제 2 교시

수학 영역

홀수형

5지선다형

1. $\left(\frac{4}{2^{\sqrt{2}}}\right)^{2+\sqrt{2}}$ 의 값은? [2점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

$2^{2-\sqrt{2}}$ $2^{4-2}=4$

2. $\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x^2-2}+3x}{x+5}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$\frac{4}{1}$

3. 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$이

$$a_2+a_4=30,\quad a_4+a_6=\frac{15}{2}$$

를 만족시킬 때, a_1의 값은? [3점]

① 48 ② 56 ③ 64 ④ 72 ⑤ 80

a_5

$a_4=6$

$a_4+\frac{a_4}{r^2}=30$ $30r^2=\frac{15}{2}$ $a_1=6\times8=48$

$a_4+a_4r^2=\frac{15}{2}$ $r=\frac{1}{2}$

4. 다항함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=x^2f(x)$$

라 하자. $f(2)=1,\ f'(2)=3$일 때, $g'(2)$의 값은? [3점]

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

$g'(2)=4\times1+4\times3=4\times4=16$

5. $\tan\theta < 0$이고 $\cos\left(\dfrac{\pi}{2}+\theta\right) = \dfrac{\sqrt{5}}{5}$일 때, $\cos\theta$의 값은? [3점]

2, 4.

① $-\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$ ② $-\dfrac{\sqrt{5}}{5}$ ③ 0

④ $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

4사분면

$\sin\theta = -\dfrac{1}{\sqrt{5}}$

$\dfrac{2}{\sqrt{5}}$

6. 함수 $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + ax + 5$는 $x=1$에서 극대이고, $x=b$에서 극소이다. $a+b$의 값은? (단, a, b는 상수이다.) [3점]

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

$6x^2-18x+a$

$b+1=3$

$\dfrac{a}{6}=2$

$6x^2-18x+12$.

$12+2$

7. 모든 항이 양수이고 첫째항과 공차가 같은 등차수열 $\{a_n\}$이

$$\sum_{k=1}^{15} \frac{1}{\sqrt{a_k}+\sqrt{a_{k+1}}} = 2$$

를 만족시킬 때, a_1의 값은? [3점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

$a_1 = d$.

$\cancel{\sqrt{a_{16}} - \sqrt{a_1} = 2}$

$\cancel{4\sqrt{d} - \sqrt{d} = 3\sqrt{d} = 2}$ $d = \dfrac{4}{9}$.

$\dfrac{\sqrt{a_{k+1}} - \sqrt{a_k}}{d}$

$\dfrac{1}{d}\left(4\sqrt{d} - \sqrt{d}\right) = 2$.

$3\sqrt{d} = 2d\sqrt{d}$

$d = \dfrac{9}{4}$.

8. 점 $(0, 4)$에서 곡선 $y=x^3-x+2$에 그은 접선의 x절편은? [3점]

① $-\frac{1}{2}$ ② -1 ③ $-\frac{3}{2}$ ④ -2 ⑤ $-\frac{5}{2}$

$y=(3t^2-1)(x-t)+t^3-t+2$

$-2t^3+2=4$

$t^3=-1$

$t=-1$

$2(x+1)+2$

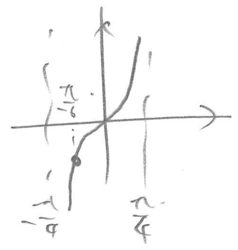
$2x+4 \to -2$

9. 함수

$$f(x)=a-\sqrt{3}\tan 2x$$

가 닫힌구간 $\left[-\frac{\pi}{6}, b\right]$에서 최댓값 7, 최솟값 3을 가질 때, $a\times b$의 값은? (단, a, b는 상수이다.) [4점]

① $\frac{\pi}{2}$ ② $\frac{5\pi}{12}$ ③ $\frac{\pi}{3}$ ④ $\frac{\pi}{4}$ ⑤ $\frac{\pi}{6}$



