

빠른 정답 [공통+미적분]

1	①	2	⑤	3	④	4	①	5	①
6	③	7	③	8	②	9	④	10	③
11	①	12	③	13	③	14	⑤	15	③
16	5	17	8	18	6	19	15	20	14
21	23	22	30	23	④	24	③	25	⑤
26	①	27	④	28	④	29	4	30	327

모킹버드



mockingbird.co.kr

수능 대비 온라인 문제은행 모킹버드
(데스크탑 또는 태블릿 이용 권장)

모킹버드는 수능 수학 대비에 초점을 맞춘 문제은행 서비스입니다. AI 문항 추천 알고리즘을 통해 이용자의 학습에 최적화된 맞춤형 모의고사를 제공하여 효율적인 수능 수학 성적향상을 목표로 합니다.

문항 제작과 검수에 지인선 님, 진주환 수학 연구소, 기출의 파급효과 수학팀이 참여하였습니다.
웹 개발과 알고리즘 개발에는 서울대 컴공, 카이스트 전산학부 출신 개발자들이 참여하였습니다.

모킹버드를 통해 싸고 맛있는 실모를 온라인으로 추출하여 풀어보고 (회당 3000원),
AI 문항 추천 알고리즘 기술의 도움을 받아 학습 효율을 극대화해보세요.
가입만 해도 N제 코너는 완전 무료이며 자작 실모 1회 추출도 가능합니다.

더 궁금하시다면 <https://orbi.kr/00063268579>에서 확인하시면 됩니다.

기पा급 전과목 판매링크



cafe.naver.com/spreadeffect/5615
기출의 파급효과 전과목 판매링크

파급의 기출효과



cafe.naver.com/spreadeffect
파급의 기출효과 NAVER 카페

기출의 파급효과 시리즈는 기출 분석서입니다. 기출의 파급효과 시리즈는 국어, 수학, 영어, 물리학 1, 화학 1, 생명과학 1, 지구과학 1, 사회·문화가 출시되었습니다.

기출의 파급효과에서는 준킬러 이상 기출에서 얻어갈 수 있는 '꼭 필요한 도구와 태도'를 정리합니다. '꼭 필요한 도구와 태도' 체화를 위해 관련도가 높은 준킬러 이상 기출을 바로바로 보여주며 체화 속도를 높입니다. 단시간 내에 점수를 극대화할 수 있도록 교재가 설계되었습니다.

학습하시다 질문이 생기신다면 '파급의 기출효과' 카페에서 질문을 할 수 있습니다.
교재 인증을 하시면 질문 게시판을 이용하실 수 있습니다.
더 궁금하시다면 <https://cafe.naver.com/spreadeffect/15>에서 확인하시면 됩니다.

지인선 N제 2024



orbi.kr/00062075350/
지인선 N제 2024

지인선의 수학 아지트



cafe.naver.com/inseonmath
지인선의 수학 아지트

지인선 N제는 수1, 수2로 구성된 총 15회분의 하프 모의고사 형식입니다.
각 회차는 3점 1개, 4점 10개로 이루어져 있어, 총 165문항입니다.

지인선 N제의 문제들은 모두 '평가원 그 자체'로 평가받을 수 있도록 노력했습니다.
발문, 글씨체, 난이도 모두 평가원과의 괴리가 느껴지지 않도록 신경썼습니다.

'지인선의 수학 아지트'에서 추가적인 학습자료를 받거나 지인선 N제 관련 질문을 할 수 있습니다.

1. [문항코드]

$3^{-2} \times \sqrt[3]{27}$ 의 값은?

① $\frac{1}{3}$

② 1

③ 3

④ 9

⑤ 27

[2점]

$$\frac{1}{9} \times 3 = \frac{1}{3}$$

2. [문항코드]

함수 $f(x) = x^4 + 3x^2 - 1$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

[2점]

$$f'(x) = 4x^3 + 6x$$

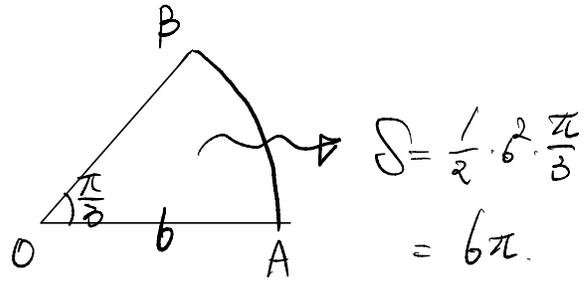
$$f'(1) = 4 + 6 = 10$$

3. [문항코드]

중심이 O인 부채꼴 AOB에서 $\angle AOB = \frac{\pi}{3}$ 이고 반지름의 길이가 6일 때, 부채꼴 AOB의 넓이는?

