

수학,

아니고 뭐냐?

$$\cos \frac{11}{6}\pi$$

$$\sin \frac{4}{3}\pi$$

$$\cos 480^\circ$$

이런거 자꾸 헛갈린다면 보세요

삼각함수의 기본기!

삼각함수 각변환 이해하기

(1) 특수각편

안녕하세요 수알입니다

오늘은 삼각함수 특수각에 대해서

다뤄보겠습니다

$30^\circ, 60^\circ, 45^\circ$ 등 일반 특수각뿐만 아니라

$120^\circ, 135^\circ, 150^\circ, 240^\circ, 330^\circ, 405^\circ$ 등의 각들도

쉽게 삼각함숫값을 읽어낼 수 있어야합니다

아직도 외워서 하거나

헛갈리시는 분들은

꼭 읽어주세요

반드시 도움 될 겁니다:)

이에 대해 설명하기 위해

삼각함수의 정의부터 알아보겠습니다

삼각함수를 정의하기 위해서는

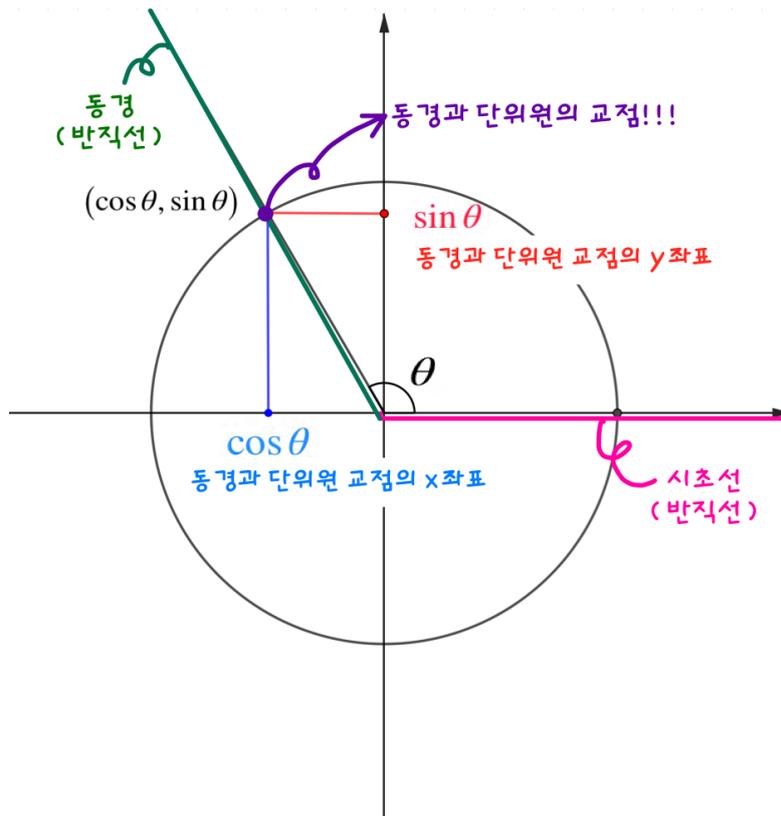
원, 반직선, 각이 필요합니다

원은 단위원

반직선은 동경

각은 시초선과 동경이 이루는 각 (반시계 양의 방향)

으로 이해해볼게요



그림에서처럼

x축의 양의 방향을 시초선으로 하고

이로부터 θ 만큼 각을 이루는 동경이 있을 때

동경 (반직선) 과 단위원의 교점의

★ x좌표가 $\cos\theta$ 이고

y좌표가 $\sin\theta$ 입니다

그 다음 우리가 할 일은

삼각비표에서 벗어나기입니다

	sin	cos	tan
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
45°	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	1
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
90°	1	0	x
180°	0	-1	0

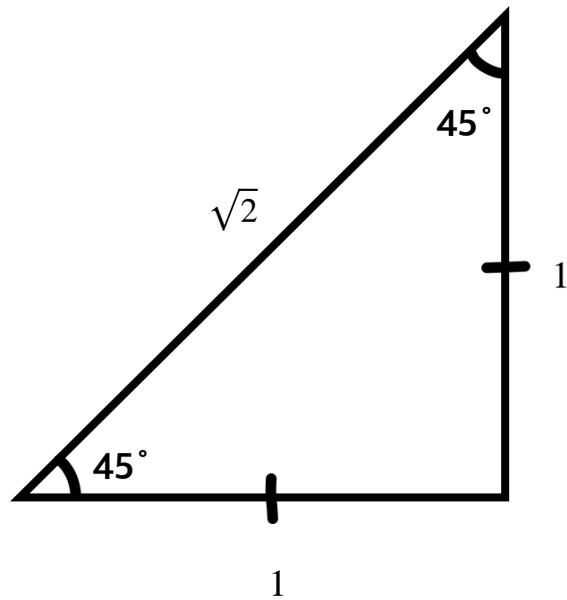
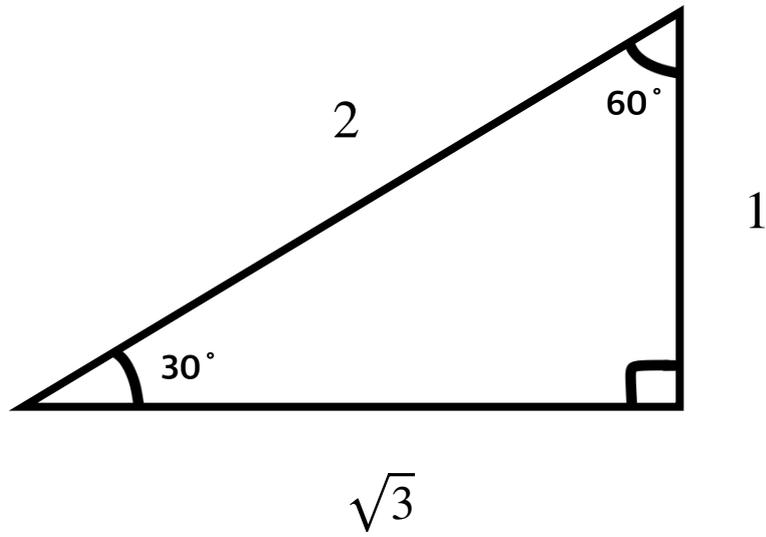
중등 과정에서 여러분은 이 표를 외우신 적이 있을겁니다

$\sin 30^\circ$ 를 보고 이 표가 떠오르신다면

안됩니다... 차라리 머리에서 표를 지워주세요

대신 다음 장에 있는 두개의 직각삼각형을 기억해주세요

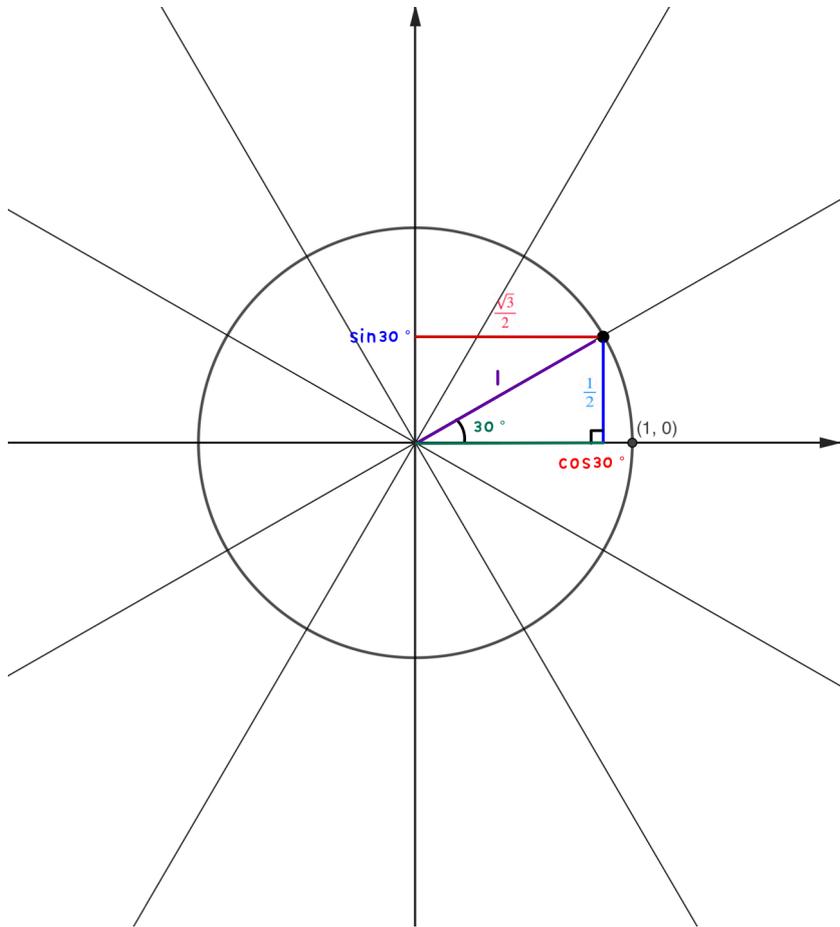
이제 삼각비는 도구로만 쓸거니까요 :)



두 직각 삼각형의 길이비에 집중!

