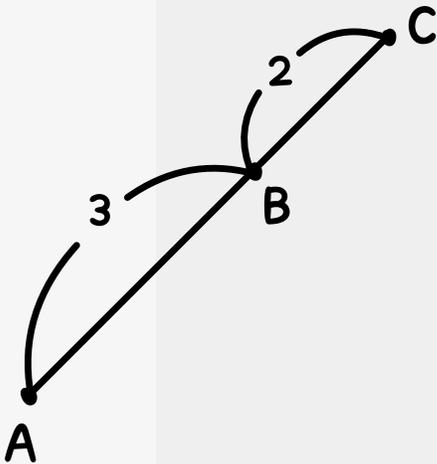


수학,

알고있니?

<점과 점 사이의 거리>

<내분과 외분 - 공식 안쓸거야!>



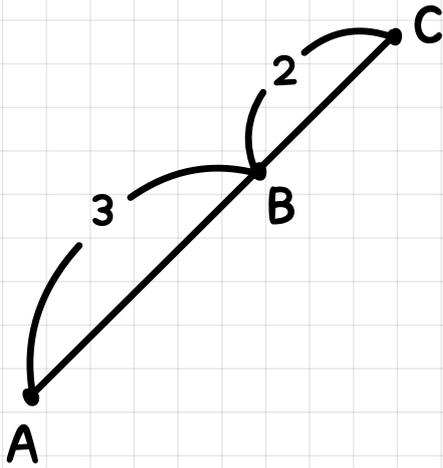
점 C는 선분 AB의 ()

점 A는 선분 BC의 ()

점 B는 선분 AC의 ()

by. sueal_





점 C는 선분 AB의 ()
점 A는 선분 BC의 ()
점 B는 선분 AC의 ()

오늘은 가벼운 주제를 가져왔습니다.

위 ()를 모두 잘 채울 수 있으신가요?

한 번 해봅시다.

1

2

3

쉽게 채운 사람도 있을 것이고
생각하는데 시간이 필요한 사람도 있었을 겁니다

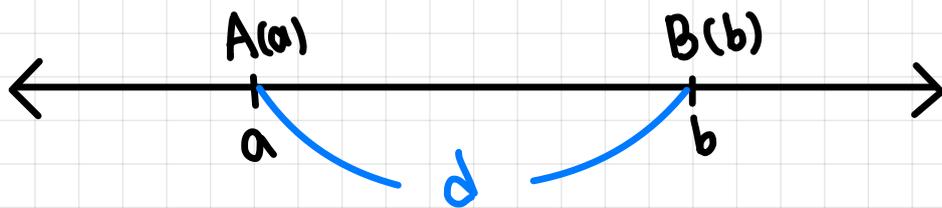
오늘은 위와 같은 상황에서
각 점의 이름을 정확하게 파악하는 방법과
좌표를 구하는 방법에 대해 이야기 하려 합니다.

내분점과 외분점은 결국 하나의 개념이다!

지금부터, 시작합니다

내분 외분을 설명하기에 앞서,
점과 점 사이의 거리부터 이야기 해볼게요.

먼저 수직선에서 점과 점 사이의 거리입니다.



위 수직선에서,

점 A와 점 B의 거리는 몇인가요?

$$b-a$$

라고 대답한 학생이 많을 거예요

맞긴 합니다만,

저는 여러분이 이제부터

$$|a-b|$$

라고 할 수 있길 바랍니다.

절댓값이라는 개념이 애초에

“두 지점이 얼마나 떨어져있는가”

를 나타내는 것이기 때문이에요.

두 점의 위치를 정확히 알 때,

즉, 어느 점의 좌표가 더 큰 값인지 알 때는

$$b-a$$

로 표현해도 상관없지만

두 좌표의 크기 비교가 안된 상황에서

함부로 위와 같이 써버린다면

음수인 식(-)을 거리(+)로

표현해버리는

참사가 벌어집니다.

거리를 표현할 때

절댓값을 정확히 쓰는 습관을 가진다면

두 좌표값의 크기를 따지지 않아서

틀리는 경우는 없을거예요

다시 한번 말할게요.

수직선 상의 두 점

$A(a), B(b)$ 사이의 거리는

$$|a-b|$$

입니다!