- ① $\frac{9}{2}\pi$ ② 5π ③ $\frac{11}{2}\pi$ ④ 6π ⑤ $\frac{13}{2}\pi$

[3점]



4. [문항코드]

다항함수 $f(x)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\{f(x)\}^2}{x^2} = 1$$

일 때, $f(2)$ 의 최솟값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

[3점]

① $f(x)$ 의 최다항 x^2 ② // 상수항 0, 일차항 $\pm x$

$$\therefore f(x) = x^2 \pm x$$

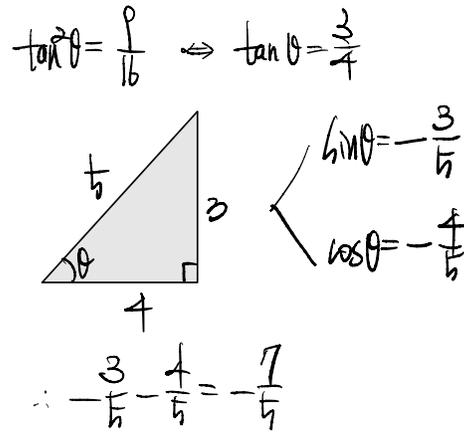
$$\therefore f(2) = 6 \text{ or } 2.$$

5. [문항코드]

$\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi$ 인 θ 에 대하여 $\sqrt{\tan^2 \theta + 1} = \frac{5}{4}$ 일 때,
 $\sin \theta + \cos \theta$ 의 값은?

- ① $-\frac{7}{5}$ ② $-\frac{1}{5}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{7}{5}$

[3점]



6

수학 영역

6. [문항코드]

곡선 $y = x^3 + ax^2 + 1$ 의 극댓값과 극솟값의 차가 4가 되도록 하는 양수 a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

[3점]

$$y = 3x^2 + 2ax$$

$$= x(3x + 2a) \quad : x=0, -\frac{2}{3}a$$

$$\frac{y_2}{y_1}: 1, \frac{-\frac{8}{27}a^3 + \frac{4}{9}a^3 + 1}{\frac{4}{27}a^3 + 1}$$

$$\frac{4}{27}a^3 = 4 \Leftrightarrow a = 3.$$

7.

첫째항이 1인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n^2 - 1 & (a_n < 0) \\ 2 & (a_n = 0) \\ -a_n & (a_n > 0) \end{cases}$$

을 만족시킬 때, $\sum_{k=1}^{10} a_k$ 의 값은?

- ① 55 ② 59 ③ 63 ④ 67 ⑤ 71

[3점]

$$\begin{aligned} a_1 &= 1 \\ a_2 &= -a_1 = -1 \\ a_3 &= a_2^2 - 1 = 0 \\ \hline a_4 &= 2 \\ a_5 &= -a_4 = -2 \\ \hline a_6 &= a_5^2 - 1 = 3 \\ a_7 &= -a_6 = -3 \\ \hline a_8 &= a_7^2 - 1 = 8 \\ a_9 &= -a_8 = -8 \\ \hline a_{10} &= a_9^2 - 1 = 63 \end{aligned}$$

$$\therefore \sum_{k=1}^{10} a_k = 63.$$

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

8. 함수 $f(x) = x^3 - 3x^2 - kx$ 가 구간 $[0, 3]$ 에서 감소하도록 하는 실수 k 의 최솟값은? [3점]

- ① 7
- ② 9
- ③ 11
- ④ 13
- ⑤ 15

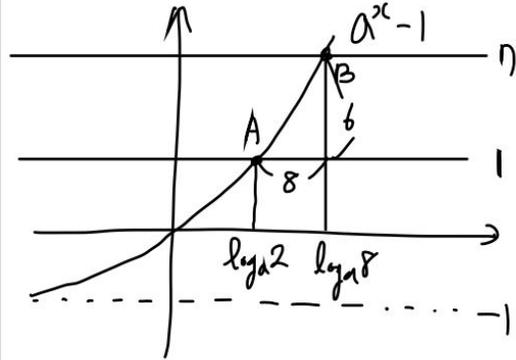
$$3x^2 - 6x - k$$

$$21 - 18 - k \leq 0$$

$$9 \leq k$$

9. 1보다 큰 실수 a 와 함수 $f(x) = a^x - 1$ 가 있다. 좌표평면 위의 그래프 $y = f(x)$ 와 $y = 1$ 이 만나는 점을 A, $y = f(x)$ 와 $y = 7$ 이 만나는 점을 B라 하자. $\overline{AB} = 10$ 일 때, a^2 의 값은?
[4점]

