제 2 교시

랑데뷰-2024학년도 대학수학능력시험 수학영역

# 어삼쉬사-제0회

| 성명 | | | 수험 번호 | | | | | — | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

1. 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확히 쓰시오.
2. 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하시오.

   **랑데뷰수학-수능을 보다!**

3. 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하시오.
4. 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.
5. 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
6. 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

공통 과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하시오.

공통과목 1~3쪽, 선택과목 확률과 통계 4쪽, 미적분 5쪽, 기하 6쪽

**※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.**

송원학원 황보백T

For 2024학년도 대학수학능력시험

제 2 교시

# 랑데뷰-어삼쉬사 제0회

2023년 제작예정 랑데뷰 컨텐츠 소개

[시즌 시작은 2023년 3월 부터(자료 제공은 2월 중순부터)]

① 3, 4, 7, 10월 교육청 수I, 수II, 미적분 4점 전문항

② 6, 9평가원 싱크로율99% (46문항 전체)

③ 2024학년도 EBS 수능특강 수I, 수II, 미적분 Lev3 전문항 변형

④ 2024학년도 EBS 수능완성 수I, 수II, 미적분 주요문항 변형

⑤ 3월~7월 매월 [R-27 3회분 & R-30 1회분] (총 20회 (15회+5회) 공통,미적분 전문항 신규, 확통,기하는 재탕될 수 있음, 8월은 쉼)

⑥ 9월~10월 매주 Final-R-30 (전문항 신규 총 8회)

각지역 한분에게만 제공되는 자료 - (황보백T 현강용 자료)

⑦ 3월~7월 매주 매월 [R+27 3회분 & R+30 1회분] (총 20회 (15회+5회) 공통,미적분 전문항 신규, 확통,기하는 재탕될 수 있음, 8월은 쉼)

⑧ 9월~10월 매주 Final+R+30 (전문항 신규 총 8회)

2023년 신규 컨텐츠 [샘플 (제0회) 참고]

주1회 월4회 총 20회 (8월제외) 공통(수1&수2) 15문항으로 이루어진 컨텐츠

① R+15 어사준킬 - 상위권 대상

② R-15 어삼쉬사 -중하위권 대상

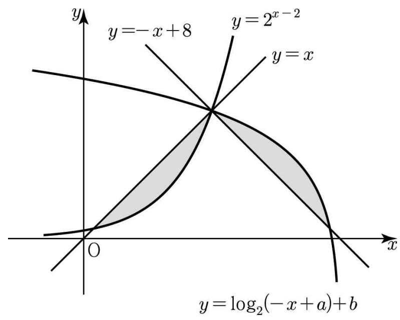
구매 문의 - 황보백T

카톡 : hbb100

문자 : 010-5673-8601

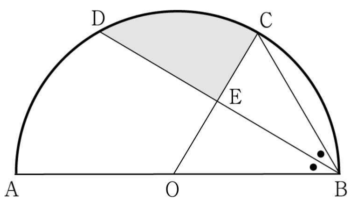
공통과목

**1.** 그림과 같이 곡선 $y=2^{x-2}$와 직선 $y=x$로 둘러싸인 부분의 넓이와 곡선 $y=\log_2(-x+a)+b$와 직선 $y=-x+8$로 둘러싸인 부분의 넓이가 같을 때, $a+b$의 값은? [4점]




① 8　② 9　③ 10　④ 11　⑤ 12

**2.** 그림과 같이 중심이 O이고 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 이 반원의 호 AB 위에 $\angle \mathrm{ABC}=\frac{\pi}{3}$인 점 C를 정하고 $\angle \mathrm{ABC}$의 이등분선이 호 AB와 만나는 점을 D, 선분 OC와 만나는 점을 E라 하자. 두 선분 DE, CE와 호 CD로 둘러싸인 부분의 넓이는? [4점]




