2468 N제

2024학년도 수능 대비

수학2

표지 디자인 / 설맞이 팀장

1 연속과 미분가능성의 기본

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 실수 a에 대하여 함수

$$g(x)=\begin{cases} \int_0^x f(t)dt & (x \neq a) \\ \int_1^a f(t)dt & (x = a) \end{cases}$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(8)$의 값을 구하시오.

(가) 함수 $g(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이다.
(나) 함수 $|g(x)|$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

2 함수의 증가와 감소

두 함수

$$f(x)=x^3-2kx^2+3,\quad g(x)=x^2-3kx$$

가 다음 조건을 만족시키도록 하는 실수 k의 최댓값은?

$a<b$인 모든 실수 a, b에 대하여 $$\frac{g(b)-g(a)}{b-a}\le\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$ 이다.

① $\frac{1}{4}$　② $\frac{1}{2}$　③ $\frac{3}{4}$　④ 1　⑤ $\frac{5}{4}$

3 접선의 방정식

원점을 지나고 곡선 $y=x^3-2x^2$에 접하는 어떤 직선과 점 $(0,\ a)(a<0)$을 지나고 곡선 $y=\frac{1}{2}x^2$에 접하는 어떤 직선이 서로 평행하도록 하는 상수 a의 값은?

① $-\frac{5}{4}$ ② -1 ③ $-\frac{3}{4}$ ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ $-\frac{1}{4}$

4 극값을 갖기 위한 조건

함수 $f(x)=x^3+9x^2+15x+k$에 대하여 함수

$$g(x)=\int_0^x \{f(t)\}^3 dt+\left\{\int_0^x f(t)dt\right\}^3$$

가 오직 하나의 극값을 갖도록 하는 양수 k의 최솟값을 구하시오.

5 함수의 개형 찾기

이차함수 $f(x)$에 대하여 방정식 $f(x)=0$의 실근이

$$\int_{0}^{-1} |f(x)|dx$$

뿐이다. $f'(0)=2$일 때, $3\times f(1)$의 값을 구하시오.

6 다항함수의 차수 찾기

최고차항의 계수가 1인 다항함수 $f(x)$와 자연수 n이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x \to \infty} \dfrac{\{f(x)\}^n - x^3}{x^3} = -1$

(나) $\lim_{x \to 0} \dfrac{f'(x) - f'(0)}{f(x)} = 1$

$f(3)$의 값을 구하시오.

7 적분을 포함한 항등식

다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$x^2 f(x) = \left\{ x f'(x) - \int_{-1}^{k} f(t)\,dt \right\}^2$$

를 만족시킨다. $f(0) \neq 0$, $f(k) = \frac{1}{4}$일 때, $4 \times \int_0^3 f(x)\,dx$의 값을 구하시오. (단, k는 상수이다.)

8 구간에서의 최대 최소

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $x > 0$에서 함수 $f(x)$의 최솟값은 0이다.
(나) $x \leq 0$에서 함수 $f(x)$의 최댓값은 0이다.

$f(1)+f'(1)=4$일 때, $f(6)$의 값을 구하시오.

9 적분으로 정의된 함수

최고차항의 계수가 1이고 $f(1)>1$인 이차함수 $f(x)$에 대하여 두 함수

$$g(x)=(x+2)f(x), \quad h(x)=\int_{2}^{x} f(t)dt$$

가 모두 극값 0을 가질 때, $f(5)$의 값을 구하시오.

10 연속이 되기 위한 조건

함수

$$f(x)=\begin{cases} 2x+k & (x<1) \\ x & (x \geq 1) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $|f(x)|f(-x)$가 양의 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 실수 k의 값의 곱을 구하시오.

11 실근의 개수로 정의된 함수

$f(4)=4$인 이차함수 $f(x)$와 실수 t에 대하여 x에 대한 방정식

$$f(x)=tf(t)$$

의 서로 다른 실근의 개수를 $g(t)$라 할 때, 함수 $g(t)$가 $t=k$에서 불연속인 k의 값은 0과 3 뿐이다. $f(5)$의 값을 구하시오.

12 함수의 개형 찾기

다음 조건을 만족시키는 모든 이차함수 $f(x)$에 대하여 $\dfrac{f(9)}{f(6)}$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 하자.

(가) $x<0$인 모든 실수 x에 대하여 $\int_0^x f(t)dt \le 0$이다.