- ① $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ② $\frac{\sqrt{6}}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{7}}{2}$ ④ $\sqrt{2}$ ⑤ $\frac{3}{2}$



$$\log_a 4 = 8$$

$$a^8 = 4$$

$$a^4 = 2$$

$$a^2 = \sqrt{2}$$

10. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $y=f(x)$ 에 접하는 기울기가 3인 직선은 오직 $y=3x+1$ 뿐이다.
 (나) 그래프 $y=f(x)$ 는 오직 두 개의 사분면을 지난다.

$f(3)$ 의 값은? [4점]

- ① 12 ② 15 ③ 18 ④ 21 ⑤ 24

(가): $f(x) - (3x+1) = (x-p)^3$

(나): $f(0) = 0$

$\therefore p = 1$

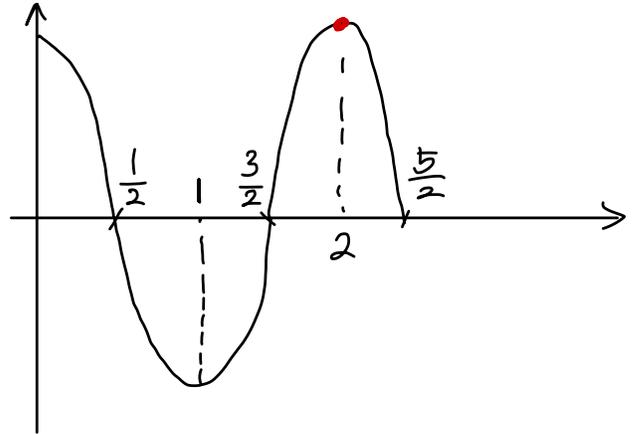
$f(3) = 10 + 8 = 18$

11. 양수 t 에 대하여 닫힌 구간 $\left[\frac{t}{6}, \frac{t}{3}\right]$ 에서 함수 $\cos \pi x$ 의
최댓값을 $f(t)$, 최솟값을 $g(t)$ 라 하자.

$$f(n) = 1, g(n) + 1 > 0$$

을 만족시키는 모든 자연수 n 의 합은? [4점]

- ① 15 ② 20 ③ 25 ④ 30 ⑤ 35



$$\text{주기} 2 \rightarrow \frac{t}{3} - \frac{t}{6} = \frac{t}{6} \quad (\text{7번의 범위})$$

$$2 > \frac{t}{6}$$

$$\therefore n \leq 11$$

$$2m-1 < \frac{n}{6} \leq 2m \leq \frac{n}{3} < 2m+1$$

$$12m-6 < n \leq 12m$$

$$6m \leq n < 6m+3$$

$m=1$ 이라면

$$6 < n \leq 12$$

$$6 \leq n < 9$$

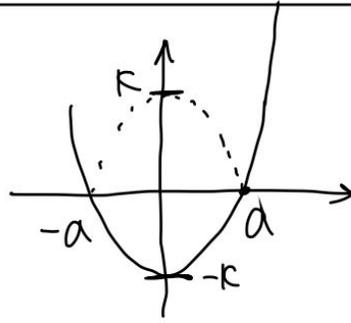
$$\rightarrow n = 7, 8 \quad \boxed{15}$$

$$\left(\begin{array}{l} m=2 \text{ 라면} \\ 18 < n \leq 24 \\ 12 \leq n < 15 \end{array} \rightarrow \text{out} \right)$$

12. 함수 $f(x) = 3x^2 - \int_0^1 |f(t)| dt$ 에 대하여 $\int_1^2 f(x) dx$ 의

값은? [4점]

- ① $\frac{21}{4}$ ② $\frac{23}{4}$ ③ $\frac{25}{4}$ ④ $\frac{27}{4}$ ⑤ $\frac{29}{4}$



$$\int_0^1 |f(t)| dt = 3a^2$$

$f(1) < 0$ 이라면

$$\int_0^1 |f(t)| dt < 3a^2$$

→ out.

