-q$

$f(x)=x^2(x-2)(x-a)+p$

$f'(x)=2x(x-2)(x-a)+x^2(x-a)+x^2(x-2)$

$0=16(4-a)+16(4-a)+32$

$0=160-32a$ $\quad a=5$

$f(x)=x^2(x-2)(x-5)+p$ $\quad q=p-32$

$g(-1)=f(-1)-q=18+p-q=50$

$k=p-q=32$ $\quad 32+50=82$

82

> * 확인 사항
> - ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
> - ○ 이어서, 「**선택과목(확률과 통계)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)

5지선다형

23. 표준편차가 12인 정규분포를 따르는 모집단에서 크기가 36인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 $\overline{X}$라 할 때, $\sigma(\overline{X})$의 값은? [2점]

① 1 [✓ ② 2] ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$\frac{12}{\sqrt{36}} = 2$

24. 다항식 $(x^2+1)(x-2)^5$의 전개식에서 x^6의 계수는? [3점]

[✓ ① -10] ② -8 ③ -6 ④ -4 ⑤ -2

${}_5C_r \cdot x^r \cdot (-2)^{5-r}$ $(0 \le r \le 5)$

$r=4 \longrightarrow {}_5C_4 \cdot (-2)^1 \cdot x^4 = -10x^4$

25. 이산확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	-3	0	a	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	1

$\mathrm{E}(X)=-1$일 때, $\mathrm{V}(aX)$의 값은? (단, a는 상수이다.) [3점]

① 12 ② 15 [✓ ③ 18] ④ 21 ⑤ 24

$-\frac{3}{2}+\frac{a}{4}=-1 \longrightarrow a=2$

$V(X)=\underbrace{\left(\frac{9}{2}+1\right)}_{E(X^2)}-\underbrace{(-1)}_{E(X)}{}^2=\frac{9}{2}$

$\therefore V(2X)=4V(X)=18.$

26. 다음 조건을 만족시키는 자연수 a, b, c, d의 모든 순서쌍 (a, b, c, d)의 개수는? [3점]

(가) $a\times b\times c\times d=8$
(나) $a+b+c+d<10$

① 10 ② 12 ③ 14 [✓ ④ 16] ⑤ 18

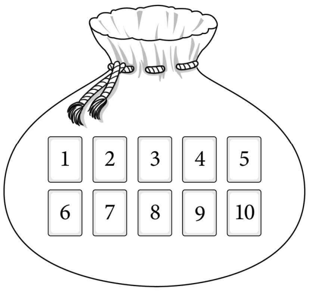
$8=2\times2\times2\times1$ $\quad 2+2+2+1=7<10$ ◎ $\quad \frac{4!}{3!}=4$

$\;=4\times2\times1\times1$ $\quad 4+2+1+1=8<10$ ◎ $\quad \frac{4!}{2!}=12$

$\;=8\times1\times1\times1$ $\quad 8+1+1+1=11>10$ ⓧ

27. 1부터 10까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 10장의 카드가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 카드 4장을 동시에 꺼내어 카드에 적혀 있는 수를 작은 수부터 크기 순서대로 a_1, a_2, a_3, a_4라 하자. $a_1 \times a_2$의 값이 홀수이고, $a_3 + a_4 \geq 16$일 확률은? [3점]

① $\frac{1}{14}$ ② $\frac{3}{35}$ ③ $\frac{1}{10}$ ④ $\frac{4}{35}$ [✓ ⑤ $\frac{9}{70}$]



a_1, a_2 모두 홀수

$a_3 + a_4$	16	17	18	19
(a_3, a_4)	(7,9) (6,10)	(8,9) (7,10)	(8,10)	(9,10)

a_1, a_2로 1,3,5 中 2개 선택

a_1, a_2로 1,3,5,7 中 2개 선택

$$\therefore \frac{3 \times {}_3C_2 + 3 \times {}_4C_2}{{}_{10}C_4} = \frac{9}{70}.$$

28. 정규분포를 따르는 두 확률변수 X, Y의 확률밀도함수를 각각 $f(x)$, $g(x)$라 할 때, 모든 실수 x에 대하여

$$g(x) = f(x+6)$$

이다. 두 확률변수 X, Y와 상수 k가 다음 조건을 만족시킨다.