(나) $f(3)=0$, $\int_0^3 f(x)dx \le 0$

$M-m$의 값은?

① $\dfrac{1}{10}$ ② $\dfrac{1}{5}$ ③ $\dfrac{3}{10}$ ④ $\dfrac{2}{5}$ ⑤ $\dfrac{1}{2}$

13 극소의 정의 / 실근의 개수

실수 t에 대하여 x에 대한 함수

$$|t|x^2(x-t)$$

의 극솟값을 $f(t)$라 하자. t에 대한 방정식

$$f(t)=k|t|+1$$

이 오직 하나의 실근을 갖도록 하는 k의 범위는 $a<k<b$이다. $a+b=-\frac{q}{p}\sqrt{6}$일 때,

$p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

14 변수 분리

함수 $f(x)=(x+2)^2(x-3)$에 대하여 함수

$$g(x)=\int_1^x |f(t)|\times\{f(x)-f(t)\}\times\{f(x)+f(t)\}dt$$

가 극대 또는 극소가 되는 모든 실수 x의 값의 합은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

15 접선의 방정식 X 3

최고차항의 계수가 8이고 $f'(0) \neq 0$인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 곡선 $y=f(x)$위의 점 $(0,\ f(0))$에서의 접선의 방정식을 $y=g(x)$라 하자. 두 직선

$$y=g(-x), \qquad y=g(x)+32$$

이 모두 곡선 $y=f(x)$에 접할 때, $f'(1)$의 값을 구하시오.

16 절댓값 함수의 미분가능성

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $\lvert f(x)\rvert g(x)$가 $x=a$에서 미분가능하지 않은 실수 a의 값은 2 뿐이다. (나) 함수 $f(x)\lvert g(x)\rvert$가 $x=b$에서 미분가능하지 않은 실수 b의 값은 4 뿐이다.

$f'(0)+g'(0)=24$일 때, $f(3)$의 값을 구하시오.

17 극한 계산

최고차항의 계수가 -1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 $f(1)\times f'(1)=k$라 하자.

$$\lim_{x\to k}\frac{f(x)-f(k)}{(x^2-1)^2}=\frac{1}{4}$$

일 때, $f(0)$의 값은?

① $\frac{31}{8}$ ② $\frac{33}{8}$ ③ $\frac{35}{8}$ ④ $\frac{37}{8}$ ⑤ $\frac{39}{8}$

18 실근의 개수로 정의된 함수

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 실수 t에 대하여 x에 대한 방정식

$$f(x)=|t|$$

의 서로 다른 실근의 개수를 $g(t)$라 하자. 함수 $f(t)g(t)$가 $t=a$에서 불연속인 실수 a의 값이 0 뿐이고, $g\left(-\frac{1}{2}\right)=3$일 때, $32\times|f'(0)|$의 값을 구하시오.

19 극값을 갖기 위한 조건

함수 $f(x)=\frac{1}{3}x^3+\frac{3}{2}x^2+k$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\int_0^x f(|t|)dt$$

라 하자. 함수

$$h(x)=f'(x)g(x)-\int_0^x (2u+3)g(u)du$$

가 극대 또는 극소가 되도록 하는 실수 x의 개수가 2일 때, 실수 k의 최솟값은?

① $-\frac{41}{2}$ ② $-\frac{43}{2}$ ③ $-\frac{45}{2}$ ④ $-\frac{47}{2}$ ⑤ $-\frac{49}{2}$

20 절댓값 함수의 미분가능성

최고차항의 계수가 1이고 다음 조건을 만족시키는 모든 삼차함수 $f(x)$에 대하여 $f(5)$의 최솟값을 구하시오.

(가) $f(1)=1$
(나) $n=1,\ 2,\ 3$일 때, 함수 $\lvert f(x)-x^{n}\rvert$가 $x=k$에서 미분가능하지 않은 실수 k의 개수는 1이다.

21 방정식의 서로 다른 실근의 개수

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 함수

$$g(x)=ax^2-\left(2a-\frac{1}{2}\right)x+1$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

$k=0,\ 2,\ p(p>2)$일 때, $f(k)=k$이고 방정식 $f(x)=k$의 서로 다른 실근의 개수는 $g(k)$이다.

두 상수 a, p에 대하여 $\dfrac{1}{a^2\times p^2}$의 값을 구하시오.