$$-x^3 + 3a^2x \Big|_0^a + (x^3 - 3a^2x) \Big|_a^1$$

$$= 4a^3 + 1 - 3a^2 = 3a^2$$

$$4a^3 - 6a^2 + 1 = 0$$

$$a = \frac{1}{2}$$

$$f(x) = 3x^2 - \frac{3}{4}$$

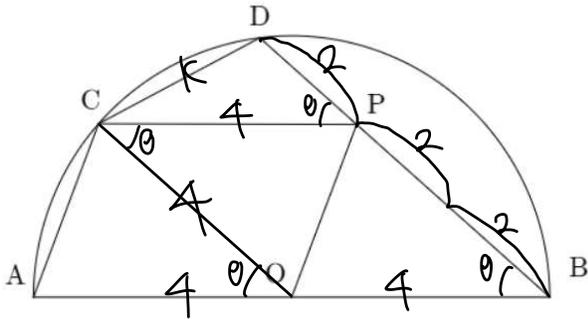
$$x^3 - \frac{3}{4}x \Big|_1^2 = \left(8 - \frac{3}{2}\right) - \left(1 - \frac{3}{4}\right)$$

$$= 7 - \frac{3}{2} + \frac{3}{4}$$

$$= \frac{25}{4}$$

13. 그림과 같이 $\overline{AB}=8$ 인 선분 AB를 지름으로 하고 중심이 O인 반원 위에 두 점 C, D이 있다. 선분 \overline{BD} 를 2:1로 내분하는 점 P에 대하여 사각형 AOPC는 평행사변형일 때, 선분 CD의 길이를 k, 사각형 ACDB의 넓이를 S라 하자. $k^2 + S^2$ 의 값은? [4점]

- ① 345 ② 348 ③ 351 ④ 354 ⑤ 357



$$\cos\theta = \frac{3}{4} \quad \sin\theta = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

$$k = \sqrt{16 + 4 - 12} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$\begin{aligned} \Delta CDP &= 4\sin\theta \\ \Delta CAO &= \Delta COP = \Delta OPB \\ &= 8\sin\theta \end{aligned}$$

$$S = 28\sin\theta = 7\sqrt{7}$$

$$8 + 243 = 251$$

14. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x+2) = 2|f(x)| + x$$

일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보기>

- ㉠ $|x| < 1$ 에서 $f(x) - x$ 의 값이 양수 k 로 일정할 때, $f(k+2) = 40$ 이다.
- ㉡ $\int_{-1}^3 f(x) dx > 0$
- ㉢ $\int_0^4 f(x) dx$ 의 값이 최소가 되도록 하는 $f(x)$ 에 대하여 $f(-4) + f(7)$ 의 최솟값은 $\frac{27}{2}$ 이다.

- ① ㉠
- ② ㉠, ㉡
- ③ ㉠, ㉢
- ④ ㉡, ㉢
- ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

㉠. $f(x) = x + k \quad (-1 \leq x \leq 1)$

$$f(-1) = k - 1$$

$$f(1) = k + 1$$

$$f(1) = 2|f(-1)| - 1$$

$$k + 2 = 2|k - 1|$$

$k = 4$

$$f(0) = 4 \quad f(2) = 8 \quad f(4) = 18$$

$$f(6) = 40$$

㉡. $\int_{-1}^3 f(x) dx = \int_{-1}^1 f(x) + 2|f(x)| + x dx$
 $= \int_{-1}^1 f(x) + 2|f(x)| dx$

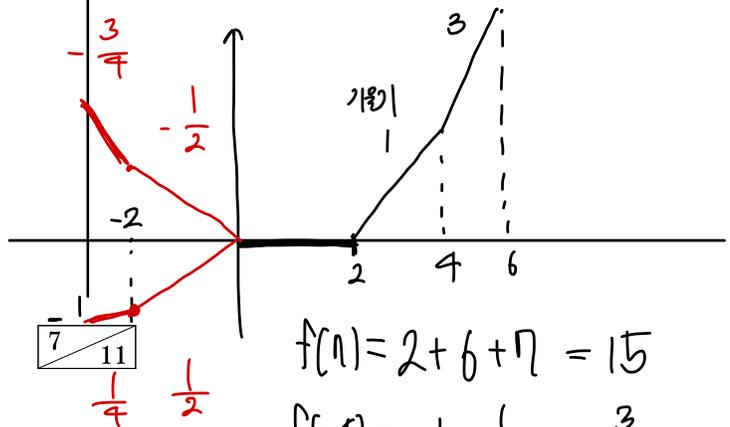
$$f(x) + 2|f(x)| > 0$$

($f(x)$ 가 구간에서 전부 0이면 불연속.)