차이 12

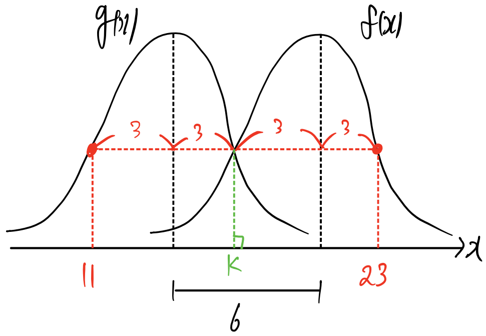
(가) $\mathrm{P}(X \leq 11) = \mathrm{P}(Y \geq 23)$

(나) $\mathrm{P}(X \leq k) + \mathrm{P}(Y \leq k) = 1$

z	$\mathrm{P}(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 $\mathrm{P}(X \leq k) + \mathrm{P}(Y \geq k)$의 값이 0.1336일 때, $\mathrm{E}(X) + \sigma(Y)$의 값은? [4점]

① $\frac{41}{2}$ ② 21 ③ $\frac{43}{2}$ [✓ ④ 22] ⑤ $\frac{45}{2}$



$\therefore k = \frac{11+23}{2} = 17.$ $m_X = 20$, $m_Y = 14.$

$$\mathrm{P}(X \leq k) + \mathrm{P}(Y \geq k) = 2\mathrm{P}(X \leq k)$$
$$= 2\mathrm{P}\left(Z \leq \frac{17-20}{\sigma}\right)$$
$$= 2\mathrm{P}\left(Z \leq -\frac{3}{\sigma}\right)$$

$0.0668 = 0.5 - 0.4332$

$\mathrm{P}(-1.5 \leq Z \leq 0)$

$\therefore -\frac{3}{\sigma} = -1.5.$

단답형

29. 두 집합 $X=\{1,2,3,4\}$, $Y=\{1,2,3,4,5,6\}$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f:X\to Y$의 개수를 구하시오. [4점]

105

(가) 집합 X의 임의의 두 원소 x_1, x_2에 대하여
$x_1<x_2$이면 $f(x_1)\le f(x_2)$이다.

(나) $f(1)\le 3$

(다) $f(3)\le f(1)+4$

1) $f(1)=1$

$f(3)\le 5$

${}_6H_3-6=50$

$f(3)=6$ 인 f의 개수

2) $f(1)=2$

$f(3)\le 6$

${}_5H_3=35.$

3) $f(1)=3$

$f(3)\le 7$

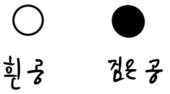
${}_4H_3=20.$

30. 주머니 A에 흰 공 3개, 검은 공 1개가 들어 있고, 주머니 B에도 흰 공 3개, 검은 공 1개가 들어 있다. 한 개의 동전을 사용하여 [실행 1]과 [실행 2]를 순서대로 하려고 한다.

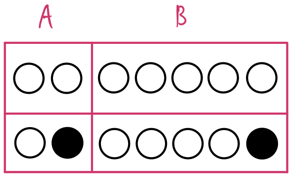
[실행 1] 한 개의 동전을 던져
앞면이 나오면 주머니 A에서 임의로 2개의 공을 꺼내어 주머니 B에 넣고,
뒷면이 나오면 주머니 A에서 임의로 3개의 공을 꺼내어 주머니 B에 넣는다.
[실행 2] 주머니 B에서 임의로 5개의 공을 꺼내어 주머니 A에 넣는다.

[실행 2]가 끝난 후 주머니 B에 흰 공이 남아 있지 않을 때, [실행 1]에서 주머니 B에 넣은 공 중 흰 공이 2개이었을 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

17



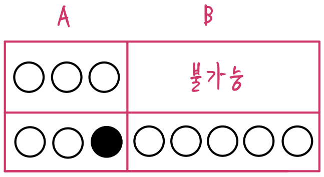
1) 앞면 →



$\frac{1}{2}\times\frac{{}_3C_2}{{}_4C_2}\times\frac{{}_5C_5}{{}_6C_5}=\frac{1}{24}.$

$\frac{1}{2}\times\frac{{}_3C_1\times{}_1C_1}{{}_4C_2}\times\frac{{}_4C_4\times{}_2C_1}{{}_6C_5}=\frac{1}{12}.$

2) 뒷면 →



$\frac{1}{2}\times\frac{{}_3C_2\times{}_1C_1}{{}_4C_3}\times\frac{{}_5C_5}{{}_7C_5}=\frac{1}{56}.$

$$\therefore \frac{\frac{1}{24}+\frac{1}{56}}{\frac{1}{24}+\frac{1}{12}+\frac{1}{56}}=\frac{5}{12}.$$

* 확인 사항
- ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- ○ 이어서, 「선택과목(미적분)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 문제지