22 불연속이 되기 위한 조건

두 함수

$$f(x)=\begin{cases} x^2+x-2 & (x \le -2 \text{ 또는 } x \ge 1) \\ x+k & (-2 < x < 1) \end{cases},$$

$$g(x)=\begin{cases} 2x^2+5x & (x \le k) \\ -4x+5 & (x > k) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $\dfrac{g(x)}{f(x)}$가 $x=a$에서 불연속인 a의 개수가 2가 되도록 하는 모든 실수 k의 값의 곱을 구하시오.

23 부등식 해석

함수 $f(x)=x^2-5x$가 있다. 실수 전체의 집합에서 연속이고 모든 실수 x에 대하여

$$\{g(x)\}^2 \le |f(x)g(x)|+6g(x)$$

를 만족시키는 모든 함수 $g(x)$에 대하여 $\int_0^3 g(x)dx$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 하자.

$M\times m=-\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

24 절댓값 함수의 미분가능성

최솟값이 0인 이차함수 $f(x)$와 최댓값이 0인 이차함수 $g(x)$에 대하여 함수

$$h(x)=\begin{cases} \displaystyle\int_0^x f(t)dt & (x \le 0) \\ \displaystyle\int_0^x g(t)dt & (x > 0) \end{cases}$$

와 두 실수 α, $\beta(-1<\alpha<\beta)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $(h \circ h)(2\beta)$의 값은?

(가) $k=-1$, α, β일 때, 함수 $|h(x)-h(k)|$가 $x=a$에서 미분가능하지 않은 실수 a의 개수는 1이다.

(나) $h(\alpha)+h(\beta)=-2$

① -60 ② -56 ③ -52 ④ -48 ⑤ -44

25 절댓값 함수의 극대 극소

이차함수 $f(x)$와 상수 $k(k \neq 0)$에 대하여 함수

$$g(x)=\begin{cases} |x|f(x) & (x<1) \\ x|f(x)| & (x \geq 1) \end{cases}$$

는 실수 전체의 집합에서 연속이고 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $g(x)$가 극대가 되는 실수 x의 값은 2 뿐이다.
(나) 함수 $g(x)$가 극소가 되는 실수 x의 값은 k 뿐이다.

$g(2)=8$일 때, $g(6)$의 값을 구하시오.

26 특이한 조건

다음 조건을 만족시키는 0이 아닌 상수 k의 값은?

$\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)^2 f'(x)}{f(x)-x^{n-1}}=k$인 3 이하의 자연수 n이 존재하도록 하는 이차함수 $f(x)$의 개수는 1이다.

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

27 함수의 개형 (열심히) 찾기

삼차함수 $f(x)$와 양의 상수 k가 다음 조건을 만족시킬 때, $f'(3)\times f(3)$의 값을 구하시오.

(가) 방정식 $f(x)=0$은 서로 다른 두 실근 0, α을 갖는다. (나) 방정식 $f(x)=k$은 서로 다른 두 실근 1, $f'(\alpha)$을 갖는다.

28 극대의 정의

최고차항의 계수가 -1이고 $f(0)=f'(0)=0$인 삼차함수 $f(x)$가 $x=a(a>0)$에서 극대이고

$$f(a) \leq (f \circ f)(a)$$

일 때, $f(\sqrt{2})$의 값은?

① 2 ② $\sqrt{2}$ ③ 4 ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ 8

29 정적분이 포함된 함수

다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$f(x)=2x-2+\int_0^2 |f(t)|dt-\int_0^2 f(t)dt$$

를 만족시킬 때, $f(4)=p+q\sqrt{5}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 정수이다.)

30 부등식 해석

삼차함수 $f(x)$와 상수 k가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $(x-3)f(x) \leq 0$이다.

(나) $\lim_{x \to -1} \frac{(x+1)\{f'(x)+k\}}{f(x)} = f(1)$

$f(1) \neq 0$일 때, $f'(k)$의 값은?

① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{7}{8}$ ③ 1 ④ $\frac{9}{8}$ ⑤ $\frac{5}{4}$

31 절댓값과 관련된 적분 성질

최고차항의 계수가 1이고 $f(4) \neq 0$인 이차함수가 다음 조건을 만족시킨다.

> 방정식
>
> $$\int_0^3 f(t)dt = \int_0^3 \left| \frac{f(x)f(t)}{f(4)} \right| dt$$
>
> 은 서로 다른 세 실근 α_1, α_2, α_3을 갖고 $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 12$이다.

$\int_0^1 f(x)dx$의 최솟값은?