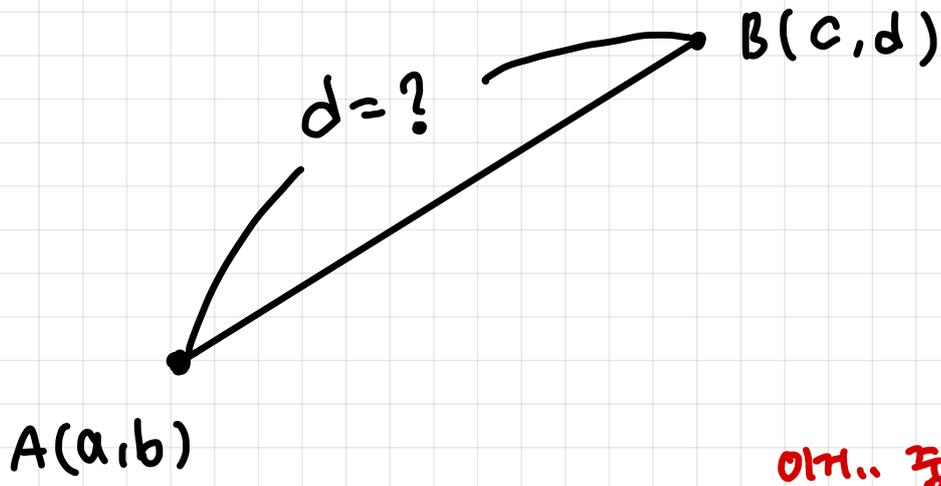
내분 외분을 설명하는데 필요한 것은 여기까지지만

이왕 한 거 더 해봅시다

두 수직선이 수직으로 얹혀있는

좌표 평면에서

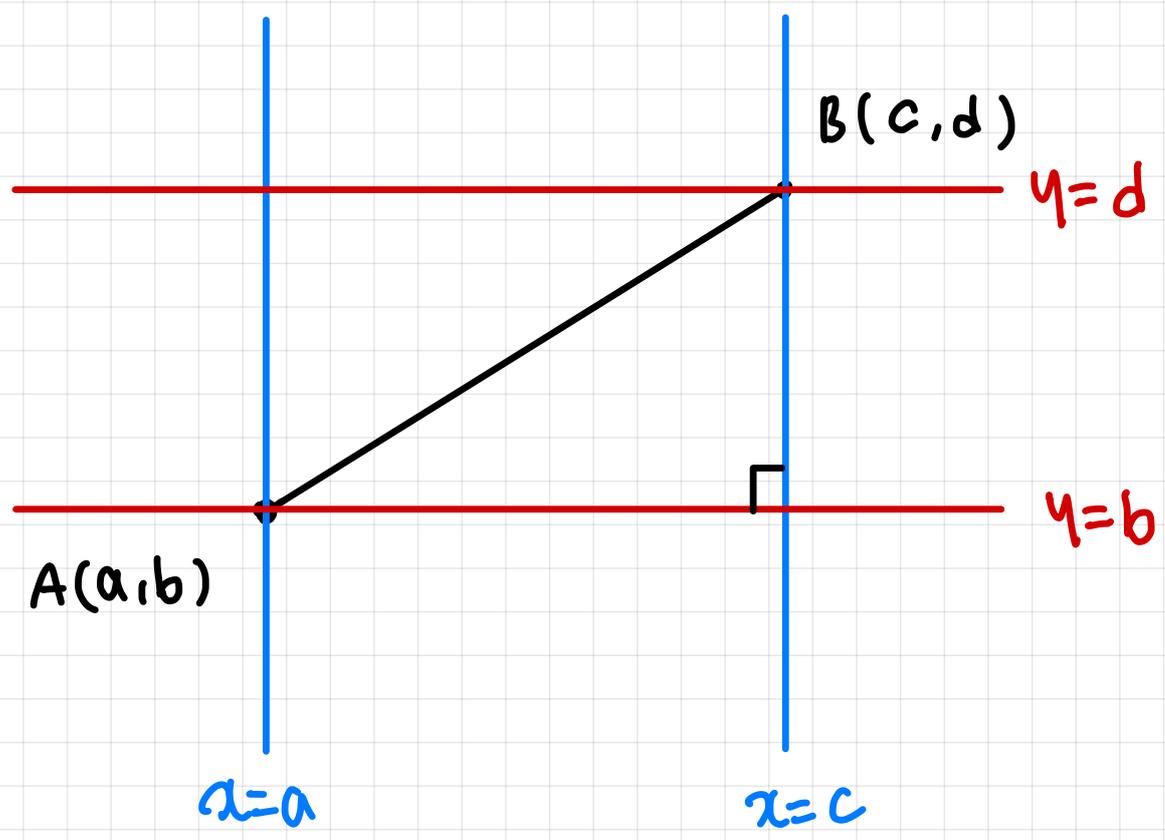
두 점 사이의 거리는 어떻게 표현할까요?