$a+3=7$

$a=4$

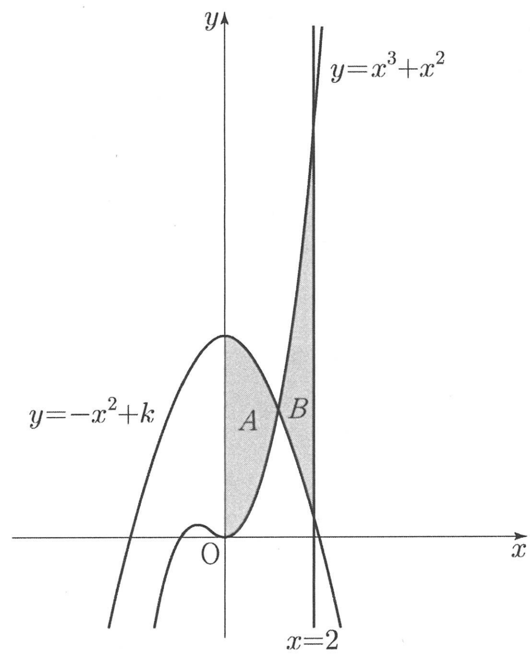
$4-\sqrt{3}\tan 2b=3$

$\tan 2b=\frac{1}{\sqrt{3}}$

$2b=\frac{\pi}{6}$ $b=\frac{\pi}{12}$

10. 두 곡선 $y=x^3+x^2$, $y=-x^2+k$와 y축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 A, 두 곡선 $y=x^3+x^2$, $y=-x^2+k$와 직선 $x=2$로 둘러싸인 부분의 넓이를 B라 하자. $A=B$일 때, 상수 k의 값은? (단, $4<k<5$) [4점]

① $\frac{25}{6}$ ② $\frac{13}{3}$ ③ $\frac{9}{2}$ ④ $\frac{14}{3}$ ⑤ $\frac{29}{6}$



x^3+2x^2-k

$\left[\frac{1}{4}x^4+\frac{2}{3}x^3-kx\right]_0^2=0$

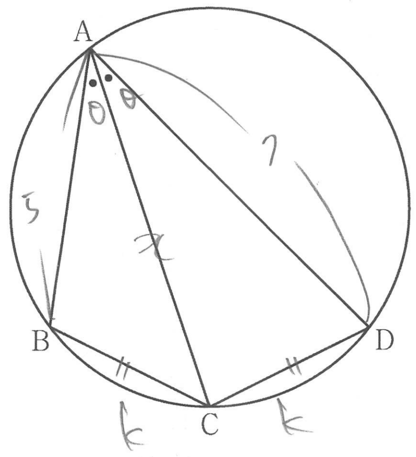
$4+\frac{16}{3}-2k=0$ $2k=\frac{28}{3}$

$k=\frac{14}{3}$

11. 그림과 같이 사각형 ABCD가 한 원에 내접하고

$$\overline{AB}=5,\ \overline{AC}=3\sqrt{5},\ \overline{AD}=7,\ \angle BAC=\angle CAD$$

일 때, 이 원의 반지름의 길이는? [4점]



① $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ ② $\frac{8\sqrt{5}}{5}$ ③ $\frac{5\sqrt{5}}{3}$
④ $\frac{8\sqrt{2}}{3}$ ⑤ $\frac{9\sqrt{3}}{4}$

$25+x^2-10x\cos\theta = 49+x^2-14x\cos\theta$

$4x\cos\theta = 24$

$\cos\theta = \frac{2}{\sqrt5} \to \sin\theta = \frac{1}{\sqrt5}$

$k^2 = 70 - 30\sqrt5\cdot\frac{2}{\sqrt5} = 10$

$\frac{k}{\frac{1}{\sqrt5}} = 2R$

$\frac{5\sqrt2}{2}$

12. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

$n-1 \le x < n$일 때, $\lvert f(x) \rvert = \lvert 6(x-n+1)(x-n) \rvert$이다. (단, n은 자연수이다.)

열린구간 $(0, 4)$에서 정의된 함수

$$g(x)=\int_0^x f(t)\,dt-\int_x^4 f(t)\,dt$$

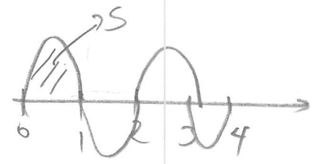
가 $x=2$에서 최솟값 0을 가질 때, $\int_{\frac{1}{2}}^{4} f(x)\,dx$의 값은? [4점]

① $-\frac{3}{2}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

$g'(x) = f(x)+f(x) = 2f(x)$

$\int_0^2 - \int_2^4 = 0$

$\int_0^2 = \int_2^4$



답 $= -\frac{1}{2}S$

$S = \frac{6}{6}\cdot 1^3 = 1$

$-\frac{1}{2}$

13. 자연수 $m(m \geq 2)$에 대하여 m^{12}의 n제곱근 중에서 정수가 존재하도록 하는 2 이상의 자연수 n의 개수를 $f(m)$이라 할 때, $\sum_{m=2}^{9} f(m)$의 값은? [4점]

① 37 ② 42 ③ 47 ④ 52 ⑤ 57

$m^{\frac{12}{n}}$ = 정수.