① $\frac{\pi}{3}-\frac{\sqrt{3}}{4}$ ② $\frac{\pi}{3}-\frac{\sqrt{3}}{8}$ ③ $\frac{\pi}{6}-\frac{\sqrt{3}}{4}$
④ $\frac{\pi}{6}-\frac{\sqrt{3}}{6}$ ⑤ $\frac{\pi}{6}-\frac{\sqrt{3}}{8}$

**3.** 최고차항의 계수가 1이고 $f(-1)=0$, $f'(-1)=-6$인 사차함수 $f(x)$에 대하여 부등식 $f(x)-x^2+1 \le 0$을 만족시키는 음이 아닌 실수 $x$의 개수가 2일 때, $f(2)$의 값은? [4점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

**4.** $\overline{\mathrm{AB}}=3$, $\overline{\mathrm{BC}}=4$인 삼각형 ABC가 있다. 삼각형 ABC의 외접원에서 호 AB위에 $\overline{\mathrm{BD}}=2$인 점 D를 잡을 때, $\overline{\mathrm{AC}}:\overline{\mathrm{CD}}=5:6$이다. 선분 AC의 길이는? [4점]

① $3$　② $\sqrt{10}$　③ $\sqrt{11}$　④ $2\sqrt{3}$　⑤ $\sqrt{13}$

**5.** 실수 $t$와 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$에 대하여 $x$의 값이 $t$부터 $t+2$까지 변할 때의 평균변화율을 $g(t)$라 하자. 두 함수 $f(x)$, $g(t)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(7)$의 값은? [4점]

| |
|---|
| (가) 모든 실수 $x$에 대하여 $f(1+x)+f(1-x)=0$이다. |
| (나) $g(-5)=-9$, $g(-1)=2$, $g(3)=0$ |

① $13$　② $-13$　③ $14$　④ $-14$　⑤ $15$

**6.** 다항함수 $f(x)$가 상수 $a$ $(a<0)$와 모든 실수 $x$에 대하여

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}\times\lim_{x\to 0}\frac{f(x)-f(0)}{x}=x^3+ax+1$$

을 만족시킨다. $f'(1)=5$일 때, $a^2$의 값을 구하시오. [4점]

**7.** 다항함수 $f(x)$가 모든 실수 $x$에 대하여

$$(x-a)\int_a^x f(t)dt=x^3-x^2-x+1$$

를 만족시킬 때, $f(a)$의 값을 구하시오. [4점]

**8.** 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t$ $(t \geq 0)$에서의 속도 $v(t)$가

$$v(t) = t^2 + at$$

이다. 시각 $t=0$에서 $t=3$까지 점 P의 위치의 변화량이 0일 때, 시각 $t=0$에서 $t=3$까지 점 P가 움직인 거리는? (단, $a$는 상수이다.) [4점]

① 2 ② $\frac{7}{3}$ ③ $\frac{8}{3}$ ④ 3 ⑤ $\frac{10}{3}$

**9.** 함수 $f(x) = x^2 - 1$에 대하여

$$\lim_{x \to 1} \frac{f(x)}{\int_0^x f(t)dt + ax} = b$$

일 때, $a+b$의 값은? ($a$, $b$는 0이 아닌 상수이다.) [4점]

① $\frac{8}{3}$ ② 3 ③ $\frac{10}{3}$ ④ $\frac{11}{3}$ ⑤ 4

**10.** 서로 다른 두 함수

$$f(x)=2^{3x-2}+2,\ g(x)=-a^{x+b}+c$$

와 직선 $l$이 다음 조건을 만족시킬 때, $a+b+c$의 값은? (단, $a$, $b$, $c$는 상수이다.) [4점]

(가) 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 점근선은 모두 직선 $l$이다.
(나) 실수 $t$에 대하여 직선 $x=t$가 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 및 직선 $l$과 만나는 점을 각각 P, Q, R라 하면 모든 실수 $t$에 대하여 $\overline{\mathrm{PR}}=\overline{\mathrm{QR}}$이다.