이거.. 중요해요.
↗

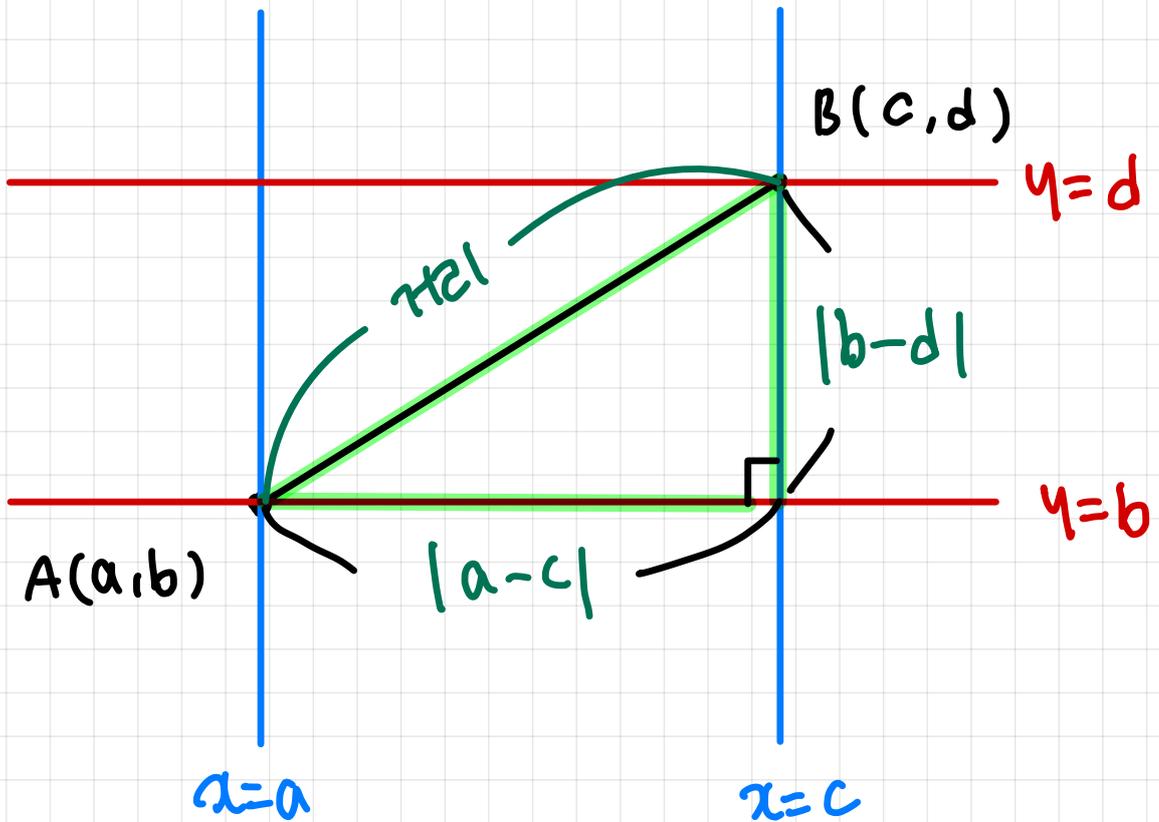
위 두 점 사이의 거리를 표현하기 위해

성우성
각 좌표를 나타내는 직선을 그려봅시다



이제 위에서 배운대로

각 수직선에서 거리를 표현해 봅시다
($x=a, x=c / y=b, y=d$)



그리고 우리는  이 직각 삼각형을

관찰해볼게요

자, 거리를 구할 각이 나오죠?

피타고라스를 이용하면 되겠네요.

$$거리^2 = (a-c)^2 + (b-d)^2$$

우리가 잘 알고있는 식이

이렇게 나오는 것입니다.

여러분은 꼭!!!!

직각 삼각형을 볼 줄 아셔야해요.

자 이제 본 게임으로 가볼게요

내분점, 외분점

읽는 법부터!



역시 쉬운 것부터!

B는 선분 AC의 어떤 점일까요?

반대로 선분 CA의 어떤 점이죠?

.

.

.

여러분, 수학에서 내분점과 외분점은

방향!!이 존재합니다.

그래서 B는

선분 AC의 입장에서는 $m:n$ 내분점

선분 CA로 입었을 때는 $n:m$ 내분점인 것입니다.

그렇다면,

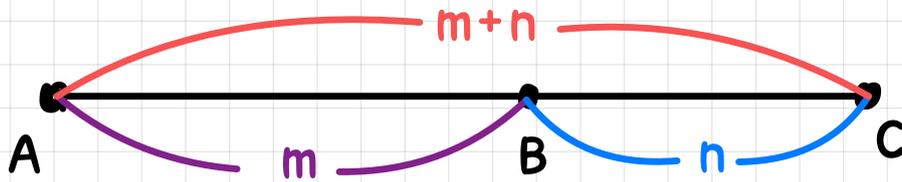
C는 선분 AB의 어떤 점이고
A는 선분 BC의 어떤 점일까요?

.

.

.