$2^2 \times 3$.

m 단일수 : 2, 3, 5, 6, 7, → $\frac{12}{n}$ => n= 6개.

f(m)=6.

제곱수 : 4, 8 → $\frac{24}{n}$ → $2^3 \times 3$ f(m)=8.

세제곱수 : 8

$\frac{36}{n}$. $2^2 \times 3^2$ f(m)=8.

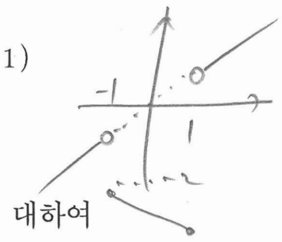
$\underbrace{6\times5}_{30}+\underbrace{2\times8}_{16}+8$ = 55 .

25

$55 - 1\times8 = \boxed{47}$

14. 다항함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를 다음과 같이 정의한다.

$$g(x) = \begin{cases} x & (x < -1 \text{ 또는 } x > 1) \\ f(x) & (-1 \leq x \leq 1) \end{cases}$$



함수 $h(x) = \lim_{t \to 0+} g(x+t) \times \lim_{t \to 2+} g(x+t)$에 대하여

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

x+0⁺ x+2⁺.

x=-1, -3, 1,

불연속가능지점.

<보 기>

ㄱ. $h(1) = 3$ g(1⁺) × g(3⁺) = 3 .

ㄴ. 함수 $h(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이다.

ㄷ. 함수 $g(x)$가 닫힌구간 $[-1, 1]$에서 감소하고 $g(-1) = -2$이면 함수 $h(x)$는 실수 전체의 집합에서 최솟값을 갖는다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

x=-3 : (-3) × f(-1)

x=-1 : f(-1) × 1

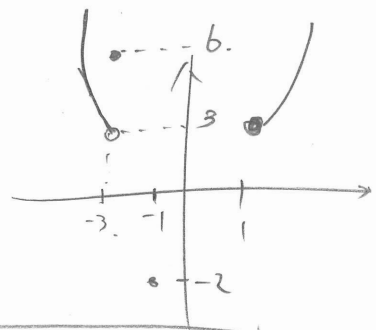
x=1 : 1 × 3 = 3.

연속일려면 f(-1)=-1

~~f(-1)=1~~

f(1)=3.

∴ ㄴ.(X)



$h(x)= \begin{cases} x(x+2) & x<-3 \\ xf(x+2) & -3\leq x<-1 \\ -2 & x=-1 \\ (x+2)f(x) & -1\leq x<1 \\ x(x+2) & x\geq 1 \end{cases}$

~~y=xf(x) (-3≤x≤-1)~~

~~y'=f(x)+xf'(x) =?~~

최소 (X)

15. 모든 항이 자연수이고 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$에 대하여 a_9의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m이라 할 때, $M+m$의 값은? [4점]

> (가) $a_7 = 40$
>
> (나) 모든 자연수 n에 대하여
>
> $$a_{n+2} = \begin{cases} a_{n+1} + a_n & (a_{n+1}\text{이 3의 배수가 아닌 경우}) \\ \frac{1}{3}a_{n+1} & (a_{n+1}\text{이 3의 배수인 경우}) \end{cases}$$
>
> 이다.

① 216 ② 218 ③ 220 ④ 222 ⑤ 224

$a_6 = a$
$a_7 = 40.$
$a_8 = a+40.$ $a = \cancel{3m+2꼴}$ $3m-1$ 꼴
$a_9 = $ $a+40$ 3의 배수 : $\frac{1}{3}(a+40)$
" " x : $a+80$
$a = 3m-2, 3m$꼴.

① $a_6 = 3m-1$
$a_7 = 40 = (3m-1) + a_5 \to a_5 = 3l-1$꼴
$a_6 = 3m-1 = (3l-1) + (3k)$ ~~$a_4 = a_3 ...$ $3l-1$ 꼴~~
$a_4 = 3k$꼴
~~$a_3 = 3m-1$꼴~~
~~$a_2 = 3m-2$꼴~~
$a_1 = 3m-2$꼴

$a_6 = \cancel{38}$ $\cancel{35}$ $35 \to a_5 = 5$ $a_4 = 15$
$29 \to a_5 = 11$
$a_4 = 18$

$a_6 = 38 \to a_5 = 2 \to a_4 = 36$ $3n-1 = 4k$
$a_6 = 4k$ $\boxed{24}$
$a_5 = 32$ $a_6 = 32$ or $\cancel{8}$.
$40 = a_6 + a_5$ $k=8$ $a_9 =$
$4k$ k

$40 = (3n-2) + (3k)$
k

$4k = 10$
$k=10 \to a_6 = 10 \to a_9 = 80$.