① 9 ② $\frac{28}{3}$ ③ $\frac{29}{3}$ ④ 10 ⑤ $\frac{31}{3}$

**11.** 감소함수

$$f(x)=\begin{cases} x^2+2ax-1 & (x \le 0) \\ -x^3+6x^2+bx-1 & (x>0) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $f(-1)+f(2)$의 최댓값은? [4점]

① $-5$ ② $-3$ ③ $-1$ ④ 1 ⑤ 3

**12.** 2이상의 자연수 $n$에 대하여 원 $x^2+y^2=2n$과 직선 $\sqrt{n}x+y-n-1=0$이 두 점 A, B에서 만난다. 삼각형 OAB의 넓이를 $S_n$이라 할 때, $\sum_{n=2}^{9}\frac{1}{(S_n)^2}$의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]

① $\frac{29}{45}$ ② $\frac{3}{5}$ ③ $\frac{5}{9}$ ④ $\frac{23}{45}$ ⑤ $\frac{7}{30}$

**13.** 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x)=\begin{cases} ax+3 & (x<1) \\ -2x+a & (x\geq 1) \end{cases}$$

이 있다. 함수 $f(x)f(4-x)$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $f(a)$의 값은? [4점]

① $-10$ ② $-8$ ③ $-6$ ④ $-4$ ⑤ $-2$

**14.** 삼차함수 $f(x)=x^3+x^2+3x+1$의 역함수를 $g(x)$라 할 때, 곡선 $y=g(x)$와 직선 $y=-x+7$ 및 $x$축으로 둘러싸인 부분의 넓이는? [4점]

① $\frac{41}{12}$　② $\frac{17}{4}$　③ $\frac{83}{12}$　④ $\frac{167}{12}$　⑤ $\frac{253}{12}$

**15.** 최고차항의 계수가 $-1$인 이차함수 $f(x)$와 상수 $a$ $(a>1)$에 대하여 함수

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (x<1) \\ -x^3+a & (x \geq 1) \end{cases}$$

이다. 함수 $f(x-k)g(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 실수 $k$의 개수는 1이고 함수 $g(x)$의 최댓값이 $k$일 때, $\{f(-a)\}^2$의 값을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

**어삼쉬사 2024-제0회**

**빠른답**

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | ③ | 2 | ⑤ | 3 | ④ | 4 | ② | 5 | ④ |
| 6 | 49 | 7 | 2 | 8 | ③ | 9 | ④ | 10 | ② |
| 11 | ⑤ | 12 | ① | 13 | ③ | 14 | ① | 15 | 16 |

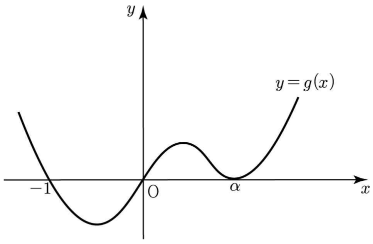
**2024학년도 수학영역 랑데뷰 어삼쉬사 제0회 -풀이**

[출제자 : 황보백 송원학원 010-5673-8601]

1) 정답 ③
[그림 : 최성훈T]
$y=2^{x-2}$의 역함수는 $y=\log_2 x+2$이고 곡선 $y=2^{x-2}$와 직선 $y=x$로 둘러싸인 부분의 넓이를 $S$라 하면 곡선 $y=\log_2 x+2$와 직선 $y=x$로 둘러싸인 부분의 넓이도 $S$로 같다.
또한 $y=\log_2 x+2$, $y=x$을 $y$축 대칭이동한 그래프는 $y=\log_2(-x)+2$와 $y=-x$로 곡선 $y=\log_2(-x)+2$와 직선 $y=-x$로 둘러싸인 부분의 넓이도 $S$이다.
$y=-x+8$은 $y=-x$을 평행이동한 그래프이다.
따라서 $y=\log_2(-x)+2$와 직선 $y=-x$의 교점이 $(-4,\ 4)$이다.
$y=\log_2(-x+a)+b$은 $y=\log_2(-x)+2$을 $x$축의 방향으로 8만큼 평행이동한 그래프이다.
그러므로 $y=\log_2(-x+8)+2$이다.
$\therefore\ a=8,\ b=2$
$a+b=10$이다.