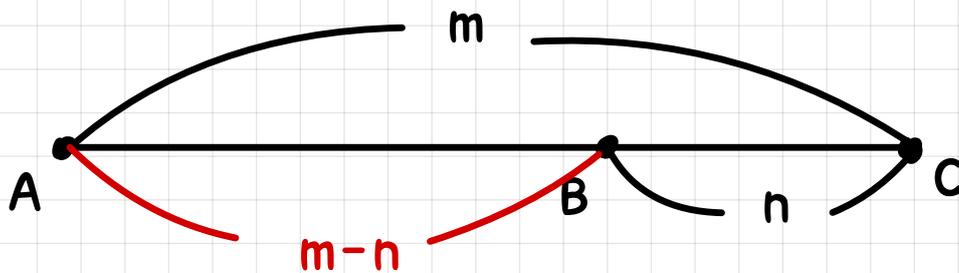
.



C는 선분 AB의 $m+n:n$ 외분점

A는 선분 BC의 $m:m+n$ 외분점

이렇게 읽어주면 됩니다.



이렇게 주어진 상황에서

A, B, C

의 이름을 말해보세요!

.

.

.

A는 선분 BC의 $m-n : m$ 외분점

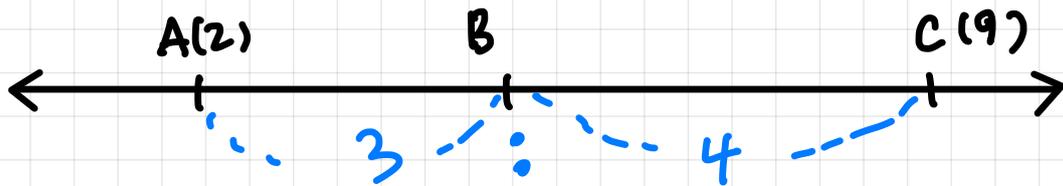
B는 선분 AC의 $m-n : n$ 내분점

C는 선분 AB의 $m : n$ 외분점

이렇게 각 점들의 상황을 이해해주시면 됩니다!!

자 그럼 이제 좌표를 구해볼까요?

~~상황~~ 수직선에서 구해보시다



쉬운 거부터 해보죠

AB:BC가 3:4 일 때 B의 좌표를 구해보세요

1

2

3

대부분 푸셨을 거 압니다

B는 AC의 3:4 내분점이니까

$$\frac{3 \times 9 + 4 \times 2}{7}$$

이구나

네, 틀린 거 아니에요! 잘했습니다

그럼 하나 더 질문할게요

A(a), B(b)에 대하여

선분 AB의 m:n 내분점의 공식이 왜

$$\frac{na + mb}{m + n}$$

인지 설명하실 수 있나요?

잘되신다면 외분점 공식도 설명 가능한가요?

.

.

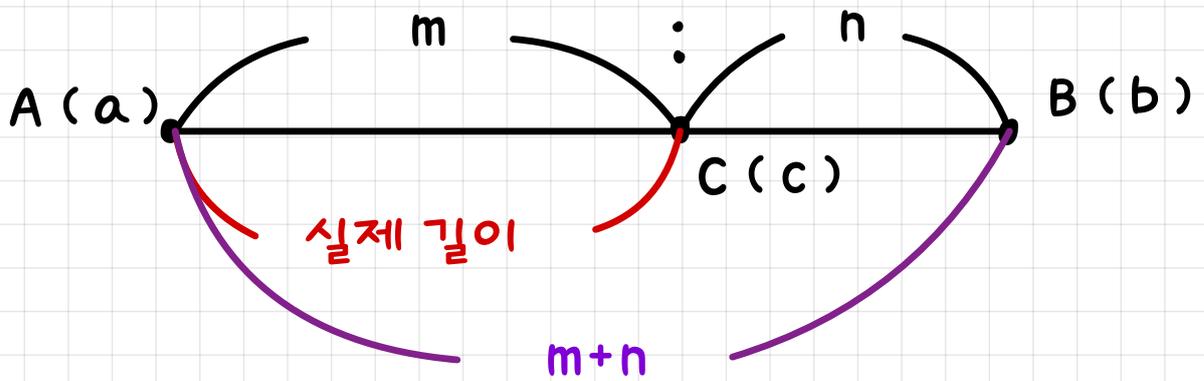
.

여기서 앞에서 공부한
길이의 개념이 활용됩니다.

그리고 오늘 칼럼에서
강조되는 부분 중 하나인

비율에 맞춰 칸 나누기! 를

활용하여 설명해 보겠습니다



위 수직선에서 C의 좌표는

A의 좌표에서 AC의 실제 길이만큼 더해주면 됩니다

즉, $a + \text{실제 길이} = c$ 인 것이죠

그럼 실제 길이는 몇인가요?