그럼 저 값들은 어떻게 알 수 있을까요?

표에 있는 기본각들부터 해보겠습니다



30° 를 만드는 동경과 단위원의 교점이 있고

각 축에 수선의 발을 내리면

직각삼각형이 완성됩니다

빗변이 반지름으로 1이고

30° 직각삼각형은 길이비 $1 : 2 : \sqrt{3}$ 이므로

★ 파란색 길이 (짧은길이!) 는 $\frac{1}{2}$, 빨간색 길이 (긴 길이!) 는 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 입니다

이 길이 감각을 기억하세요!!!! 진짜 유용합니다

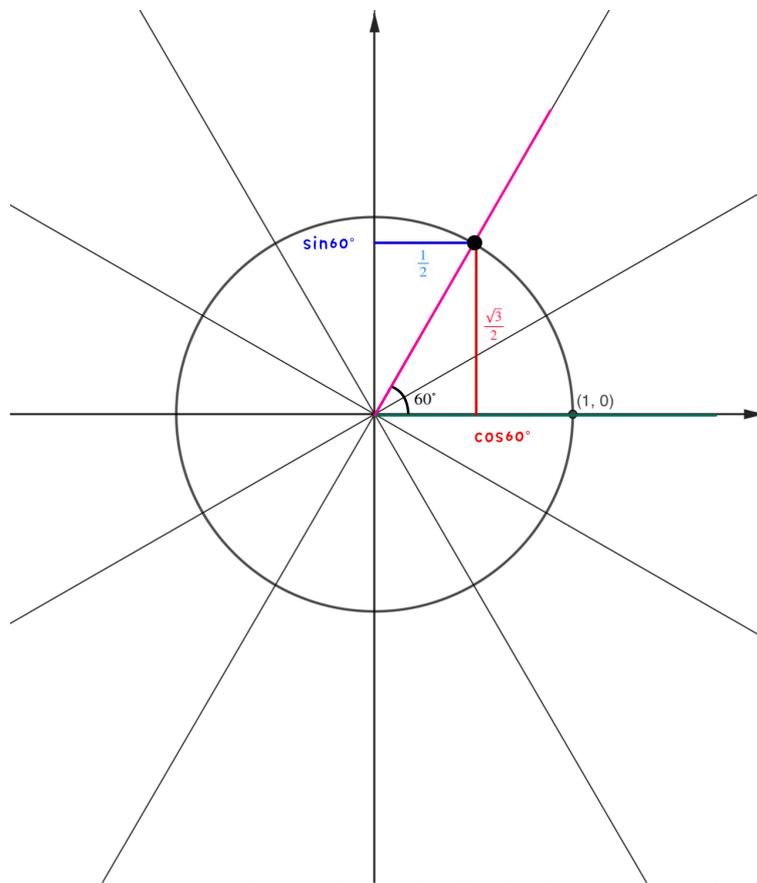
그러므로 $\cos 30^\circ$ 는 긴 길이니까 $\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\sin 30^\circ$ 는 짧은 길이니까 $\frac{1}{2}$ 입니다

$\tan 30^\circ$ 는 낮은 기울기 (기준선에서 30° 움직이면 낮은 기울기!로 기억하세요)

이고 양수니까 $\frac{1}{\sqrt{3}}$ 입니다

다음은 60° 입니다



시초선에서 60° 를 이루는 동경이

단위원과 만나는 점이 있고 각 축에 수선을 내리면

직각삼각형이 완성되는데

x좌표인 $\cos 60^\circ$ 는 짧은 길이니까 $\frac{1}{2}$

y좌표인 $\sin 60^\circ$ 는 긴 길이니까 $\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\tan 60^\circ$ 는 높은 기울기 (기준선에서 60° 움직이면 높은 기울기!로 기억하세요)

이고 양수니까 $\sqrt{3}$ 입니다

이런 식으로 특수각에 대한 \cos , \sin , \tan 값을 찾으면 됩니다

이번엔 특수각을 읽는 방법을 보겠습니다

각을 읽는다는 것은

각의 숫자를 보고 원 그림에서

동경의 위치!를 파악한다는 것입니다.

이 때, 특수각들을  180° 와 360° 기준으로 \pm 해서 읽어야 합니다

포인트는 90° 나 270° 에서 \pm 하지 않는다는 것입니다

예를 들어, 300° 를 읽는 방법은

$360^\circ - 60^\circ$ 로 읽습니다

$270^\circ + 30^\circ$ 가 아니라고요

210°는 어떨까요?

180° + 30°로 읽습니다

270° - 60°로 읽지 않구요

이와 같은 방법으로 특수각들을 읽어보면,

$$135^\circ = 180^\circ - 45^\circ$$

$$120^\circ = 180^\circ - 60^\circ$$

$$150^\circ = 180^\circ - 30^\circ$$

$$330^\circ = 360^\circ - 30^\circ$$

이런식으로 읽어집니다

만약 각이 360도보다 크다면

360도의 배수를 뺀 다음 읽으면 됩니다

예를 들어,

$$510^\circ = 360^\circ + 150^\circ \text{ 이므로}$$

150°와 동경의 위치가 같겠죠?

그러므로 180° - 30°로 동경의 위치를 읽어주면 됩니다

같은 방법으로

$$660^\circ = 360^\circ + 300^\circ \Rightarrow 360^\circ - 60^\circ$$

$$510^\circ = 360^\circ + 150^\circ \Rightarrow 180^\circ - 30^\circ$$

$$840^\circ = 720^\circ + 120^\circ \Rightarrow 180^\circ - 60^\circ$$

입니다

이렇게 읽는 이유는

첫번째, 원 그림에서 **각의 위치**를 머리에 떠올리기 좋다

두번째, **호도법일 때** 각을 읽기 쉬워진다 (진짜 호도법일 때 훨씬 강력..)

입니다

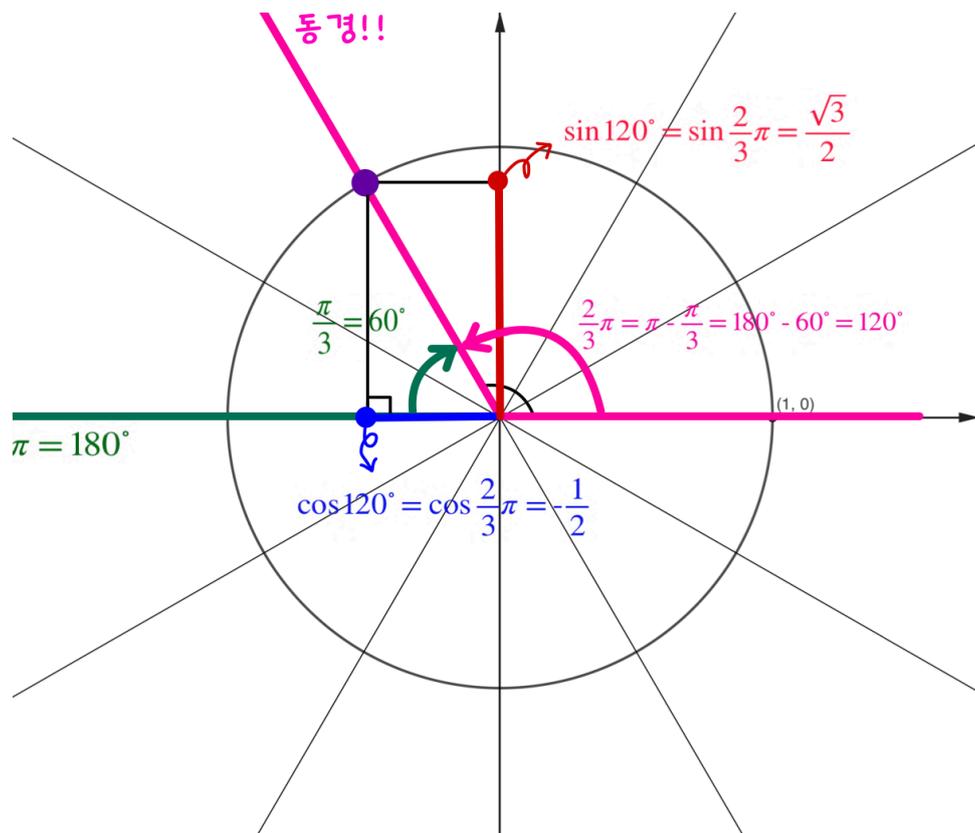
자 이제, 본격적으로 $30^\circ, 60^\circ$ 계열 ($\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}$ 계열) 부터 시작하겠습니다