2) 정답 ⑤
[그림 : 이호진T]
$\angle \mathrm{ACB}=\dfrac{\pi}{2}$이므로 직각삼각형 ABC에서 $\angle \mathrm{ABC}=\dfrac{\pi}{3}$, $\overline{\mathrm{AB}}=2$이므로 $\overline{\mathrm{AC}}=\sqrt{3}$이다.
$\overline{\mathrm{OB}}=\overline{\mathrm{OC}}=1$, $\angle \mathrm{OBC}=\angle \mathrm{OCD}=\dfrac{\pi}{3}$이므로 삼각형 OBC는 정삼각형이다.
점 E가 $\angle \mathrm{OBC}$의 이등분선 위의 점이므로 $\overline{\mathrm{OE}}=1$, $\angle \mathrm{OED}=\dfrac{\pi}{2}$이고
$\angle \mathrm{OBD}=\angle \mathrm{ODB}=\dfrac{\pi}{6}$이므로 $\angle \mathrm{BOD}=\dfrac{2}{3}\pi$이다.
따라서 $\angle \mathrm{DOC}=\dfrac{\pi}{3}$이다.
두 선분 DE, CE와 호 CD로 둘러싸인 부분의 넓이를 $S$라 하면
$S=$(부채꼴 COD의 넓이) $-$ ( 삼각형 ODE의 넓이)
$=\dfrac{1}{2}\times1\times1\times\dfrac{\pi}{3}-\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}\times1\times\sin\dfrac{\pi}{3}$
$=\dfrac{\pi}{6}-\dfrac{\sqrt{3}}{8}$

3) 정답 ④
[그림 : 이호진T]
$g(x)=f(x)-x^2+1$이라 하면
함수 $g(x)$는 최고차항의 계수가 1인 사차함수이다.
$g(-1)=f(-1)-1+1=0$이고
$g'(x)=f'(x)-2x$에서
$g'(-1)=-6+2=-4$
$g(x)\le 0$을 만족시키는 음이 아닌 실수 $x$의 개수가 2이기 위해서는 양수 $\alpha$에 대하여
$g(x)=(x+1)x(x-\alpha)^2$꼴이어야 한다.




$g'(x)=x(x-\alpha)^2+(x+1)(x-\alpha)^2+2(x+1)x(x-\alpha)$
$g'(-1)=-(1+\alpha)^2=-4$
$(1+\alpha)^2=4$
$1+\alpha=\pm2$
$\alpha>0$이므로 $\alpha=1$이다.
따라서
$f(x)-x^2+1=(x+1)x(x-\alpha)^2$
$f(x)=(x+1)x(x-1)^2+x^2-1$
$f(2)=3\times2\times1^2+2^2-1=9$

4) 정답 ②
$\angle \mathrm{BAC}=\angle \mathrm{BDC}=\theta$라 하고 $\overline{\mathrm{AC}}=5k$, $\overline{\mathrm{CD}}=6k$라 하자.
삼각형 ABC에서 코사인법칙을 적용하면
$16=9+25k^2-2\times3\times5k\times\cos\theta$
$\quad=9+25k^2-30k\cos\theta$ ⋯㉠
삼각형 BDC에서 코사인법칙을 적용하면
$16=4+36k^2-2\times2\times6k\times\cos\theta$
$\quad=4+36k^2-24k\cos\theta$ ⋯㉡
㉠$\times4-$㉡$\times5$ 을 하면
$64=36+100k^2-120k\cos\theta$
$80=20+180k^2-120k\cos\theta$
$-16=16-80k^2$
$k^2=\dfrac{2}{5}$
$\therefore\ k=\dfrac{\sqrt{10}}{5}$
$\overline{\mathrm{AC}}=5k=\sqrt{10}$

5) 정답 ④

(가)에서 함수 $f(x)$는 점 $(1, 0)$에 대칭인 그래프를 갖는 함수이다.

