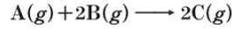


02 다음은 $t^{\circ}\text{C}$, 1 atm에서 A(g)와 B(g)가 반응하여 C(g)를 생성하는 반응의 화학 반응식이다. [23024-0052]



표는 실린더 (가)와 (나)에 A(g)와 B(g)의 질량을 달리하여 넣고 각각 반응을 완결시켰을 때, 반응 전과 후 기체에 대한 자료이다. A의 분자량은 32이다.

실린더	반응 전		반응 후	
	A의 질량(g)	B의 질량(g)	A 또는 B의 양	전체 기체의 부피(L)
(가)	4	10	a g	4V
(나)	16	15	b mol	9V

이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, 반응 전과 후의 실린더 속 기체의 온도와 압력은 일정하다.)

보기

ㄱ. $\frac{b}{a} = \frac{1}{10}$ 이다.

ㄴ. 분자량비는 B : C = 15 : 23이다.

ㄷ. $\frac{\text{생성된 C}(g)\text{의 양(mol)}}{\text{반응 후 전체 기체의 양(mol)}}$ 의 비는 (가) : (나) = 9 : 8이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

이번 칼럼에서 다룰 문제이다. (2024학년도 수능특강) 왜 이렇게 쉬운 문제를 들고 왔는지 의문이 들 수 있으나, 한번 한계 반응물을 정확히 판단해서 찾아보자. 쉽지 않을 것이다. 시도를 해 본 후 칼럼을 읽는 것을 권장한다.

이 문항의 한계 반응물 판단이 까다로워 이 문항을 선정했다. 다음 페이지부터 이 문항의 한계 반응물 판단에 대한 심도 있는 분석을 다룰 예정이다. 또한 다양한 한계 반응물 판단 과정에서 최종적으로 도출된 “모순”들이, 논리적으로 서로 어떤 관계인지 한번 다뤄보려고 한다.

아무튼, 칼럼을 읽으면서 한계 반응물을 판단하는 다양한 방법을 익히고, 몇몇 풀이 테크닉을 터득해 가길 바라는 마음에 칼럼을 작성하였다.

또한 이 칼럼을 보고 “단순한 문항에서도 이렇게 많은 분석이 가능하다”는 것을 깨닫고, 추후에 킬러 기출을 최대한 다양한 관점에서 풀어보는 방식으로 복습하는 것도 권장한다. (사설이나 수특/수완의 경우까지 그렇게 할 필요는 없다. 사설과 수특/수완 심층분석의 경우 온전히 강사와 콘텐츠 제작자의 몫이다.)

이 칼럼에선 딱히 답을 구하는 과정까지 해설하진 않는다. 물론 답은 뒷 페이지에 적어둬.

일단 답 : ⑤

양적 관계에 어느 정도 익숙한 학생들이면 대부분 감으로 풀었을 것으로 예상된다. 한계 반응물이 같으면 문제가 성립하지 않을 상황인 것이 대충 눈에 들어온다. 따라서 다르다고 두고 풀면, 반응 전 A의 질량 비율이 더 작은 (가)의 한계 반응물이 A. 그 반대인 (나)는 한계 반응물이 B임을 알 수 있다. 이렇게 두면 모순이 없어서 답을 바로 구할 수 있다.

딱히 한계 반응물을 찾을 방법이 명확히 떠오르지 않을 때, 감각적인 직관으로 지금까지의 경험에 따라 한계 반응물을 찍는 건, 전혀 나쁜 행위가 아니다. **다만 복습할 때는 찾아보는 것을 권장한다.**

아무튼, 한계 반응물을 정확하게 구해보려고 하면 생각보다 버겁다. 이 칼럼에선 다음 순서대로 이 문항의 한계 반응물을 구하려고 한다.

- 1) 귀류법을 통한 계산(표를 조작하지 않음)
- 2) B에 A를 첨가하는 실험으로 해석했을 경우의 판단법
- 3) A에 B를 첨가하는 실험으로 해석했을 경우의 판단법

1) 귀류법을 통한 계산(표를 조작하지 않음)

표를 조작하지 않는다는 것은, 표에 상수배를 해서 새로운 실험으로 보는 행위를 하지 않는다는 뜻이다. 이렇게 풀어보자.