$40 = (3m) + (3k-2)$ $m=40.$ $a_6 = 120$
$3n = (3k-2) + (3l-1)$ $a_9 = 200$
$(3k-2) =$

단답형

16. 방정식

$$\log_2(3x+2) = 2 + \log_2(x-2)$$

를 만족시키는 실수 x의 값을 구하시오. [3점]

$x > 2$
$\cancel{\log_2} \frac{3x+2}{x-2} = 4$
$4x - 8 = 3x + 2$
$x = \boxed{10}$

17. 함수 $f(x)$에 대하여 $f'(x) = 4x^3 - 2x$이고 $f(0) = 3$일 때, $f(2)$의 값을 구하시오. [3점]

$f(2) - 3 = [x^4 - x^2]_0^2 = 16 - 4 = 12$.

$\boxed{15}$

18. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여

$$\sum_{k=1}^{5}(3a_k+5)=55,\quad \sum_{k=1}^{5}(a_k+b_k)=32$$

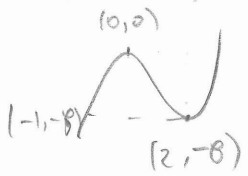
일 때, $\sum_{k=1}^{5} b_k$의 값을 구하시오. [3점]

$\sum_{k=1}^{5} a_k = 10$

$\sum_{k=1}^{5} b_k = \boxed{22}$

19. 방정식 $2x^3-6x^2+k=0$의 서로 다른 양의 실근의 개수가 2가 되도록 하는 정수 k의 개수를 구하시오. [3점]

$2x^3-6x^2=-k$



$-8<-k<0$

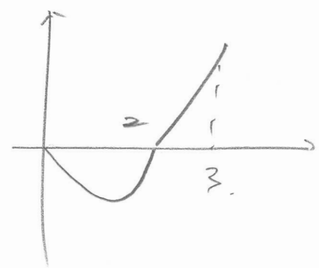
$0<k<8$

$\boxed{7개}$

20. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\,(t\geq 0)$에서의 속도 $v(t)$와 가속도 $a(t)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $0\leq t\leq 2$일 때, $v(t)=2t^3-8t$이다.
(나) $t\geq 2$일 때, $a(t)=6t+4$이다. $v(t)=3t^2+4t-20.$

시각 $t=0$에서 $t=3$까지 점 P가 움직인 거리를 구하시오. [4점]