㉢. $\int_0^2 f(x) + 2|f(x)| + x dx$ 가 최소이려면

$$f(x) + 2|f(x)| = \begin{cases} 3f(x) & (f(x) \geq 0) \\ -f(x) & (f(x) < 0) \end{cases}$$

구간 $(0, 2)$ 에서 $f(x) = 0$.



$$f(7) = 2 + 6 + 7 = 15$$

$$f(-4) = -1 - \frac{1}{2} = -\frac{3}{2}$$

15. 모든 항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

$$\{n \mid a_{n+2} \neq 2a_{n+1} - a_n\} = \{8, 13\}$$

$a_2 = 1, a_{16} = 14$ 일 때, $\sum_{k=1}^{20} a_k$ 의 값은? [4점]

- ① 141 ② 145 ③ 149 ④ 153 ⑤ 157

$$a_{n+2} = 2a_{n+1} - a_n \quad (n \neq 8, 13)$$

$$n: 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ \dots \ 9$$

$$a_n: 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ \dots \ 1$$

$$n: 10 \ 11 \ 12 \ 13 \ 14 \ 15 \ 16$$

$$a_n: a \ 2a-1 \ 3a-2 \ 4a-3 \ 2b-14 \ b \ 14$$

$$8a - b - 3a + 2 = 2b - 14 \quad \left(\begin{array}{l} a, b \text{는 자연수} \\ b > 7 \end{array} \right)$$

$$5a = 2b - 10$$

$$\downarrow$$

$$a = 2, b = 10$$

$$\sum_{k=1}^{16} a_k = 9 + 10a - b + 3b$$

$$= 53$$

$$\begin{array}{cccc|cccc} n: & 15 & 16 & & 17 & 18 & 19 & 20 \\ a_n: & 10 & 14 & & 18 & 22 & 26 & 30 \end{array}$$

$$\sum_{k=17}^{20} a_k = 96$$

16. [문항코드]

$2^p = \log_2 q$, $4^{p-1} = \log_4 q$ 일 때 $p+q$ 의 값을 구하시오.
 (단, p, q 는 양의 실수이다.)

5

[3점]

$$\frac{1}{2} 2^p = \frac{1}{2} \log_2 q = \log_4 q = 4^{p-1}$$

$$\therefore 2^{p-1} = 4^{p-1} \Leftrightarrow p=1$$

$$1 = \log_4 q \Leftrightarrow q=4$$

$$\therefore p+q=5$$

17. [문항코드]

함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 6x^2 - 4x$ 이고 $f(1) = 0$ 일 때,
 $f(2)$ 의 값을 구하시오.

8

[3점]

$$f(x) = 2x^3 - 2x^2 + C$$

$$f(1) = 2 - 2 + C = 0 \Leftrightarrow C = 0$$

$$\therefore f(2) = 2 \cdot 2^3 - 2 \cdot 2^2 + 0 = 8$$

18. [문항코드]

첫째항이 -3 인 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때

$$2a_5 = S_8$$

을 만족시킨다. 이때 a_{11} 의 값을 구하시오.

6

[3점]

$$a_n = -3 + (n-1)d$$

$$S_n = \frac{(-6 + (n-1)d) \cdot n}{2}$$

$$\therefore 2 \cdot (-3 + 4d) = \frac{1}{2} (-6 + 7d)$$

$$9 = 10d \Leftrightarrow d = \frac{9}{10}$$

$$\therefore a_{11} = -3 + 10 \cdot \left(\frac{9}{10}\right) = 6$$

19. [문항코드]

방정식 $4x^3 - 12x^2 + k = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수가 3이 되도록 하는 정수 k 의 개수를 구하시오.