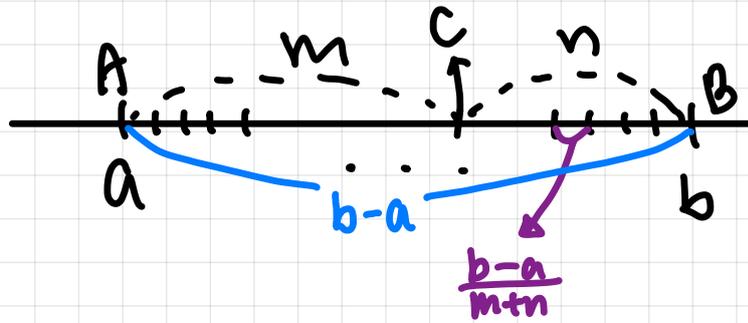
여기서, AB를 $m+n$ 칸으로 나누었다고 생각해봅시다

선분 AB의 전체 길이가 $b-a$ 이니까

나누어진 한 칸의 길이는

$$\frac{b-a}{m+n}$$

가 됩니다. 아래 그림과 같이.



$m+n$ 칸 중에서 AC에 해당하는 칸수는

m 칸이므로 AC의 실제 길이는

$$m \times \frac{b-a}{m+n}$$

그러므로 C의 좌표는

$$a + m \times \frac{b-a}{m+n}$$

$$= \frac{mb + na}{m+n}$$

따라서, 여러분이 알고 있는 내분점 공식이 나오는 겁니다.

또는, 선분 AC의 길이와 선분 BC의 길이비가

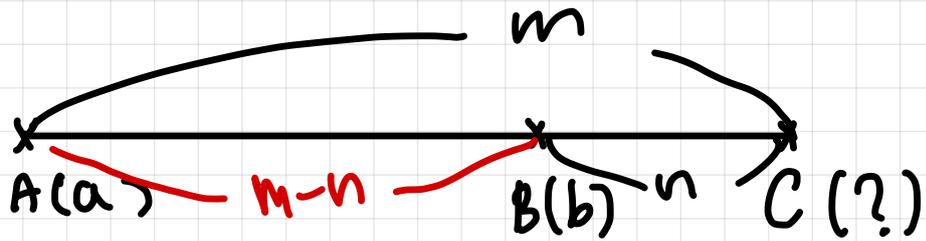
$m:n$ 인 것을 활용하여

비례식으로 해결해도 됩니다.

$$c-a : b-c = m : n$$

외분점도 마찬가지로입니다

똑같으니깐 빠르게 설명할게요



점 C는 선분 AB의 m:n 외분점입니다

선분 AB의 실제 길이는

$$b-a \text{이고}$$

이를 m-n칸으로 쪼개면 한 칸의 실제 길이는

$$\frac{b-a}{m-n}$$

그런데, C의 좌표는 B의 좌표에서

n칸

더 가야하므로

$$b + n \times \frac{b-a}{m-n} = \frac{mb-na}{m-n}$$

제발 잊으지 마세요...

입니다. 또한 길이 관계를 이용해 비례식을 쓰면

$$?-b : b-a = n : m-n$$

전 이제부터 내분점, 외분점 공식을 쓰지 않을 겁니다

비율에 따른 실제 길이표현, 비례식

칸 나누기 아이디어를 안다면

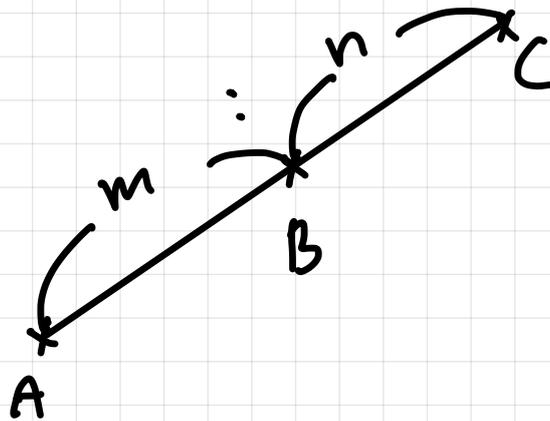
그림으로 상황을 이해 할 수 있다면!