$2t(t^2-4)$

$12+8.$

$-\frac{1}{4}\times 2\times 2^4 = +8$

$\left[t^3+2t^2-20t\right]_2^3 = 27+18-60-(8+8-40)$

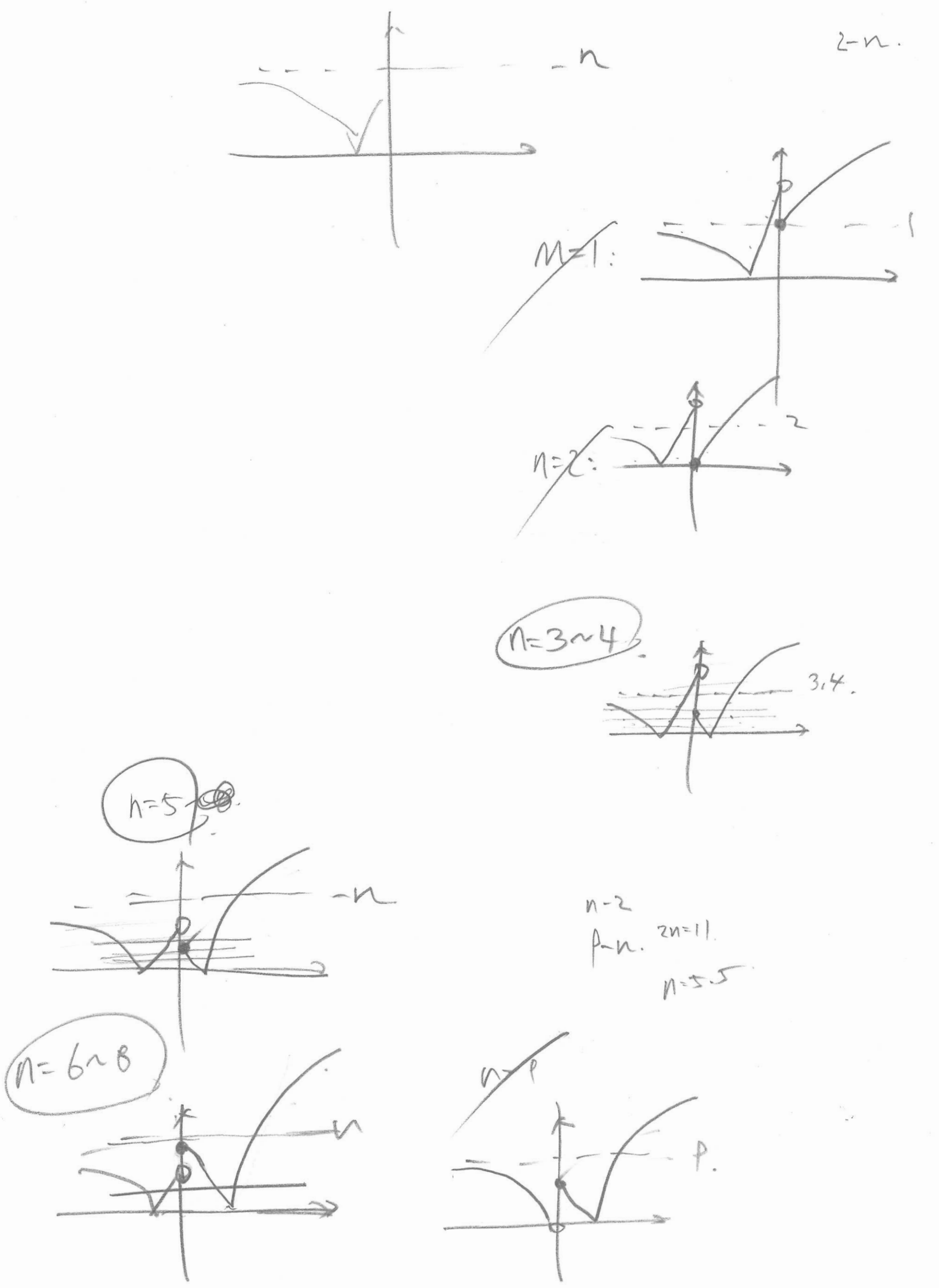
$-15-16+40=\boxed{9}$

$\boxed{17}$ 답

21. 자연수 n에 대하여 함수 $f(x)$를

$$f(x)=\begin{cases} |3^{x+2}-n| & (x<0) \\ |\log_2(x+4)-n| & (x\geq 0) \end{cases}$$

이라 하자. 실수 t에 대하여 x에 대한 방정식 $f(x)=t$의 서로 다른 실근의 개수를 $g(t)$라 할 때, 함수 $g(t)$의 최댓값이 4가 되도록 하는 모든 자연수 n의 값의 합을 구하시오. [4점]



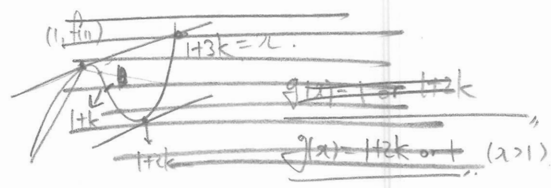
3~8 → $\frac{8\times p}{2}-3=36-3=\boxed{33}$

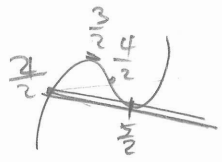
22. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(4)$의 값을 구하시오. [4점]

> (가) 모든 실수 x에 대하여
> $f(x)=f(1)+(x-1)f'(g(x))$이다.
>
> (나) 함수 $g(x)$의 최솟값은 $\frac{5}{2}$이다.
>
> (다) $f(0)=-3$, $f(g(1))=6$

$f(x)=x^3+n$ $g(x)$: 연속

(가) $\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=f'(g(x))$





$f(x)=k(x-1)+f(1)+(x-1)(x-\frac{3}{2})^2$

$f(0)=-k+f(1)-\frac{25}{4}=-3$ $f(1)=\frac{13}{4}+k$

$g(1)=3 \to f(3)=2k+f(1)+\frac{1}{2}=6. \sim f(1)=\frac{11}{2}-2k$

$3k=\frac{9}{4}$

$k=\frac{3}{4}$

$f(4)=3k+4+3\times(\frac{9}{4})$

$=\frac{9}{4}\times4+4=\boxed{13}$

> ＊ 확인 사항
>
> ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
>
> ○ 이어서, 「**선택과목(확률과 통계)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

홀수형

5지선다형

23. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{\sqrt{x+4}-2}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$\frac{\ln(x+1)}{x}\times 4.$

24. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}\sum\limits_{k=1}^{n}\sqrt{1+\dfrac{3k}{n}}$ 의 값은? [3점]

① $\frac{4}{3}$ ② $\frac{13}{9}$ ③ $\frac{14}{9}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{16}{9}$

$\int_0^1 \sqrt{1+3x}\,dx =$

$\frac{1}{3}\int_0^3 \sqrt{1+x}\,dx = \frac{1}{3}\left[(x+1)\sqrt{x+1}\right]_0^3 \times \frac{2}{3}.$

$= \frac{2}{9}\times(8-1) = \boxed{\frac{14}{9}}$

25. 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_n+1}{3^n+2^{2n-1}}=3$일 때, a_2의 값은? [3점]

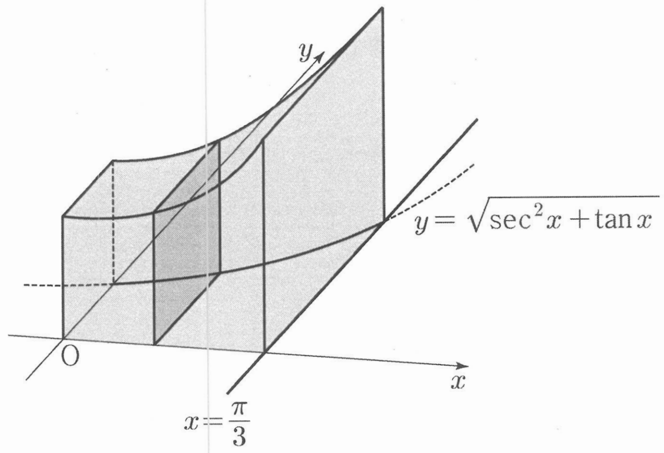
① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

$\dfrac{\frac{3}{2}\times4^n}{\frac{1}{2}\times4^n}$

$a_n=6\times4^{n-1}$

$6\times4=24$

26. 그림과 같이 곡선 $y=\sqrt{\sec^2x+\tan x}\left(0\le x\le\dfrac{\pi}{3}\right)$와 x축, y축 및 직선 $x=\dfrac{\pi}{3}$로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을 x축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정사각형일 때, 이 입체도형의 부피는? [3점]



① $\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{\ln 2}{2}$ ② $\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\ln 2$ ③ $\sqrt{3}+\dfrac{\ln 2}{2}$
④ $\sqrt{3}+\ln 2$ ⑤ $\sqrt{3}+2\ln 2$

$\int_0^{\frac{\pi}{3}}\sec^2x+\tan x\,dx$

$\left[\tan x-\ln|\cos x|\right]_0^{\frac{\pi}{3}}$

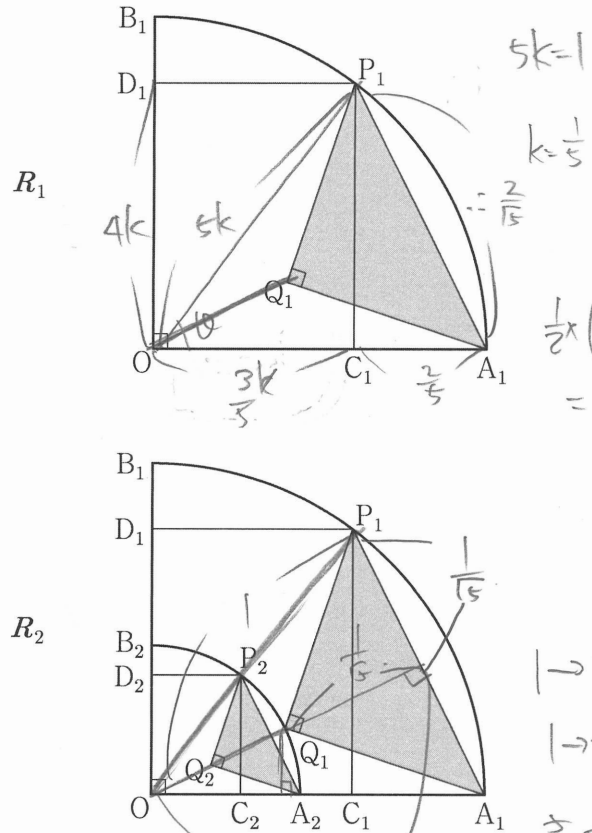
$=\sqrt{3}+\ln 2$

27. 그림과 같이 중심이 O, 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$인 부채꼴 OA_1B_1이 있다. 호 A_1B_1 위에 점 P_1, 선분 OA_1 위에 점 C_1, 선분 OB_1 위에 점 D_1을 사각형 $OC_1P_1D_1$이 $\overline{OC_1}:\overline{OD_1}=3:4$인 직사각형이 되도록 잡는다.