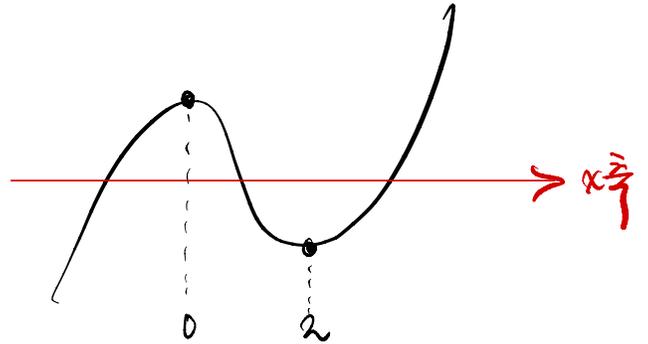
15

[3점]

$$y = 4x^3 - 12x^2 + k$$

$$y = 12x^2 - 24x = 12x(x-2)$$

$x = 0, 2$ 이서 \rightarrow 극점.



by \rightarrow 극점 정리

$$k \cdot (4 \cdot 2^3 - 12 \cdot 2^2 + k)$$

$$= k \cdot (k - 16) < 0$$

$$\therefore 0 < k < 16 \Rightarrow 15 \text{ 개}$$

단답형

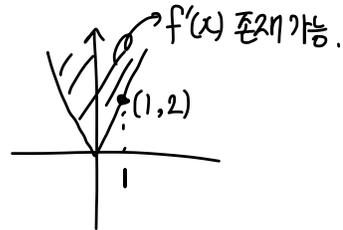
20. $f(0) = f'(1) = 2$ 인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(3)$ 의 최솟값을 구하시오. [4점]

$x_2 > x_1$ 인 임의의 두 실수 x_1, x_2 에 대하여 $f(x_1) + x_2|x_2| < f(x_2) + x_1|x_1|$ 이다.

$$f(x_1) - x_1|x_1| < f(x_2) - x_2|x_2|$$

$h(x) = f(x) - x|x|$ 는 증가함수

$$h'(x) = \begin{cases} f'(x) - 2x & (x > 0) \\ f'(x) + 2x & (x < 0) \end{cases}$$



$$\begin{aligned} f'(x) &= (x-1)(x+1) + 2 \\ &= x^2 + 1 \end{aligned}$$

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x + 2$$

$$f(3) = 9 + 3 + 2 = 14$$

14

21. 두 상수 a, b 에 대하여 열린 구간 $(-\pi, 4\pi)$ 에서 방정식

$$a \sin^2 x = b + \cos x$$

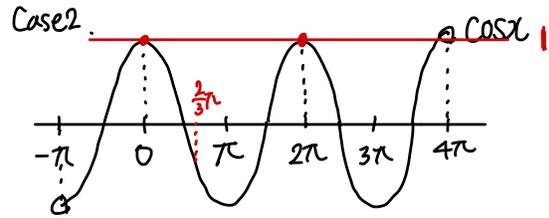
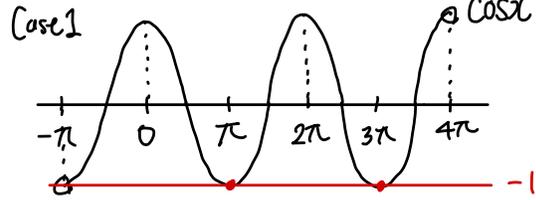
의 서로 다른 실근을 작은 수부터 크기 순을 나열한 것을

$\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_7$ 이라 하자. $\alpha_2 + \alpha_4 + \alpha_5 = \frac{14}{3}\pi$ 일 때,

$3a + b + \frac{6\alpha_7}{\pi}$ 의 값을 구하시오. [4점]

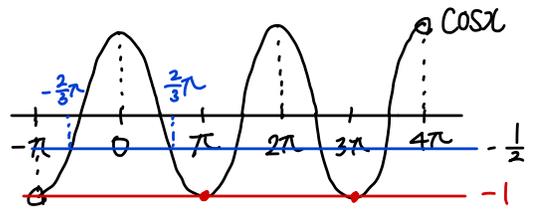
$$a - a \cos^2 x = b + \cos x$$

$$a \cos^2 x + \cos x + b - a = 0$$



$$\alpha_4 + \alpha_6 = 4\pi$$

$$\therefore \alpha_2 = \frac{2}{3}\pi \rightarrow \text{Case 1 correct}$$



$\cos x = t$ 라고 두면

$$a t^2 + t + b - a = 0 \quad \text{의 해는 } -\frac{1}{2}, -1$$

$$(b=1)$$

$$\frac{1-a}{a} = \frac{1}{2}$$

$$2 - 2a = a$$

$$\therefore a = \frac{2}{3}$$

$$\alpha_1 = 4\pi - \frac{2}{3}\pi = \frac{10}{3}\pi$$

$$2 + 1 + 20 = \boxed{23}$$

22. 최고차항의 계수가 양수이고 극솟값이 2인 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 t 에 대하여 방정식