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. 첫째항이 1이고 공차가 2인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{3n+1}$의 값은? [2점]

[✓ ① $\frac{2}{3}$]　② 1　③ $\frac{4}{3}$　④ $\frac{5}{3}$　⑤ 2

$a_n = 2n-1$

24. 미분가능한 함수 $f(x)$에 대하여

$$\lim_{x\to 0}\frac{f(x)-f(0)}{\ln(1+3x)}=2$$

일 때, $f'(0)$의 값은? [3점]

① 4　② 5　[✓ ③ 6]　④ 7　⑤ 8

$\frac{f'(0)}{3} = 2$

25. 매개변수 $t\,(0<t<\pi)$로 나타내어진 곡선

$$x=\sin t-\cos t,\ y=3\cos t+\sin t$$

위의 점 $(a,\,b)$에서의 접선의 기울기가 3일 때, $a+b$의 값은? [3점]

① 0　② $-\frac{\sqrt{10}}{10}$　③ $-\frac{\sqrt{10}}{5}$　④ $-\frac{3\sqrt{10}}{10}$　[✓ ⑤ $-\frac{2\sqrt{10}}{5}$]

$\frac{dy}{dx}=\frac{-3\sin t+\cos t}{\cos t+\sin t}=3 \Leftrightarrow \tan t=-\frac{1}{3},\ \sin t=\frac{1}{\sqrt{10}},\ \cos t=\frac{-3}{\sqrt{10}}$

$\therefore \frac{\pi}{2}<t<\pi$

$\therefore a=\frac{4}{\sqrt{10}},\ \ b=-\frac{8}{\sqrt{10}}$

26. $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{k}{(2n-k)^2}$ 의 값은? [3점]

① $\frac{3}{2}-2\ln 2$　[✓ ② $1-\ln 2$]　③ $\frac{3}{2}-\ln 3$　④ $\ln 2$　⑤ $2-\ln 3$

$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\frac{\frac{k}{n}}{\left(2-\frac{k}{n}\right)^2}=-\int_2^1\frac{1}{x^2}dx \quad \left(2-\frac{k}{n}=x_k\right)$

$=\int_1^2\frac{1}{x^2}dx$

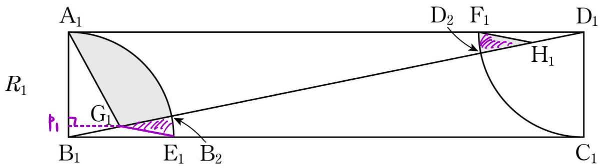
$=1-\ln 2$

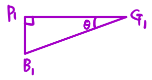
27. 그림과 같이 $\overline{A_1B_1}=1$, $\overline{B_1C_1}=2\sqrt{6}$ 인 직사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 이 있다. 중심이 B_1 이고 반지름의 길이가 1인 원이 선분 B_1C_1 과 만나는 점을 E_1이라 하고, 중심이 D_1 이고 반지름의 길이가 1인 원이 선분 A_1D_1 과 만나는 점을 F_1이라 하자. 선분 B_1D_1 이 호 A_1E_1, 호 C_1F_1 과 만나는 점을 각각 B_2, D_2라 하고, 두 선분 B_1B_2, D_1D_2 의 중점을 각각 G_1, H_1이라 하자.

두 선분 A_1G_1, G_1B_2 와 호 B_2A_1 로 둘러싸인 부분인 ◺ 모양의 도형과 두 선분 D_2H_1, H_1F_1 과 호 F_1D_2 로 둘러싸인 부분인 ▻ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 선분 B_2D_2 가 대각선이고 모든 변이 선분 A_1B_1 또는 선분 B_1C_1 에 평행한 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 를 그린다. 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 에 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 ◺ 모양의 도형과 ▻ 모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$ 의 값은? [3점]



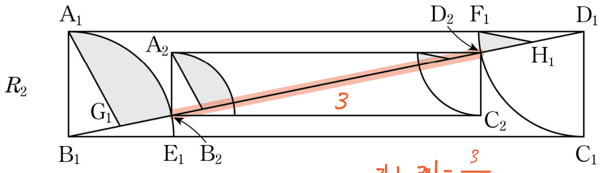


$\tan\theta=\frac{1}{2\sqrt6}$.

$\therefore \overline{G_1P_1}=\frac{\sqrt6}{5}$, $\triangle A_1B_1G_1=\frac{\sqrt6}{10}$, $\triangle B_1E_1G_1=\frac{1}{20}$

$\therefore S_1=\frac{\pi}{4}-\left(\frac{\sqrt6}{10}+\frac{1}{20}\right)$

$=\frac{5\pi-2\sqrt6-1}{20}$.