함수 $f(x)$를 $x$축의 방향으로 $-1$만큼 평행이동한 함수를 $h(x)$라 하면 $h(x)=f(x+1)$이고 함수 $h(x)$는 $(0, 0)$에 대칭이다.

한편, $g(t)$는 두 점 $(t, f(t))$, $(t+2, f(t+2))$의 지나는 직선의 기울기이므로 $g(t)=\dfrac{f(t+2)-f(t)}{2}$이다.

(i)

$g(-5)=\dfrac{f(-3)-f(-5)}{2}=-9$에서 $f(-3)-f(-5)=-18$이고

$h(-4)=f(-3)$, $h(-6)=f(-5)$이므로 $h(-4)-h(-6)=-18$이다.

(ii)

$g(-1)=\dfrac{f(1)-f(-1)}{2}=2$에서 $f(1)-f(-1)=4$이고

$h(0)=f(1)$, $h(-2)=f(-1)$이므로 $h(0)-h(-2)=4$이다.

(iii)

$g(3)=\dfrac{f(5)-f(3)}{2}=0$에서 $f(5)-f(3)=0$이고

$h(2)=f(3)$, $h(4)=f(5)$이므로 $h(2)=h(4)$이다.

(ii)에서 $h(0)=0$이므로 $h(-2)=-4$

함수 $h(x)$가 원점대칭이므로 $h(2)=4$이고 (iii)에서 $h(4)=4$

$h(4)=4$이므로 $h(-4)=-4$이다.

(i)에서 $h(-6)=14$이므로 $h(6)=-14$이다.

$h(6)=f(7)$이므로 $f(7)=-14$이다.

6) 정답 49

$f'(x)\times f'(0)=x^3+ax+1$

$x=0$을 대입하면 $\{f'(0)\}^2=1$

$f'(0)=1$ 또는 $f'(0)=-1$

(i) $f'(0)=1$일 때,

$f'(x)=x^3+ax+1$

$f'(1)=1+a+1=5$

$a=3$ (모순)

(ii) $f'(0)=-1$일 때,

$f'(x)=-x^3-ax-1$

$f'(1)=-1-a-1=5$

$a=-7$

따라서 $a^2=49$이다.

7) 정답 2

$(x-a)\displaystyle\int_a^x f(t)dt=x^3-x^2-x+1$

의 양변에 $x=a$을 대입하면

$0=a^3-a^2-a+1$

$(a+1)(a-1)^2=0$

$a=-1$ 또는 $a=1$ …㉠

$(x-a)\displaystyle\int_a^x f(t)dt=x^3-x^2-x+1$

의 양변을 $x$에 관하여 미분하면

$\displaystyle\int_a^x f(t)dt+(x-a)f(x)=3x^2-2x-1$

의 양변에 $x=a$을 대입하면

$0=3a^2-2a-1$

$(a-1)(3a+1)=0$

$a=1$ 또는 $a=-\dfrac{1}{3}$ …㉡

㉠, ㉡에서 $a=1$이다.

$\displaystyle\int_a^x f(t)dt+(x-a)f(x)=3x^2-2x-1$에서 $a=1$을 대입하면

$\displaystyle\int_1^x f(t)dt+(x-1)f(x)=3x^2-2x-1$

양변을 $x$에 관하여 미분하면

$f(x)+f(x)+(x-1)f'(x)=6x-2$

$2f(x)+(x-1)f'(x)=6x-2$

우변이 1차식이므로 함수 $f(x)$는 일차함수이다.