단순 공식은 쓸 필요가 없습니다

이제는 **평면으로** 확장하겠습니다

좌표 평면에 한 직선 위의 세 점 A, B, C가 있고

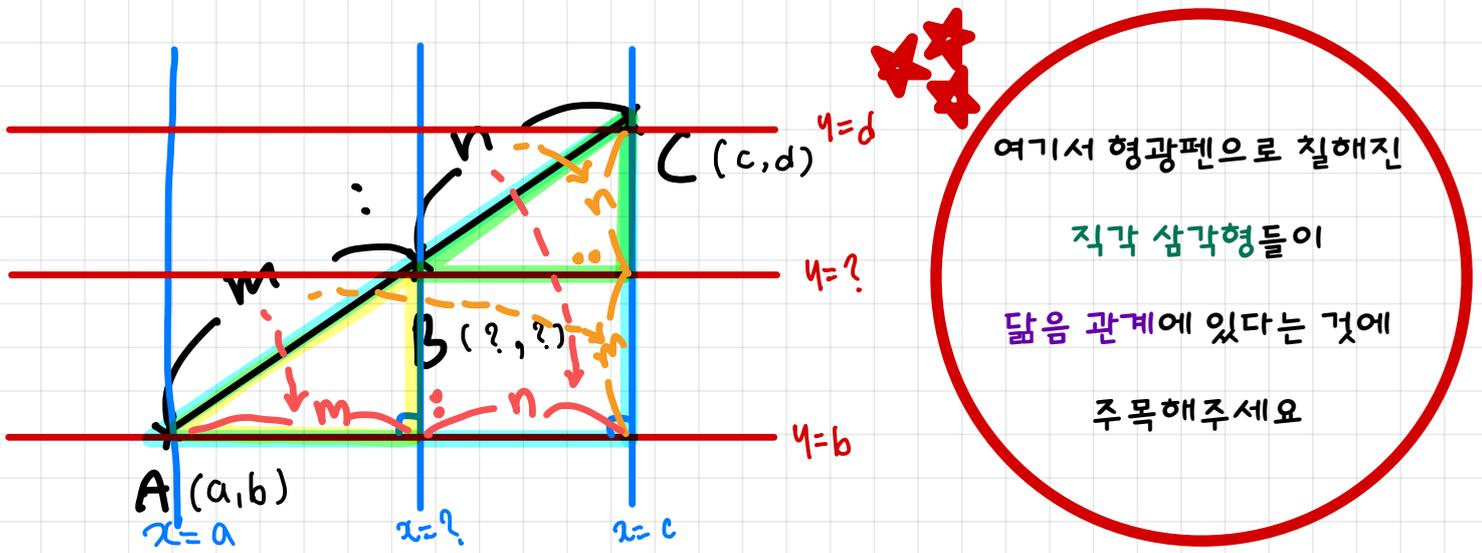
그림과 같이 $m:n$ 비율로 위치합니다



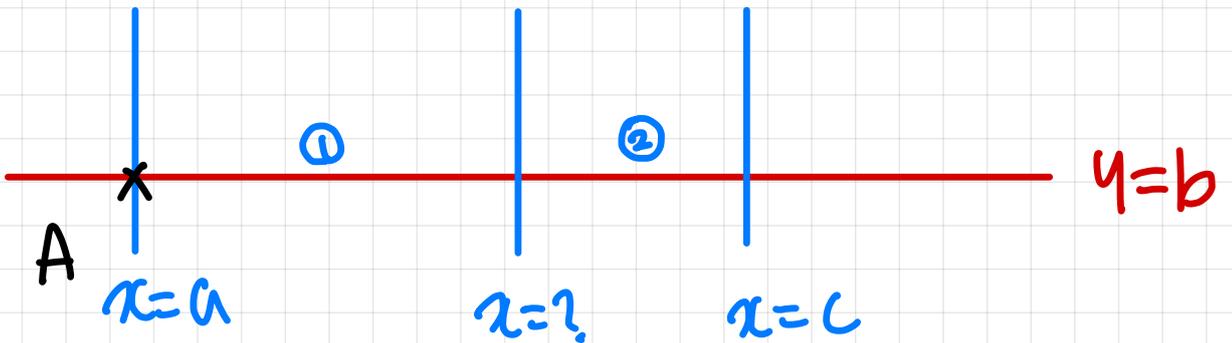
자, 좌표 평면 위의 점을 해석 할 때는

점의 **x좌표**, **y좌표**에 대한 수직선을 반드시 그려줍니다

필수예요 필수!