길이 공비 $=\frac{3}{5}$

넓이 〃 $=\frac{9}{25}$

① $\frac{25\pi-12\sqrt{6}-5}{64}$
② $\frac{25\pi-12\sqrt{6}-4}{64}$
③ $\frac{25\pi-10\sqrt{6}-6}{64}$
[✓ ④] $\frac{25\pi-10\sqrt{6}-5}{64}$
⑤ $\frac{25\pi-10\sqrt{6}-4}{64}$

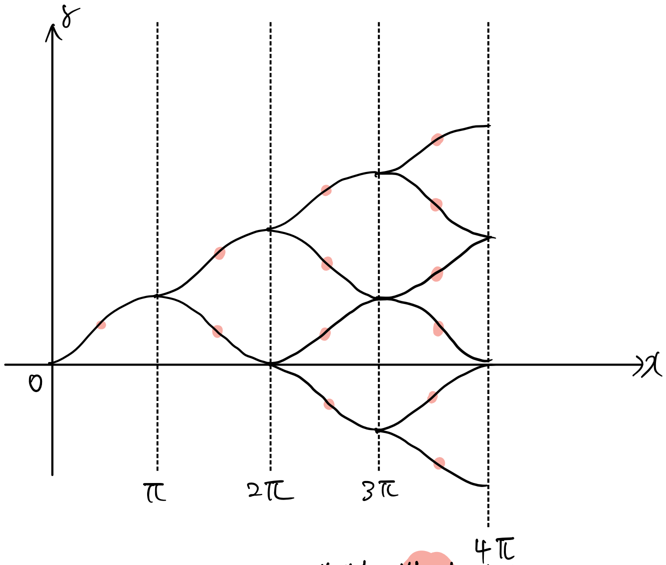
$\therefore \lim_{n\to\infty} S_n=\frac{\frac{5\pi-2\sqrt6-1}{20}}{1-\frac{9}{25}}$

$=\frac{25\pi-10\sqrt6-5}{64}$

28. 닫힌구간 $[0, 4\pi]$ 에서 연속이고 다음 조건을 만족시키는 모든 함수 $f(x)$에 대하여 $\int_0^{4\pi}|f(x)|dx$ 의 최솟값은? [4점]

> (가) $0\le x\le\pi$ 일 때, $f(x)=1-\cos x$ 이다.
> (나) $1\le n\le 3$ 인 각각의 자연수 n에 대하여
> $f(n\pi+t)=f(n\pi)+f(t)$ $(0<t\le\pi)$
> 또는
> $f(n\pi+t)=f(n\pi)-f(t)$ $(0<t\le\pi)$
> 이다.
> (다) $0<x<4\pi$ 에서 곡선 $y=f(x)$ 의 변곡점의 개수는 6 이다.

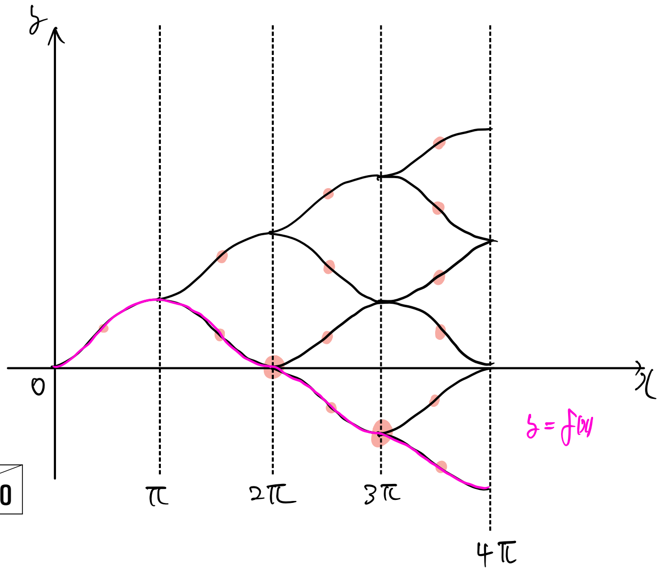
① 4π [✓ ②] 6π ③ 8π ④ 10π ⑤ 12π



$x=\pi, 2\pi, 3\pi$ 중 2군데에서 변곡점 발생

변곡점 발생지점에서 $f(x)$는 극값을 갖지 X.

$\int_0^{4\pi}|f(x)|dx$ 가 최소일 때의 $f(x)$는 다음과 같다.