부채꼴 OA_1B_1의 내부에 점 Q_1을 $\overline{P_1Q_1}=\overline{A_1Q_1}$, $\angle P_1Q_1A_1=\frac{\pi}{2}$가 되도록 잡고, 이등변삼각형 $P_1Q_1A_1$에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.

그림 R_1에서 선분 OA_1 위의 점 A_2와 선분 OB_1 위의 점 B_2를 $\overline{OQ_1}=\overline{OA_2}=\overline{OB_2}$가 되도록 잡고, 중심이 O, 반지름의 길이가 $\overline{OQ_1}$, 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$인 부채꼴 OA_2B_2를 그린다. 그림 R_1을 얻은 것과 같은 방법으로 네 점 P_2, C_2, D_2, Q_2를 잡고, 이등변삼각형 $P_2Q_2A_2$에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은? [3점]



① $\frac{9}{40}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{11}{40}$ ④ $\frac{3}{10}$ ⑤ $\frac{13}{40}$

$\cos\theta = \frac{3}{5}$

$\square^2 = 1^2+1^2-2\times\frac{3}{5}$
$=2\left(\frac{2}{5}\right)=\frac{4}{5}$

$5k=1.$
$k=\frac{1}{5}.$
$\therefore \frac{2}{\sqrt{5}}$

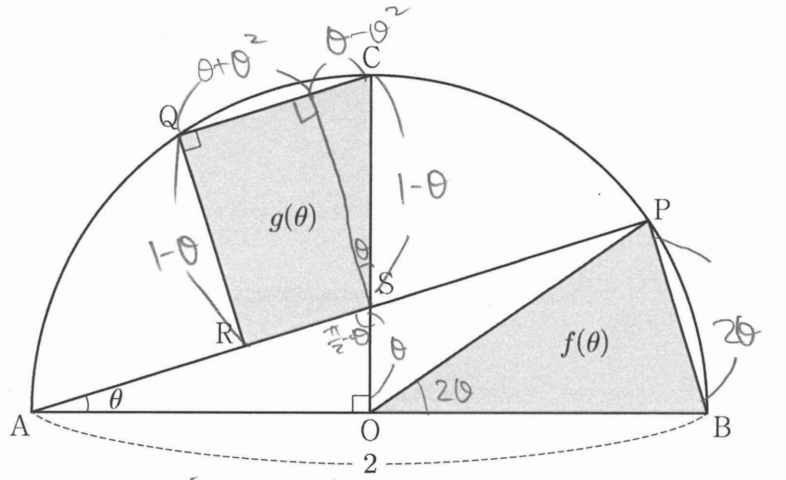
$\frac{1}{2}\times\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^2 = \left(\frac{1}{5}\right)=S.$

$\frac{1}{\sqrt{5}}$

$1 \to \frac{1}{\sqrt{5}}$
$1 \to \frac{1}{5}.$

$\frac{5}{4}\times\frac{1}{5}=\boxed{\frac{1}{4}}$

28. 그림과 같이 중심이 O이고 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원 위에 $\angle AOC=\frac{\pi}{2}$인 점 C가 있다. 호 BC 위에 점 P와 호 CA 위에 점 Q를 $\overline{PB}=\overline{QC}$가 되도록 잡고, 선분 AP 위에 점 R를 $\angle CQR=\frac{\pi}{2}$가 되도록 잡는다. 선분 AP와 선분 CO의 교점을 S라 하자. $\angle PAB=\theta$일 때, 삼각형 POB의 넓이를 $f(\theta)$, 사각형 CQRS의 넓이를 $g(\theta)$라 하자. $\lim_{\theta\to0+}\frac{3f(\theta)-2g(\theta)}{\theta^2}$의 값은? (단, $0<\theta<\frac{\pi}{4}$) [4점]



① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$g(\theta) = (\theta) + \frac{1}{2}(1-\theta)(\theta-\theta^2)$
$= \theta + \frac{1}{2}(\theta-2\theta^2)$
$= \frac{3}{2}\theta-\theta^2$

$\therefore 3\theta-3\theta+2\theta^2$

$f(\theta)=\frac{1}{2}\cdot1^2\cdot2\theta=\theta$

$\boxed{2}$

단답형

29. 세 상수 a, b, c에 대하여 함수 $f(x)=ae^{2x}+be^{x}+c$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $\lim_{x\to-\infty}\frac{f(x)+6}{e^{x}}=1$
>
> (나) $f(\ln 2)=0$