수직선 $y=b$ 에서 점 B의 x좌표를 구해봅시다



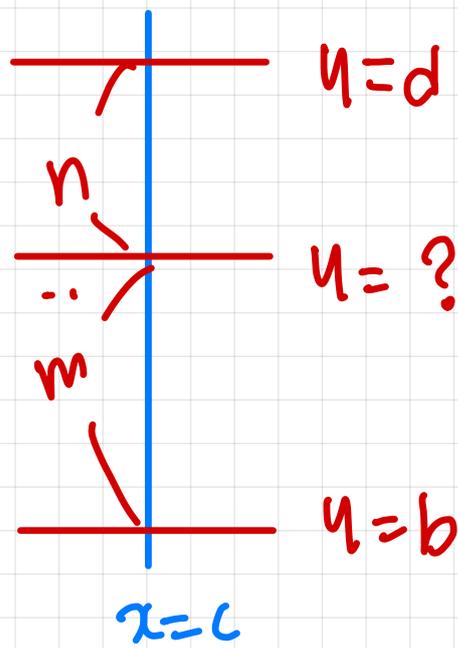
이 때 , 1번과 2번 길이비도 $m:n$ 이므로

$$?-a : c-? = m : n$$

와 같이 구할 수 있습니다

마찬가지로,

수직선 $x=c$ 에서 점 B의 y좌표를 구해봅시다

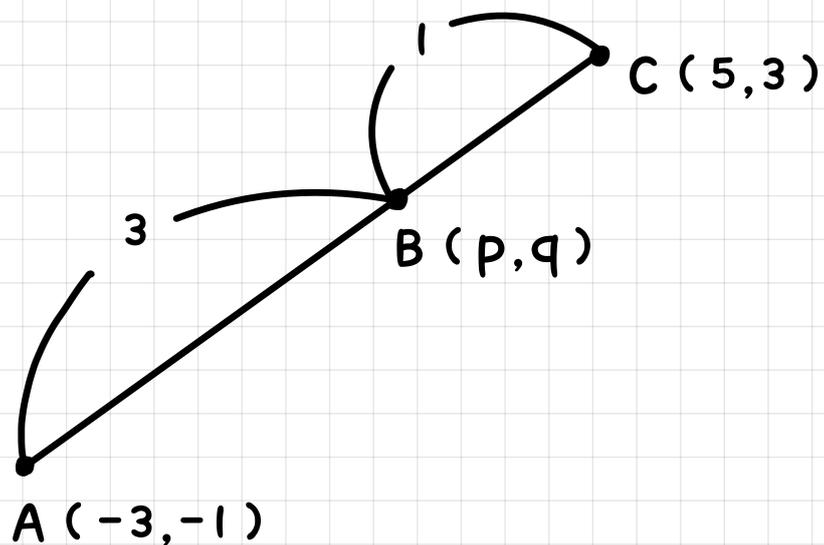


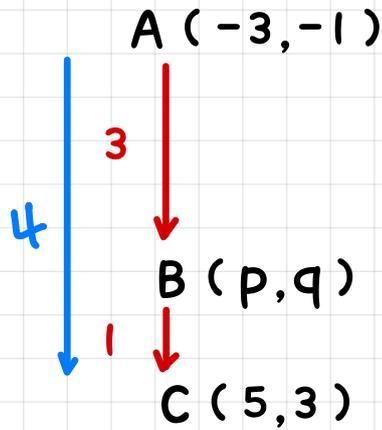
$$?-b : d-? = m : n$$

이렇게 구해주면 된다는 겁니다

외분점도 같은 방법으로 해주시면 됩니다.

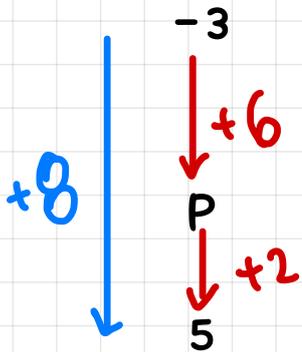
이제 실제 숫자로 이 방법이 얼마나 편한지 볼까요?





자, 여기서 각 점의 x 좌표만 관찰해볼까요?