두 실험 모두 A가 한계 반응물인 경우, 모두 B가 한계 반응물인 경우에 대해 각각 모순을 밝혀보자. 정답 케이스는 한계 반응물이 서로 다른 경우이니 생략한다.

모두 A가 한계 반응물이라고 가정하자. 이 케이스는 쉽다. B와 C의 반응 계수가 동일하므로, 반응 전 B의 몰수가 반응 후 전체 몰수에 대응된다. 따라서 (가)와 (나)의 반응 후 부피비가, 반응 전 B의 질량비에 해당하는 2:3이어야 하는데, 4:9이므로 모순이다.

+) 잠시 포인트를 짚어보면, 두 반응 모두 A가 한계 반응물이 아니라는 것은, 적어도 하나의 반응에서는 B가 한계 반응물이어야 한다는 것과 같은 말이고, 당연히 B의 질량비가 상대적으로 적은 실험인 (나)가 B가 한계 반응물이다. 강사나 교재에 따라 두 표현을 혼동하여 사용하는데, 같은 말임은 꼭 인지하고 있다.

모두 B가 한계 반응물이라고 가정하자. 이 케이스가 까다롭다.

정석적이지만, 최대한 계산을 깔끔히 하려고 시도한 풀이는 다음과 같다.

B가 어차피 한계 반응물이므로, 반응 전 B의 양은 순전히 총 몰수 변화에만 기여하고, 남지 않는다(또는, B를 가리고 푼다고 말하면 될 듯).

즉, 반응 전 A의 양 + (반응한 B의 양)×적당한 상수가 반응 후 전체 기체의 양(부피)에 비례한다.

실험 (가)와 (나)에서 4g당 A의 몰수를 적당히 상댓값 1로 두고, B 5g이 반응할 때마다 변화하는 전체 기체의 부피를 k 라고 두면, 다음과 같은 비례식을 세울 수 있다.

$$1 + 2k : 4 + 3k = 4 : 9$$

모순인 케이스이니, 이 비례식을 풀면 k 가 음수일 것 같지만 아쉽게도 그렇지 않다. $k = \frac{7}{6}$ 이다. 분명 정답 케이스는 아닌데, **어디에서 모순이 발생한 걸까?**(생각 해 보자. 다음 페이지에 적었다)

정답은 실험 (가)의 반응 전후 부피비이다. k 에서도 모순이 안 나오니 당황스러울 수 있는데, k 를 대입하면 바로 찾을 수 있다. 반응 전 A의 양이 1인데, $k = \frac{7}{6}$ 이므로 $1 + 2k = \frac{10}{3}$ 으로, B를 제외하고 생각했을 때 반응 전후 양의 비가 3:10이다. 그런데 A와 C의 반응 계수 비는 1:2이므로, B가 한계 반응물일 때 A+C의 양이 2배 이상 증가할 수 없으므로 모순이다.¹⁾

모순이 계산을 꽤 오래 진행해야 등장한다. 계산을 줄이기 위해 아이디어를 도입했지만 결국 어려운 논리를 도입해야 모순이 발견됐는데, 이는 이 문항의 모순 상황의 산술적 상황에 의거한다. 수능 특강에서 제시한, B가 모두 한계 반응물일 경우의 모순을 찾는 법은 다음과 같다.

아래 풀이의 경우 A의 양(mol)은 주어진 분자량을 이용한 실험값을 이용했고, 5g당 B의 양(mol)을 n 으로 두었다.

ii) 만약 B(g)가 모두 반응하는 경우, (가)와 (나)에서 각각 다음과 같이 반응이 일어났다고 할 수 있다.