$$f(f(x)) = t$$

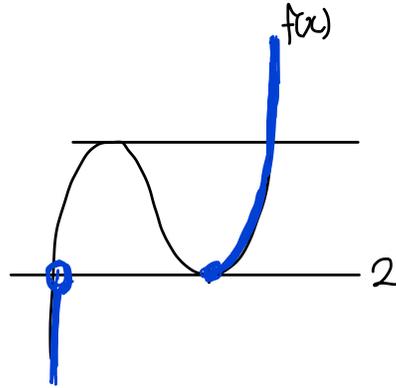
의 가장 큰 실근을 $g(t)$ 라 할 때, 어떤 실수 α 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g(t)$ 는 $t = \alpha, t = \alpha + 4$ 에서만 불연속이고,

$$\lim_{t \rightarrow \alpha^+} g(t) - \lim_{t \rightarrow \alpha^-} g(t) = 3 \text{이다.}$$

(나) $f(\alpha + 5) = 2$

$f(10)$ 의 값을 구하시오. [4점]



$f(x) = t$ 의 가장 큰 실근을 $h(t)$ 라 하고

$f(x) = h(t)$ 의 가장 큰 실근

$\rightarrow t=2$ 일 때 $h(t)=2$ 일 때 불연속
불연속

$\alpha = 2$ 라면

$t=2, t=6$ 에서 불연속

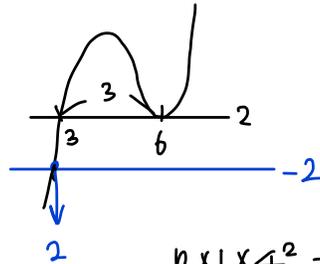
$$\rightarrow h(6) = 2$$



$\alpha = -2$ 라면

$t=-2, t=2$ 에서 불연속, $f(3) = 2,$

$$h(-2) = 2$$



$$p \text{ 시 } x^4 = 4 \quad p = \frac{1}{4} \quad 2 + \frac{1}{4} \times 4^2 \times 10 = 30$$

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

= 30

23. [문항코드]

 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \cos x}{\sin x}$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

[2점]

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^x - 1) + (1 - \cos x)}{\frac{\sin x}{x}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x} + 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x(1 + \cos x)} = 0$$

24. [문항코드]

$\int_0^{\frac{\pi}{6}} \tan 2x dx$ 의 값은?

- ① $2\ln 2$ ② $\ln 2$ ③ $\frac{1}{2}\ln 2$ ④ $-\frac{1}{2}\ln 2$ ⑤ $-\ln 2$

[3점]

$$\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\sin 2x}{\cos 2x} dx = -\frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{-2\sin 2x}{\cos 2x} dx$$

$$(\cos 2x = t, \quad -2\sin 2x dx = dt)$$

$$= -\frac{1}{2} \int_1^{\frac{1}{2}} \frac{1}{t} dt$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \ln t \Big|_{\frac{1}{2}}^1 = \frac{1}{2} \ln 2.$$

25. [문항코드]

좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시간 t 에서의 위치 (x, y) 가

$$x = 2\ln(t+1), y = 3t^2 - t - 2$$

이다. 점 P의 시간 $t=1$ 에서의 속력은?

- ① $\sqrt{22}$ ② $\sqrt{23}$ ③ $2\sqrt{6}$ ④ 5 ⑤ $\sqrt{26}$

[3점]

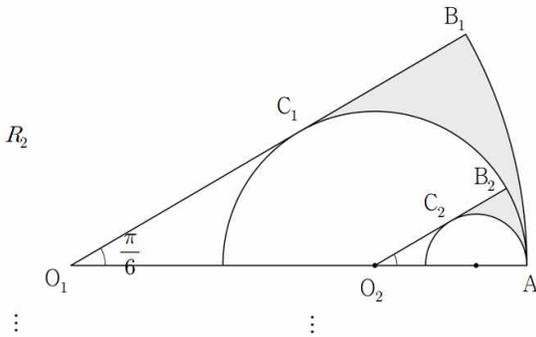
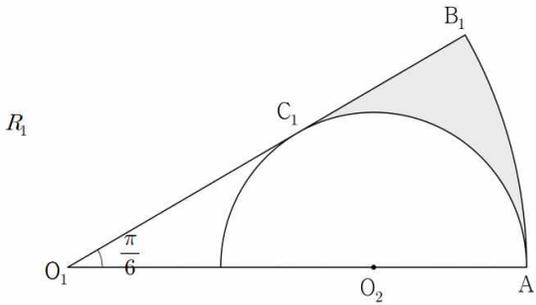
$$\frac{dx}{dt} = \frac{2}{t+1}, \quad \frac{dy}{dt} = 6t - 1$$