$30^\circ, 60^\circ$ 는 했으니 120° 부터

$$1) 120^\circ = \frac{2\pi}{3}$$

$$120^\circ = 180^\circ - 60^\circ \text{ 이므로}$$

180° 선에서 시계방향으로 (마이너스 방향) -60° 올려준 동경을 그리면 됩니다



$\cos 120^\circ$ 는 짧은 길이이면서 음수이므로 $-\frac{1}{2}$ 이고

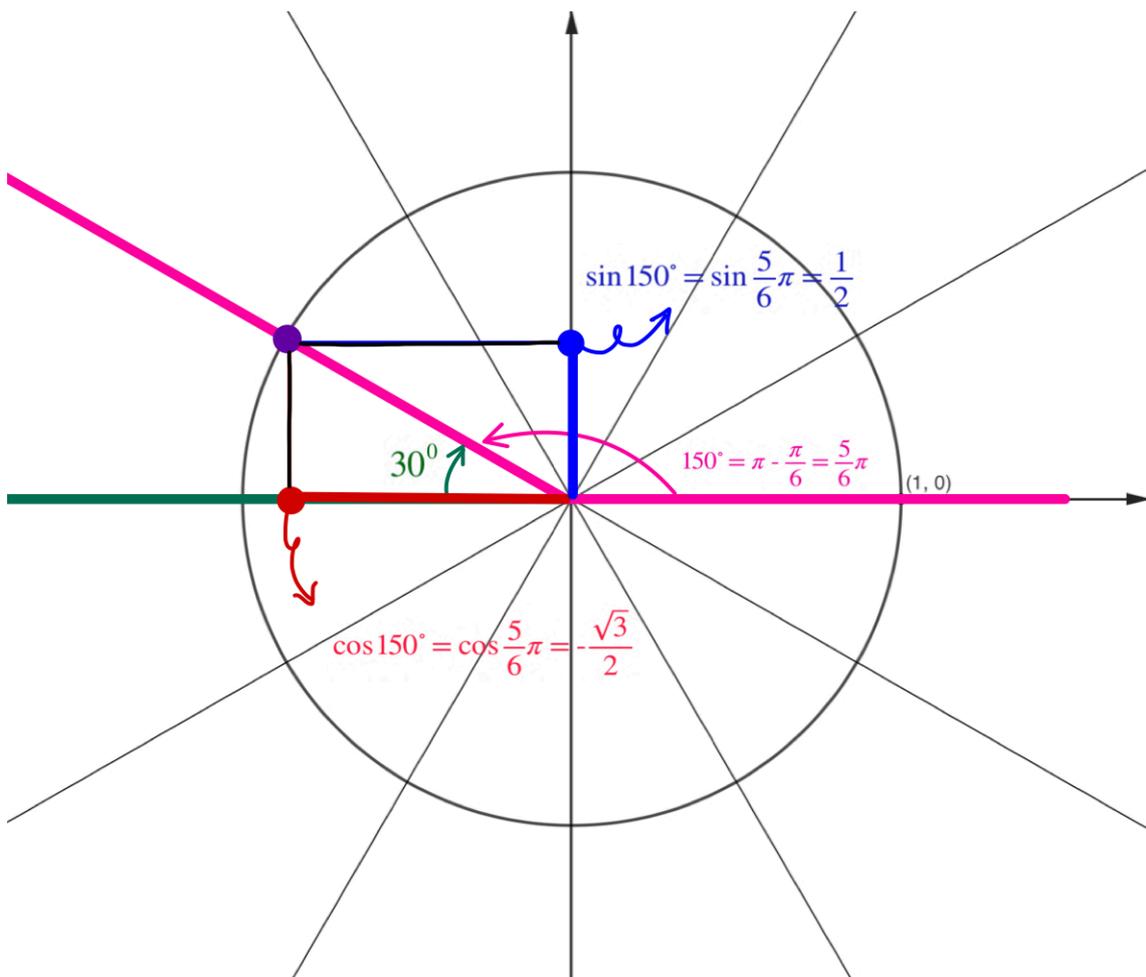
$\sin 120^\circ$ 는 긴 길이이면서 양수이므로 $\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\tan 120^\circ$ 는 높은 기울기이면서 음수이므로 $-\sqrt{3}$ 입니다

$$2) 150^\circ = \frac{5\pi}{6}$$

$$150^\circ = 180^\circ - 30^\circ \text{이므로}$$

180° 선에서 시계 방향으로 (마이너스 방향) -30° 올려준 동경을 그리면 됩니다



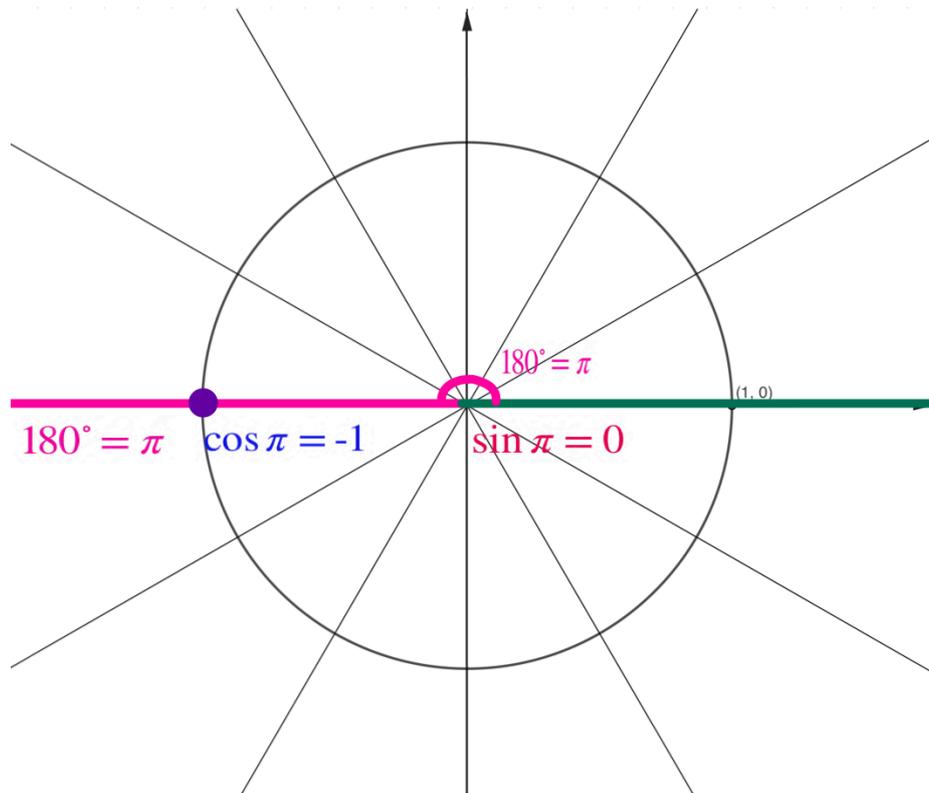
$\cos 150^\circ$ 는 긴 길이이면서 음수이므로 $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ 이고

$\sin 150^\circ$ 는 짧은 길이이면서 양수이므로 $\frac{1}{2}$

$\tan 150^\circ$ 는 낮은 기울기이면서 음수이므로 $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ 입니다