반응 전(mol) $\frac{1}{8} \quad 2n$

반응(mol) $-n \quad -2n \quad +2n$

반응 후(mol) $\frac{1}{8}-n \quad 0 \quad 2n$

반응 후 전체 기체의 몰비는 (가):(나)=4:9이므로 (가):(나) = $(\frac{1}{8}-n+2n) : (\frac{1}{2}-\frac{3}{2}n+3n) = 4:9$ 이고, $n = \frac{7}{24}$ 이므로



반응 전(mol) $\frac{1}{2} \quad 3n$

반응(mol) $-\frac{3}{2}n \quad -3n \quad +3n$

반응 후(mol) $\frac{1}{2}-\frac{3}{2}n \quad 0 \quad 3n$

(가)에서 반응 후 남은 A(g)의 양 $(\frac{1}{8}-n)$ 의 값이 음수가 되어 자료에 모순이다. 따라서 (가)에서는 A(g)가 모두 반응하고, (나)에서는 B(g)가 모두 반응하므로 다음과 같이 반응이 일어난다.

즉, 정상적으로 계산이 되고, n 까지 양수로 구해지는데, 역으로 n 을 전부 대입해보면 음수인 지점이 하나 존재해서 모순이다.²⁾ 꽤나 난해한 상황이다.

첫 풀이에서 반응 전후 (가)의 부피비가 3:10인 모순 상황과, 두 번째 풀이에서 대입해보니 A의 양이 음수인 모순 상황이 서로 무슨 상관인지 생각을 혼자 해 보고, 아래를 읽어보자.

A와 C의 계수 비가 1:2일 때, A가 최대한(전부) 반응하면, A+C의 양은 초기에 비해 최대 2배가 된다는 것은 당연하다.

물론 불가능하지만, 이 문제의 모순 상황에서처럼, 추가로 반응해서 A의 양이 음수가 된다고 생각해보자. A+C의 양이 2배보다 더 증가할 것이다. 즉 반응 후 A의 양이 음수가 나와서 모순인 상황과, 가능한 비율보다 초과해서 증가하는 것은 논리적으로 일맥상통(동치)인 모순 상황이다.

아무래도, 문제가 과조건이 없이 손아귀가 딱 맞는 문제라면, 특정 케이스의 모순을 찾는 과정에서 동원되는 논리들은 결국 근본적으로는 통하는 부분이 있을 수밖에 없다. 이는 중화반응 문항이든, 나아가 수학 문항이든 동일할 것이다. 사실 여러분들은 이미 어려운 수학 문항들을 풀면서 “서로 다른 풀이 과정 간의 논리적 동치성”이 있음을 의식적이든 무의식적이든 깨달았을텐데, “일차함수, 화학량간의 비례관계, 반응 계수 비 법칙”으로만 구성된 지극히 논리적인 화학 문항에서 풀이 과정 간의 논리적 관계가 존재하는 건 어찌 보면 당연하다.

아무튼, 다음 풀이로 넘어가자.

1) 앞으로 이 (가)의 한계 반응물에 대한 증명을 증명 a)라고 하자.
2) 앞으로 이 (가)의 한계 반응물에 대한 증명을 증명 b)라고 하자.

2) B에 A를 첨가하는 실험으로 해석했을 경우의 판단법

사실 이 문항을 별 생각 없이 A에 B를 첨가하는 반응으로 해석한 학생들이 더 많을 것으로 예상된다. 근데 이 해석부터 먼저 다루는 이유는, 이 방향이 조금 더 깔끔하기 때문이다. 아무튼 이 해석을 적용했을 때의 판단법을 알아보자.

(가)에 1.5배를 해 주면 B의 양을 동일하게 둘 수 있다. 문항이 너무 앞 페이지에 있으니, 한계 반응물 판단에 필요한 질량과 부피만 가져오자. (가)에 1.5배를 곱한 실험을 (가)'이라 두었다.



	반응 전 A 질량	반응 전 B 질량	반응 후 전체 기체 부피
(가)'	6	15	6V
(나)	16	15	9V

3)B에 A를 첨가하는 상황의 경우, 완결점 이전에는 전체 기체의 부피가 일정하고, 완결점 이후에 전체 기체의 부피가 증가한다. 위 실험의 경우 (가)'에 A를 첨가해 (나)에 도달한 것으로 해석할 수 있는데, 이 과정에서 반응 후 전체 기체의 부피가 증가했으니, (나)는 확실히 완결점 이후이다. 즉, 한계 반응물이 B이다.

앞선 풀이들에서 (가)의 한계 반응물 판단이 까다로웠는데, 여기서도 마찬가지로이다.