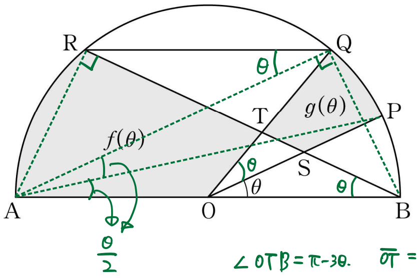
단답형

29. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 선분 AB의 중점을 O라 하고 호 AB 위에 두 점 P, Q를

$$\angle \mathrm{BOP}=\theta,\quad \angle \mathrm{BOQ}=2\theta$$

가 되도록 잡는다. 점 Q를 지나고 선분 AB에 평행한 직선이 호 AB와 만나는 점 중 Q가 아닌 점을 R라 하고, 선분 BR가 두 선분 OP, OQ와 만나는 점을 각각 S, T라 하자.
세 선분 AO, OT, TR와 호 RA로 둘러싸인 부분의 넓이를 $f(\theta)$라 하고, 세 선분 QT, TS, SP와 호 PQ로 둘러싸인 부분의 넓이를 $g(\theta)$라 하자. $\lim_{\theta\to0+}\frac{g(\theta)}{f(\theta)}=a$일 때, $80a$의 값을 구하시오. (단, $0<\theta<\frac{\pi}{4}$) [4점]

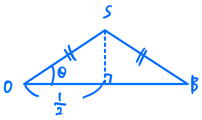
20



$\angle OTB=\pi-3\theta.$ $\overline{OT}=\frac{\sin\theta}{\sin3\theta}$

$$f(\theta)=\frac{1}{2}\cdot\left\{1^2\cdot2\theta+1^2\cdot\sin(\pi-2\theta)-1\cdot\frac{\sin\theta}{\sin3\theta}\cdot\sin2\theta\right\}$$

$$=\theta+\frac{1}{2}\left(1-\frac{\sin\theta}{\sin3\theta}\right)\cdot\sin2\theta$$



$\overline{OS}=\frac{1}{2\cos\theta}$

$$g(\theta)=\frac{\theta}{2}-\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2\cos\theta}\cdot\frac{\sin\theta}{\sin3\theta}\cdot\sin\theta$$

$$\lim_{\theta\to0+}\frac{\left(\frac{\theta}{2}-\frac{\sin^2\theta}{4\cos\theta\sin3\theta}\right)\times\frac{1}{\theta}}{\left\{\theta+\frac{1}{2}\left(1-\frac{\sin\theta}{\sin3\theta}\right)\cdot\sin2\theta\right\}\times\frac{1}{\theta}}=\frac{1}{4}$$

30. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$g(x)=\ln\{f(x)+f'(x)+1\}$$

이 있다. 상수 a와 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $g(x)>0$이고

$$\int_{2a}^{3a+x}g(t)\,dt=\int_{3a-x}^{2a+2}g(t)\,dt \longrightarrow g(3a+x)=g(3a-x)$$

이다.

(나) $g(4)=\ln5$

함수 g(x)의 그래프는 직선 $x=3a$에 대하여 대칭.
∴ 함수 $f(x)+f'(x)+1$의 그래프도!

$\int_3^5\{f'(x)+2a\}g(x)\,dx=m+n\ln2$일 때, $m+n$의 값을 구하시오. (단, m, n은 정수이고, $\ln2$는 무리수이다.) [4점]

12

$f(x)=x^2+px+q$,

$f(x)+f'(x)+1=x^2+(p+2)x+p+q+1$ 에서 $-\frac{p+2}{2}=3a$

$\int_{2a}^{2a}g(t)\,dt=0=\int_{4a}^{2a+2}g(t)\,dt$ ($a=1$, ∵ $g(x)>0$)

($p=-8$)

$g(4)=\ln(16-32+q+8-8+1)$

$=\ln5$ ∴ $q=20$

$$\therefore\int_3^5(2x-6)\ln(x^2-6x+13)\,dx$$

$$=\int_4^8\ln x\,dx$$

$$=16\ln2-4$$

*** 확인 사항**

- ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- ○ 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 문제지

제 2 교시

수학 영역(기하)

5지선다형

23. 좌표공간의 두 점 A$(3,\ a,\ -2)$, B$(-1,\ 3,\ a)$에 대하여 선분 AB의 중점이 xy평면 위에 있을 때, a의 값은? [2점]