3) 180°

이제 조금 빠르게 가겠습니다



180°의 동경은 원과의 교점이 (-1,0)이므로

$$\cos 180^\circ = -1$$

$$\sin 180^\circ = 0$$

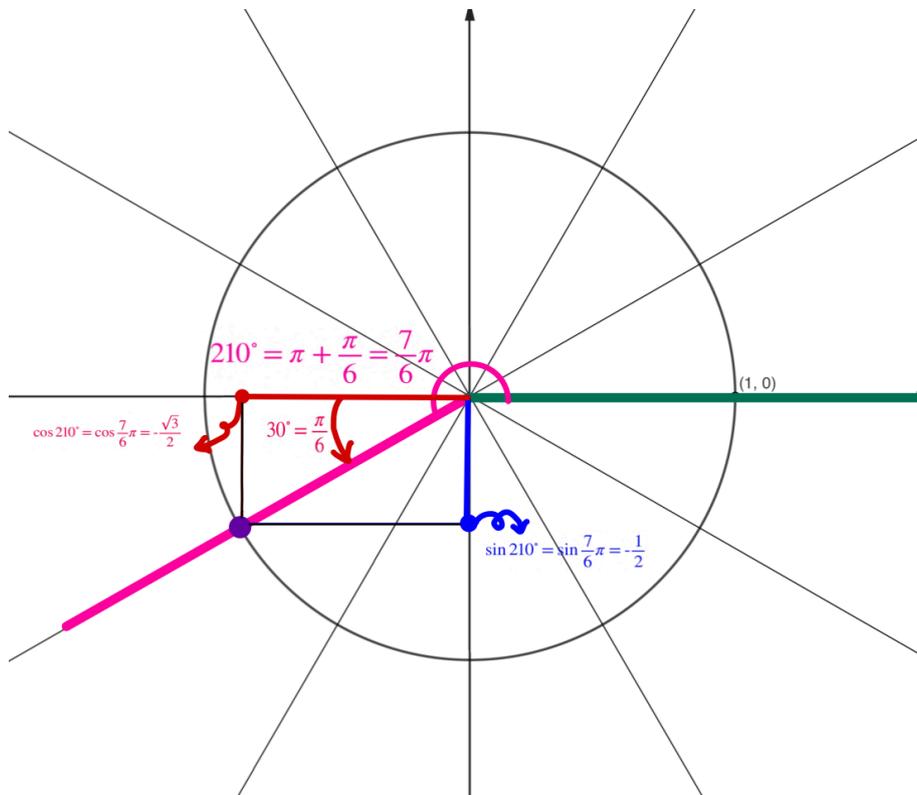
$$\tan 180^\circ = 0$$

입니다

$$4) 210^\circ = \frac{7}{6}\pi$$

$$210^\circ = 180^\circ + 30^\circ \text{ 이므로}$$

180° 선에서 30° 만큼 아래로 내려간 동경을 그려주면 됩니다



$\cos 210^\circ$ 는 긴길이이고 음수이므로 $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ 이고

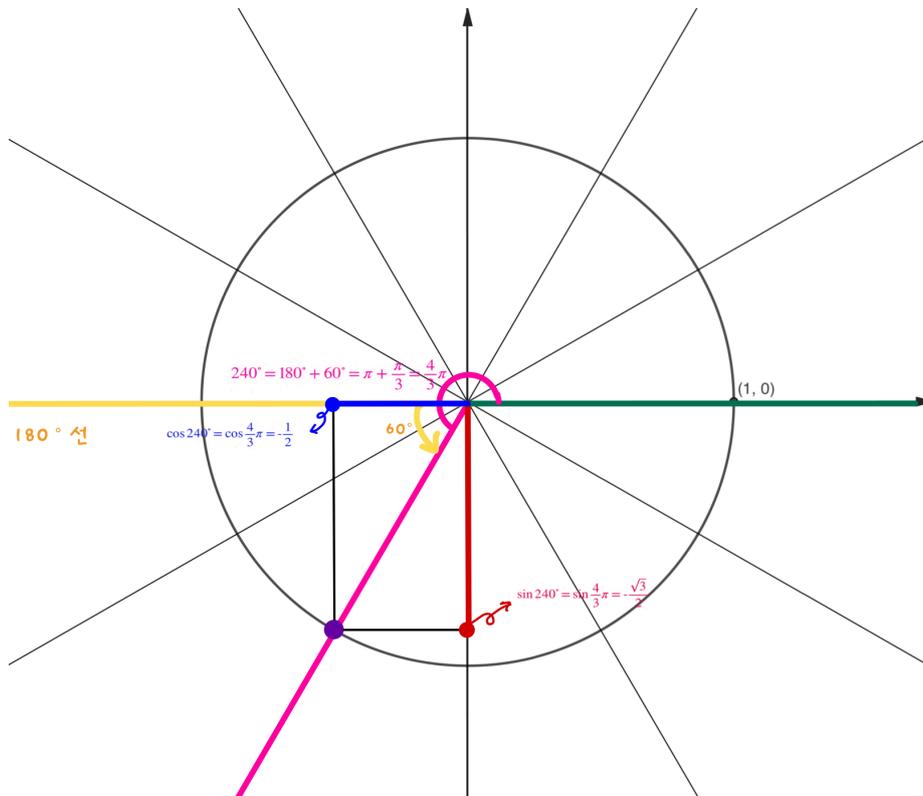
$\sin 210^\circ$ 는 짧은 길이이고 음수이므로 $-\frac{1}{2}$

$\tan 210^\circ$ 는 낮은 기울기이고 양수이므로 $\frac{1}{\sqrt{3}}$ 입니다

$$5) 240^\circ = \frac{4}{3}\pi$$

$$240^\circ = 180^\circ + 60^\circ \text{ 이므로}$$

180° 선에서 60° 만큼 아래로 내려간 동경을 그려주면 됩니다



$\cos 240^\circ$ 는 짧은 길이이고 음수이므로 $-\frac{1}{2}$

$\sin 240^\circ$ 는 긴 길이이고 음수이므로 $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

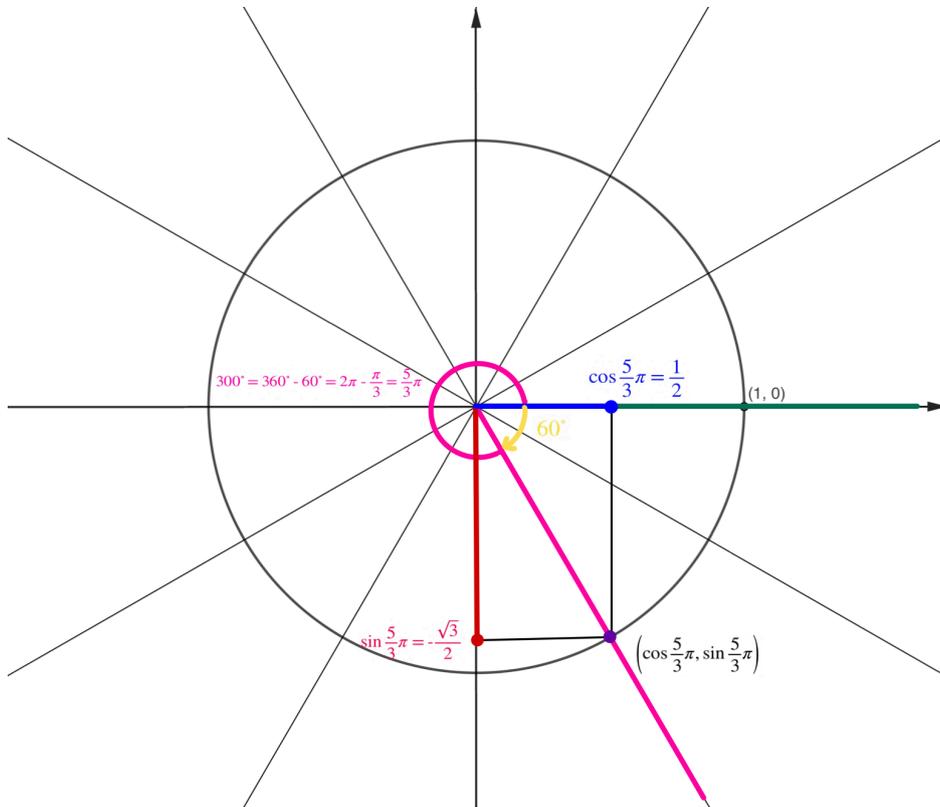
$\tan 240^\circ$ 는 높은 기울기이고 양수이므로 $\sqrt{3}$

6) 270° 는 패스

7) 300°

$$300^\circ = 360^\circ - 60^\circ \text{ 이므로}$$

360° 선에서 60° 만큼 아래로 내려간 동경을 그려주면 됩니다



$\cos 300^\circ$ 는 짧은 길이이고 양수이므로 $\frac{1}{2}$

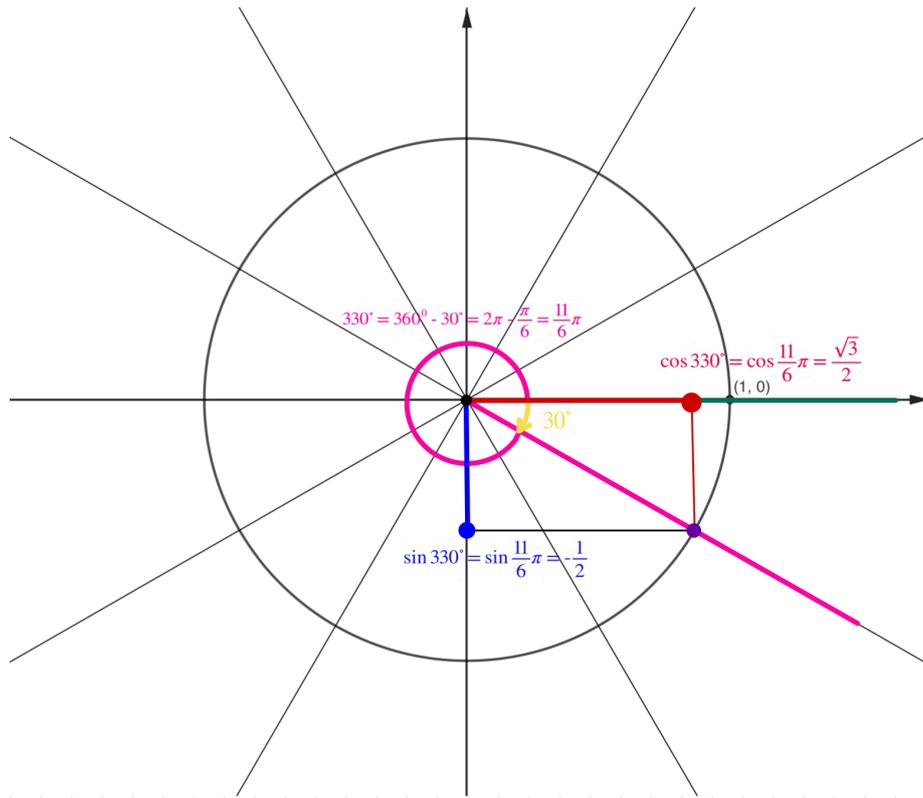
$\sin 300^\circ$ 는 긴 길이이고 음수이므로 $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\tan 300^\circ$ 는 높은 기울기이고 음수이므로 $-\sqrt{3}$