우선 귀류법으로 해결해보자.

(가)'도 완결점 이후라면, 즉 한계 반응물이 B라면, (가)'와 (나)의 부피 차이는 온전히 A의 질량 차이에서 생기므로, A 10g은 3V이다. 이에 따라 (가)'의 반응 전 A의 부피는 1.8V이다. 그러나 A와 C의 계수 비가 1:2이므로, 한계 반응물이 B라면 부피는 해봤자 3.6V(2배)까지만 증가하지 못한다. 따라서 모순이고, (가)'은 완결점 이전이다.⁴⁾

여기에서 눈치가 빠른 학생들은 반응 전 A의 부피 1.8V와, 반응 후 전체 기체 부피 6V의 비가 3:10임을 찾았을 것이다. 즉, a)와 동치이다. a)와 동치이니 당연히 b)와도 동치이겠으나, 직접 b)의 상황을 얻을 수도 있다. A의 부피가 음수가 되는 것을 허용하고 한계 반응물을 B라고 가정하면, A 1.8V와 B 8.4V를 반응시키면 반응 후 (A, C) = (-2.4V, 8.4V)로 반응 후 A의 부피가 음수가 된다.

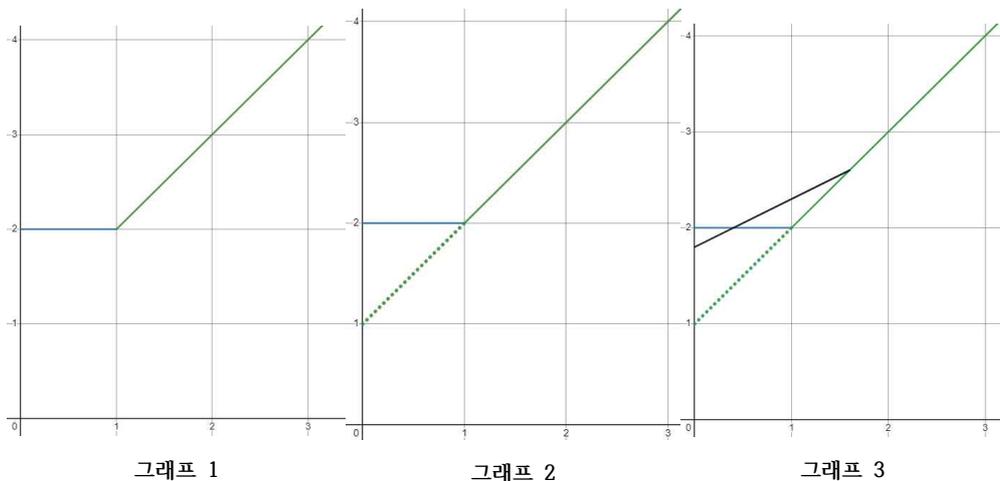
한편 귀류법 없이 해결하기엔 상당히 버겁다.⁵⁾ 그래프를 동원하면 귀류법을 피할 수 있으나, 일반적으로 실전적인 풀이는 아니다. 최근 평가원 출제 기조를 보면 액성 또는 한계 반응물을 숨겼더라도 귀류법 한 번이면 간단히 해결되게 출제하는 경우가 많으니, 실전에서 굳이 귀류법을 기피할 필요는 없다. 아무튼 그래프를 이용한 풀이도 알아보자. 어렵다면 패스해도 된다.

반응 계수가 전부 주어졌으므로, 첨가한 A의 양에 따른 전체 기체의 부피 그래프의 개형을 실제 비율까지 살려서 구할 수 있다. 편의상 x 축은 첨가한 A의 양(mol), y 축은 반응 후 전체 기체의 양(mol)으로 x, y 축간의 단위까지 맞춰주고, 초기 B의 양도 편하게 2mol로 두고 개형을 한번 그려보면 다음과 같다.

3) 최근 당량점과 완결점이라는 표현이 혼용됩니다. 물론 당량점이라는 표현이 더 엄밀하지만, 개인적인 습관에 의해 그냥 완결점이라는 표현을 사용하겠습니다. 또한 부피와 몰수도 그냥 혼동합니다.