① 1 ② $\frac{3}{2}$ [✓ ③ 2] ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

$$\frac{a-2}{2} = 0$$

24. 타원 $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{8}=1$에 접하고 기울기가 2인 두 직선이 y축과 만나는 점을 각각 A, B라 할 때, 선분 AB의 길이는? [3점]

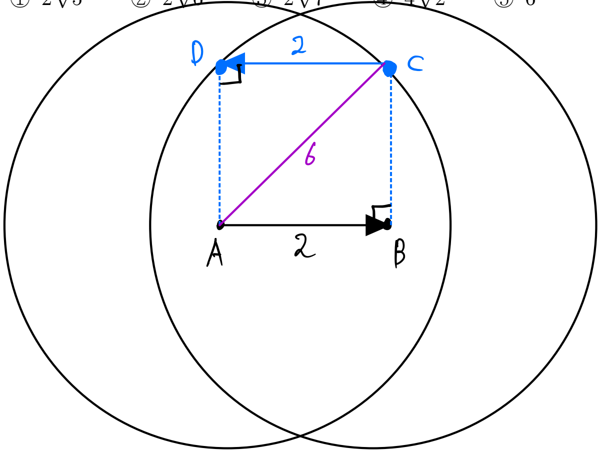
① $8\sqrt{2}$ ② 12 ③ $10\sqrt{2}$
④ 15 [✓ ⑤ $12\sqrt{2}$]

$$y = 2x \pm \sqrt{64+8}$$

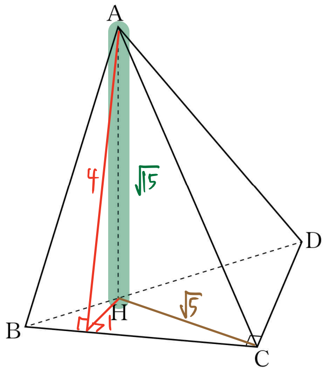
25. 평면 위의 네 점 A, B, C, D가 다음 조건을 만족시킬 때, $|\overrightarrow{AD}|$의 값은? [3점]

(가) $|\overrightarrow{AB}|=2$, $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\vec{0}$
(나) $|\overrightarrow{BD}|=|\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{BC}|=6$ $=|\overrightarrow{CA}|$

① $2\sqrt{5}$ ② $2\sqrt{6}$ ③ $2\sqrt{7}$ [✓ ④ $4\sqrt{2}$] ⑤ 6



26. 그림과 같이 $\overline{BC}=\overline{CD}=3$이고 $\angle BCD=90°$인 사면체 ABCD가 있다. 점 A에서 평면 BCD에 내린 수선의 발을 H라 할 때, 점 H는 선분 BD를 $1:2$로 내분하는 점이다. 삼각형 ABC의 넓이가 6일 때, 삼각형 AHC의 넓이는? [3점]



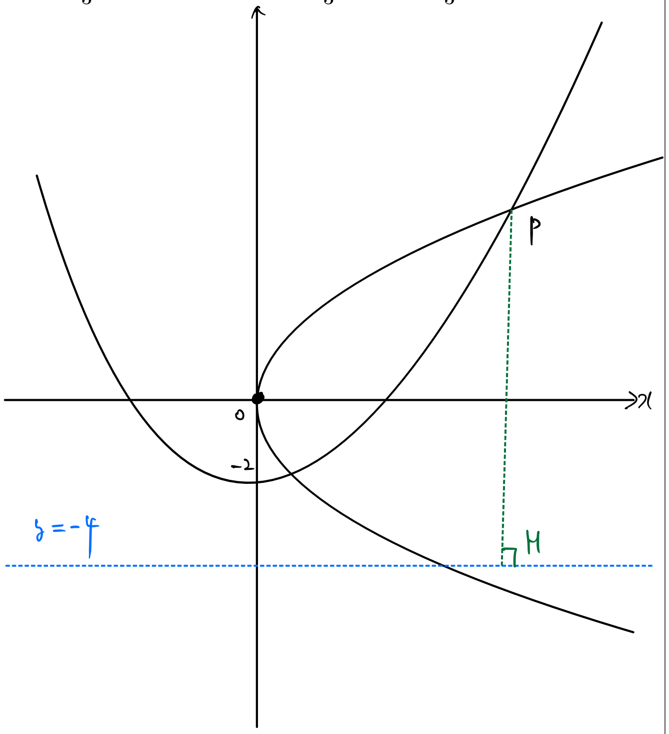
① $2\sqrt{3}$ [✓ ② $\frac{5\sqrt{3}}{2}$] ③ $3\sqrt{3}$ ④ $\frac{7\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $4\sqrt{3}$