8) 330°

$$330^\circ = 360^\circ - 30^\circ \text{ 이므로}$$

360° 선에서 30° 만큼 아래로 내려간 동경을 그려주면 됩니다



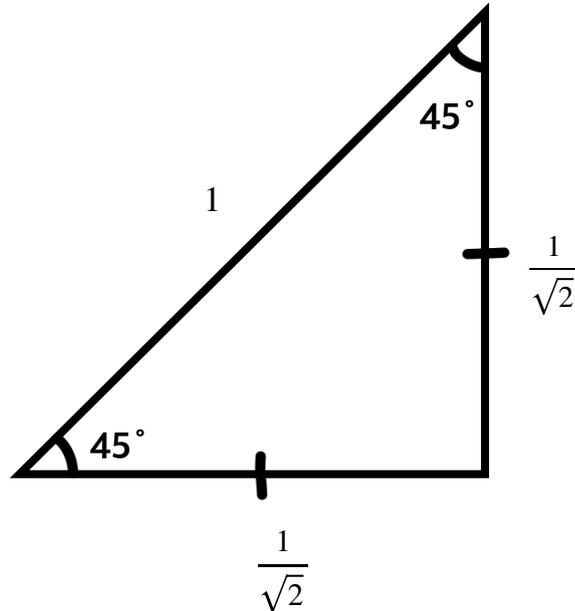
$\cos 330^\circ$ 는 긴 길이이고 양수이므로 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 이고

$\sin 330^\circ$ 는 짧은 길이이고 음수이므로 $-\frac{1}{2}$

$\tan 330^\circ$ 는 낮은 기울기이고 음수이므로 $-\frac{1}{\sqrt{3}}$

다음은 $\frac{\pi}{4}$ 계열입니다

$\frac{\pi}{4}$ 계열은 훨씬 쉽습니다



원과 동경의 교점에서

x축 y축에 수선을 내리면

직각 이등변 삼각형이 만들어지고

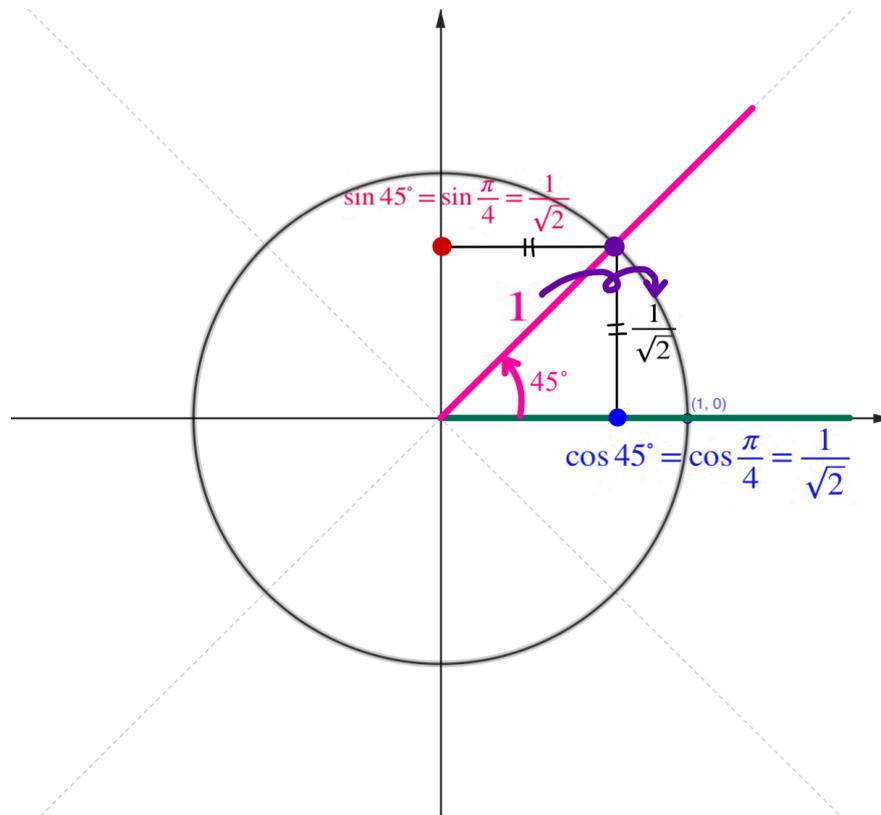
빗변이 반지름으로 1이기 때문에

양변의 길이가 $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 로 같아서

\tan 는 기울기가 양수이면 1 & 음수이면 -1 입니다

부호만 잘 따져주면 됩니다

$$1) 45^\circ = \frac{\pi}{4}$$



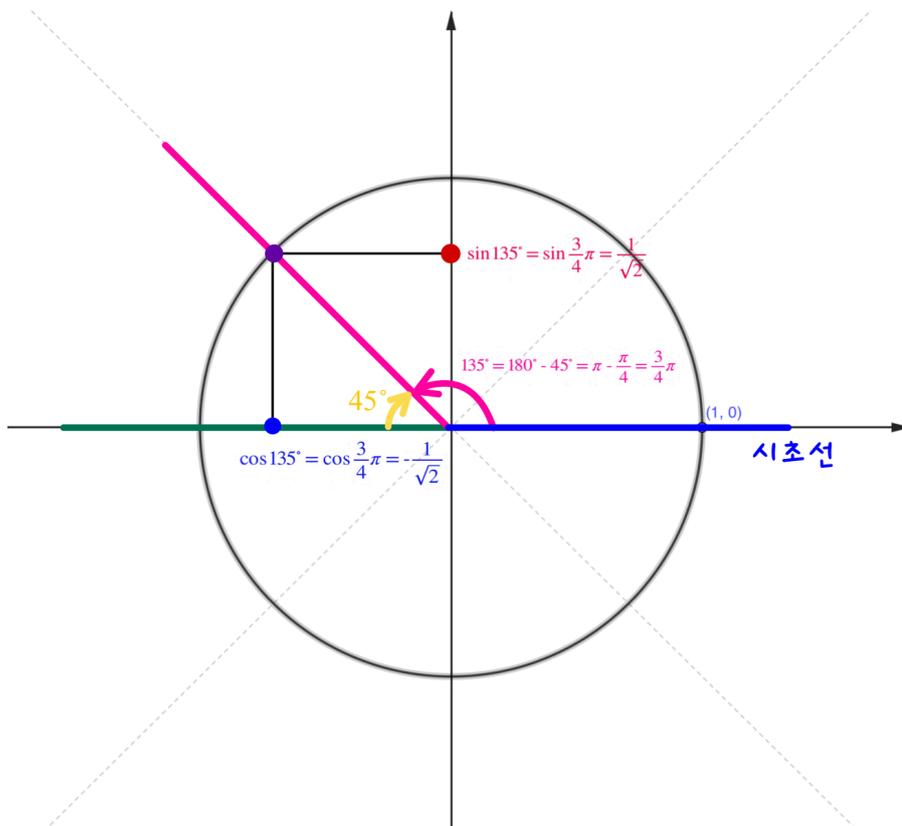
$\cos 45^\circ$ 와 $\sin 45^\circ$ 모두 양수이므로 둘 다 $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 입니다

$$\tan 45^\circ = 1$$

$$2) 135^\circ = \frac{3}{4}\pi$$

$$135^\circ = 180^\circ - 45^\circ \text{ 이므로}$$

180° 선에서 45°만큼 반시계로 올려준 동경을 그려주면 됩니다



$\cos 135^\circ$ 는 음수이므로 $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ 이고