함수 $f(x)$의 역함수를 $g(x)$라 할 때, $\int_{0}^{14}g(x)dx=p+q\ln 2$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 유리수이고, $\ln 2$는 무리수이다.) [4점]

(가) $\lim_{t\to\infty} e^{t}\left(\cancel{\frac{a}{e^{2t}}}+\frac{b}{e^{t}}+c+6\right)=1$

$\boxed{c=-6}$

$\boxed{b=1}$

$f(\ln 2)=a\times4+2-6=4a-4=0$ $\boxed{a=1}$

$f(x)=e^{2x}+e^{x}-6=(e^{x}-2)(e^{x}+3)$

$\int_{\ln 2}^{2\ln 2} x(2e^{2x}+e^{x})\,dx$

$1 \quad e^{2x}+e^{x}$

$0 \quad \frac{1}{2}e^{2x}+e^{x}$

$\left[x(e^{2x}+e^{x})-\left(\frac{1}{2}e^{2x}+e^{x}\right)\right]_{\ln 2}^{2\ln 2}$

$2\ln 2(20)-(8+4)$

$-\left(\ln 2(4+2)-(2+2)\right)$

$=34\ln 2-8$

$\therefore \boxed{26}$

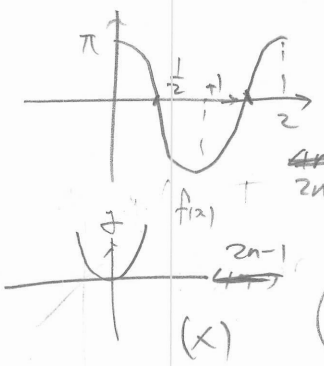
30. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$와 함수 $g(x)=e^{\sin \pi x}-1$에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 합성함수 $h(x)=g(f(x))$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 함수 $h(x)$는 $x=0$에서 극댓값 0을 갖는다.
>
> (나) 열린구간 $(0,3)$에서 방정식 $h(x)=1$의 서로 다른 실근의 개수는 7이다.

$f(3)=\frac{1}{2}$, $f'(3)=0$일 때, $f(2)=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

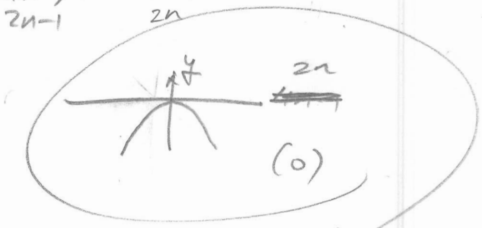
$g'(x)=\pi\cos\pi x\times e^{\sin\pi x}$ $h'(x)=g'(f(x))f'(x)$

주요



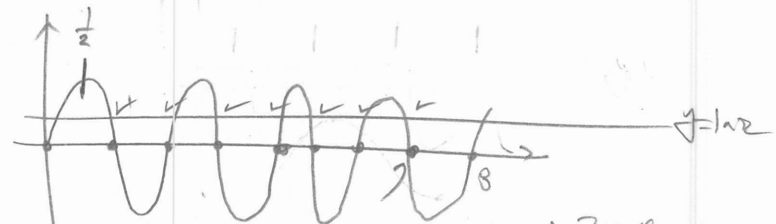
$g'=0$

$f(0)=정수$

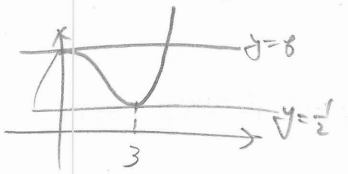


(나) $g(f(x))=e^{\sin\pi f(x)}-1=1$ $\sin\pi f(x)=\ln 2$

$e^{\sin\pi f(x)}-1=1$ $e^{\sin\pi f(x)}=2$ $\sin\pi f(x)=\ln 2$



$\therefore 2n=8$



$4\cdot a\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^{3}=\frac{15}{2}=\frac{27}{2}a$ $a=\frac{5}{9}$

$f(x)=\frac{5}{9}\left(x+\frac{3}{2}\right)(x-3)^{2}+\frac{1}{2}$ $f(2)=\frac{5}{9}\times\frac{7}{2}+\frac{1}{2}=\frac{35+9}{18}=\frac{44}{18}=\frac{22}{9}$

$\boxed{31}$

> ＊ 확인 사항
>
> ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
>
> ○ 이어서, 「**선택과목(기하)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.