27. 양수 p에 대하여 두 포물선 $x^2=8(y+2)$, $y^2=4px$가 만나는 점 중 제1사분면 위의 점을 P라 하자. 점 P에서 포물선 $x^2=8(y+2)$의 준선에 내린 수선의 발 H와 포물선 $x^2=8(y+2)$의 초점 F에 대하여 $\overline{PH}+\overline{PF}=40$일 때, p의 값은? [3점]

= (0,0) $\overline{OP}=20$. P의 y좌표 = 16

∴ P(12, 16)

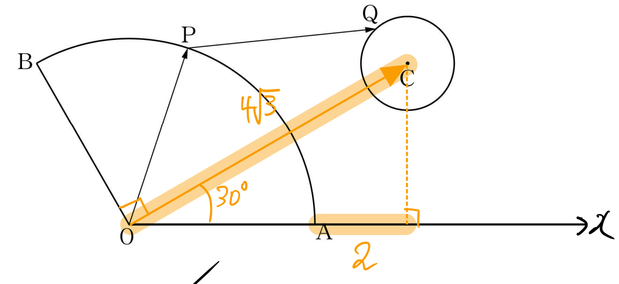
[✓ ① $\frac{16}{3}$] ② 6 ③ $\frac{20}{3}$ ④ $\frac{22}{3}$ ⑤ 8



28. 그림과 같이 한 평면 위에 반지름의 길이가 4이고 중심각의 크기가 120°인 부채꼴 OAB와 중심이 C이고 반지름의 길이가 1인 원 C가 있고, 세 벡터 $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OC}$가

$$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OC}=24,\ \overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OC}=0$$

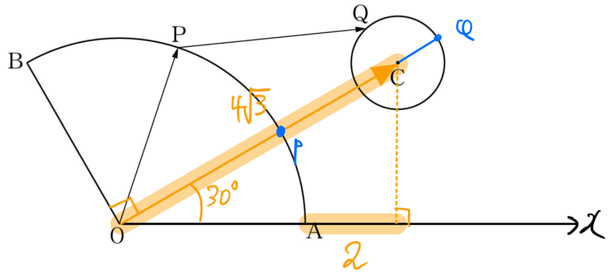
을 만족시킨다. 호 AB 위를 움직이는 점 P와 원 C 위를 움직이는 점 Q에 대하여 $\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{PQ}$의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m이라 할 때, $M+m$의 값은? [4점]

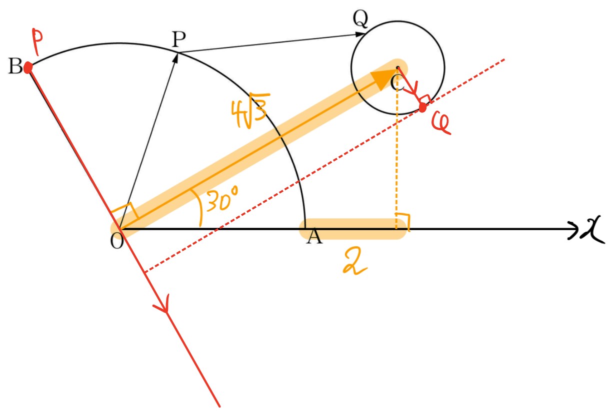


① $12\sqrt{3}-34$ ② $12\sqrt{3}-32$ ③ $16\sqrt{3}-36$
④ $16\sqrt{3}-34$ [✓ ⑤ $16\sqrt{3}-32$]

$$\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{OP}\cdot(\overrightarrow{OQ}-\overrightarrow{OP})$$
$$=\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OQ}-16.$$

$$-4\le\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OQ}\le 4\times(4\sqrt{3}+1)$$

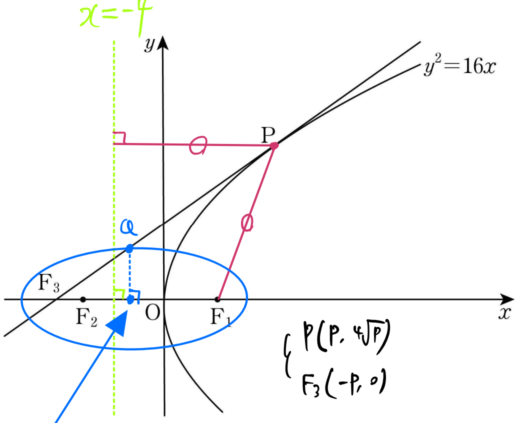




단 답 형

29. 두 점 $F_1(4, 0)$, $F_2(-6, 0)$에 대하여 포물선 $y^2=16x$ 위의 점 중 제1사분면에 있는 점 P가 $\overline{PF_2}-\overline{PF_1}=6$을 만족시킨다. 포물선 $y^2=16x$ 위의 점 P에서의 접선이 x축과 만나는 점을 F_3이라 하면 두 점 F_1, F_3을 초점으로 하는 타원의 한 꼭짓점은 선분 PF_3 위에 있다. 이 타원의 장축의 길이가 $2a$일 때, a^2의 값을 구하시오. [4점]