4) 앞으로 이 (가)'의 한계 반응물에 대한 증명을 증명 i)라고 하자.

5) 사실 이 문제에 대해 "어느 한 반응물이 한계 반응물임을 가정하여 모순을 보이는 행위/반응을 완결시켜보는 행위를 일절 하지 않고 한계 반응물을 찾는 법"(즉, 부등식만을 이용하여 한계 반응물 결정)을 상당 시간 고민하였는데, 개인적인 결론으로는 아마 없는 것 같다. (이 뒷 내용은 수학적 이야기이니 무시해도 된다) 이 문제에서 값이 애매하게 얽혀있어서 (가) 반응에서 반응 전과 후의 값을 부등식으로 연결할 수 없어 보인다. 따라서 얻어지는 부등식들을 모두 사용해도, 성립할 수 있는 상황을 (가)와 (나)의 한계반응물이 둘 다 B이거나, 각각 A, B인 상황으로밖에 좁힐 수 없어 보인다. 그 중 반응을 직접 시켜보았을 때 모순이 아닌 케이스가 하나만 존재해서 문제가 성립하는 것이 아닌가 생각된다. 이런 이유 때문에, 이 칼럼에서 소개하는 한계 반응물 판정 논리가 많이 어렵다.



보통 그래프 1처럼 그리고 끝나는데, 이 문항에서 한계 반응물 판정까지 하려면 그래프 2처럼 반응 후 그래프를 $x = 0$ 까지 연장해서 y 절편까지 구해야 한다. 조금 생소할 수 있다.

그래프 2를 보면, 완결점 이후의 두 지점을 연결하여 직선을 만들면 $y = 1$ 을 절편으로 가지고, 완결점 이전과 이후의 두 지점을 연결하여 직선을 만들면 $y = 1$ 과 $y = 2$ 사이의 어느 지점을 절편으로 가지는 것을 알 수 있다. 완결점 이전과 이후를 연결한 상황의 예시가 그래프 3이다.

이 성질을 이용하여 한계 반응물 판정법을 만들 수 있다.

둘 다 완결점 이전인 경우에는 너무 쉬우니 생략한다.

만약 직선으로 연결한 두 지점이 모두 완결점 이후인 경우, 직선의 y 절편의 값이 1에 해당한다. 그런데 두 지점이 모두 완결점 이후이므로, 두 지점의 전체 기체의 양(mol), 즉 y 좌표는 모두 y 절편의 2배보다 커야 한다. **그렇지 않으면 그래프에 모순**이므로 둘 중 하나는 완결점 이전이다.

잘 이해가 안 갈수 있으니 예시를 들어보자. 그래프에서 (0.5, 2)와 (2, 3)을 연결하면, 그 절편은 $(0, \frac{5}{3})$ 이다. $\frac{5}{3}$ 에 2를 곱하면 $\frac{10}{3}$ 이다. 그런데 2는 $\frac{10}{3}$ 보다 작다. 앞서 말한 판정법에 의해 적어도 하나는 완결점 이전이므로, (0.5, 2)는 완결점 이전이다.

반응 계수가 달라지면 못 쓰는 방법 아니냐고 질문할 수 있으나, 계수가 달라짐에 따라 개형을 그에 맞춰 그릴 수 있고, 그 개형의 상황 따라 적용할 수 있는 일반적인 판정법이다. 시간 소모도 더 짧다. 첫 이해가 어려울 뿐. 이 실험을 A←B로 해석했을 때 개형이 달라지는데, 그때도 사용하는 방법을 뒤에서 소개할 예정이다.

아무튼 이를 이용하여 판정해보자.

(가)`와 (나)를 연장하여 y 절편을 구하면 4.2V이다. 이 값에 2배를 하면 8.4V인데, (가)`은 6V로 이보다 작으므로, 판정법에 의해 (가)`은 완결점 이전이다.6)

증명 d)는 다른 증명들과 이질적이다. 겉보기엔 귀류법도 쓰지 않았으니 아예 다른 증명이 아닌가 생각할 수 있는데, 위에 가서 판정법의 설명 중 강조 표시가 된 부분을 다시 읽어보자. 판정법의 논리 자체가 **“만약 직선으로 연결한 두 지점이 모두 완결점 이후인 경우 ~ 그렇지 않으면 그래프에 모순”**라는 내용이 있으므로, 큰 틀에선 두 지점이 모두 완결점 이후, 즉 한계 반응물이 둘 다 B인 경우를 가정하고 판정하는 것과 다르지 않다.