$f(x)=px+q$라 하면

$2px+2q+p(x-1)=6x-2$

$3px-p+2q=6x-2$

$p=2$, $q=0$

$\therefore\ f(x)=2x$

따라서 $f(a)=f(1)=2$

8) 정답 ③

$\displaystyle\int_0^3 v(t)dt=0$이므로

$$\int_0^3 (t^2+at)dt=\left[\frac{1}{3}t^3+\frac{1}{2}at^2\right]_0^3$$

$$=9+\frac{9}{2}a=0$$

$\therefore\ a=-2$

시각 $t=0$에서 $t=3$까지 점 P가 움직인 거리는

$\displaystyle\int_0^3 |t^2-2t|dt$

$=\displaystyle\int_0^2(-t^2+2t)dt+\int_2^3(t^2-2t)dt$

$=\left[-\dfrac{1}{3}t^3+t^2\right]_0^2+\left[\dfrac{1}{3}t^3-t^2\right]_2^3$

$=-\dfrac{8}{3}+4+\dfrac{19}{3}-5$

$=\dfrac{4}{3}+\dfrac{4}{3}=\dfrac{8}{3}$

9) 정답 ④

$\displaystyle\int_0^x (t^2-1)dt=\left[\frac{1}{3}t^3-t\right]_0^x=\frac{1}{3}x^3-x$이므로

$$\lim_{x\to1}\frac{f(x)}{\displaystyle\int_0^x f(t)dt+ax}$$

$$=\lim_{x\to1}\frac{(x-1)(x+1)}{\dfrac{1}{3}x^3+(a-1)x}$$

$\frac{0}{0}$꼴이어야 하므로 $\frac{1}{3}+a-1=0$에서 $a=\frac{2}{3}$이다.

$=\lim_{x\to1}\frac{(x-1)(x+1)}{\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{3}x}$

$=\lim_{x\to1}\frac{x^2-1}{\frac{1}{3}x(x^2-1)}$

$=\frac{1}{\frac{1}{3}}=3$

$\therefore\ b=3$

$a+b=\frac{2}{3}+3=\frac{11}{3}$

10) 정답 ②

$y=f(x)$의 점근선은 $y=2$이다.

조건 (가), (나)를 만족시키기 위해서는 함수 $g(x)$는 함수 $f(x)$을 $y=2$에 대칭인 함수이어야 한다.

따라서

$y=2^{3x-2}+2$의 $y=2$에 대칭인 함수는

$4-y=2^{3x-2}+2$

$y=-2^{3x-2}+2=-8^{x-\frac{2}{3}}+2$이다.

그러므로 $g(x)=-8^{x-\frac{2}{3}}+2$이다.

$a=8,\ b=-\frac{2}{3},\ c=2$이다.

$a+b+c=8+\left(-\frac{2}{3}\right)+2=\frac{28}{3}$

11) 정답 ⑤

$f'(x)=\begin{cases}2x+2a & (x<0)\\ -3x^2+12x+b & (x>0)\end{cases}$

에서 함수 $f(x)$가 $x=0$에서 미분가능하므로 $2a=b$이다.

$f(x)$가 감소함수이므로 $x<0$에서 일대일 함수이어야 한다. 따라서 이차함수의 대칭축 $x=-a$에 대하여 $-a\geq0$이다.

$\therefore\ a\leq0$

$x>0$에서 $f'(x)=-3x^2+12x+b$의 꼭짓점의 $x$표가 $x=2$이므로 방정식 $f'(x)=0$이 서로 다른 두 실근을 갖는다면 2보타 큰 근을 갖게 되고 그 근을 $\alpha$라 할 때, $0<x<\alpha$일 때 함수 $f(x)$가 증가하므로 모순이다.

따라서 방정식 $f'(x)=0$은 중근을 갖거나 실근이 존재하지 않아야 한다.

$D/4=36+3b\leq0$

$b\leq-12$

$f(x)=\begin{cases}x^2+bx-1 & (x\leq0)\\ -x^3+6x^2+bx-1 & (x>0)\end{cases}$ 에서

$f(-1)=-b,\ f(2)=-8+24+2b-1=2b+15$

$f(-1)+f(2)=b+15\leq3$

따라서 $f(-1)+f(2)$의 최댓값은 3이다.

12) 정답 ①

원 $x^2+y^2=2n$의 중심이 O이고 반지름의 길이가 $\sqrt{2n}$이고

원점 O에서 직선 $\sqrt{n}x+y-n-1=0$까지의 거리는

$\frac{|n+1|}{\sqrt{n+1}}=\sqrt{n+1}$이다.