① $\frac{31}{3}$ ② $\frac{32}{3}$ ③ 11 ④ $\frac{34}{3}$ ⑤ $\frac{35}{3}$

32 수1 + 수2

다음 조건을 만족시키는 최고차항의 계수가 $\frac{1}{4}$인 삼차함수 $f(x)$가 존재하도록 하는 100 이하의 자연수 n의 개수를 구하시오.

(가) 방정식 $x^n = 81$의 어떤 실근 α에 대하여 $f(0)=f'(0)=f(\alpha)=0$이다. (나) 함수 $f(x)$의 극솟값은 정수이다.

33 극한값이 0

최고차항의 계수가 -1인 삼차함수 $f(x)$가 모든 실수 t에 대하여

$$\lim_{x \to t} \frac{f(x) - f(t)}{x - f(t)} = 0$$

을 만족시킨다. $f(1) = 1$일 때, $f(0)$의 범위는 $a < f(0) < b$이다. $a + b$의 값을 구하시오.

34 적분의 평행이동

실수 전체의 집합에서 도함수가 연속인 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$f(x)=f(x-2)+1$$

을 만족시키고,

$$\int_{-1}^{1} f(x)dx=\frac{1}{3}, \quad \int_{0}^{4} xf'(x-1)dx=\frac{1}{4}$$

이다. 실수 t에 대하여 함수 $y=f(x)$의 그래프 위의 점 $(t,\ f(t))$에서의 접선의 y절편을 $g(t)$라 할 때, $12\times\int_{-1}^{3} g(t)dt$의 값을 구하시오.

35 미분의 평행이동

함수 $f(x)=x^3-6x^2+9x-4$에 대하여 두 상수 a, b가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $f(x)=a$의 서로 다른 실근의 개수는 2이다. (나) 방정식 $f(x)=b$의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.

함수

$$g(x)=\begin{cases} af(x) & (x<0) \\ |f(x-b)| & (x \geq 0) \end{cases}$$

가 $x=k$에서 미분가능하지 않은 실수 k의 개수가 1일 때, a^2+b^2의 값을 구하시오.

36 정적분이 포함된 함수

두 일차함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(10)+g(10)$의 값을 구하시오.

> 모든 실수 x에 대하여
>
> $$xf(x)g(x)=\left\{x-\int_0^2 f(t)dt\right\}\times\left\{x-\int_0^2 g(t)dt\right\}^2$$
>
> 이다.

37 절댓값 함수의 극소

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> 두 함수 $|f(x)|$, $|f(x)-x-1|$은 모두 $x=0$에서 극소이다.

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. $f(0)\times f'(0)=0$
ㄴ. $f'(1)=2$이면 $f(-2)=-14$이다.
ㄷ. $0<f(1)<5$이면 방정식 $f(x)=0$은 오직 하나의 실근을 가진다.

① ㄱ　② ㄴ　③ ㄱ, ㄴ　④ ㄱ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

38 함수의 개형 찾기

최고차항의 계수가 3인 사차함수 $f(x)$에 대하여 방정식 $f(x)=t$의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 실수 t의 집합을 A, $f'(t)>0$인 실수 t의 집합을 B라 하자.

$$A-B=\{0\}, \quad B-A=\varnothing$$

이고 $f(0)=0$일 때, $f(-3)$의 값을 구하시오.

39 실근의 개수로 정의된 함수

최고차항의 계수가 4인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 방정식 $f(x)=t$의 서로 다른 실근의 개수를 $g(t)$라 하자. 모든 실수 x에 대하여

$$\frac{f'(x)}{6}=g(0)x^2+g\left(-\frac{1}{8}\right)x+g\left(\frac{1}{8}\right)$$

일 때, $f(0)$의 값을 구하시오.

40 함수의 개형 (열심히) 찾기

삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(2)\times f'(2)$의 값을 구하시오.

(가) 방정식 $f(x)=0$의 모든 실근은 0, $\alpha(\alpha \neq 0)$이고 $(f \circ f')(0)=(f \circ f')(\alpha)=0$이다. (나) 방정식 $f(x)=x$의 모든 실근은 β, $\gamma(\beta<\gamma)$이고 $f'(\gamma)<f'(\beta)$이다.