54



$\begin{cases} P(p, 4\sqrt{p}) \\ F_3(-p, 0) \end{cases}$

선분 F_1F_3 중점. $\left(\frac{4-p}{2}, 0\right)$

$\begin{cases} \overline{PF_2} = \sqrt{(p+6)^2+(4\sqrt{p})^2} \\ \overline{PF_1} = p+4 \end{cases}$

$\therefore 6 = \sqrt{p^2+28p+36} - (p+4)$

$\therefore p=8.$

$PF_3 : y = \frac{1}{\sqrt{2}}x + 4\sqrt{2}$

$2a = \overline{QF_1} + \overline{QF_3}$

$= 2\cdot\overline{QF_3}$

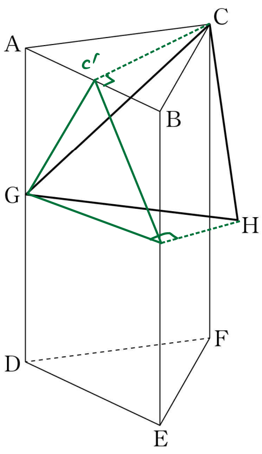
$= 2\cdot\sqrt{54}$

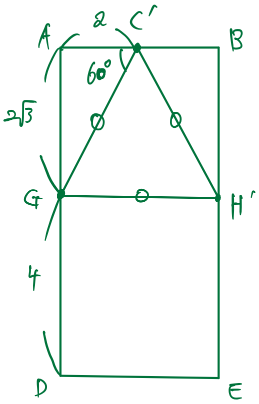
30. 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정삼각형을 밑면으로 하고 높이가 $4+2\sqrt{3}$인 정삼각기둥 ABC$-$DEF와 $\overline{DG}=4$인 선분 AD 위의 점 G가 있다. 점 H가 다음 조건을 만족시킨다.

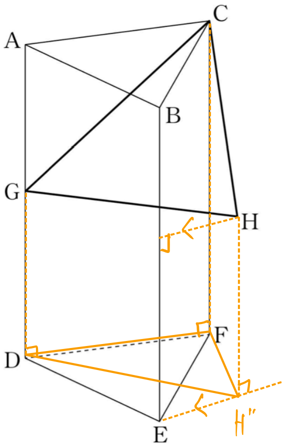
> (가) 삼각형 CGH의 평면 ADEB 위로의 정사영은 정삼각형이다.
>
> (나) 삼각형 CGH의 평면 DEF 위로의 정사영의 내부와 삼각형 DEF의 내부의 공통부분의 넓이는 $2\sqrt{3}$이다.

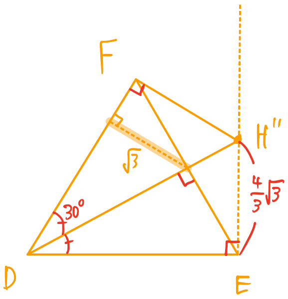
삼각형 CGH의 평면 ADFC 위로의 정사영의 넓이를 S라 할 때, S^2의 값을 구하시오. [4점]

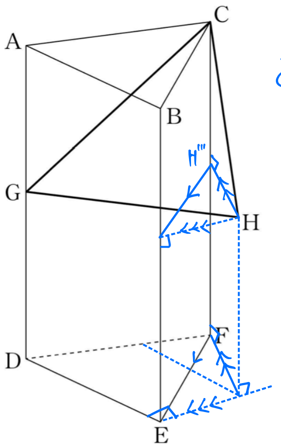
48



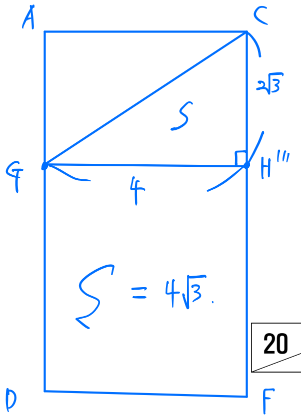








$\overline{CH'''} = 2\sqrt{3}.$



$S = 4\sqrt{3}.$

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.