따라서

$\overline{\mathrm{OA}}=\sqrt{2n}$에서

$\overline{\mathrm{AB}}=2\sqrt{(2n)-(n+1)}=2\sqrt{n-1}$

삼각형 OAB의 높이 $h=\sqrt{n+1}$이므로

$S_n=\frac{1}{2}\times2\sqrt{n-1}\times\sqrt{n+1}=\sqrt{n^2-1}$

따라서

$\sum_{n=2}^{9}\frac{1}{(S_n)^2}$

$=\sum_{n=2}^{9}\frac{1}{(n-1)(n+1)}$

$=\frac{1}{2}\sum_{n=2}^{9}\left(\frac{1}{n-1}-\frac{1}{n+1}\right)$

$=\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{2}-\frac{1}{9}-\frac{1}{10}\right)$

$=\frac{1}{2}\left(\frac{90+45-10-9}{90}\right)$

$=\frac{1}{2}\times\frac{116}{90}=\frac{29}{45}$

13) 정답 ③

$\lim_{x\to1-}f(x)=a+3,\ \lim_{x\to1+}f(x)=-2+a$

$a+3\neq-2+a$이므로 함수 $f(x)$는 $x=1$에서 불연속이다.

따라서

함수 $f(x)f(4-x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이기 위해서는

$\lim_{x\to1}f(4-x)=0$이어야 한다. 즉, $f(3)=0$

그러므로 $-6+a=0$에서 $a=6$이다.

$f(x)=\begin{cases}6x+3 & (x<1)\\ -2x+6 & (x\geq1)\end{cases}$이므로 $f(a)=f(6)=-6$

14) 정답 ①

[그림 : 배용제T]

$y=-x+7$의 역함수는 자기자신인 $y=-x+7$이므로

곡선 $y=g(x)$와 $y=-x+7$, $x$축으로 둘러싸인 부분의 넓이는

$y=f(x)$와 $y=-x+7$, $y$축으로 둘러싸인 부분의 넓이와 같다.

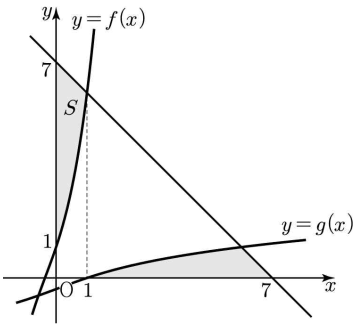
$x^3+x^2+3x+1=-x+7$

$x^3+x^2+4x-6=0$

$(x-1)(x^2+2x+6)=0$

$x=1$

다음 그림과 같다.




$y=f(x)$와 $y=-x+7$, $y$축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 $S$라 하면

$S=\int_0^1\{(-x+7)-(x^3+x^2+3x+1)\}dx$

$=\int_0^1(-x^3-x^2-4x+6)dx$

$=\left[-\frac{1}{4}x^4-\frac{1}{3}x^3-2x^2+6x\right]_0^1$

$=\frac{41}{12}$

15) 정답 16

함수 $f(x-k)$는 함수 $f(x)$을 $x$축의 방향으로 $k$만큼 평행이동한 함수이다.

함수 $g(x)$가 $x=1$에서 연속이면 함수 $f(x-k)g(x)$는 $k$의 값에 관계없이 모든 실수 $x$에서 연속이므로 모순이다.

따라서 함수 $g(x)$는 $x=1$에서 불연속이다.

$g(x)$가 $x=1$에서 불연속이므로 함수 $f(x-k)g(x)$가 $x=1$에서 연속이기 위해서는 $f(1-k)=0$이어야 한다.

또한 $1-k$의 값이 한 개만 존재해야 하므로

$f(x)=-(x+k-1)^2$이다.

모든 실수 $x$에서 $f(x)\le 0$이므로

함수 $g(x)$의 최댓값은 $x=1$에서 $a-1$이다.

따라서 $k=a-1$

$f(-a)=-(-a+k-1)^2=-(-2)^2=-4$

그러므로 $\{f(-a)\}^2=16$이다.