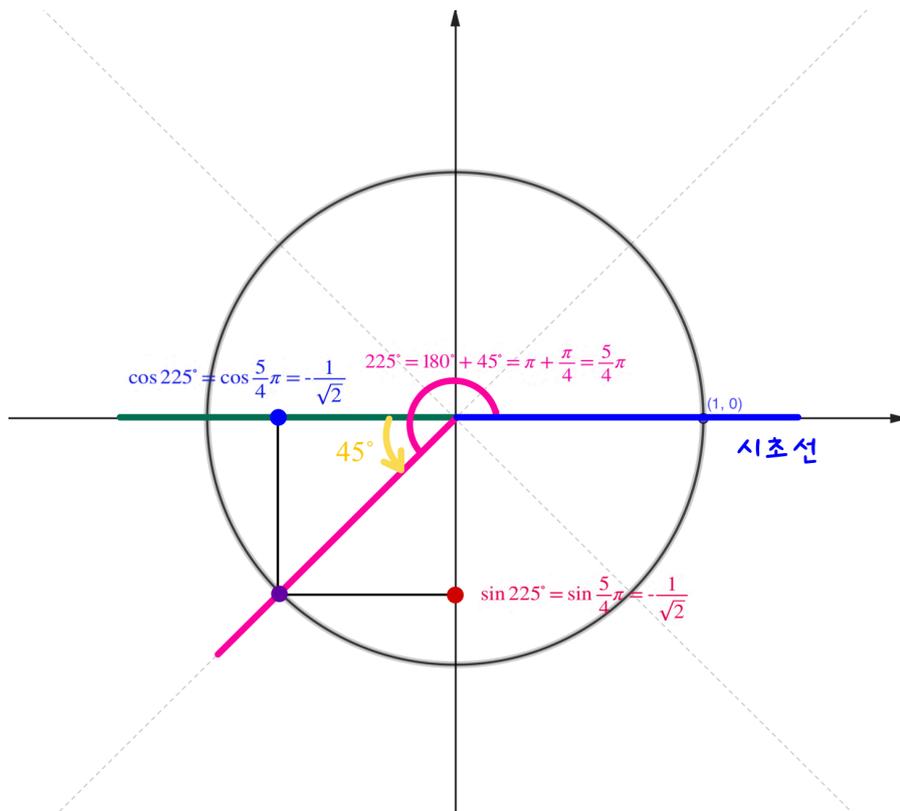
$\sin 135^\circ$ 는 양수이므로 $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 입니다

$\tan 135^\circ$ 는 음수이므로 -1

$$3) 225^\circ = \frac{5}{4}\pi$$

$$225^\circ = 180^\circ + 45^\circ \text{ 이므로}$$

180° 선에서 45° 만큼 아래로 내려준 동경을 그리면 됩니다



$\cos 225^\circ$ 는 음수이므로 $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ 이고

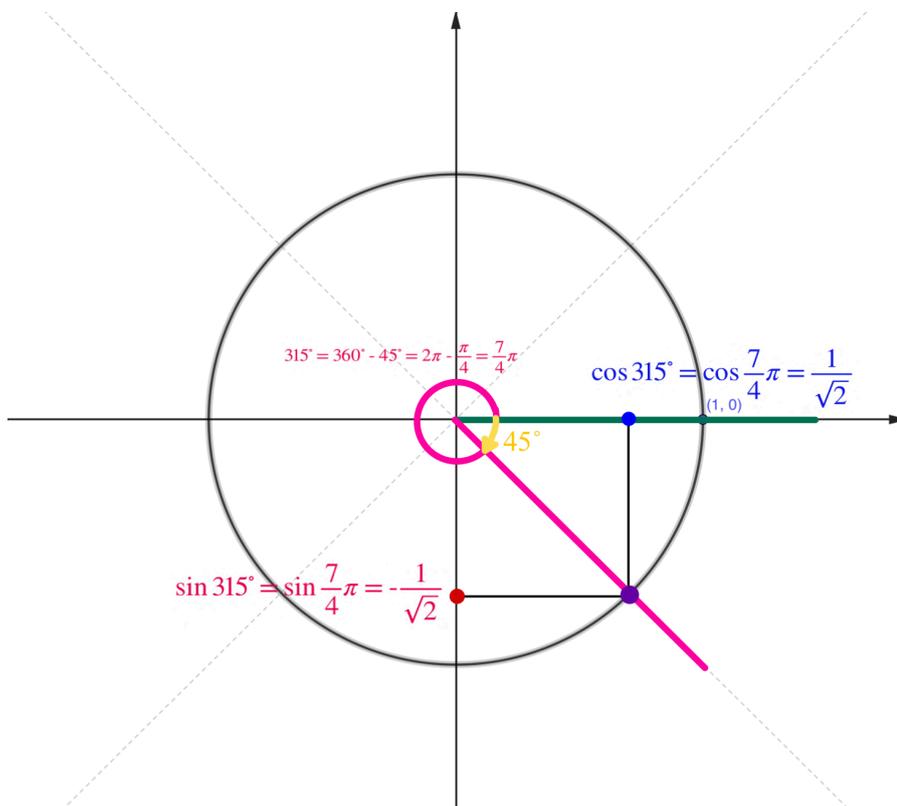
$\sin 225^\circ$ 도 음수이므로 $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ 입니다

$\tan 225^\circ$ 는 양수이므로 1 입니다

$$4) 315^\circ = \frac{7}{4}\pi$$

$$315^\circ = 360^\circ - 45^\circ \text{ 이므로}$$

360° 선에서 45° 만큼 아래로 내려준 동경을 그리면 됩니다



$$\cos 315^\circ \text{ 는 양수이므로 } \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\sin 315^\circ \text{ 는 음수이므로 } -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\tan 315^\circ \text{ 는 음수이므로 } -1$$

이상으로 모든 특수각에 대한 \cos , \sin , \tan 값을 알아봤습니다.

이제 연습 몇 개 해보고 마치겠습니다

꼭! 배운대로 스스로 해결해보세요

Q) 주어진 각의 동경을 그리고, 각에 대한 \cos , \sin , \tan 값을 구하시오

1) $\frac{7}{4}\pi$

2) $\frac{7}{6}\pi$

3) $\frac{2}{3}\pi$

4) $\frac{5}{6}\pi$

5) $\frac{5}{4}\pi$

6) $\frac{11}{6}\pi$

7) $\frac{17}{6}\pi$

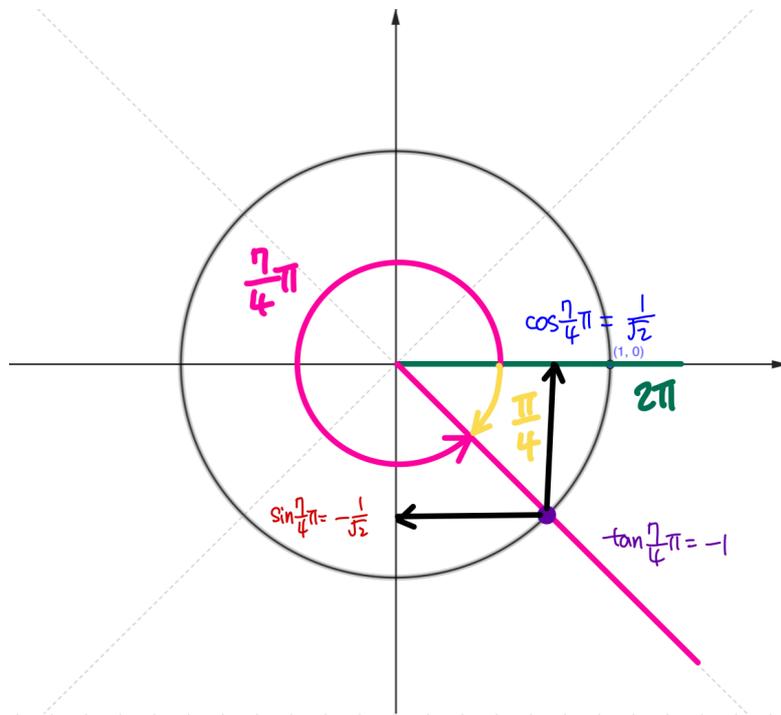
8) $\frac{19}{6}\pi$

9) $\frac{13}{4}\pi$

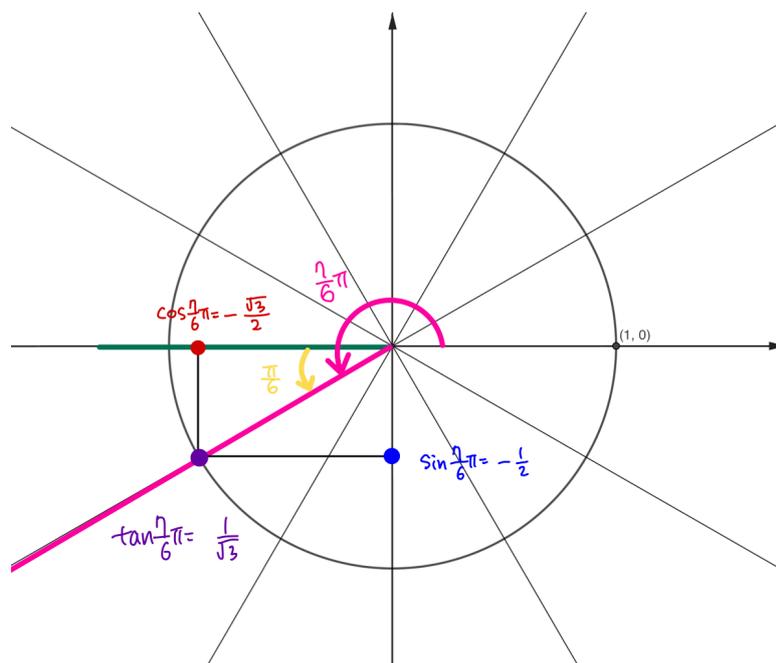
10) $\frac{11}{3}\pi$

스스로 다 해보기 전에는 절대 답을 확인하지 마세요!!