41 구간별로 정의된 함수

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 실수 전체의 집합에서 미분가능한 두 함수 $g(x)$, $h(x)$가 모든 실수 x에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $g(x)+h(x)=2f(x)$
>
> (나) $g(x)\times|h(x)|=3\{f(x)\}^2$

함수 $h(x)$가 $x=1$에서 최댓값을 가질 때, $\int_0^4 g(x)dx$의 값을 구하시오.

42 합성함수에 대한 방정식

삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $f(x)$는 $x=0$에서 극댓값 2를 갖는다.
(나) 함수 $f'(x)$의 최솟값은 -9이다.
(다) 방정식 $(f' \circ f)(x)=0$의 서로 다른 실근의 개수는 5이다.

함수 $f(x)$가 음수인 극솟값 m을 가질 때, m^2의 값을 구하시오.

43 극한값의 존재 유무

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $g(x)$에 대하여 t에 대한 방정식

$$\lim_{x \to 1} \frac{\sqrt{|f(x)| + |g(t)|} - \sqrt{|g(t)|}}{x-1} = tf(t)$$

의 실근이 2 뿐일 때, $f(5)+g(5)$의 값을 구하시오.

44 실근의 개수로 정의된 함수

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 $x=0$에서 극대이다. 실수 t에 대하여 x에 대한 방정식

$$f(x)=2|f(x)-t|$$

의 서로 다른 실근의 개수를 $g(t)$라 할 때,

$$\lim_{t\to a+}g(t)<\lim_{t\to a-}g(t)$$

인 실수 a의 값은 9 뿐이다. $f(5)$의 값을 구하시오.

45 함수의 개형 파악

함수 $f(x)=x^3-3x^2$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\int_1^x |f(t)|f(t)dt+x\times\int_1^x |f(t)|dt$$

라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보　　기>

ㄱ. 열린구간 $(1,\ 4)$에서 $f(x)\geq -4$이다.

ㄴ. $g'(1)<g(1)$

ㄷ. 열린구간 $(1,\ 4)$에서 방정식 $g(x)=0$의 실근이 적어도 하나 존재한다.

① ㄱ　　② ㄴ　　③ ㄱ, ㄴ　　④ ㄱ, ㄷ　　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

46 절댓값 함수의 미분가능성

최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$와 실수 t에 대하여 함수 $|f(x)-f(t)|$가 $x=a$에서 <u>미분가능하지 않고</u> $t \le a$인 실수 a의 개수를 $g(t)$라 하자. 함수 $g(t)$와 음수 k가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $g(t)=0$의 실근은 1 뿐이다. (나) $g(0)=1$, $g(k)=2$

$f(0)=0$, $f(k)<0$일 때, $f(2)$의 범위는 $\alpha < f(2) < \beta$이다. $36(\beta-\alpha)$의 값을 구하시오.

47 특이한 조건

최고차항의 계수가 $\frac{1}{4}$인 삼차함수 $f(x)$와 상수 $k(k \neq 0)$에 대하여 x에 대한 방정식

$$k \times f(x) = \lim_{t \to 1} \frac{f(t) - f(1)}{t - f(x)}$$

의 모든 실근을 작은 수부터 크기순으로 나열하면

$$a_1,\ a_2,\ 0,\ a_4$$

이다. $f'(0) = 0$일 때, $20k$의 값을 구하시오.

48 함수의 개형 파악

함수 $f(x)=x^3-3x+k$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$가 존재하도록 하는 모든 자연수 k의 값의 합을 구하시오.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f'(x)g(x)=f'(x)f(x)$이다.
(나) $n=1,\ 6$일 때, 함수 $y=g(x)$의 그래프와 직선 $y=n$은 서로 다른 세 점에서만 만난다.

49 연속함수의 성질

최고차항의 계수가 음수인 삼차함수 $f(x)$와 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $x < a$인 모든 실수 x에 대하여 $\{1-f(x)\}\times g(x)=a\left(x^2-1\right)$이다.
(나) $x > a$인 모든 실수 x에 대하여 $f(x)g(x)=x^2-9$이다.

$g(a)=-8$일 때, $f(-5)$의 값을 구하시오. (단, a는 상수이다.)

50 극한값의 존재 유무

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(4)$의 값을 구하시오.

$\lim_{x \to 0} \dfrac{t \times x - f(1)}{f(x) - f(t)}$의 값이 존재하지 않는 실수 t의 값은 2 뿐이다.

51 방정식의 서로 다른 실근의 개수

최고차항의 계수가 4인 사차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $f(x)-x=0$의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.
(나) 방정식 $f(x)+x=0$의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.