6) 앞으로 이 (가)`의 한계 반응물에 대한 증명을 증명 d)라고 하자.

또 판정법에선 두 지점 모두 완결점 이후인 상황을 가정하는데, 이 상황에서 두 지점을 연결해서 기울기를 구하는 것은 A의 질량당 부피를 구하는 행위로 생각할 수 있다.

또한 판정법에서 y 절편까지 그래프를 연장하는 것은 완결점까지 반응한 A의 양(mol)을 구하는 과정이다. 위에 예시로 그린 그래프 2에서 “1”이 무엇을 의미하는지 잘 생각해보자. y 절편의 값이기도 하지만, 완결점까지 반응한 A의 양이기도 하다.

따라서 이 증명법은

“만약 두 지점 모두 완결점 이후라면 A 1g당 0.3V이다”
“만약 두 지점 모두 완결점 이후라면 완결점까지 반응한 A의 부피는 4.2V이다”

이 두 명제를 구한 상황과 동일하다.

이제 앞선 명제들과의 연관성을 찾아보자. 첫 번째 명제에 의해 (가)의 반응 전 A 부피가 1.8V임을 구할 수 있고, 두 번째 명제에 의해 반응 후 A의 부피는 -2.4V임을 구할 수 있고, 이는 모순이다.

여기서 눈치가 빠른 학생들은 -2.4V가 익숙할 것이다. 4페이지 증명 c)에 관한 설명에서 “A 1.8V와 B 8.4V를 반응시키면 반응 후 (A, C) = (-2.4V, 8.4V)로 반응 후 A의 부피가 음수가 된다.”는 내용이 있다. 즉 c)와 동치이고, 그러니 나머지 증명들과도 동치이다.

여기서 증명들 간의 동치성이 왜 발생하는지 통찰이 가능하다. 증명 a)~d) 모두 같은 케이스를 가정했고, 직접 반응 (가)를 완결시켜 봤거나 그에 준하는 행위를 하였다. 결론적으로 (가)에서 반응 후 A가 음수이므로 모순임을 구했거나, 그에 준하는 행위를 하였기에 서로 간에 동치성이 발생한다.

3) A에 B를 첨가하는 실험으로 해석했을 경우의 판단법

이 방법을 사용하면, 앞선 방법들에 비해 (나)의 한계 반응물을 구하는 방법이 약간 어렵다. 우선 표로 상황을 정리하면 다음과 같다. (나)→(가)으로 반응이 진행된다고 생각할 수 있다.



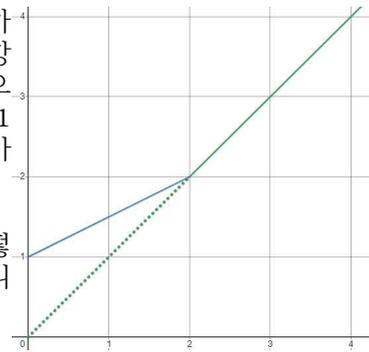
	반응 전 A 질량	반응 전 B 질량	반응 후 전체 기체 부피
(가)	16	40	16V
(나)	16	15	9V

(나)와 (가)의 한계 반응물이 둘 다 A라 가정하자. B와 C의 반응 계수가 같으므로 반응 전 B의 질량비가 그대로 반응 후 전체 기체의 부피비와 같아야 한다. 즉 부피 비가 8:3이어야 하는데, 16:9이므로 모순이다. ⁷⁾

그래프로 (나)의 한계 반응물을 구해보자. 계수가 $A + 2B \rightarrow 2C$ 인데, $A \leftarrow B$ 로 해석하는 상황이므로 기본 개형은 다음과 같이 그려진다. 물론 초기 A의 양은 1 mol이고, x 축은 첨가한 B의 양(mol), y 축은 전체 기체의 양(mol)이다.