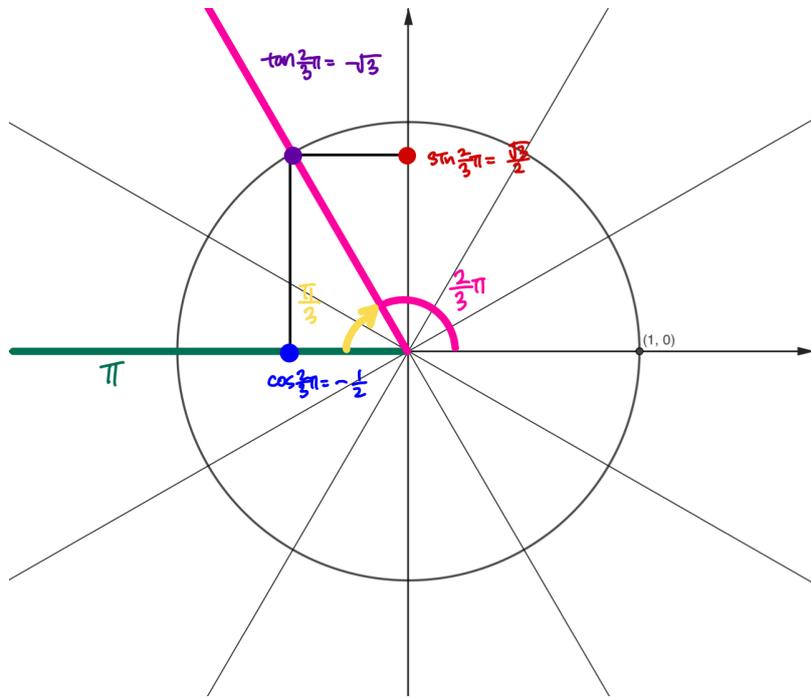
1) $\frac{7}{4}\pi = 2\pi - \frac{\pi}{4}$ 로 이해해야 합니다



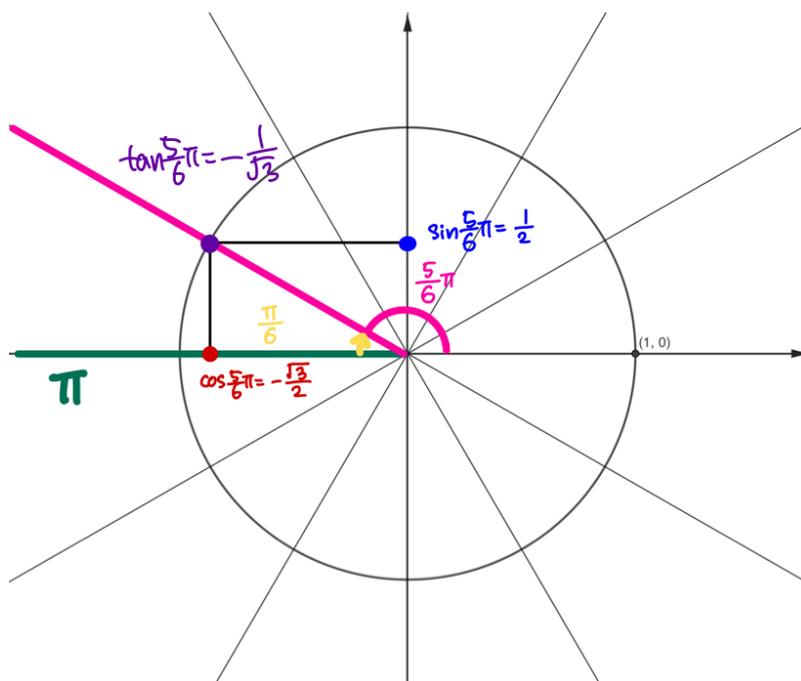
2) $\frac{7}{6}\pi = \pi + \frac{\pi}{6}$ 으로 이해해야 합니다



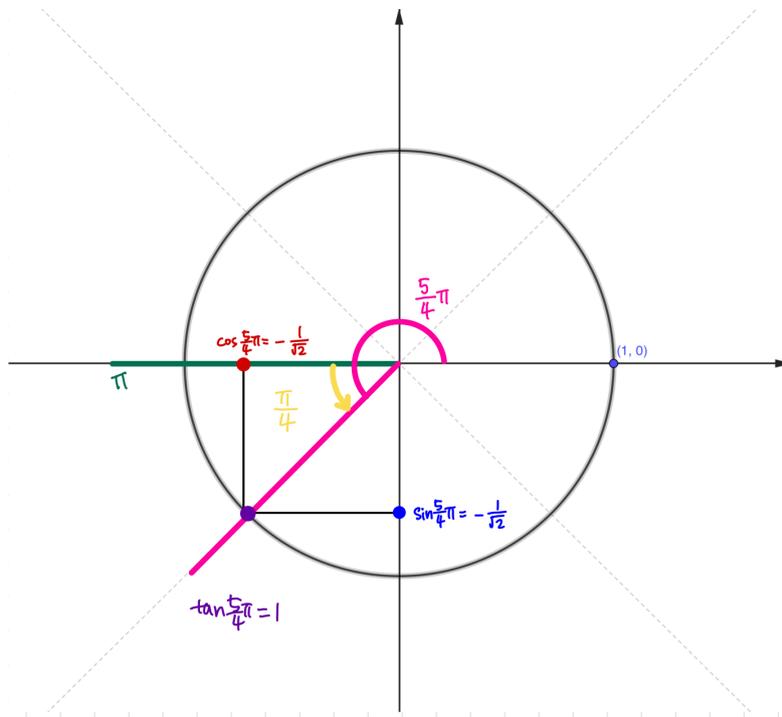
3) $\frac{2}{3}\pi = \pi - \frac{\pi}{3}$ 로 이해해야 합니다



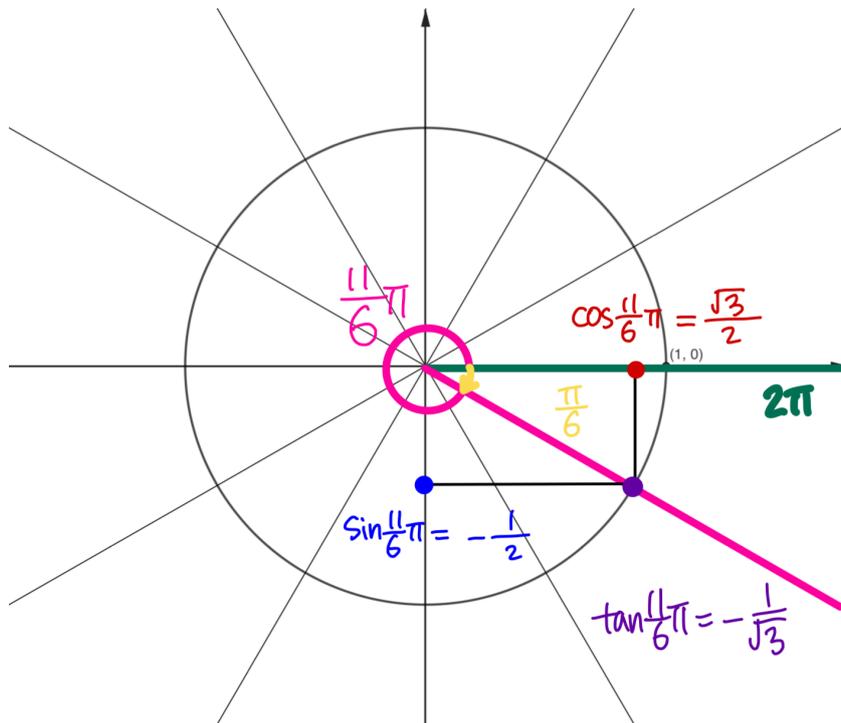
4) $\frac{5}{6}\pi = \pi - \frac{\pi}{6}$ 으로 이해해야 합니다