$f(0)=0$, $f(1)=1$, $|f'(0)|>1$일 때, $f(4)$의 값을 구하시오.

52 미적분(X) 수2(O)

최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$와 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$f\left(\int_0^x g(t)dt\right) = f\left(x^3 - 3x\right)$$

를 만족시킨다. 함수 $g(x)$가 $x = k(k > 0)$에서 극값을 가질 때, $f'(3) - g(3)$의 값을 구하시오.

53 연속함수의 성질 / 합성함수의 최대 최소

$f(0)=0$인 이차함수 $f(x)$와 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(3)$의 값을 구하시오.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f(g(x))+f(g(x)-x)=f(x)$이다.
(나) 함수 $g(x)$의 최솟값은 -3이다.
(다) 함수 $g(f(x))$의 최솟값은 -1이다.

54 실근의 개수로 정의된 함수

최고차항의 계수가 1이고 $f'(0)=0$인 삼차함수 $f(x)$와 실수 t에 대하여

$$f(x)=t \text{ 또는 } (t-a)^2+x^2=0$$

을 만족시키는 실수 x의 개수를 $g(t)$라 하자. 함수 $g(t)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(1)$의 최솟값은? (단, a는 상수이다.)

(가) 실수 k에 대하여 함수 $g(t)$가 $t=k$에서 불연속이면, 함수 $g(t)$는 $t=-k$에서 불연속이다.
(나) $g(-3)<g(4)$

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

55 합성함수에 대한 방정식

최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$와 상수 $k(k<1)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(3\sqrt{3})$의 값을 구하시오.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f(-x)=-f(x)$이다.
(나) 실수 t에 대하여 방정식 $(f\circ f)(x)=t$의 서로 다른 실근의 개수가 7이기 위한 필요충분조건은 $k<t<1$이다.

56 경우 (진짜 열심히) 나누기

극솟값이 0인 삼차함수 $f(x)$와 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$f(x)g(x)=|f(x)|$$

를 만족시킨다. 방정식 $f(x)=g(x)$의 모든 실근을 작은 수부터 크기순으로 나열하면

$$\alpha_1,\ -2,\ 0,\ \alpha_4$$

이고, $f(-2)\times f'(0)\neq f'(0)$일 때, $f(2)$의 범위는 $a<f(2)<b$이다. a^2의 값을 구하시오.

57 뇌절

삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $f(x)=0$의 모든 실근은 α, $\beta(\alpha<\beta)$이다. (나) 방정식 $f(f(x))=0$의 서로 다른 실근의 개수는 3이다. (다) 방정식 $f(f(f(x)))=0$의 서로 다른 실근의 개수는 6이다.

$f(0)=3$일 때, $\dfrac{1}{\alpha}=p+q\sqrt[3]{2}$이다. $60(p+q)$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 유리수이고, $\sqrt[3]{2}$는 무리수이다.)

정답

1	420	2	④	3	④	4	7	5	16
6	15	7	39	8	54	9	105	10	6
11	16	12	②	13	13	14	13	15	81
16	100	17	②	18	27	19	③	20	126
21	4	22	10	23	25	24	②	25	216
26	④	27	12	28	②	29	8	30	⑤
31	④	32	52	33	4	34	53	35	1
36	23	37	⑤	38	135	39	1	40	42
41	61	42	100	43	68	44	56	45	⑤
46	96	47	45	48	21	49	22	50	33
51	220	52	34	53	8	54	②	55	351
56	729	57	50						

여담

사실 N제 형식으로 배포할 계획은 없었습니다.

그런데 아는 지인분께서 갑자기 수2 문제를 N 제 형식으로 만들어서 주셨습니다.

간단하게 표지 편집해서 그냥 올릴까 생각 중이었는데

능력자분께서 표지까지 새로 뽑아주셨습니다.

제가 만든 N제이지만 편집을 제가 하지 않는 이런 아이러니한 상황이네요.

문제 형식도 깔끔하고, 표지도 너무 이쁘고 깔끔하게 뽑혀서 제가 돈을 주고 사야 하는 상황이 아닌가 싶습니다.

문제 편집해 주신 이경남 선생님,

표지 편집해 주신 skyb1ue(설맞이 팀장)님 진심으로 감사드리고,

문제 풀어주신 모든 분들 진심으로 감사드립니다!

앞으로의 수능도 대박 나길 기원합니다!

감사합니다!