7) 앞으로 이 (나)의 한계 반응물에 대한 증명을 증명 x)라고 하자.

특이한 개형이 관찰된다. 반응 후 전체 기체의 양(mol)을 연장하면 원점과 닿는다. 이는 $aA + bB \rightarrow bC$, $A \leftarrow B$ 반응의 공통 사항이다. x 축은 첨가한 B의 양(mol), y 축은 전체 기체의 양(mol)으로 둘 때, 완결점의 좌표는 (b, b) 이고, 완결점 이후의 기울기는 1이므로 연장하면 원점과 닿는다. 당연히 x, y 축의 단위(스케일)가 바뀌더라도 성립한다.



이제 그래프 개형을 이용하여 (나)와 (가)의 그래프 개형을 어떻게 결정할 수 있을지 생각해보자. 앞서 유사한 방법을 설명했으니 세세한건 생략하자.

1. 만약 두 반응이 모두 완결점 이후라면, 원점으로부터 그은 직선의 기울기가 동일해야만 한다.
2. 만약 두 반응이 모두 완결점 이전이라면, 두 지점을 연결한 직선의 y 절편은 그래프의 "1"에 해당한다. 따라서 구한 y 절편에 2를 곱한 값이 두 지점의 y 좌표보다 모두 커야 한다.
3. 둘 모두 해당하지 않으면 하나는 완결점 이전, 하나는 완결점 이후이다.

1.을 먼저 확인하자. 원점으로부터 그은 직선의 기울기는 $\frac{\text{반응 후 전체 기체 부피}}{\text{반응 전 B 질량}}$ 에 해당한다. (가)와 (나) 각각 기울기가 $\frac{16}{40} = 0.4$, $\frac{9}{15} = 0.6$ 으로 다르므로, 두 반응이 모두 완결점 이후는 아니다. 따라서 적어도 (나)는 완결점 이전이고, 한계 반응물은 B이다. ⁸⁾

이제 2.를 확인하자. 두 지점 (나), (가)를 편의상 좌표처럼 표시했다. $(15, 9V)$ 와 $(40, 16V)$ 를 연결하면 그 y 절편은 $\frac{24}{5}V = 4.8V$ 이다. 여기에 2를 곱하면 $9.6V$ 로, $(40, 16V)$ 의 y 좌표가 $9.6V$ 보다 크므로, 두 반응이 모두 완결점 이전은 아니다. 따라서 (가)는 완결점 이후이고, 한계 반응물은 A이다.

위 증명을 e)라고 했을 때, d)와 크게 다른 면이 없어 보인다. 여기까지 읽었으면 당연히 동치라는 느낌이 들 것이다. 칼럼이 너무 길어지니 d)와 어떤 면이 동치인지 세세하게 설명하진 않겠다.

그래프 이전까진 읽을만 했겠지만 그래프 이후로 칼럼이 다소 어려웠을 것 같다.

칼럼을 읽고 얻어갈 부분만 정리하고, 마치도록 하자.

- 1) 서로 다른 모순 증명법이더라도 그 내용이 동치인 경우가 많고, 많이 다르더라도 동치인 경우가 존재한다. 학생 입장에서 이런 내용들을 세세하게 분석할 필요는 없다. 다만 이를 인지하고 기출을 다시 보면 새롭게 보이는 내용들이 분명히 있을 것이다.
- 2) 문항에서 반응 계수를 전부 다 깎은 경우, 그래프 개형을 완전히 완성할 수 있고 이를 이용하여 다양한 풀이를 전개할 수 있다.
- 3) 한계 반응물 증명이 어려워 보이는데, 대충 뭘지 합리적 의심이 된다면, 그대로 짚어 풀어도 된다. 만약 모순이 나와도, 다른 케이스를 시도하면 된다. 이런 문항처럼 귀류법 없이는 거의 증명이 불가능할 정도로 증명이 어려울 수도 있다. 다만 복습을 할 땐 증명을 연습하는 것이 실력 향상에는 더 긍정적이다.

8) 굳이 길게 설명하지 않아도, 이는 증명 x)와 같은 논리임을 알 수 있다.