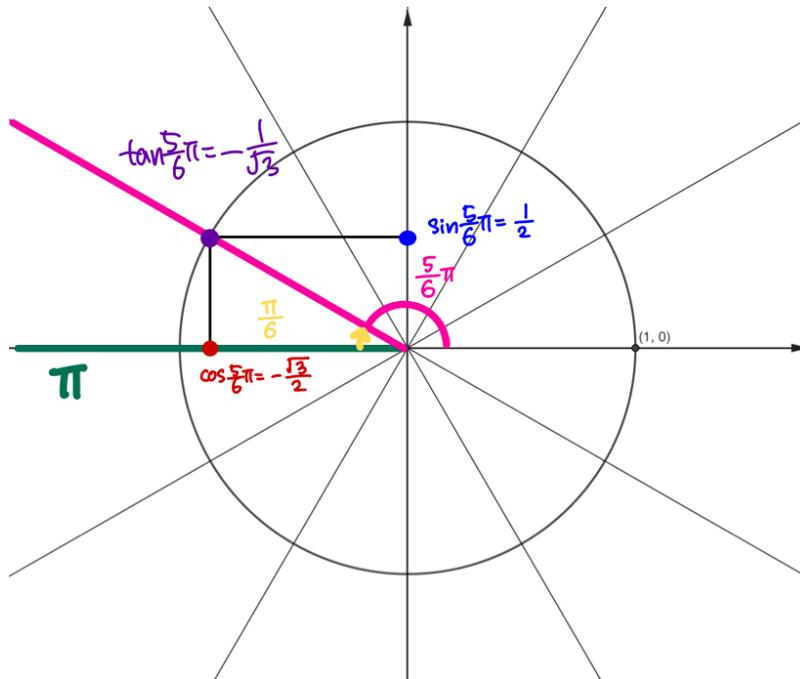
5) $\frac{5}{4}\pi = \pi + \frac{\pi}{4}$ 로 이해해야 합니다



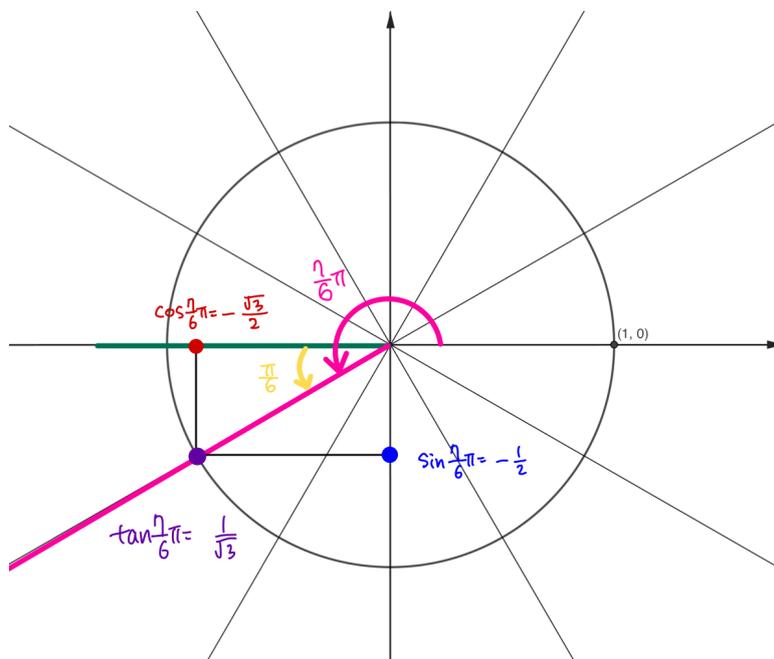
6) $\frac{11}{6}\pi = 2\pi - \frac{\pi}{6}$ 으로 이해해야 합니다



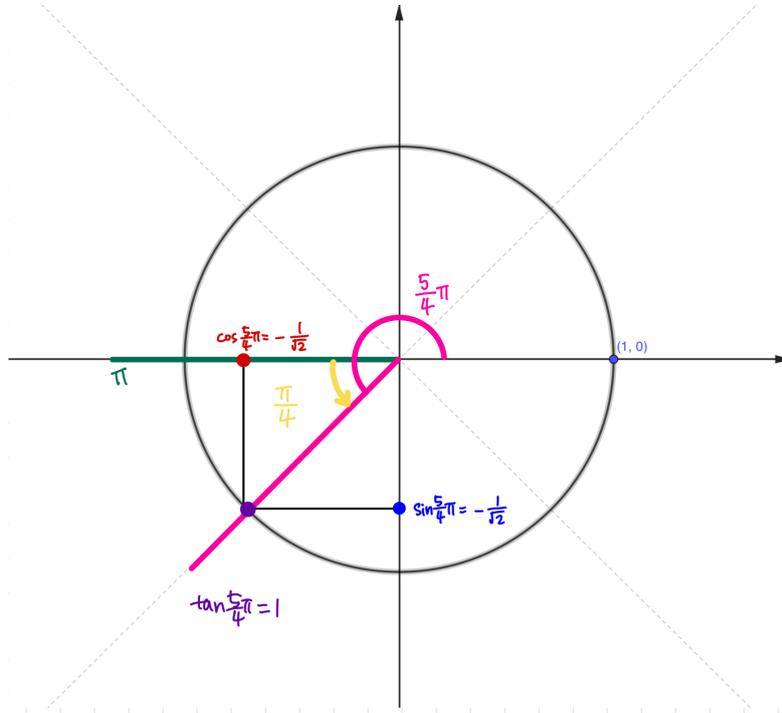
7) $\frac{17}{6}\pi = > \frac{17}{6}\pi - 2\pi = \frac{5}{6}\pi$ 와 동경이 같은 것으로 이해해야 합니다



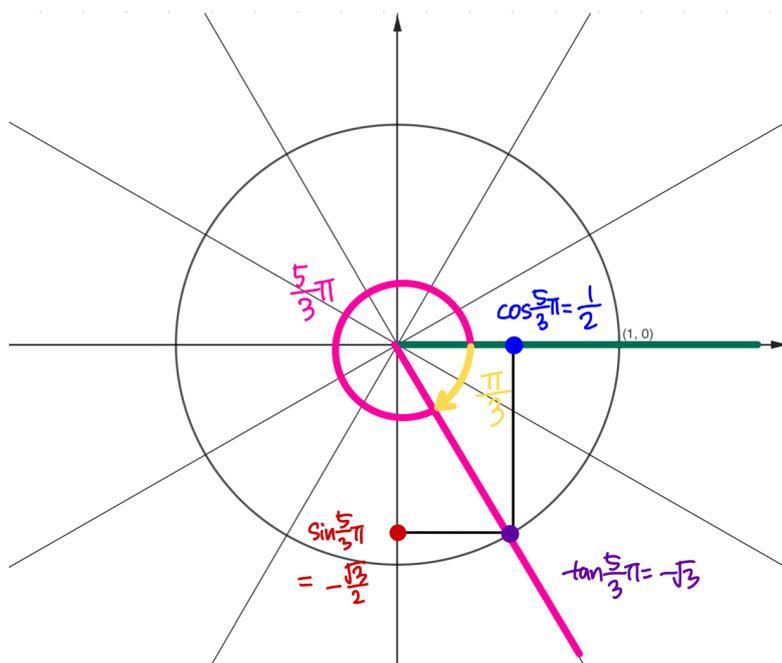
8) $\frac{19}{6}\pi = > \frac{19}{6}\pi - 2\pi = \frac{7}{6}\pi$ 와 동경이 같은 것으로 이해해야 합니다



9) $\frac{13}{4}\pi = > \frac{13}{4}\pi - 2\pi = \frac{5}{4}\pi$ 와 동경이 같은 것으로 이해해야 합니다



10) $\frac{11}{3}\pi = > \frac{11}{3}\pi - 2\pi = \frac{5}{3}\pi$ 와 동경이 같은 것으로 이해해야 합니다



이상으로 삼각함수의 특수각에 관련된 이야기를 마치겠습니다

본 칼럼을 통해 충분히 연습할 수 있도록

최대한 많은 특수각 상황을 넣었으니

직접 손으로 그리고 떠올리며 연습하셔서

시험에서 특수각의 삼각함숫값을 만났을 때

더 이상 헛갈리거나 오래걸리지 않는 여러분이 되길 바랍니다.

끝