비율상 4에 해당하는 길이가 +8이므로

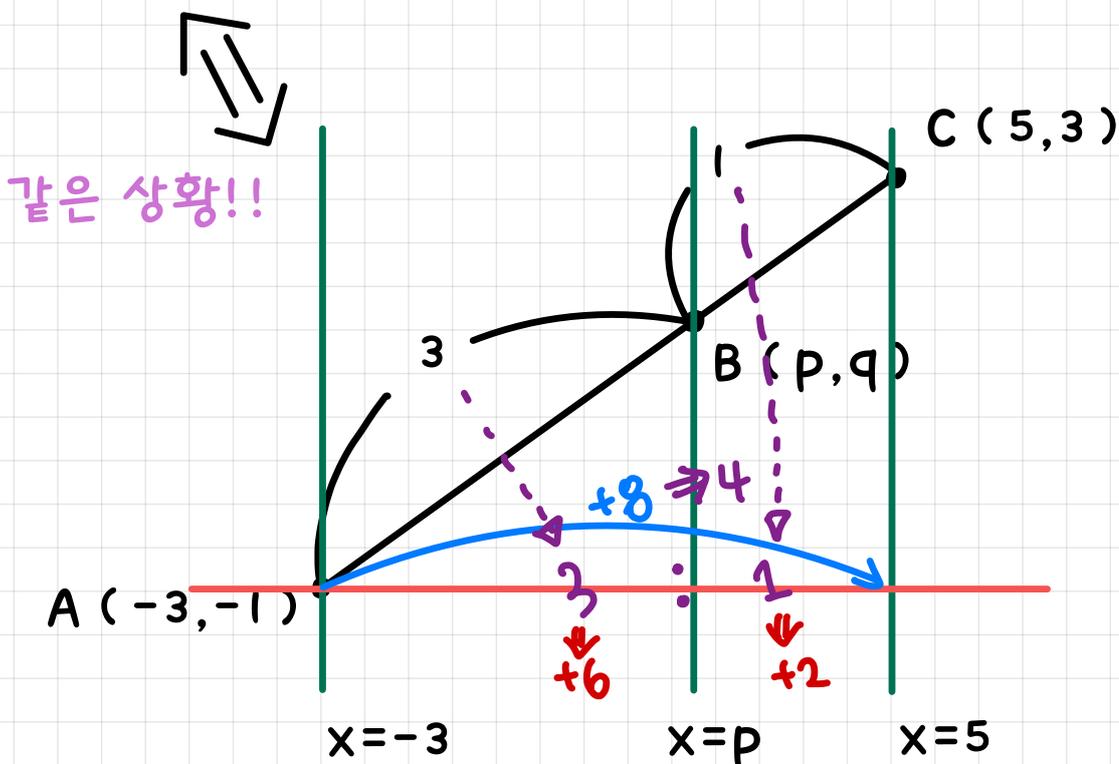


3에 해당하는 길이는 +6

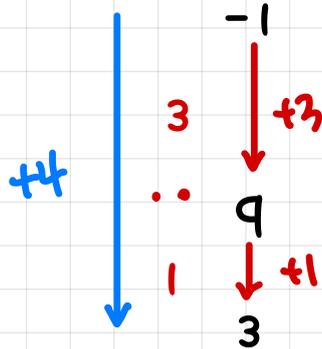
1에 해당하는 길이는 +2입니다!

따라서 p는

-3 + 6 또는 5 - 2 로 계산해주면 되는겁니다



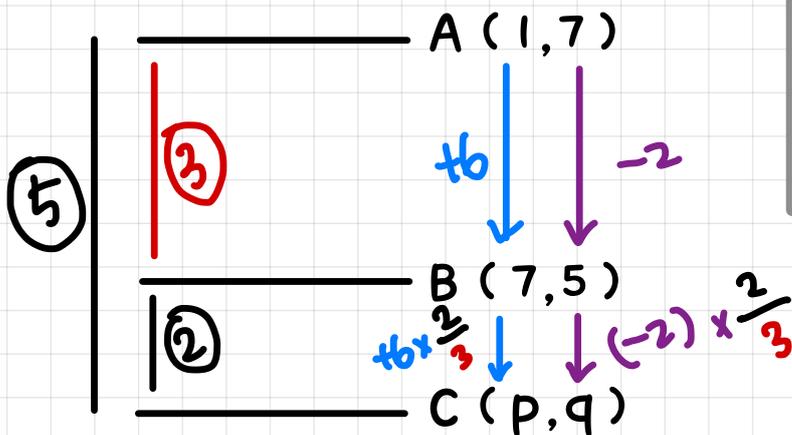
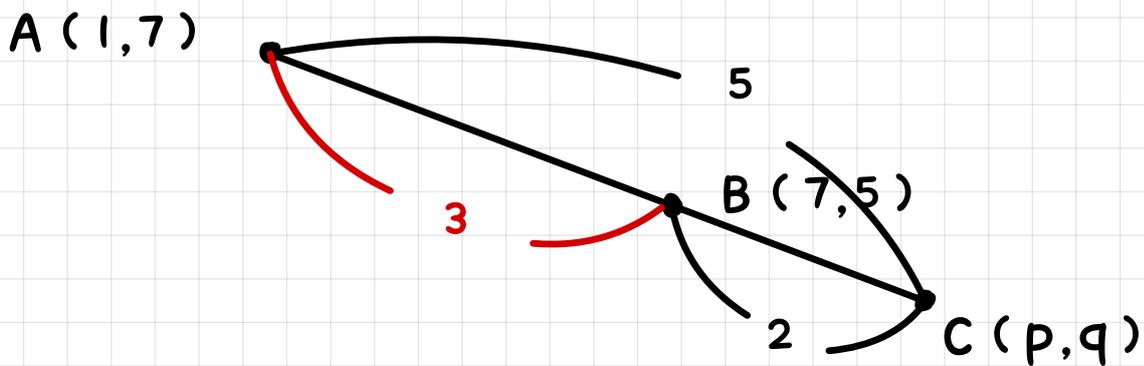
y좌표도 같은 방법으로 해주면



$$q = -1 + 3 = 3 - 1$$

이렇게 구해집니다.

연습 한번만 더 해볼게요



$$p = 7 + 6 * 2 / 3 = 11$$

$$q = 5 + (-2) * 2 / 3 = 11 / 3$$

이 칼럼에서 여러분에게 전달하고자 한 내용을 정리하자면,

첫번째, 두 점 사이의 거리와 절대값의 의미를 알자!

두번째, 내분점과 외분점은 결국 같은 그림 안에서 어느 점의 이름이냐의 차이이다!

세번째, 실제 길이와 비율간의 관계는 실제 길이의 칸 나누기를 통해 연결된다!

네번째, 좌표 평면에서 점들을 해석할 때, 수직선을 그려서 해석하고 그 수직선들을 따로 떼어 와서 해석할 줄 알아야 한다!

다섯번째, 내분점 외분점 상황인 선분과 각 좌표를 의미하는 수직선들을 그렸을 때 생기는 직각 삼각형의 닮음 그림을 꼭 보자!!

수고 하셨습니다. 끝.