$$v(t) = \sqrt{\left(\frac{2}{t+1}\right)^2 + (6t-1)^2}$$

$$= \sqrt{26}$$

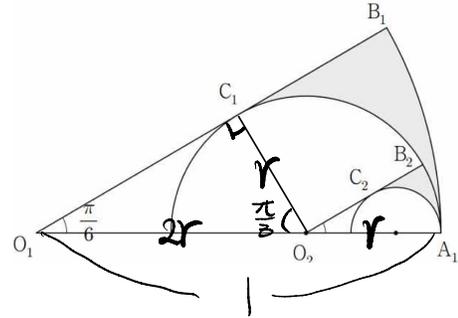
26. [문항코드]

그림과 같이 중심이 O_1 , 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{6}$ 인 부채꼴 $OA B_1$ 이 있다. 선분 O_1A 위의 한 점 O_2 에 대하여 중심이 O_2 , 반지름이 $\overline{O_2A}$ 이고 선분 O_1B_1 과 점 C_1 에서 접하는 반원을 그린다. 이때 선분 O_1B_1 , 호 AB_1 , 호 AC_1 로 둘러싸인 부분을 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자. 그림 R_1 에서 선분 O_2A 위의 한 점 O_3 에 대하여 중심이 O_3 , 반지름이 $\overline{O_3A}$ 이고 선분 O_2B_2 과 점 C_2 에서 접하는 반원을 그린다. 이때 선분 O_2B_2 , 호 AB_2 , 호 AC_2 로 둘러싸인 부분을 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은?



[3점]

- ① $\frac{5\pi - 6\sqrt{3}}{96}$
- ② $\frac{5\pi - 6\sqrt{3}}{84}$
- ③ $\frac{5\pi - 6\sqrt{3}}{72}$
- ④ $\frac{5\pi - 6\sqrt{3}}{60}$
- ⑤ $\frac{5\pi - 6\sqrt{3}}{48}$



$$r = \frac{1}{3} \rightarrow S_1 = \frac{1}{2} \cdot 1^2 \cdot \frac{\pi}{6} - \left(\frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$= \frac{\pi}{12} - \left(\frac{\sqrt{3}}{18} + \frac{\pi}{27} \right) = \frac{5\pi - 6\sqrt{3}}{108}$$

공비: $\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$

$$\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{\frac{5\pi - 6\sqrt{3}}{108}}{1 - \frac{1}{9}} = \frac{5\pi - 6\sqrt{3}}{96}$$

27. [문항코드]

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=2n+1}^{4n} \frac{k(-\ln n + \ln 2k)}{n^2}$$
 의 값은?

[3점]

- ① $0\ln 2 - 3$ ② $10\ln 2 - 4$ ③ $10\ln 2 - 5$
 ④ $20\ln 2 - 3$ ⑤ $20\ln 2 - 5$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=2n+1}^{4n} \frac{k}{n} \cdot \ln \frac{2k}{n} \cdot \frac{1}{n}$$

$$= \int_2^4 x \ln 2x \, dx$$

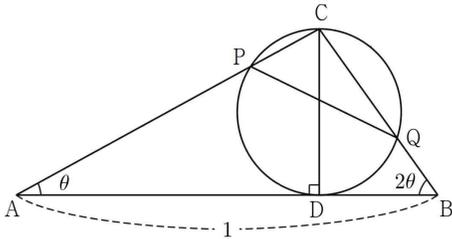
$$= \left[\frac{1}{2} x^2 \cdot \ln 2x \right]_2^4 - \int_2^4 \frac{1}{2} x \cdot \frac{1}{x} \, dx$$

$$= (8\ln 8 - 2\ln 4) - \frac{1}{4} x^2 \Big|_2^4$$

$$= 20\ln 2 - 3$$

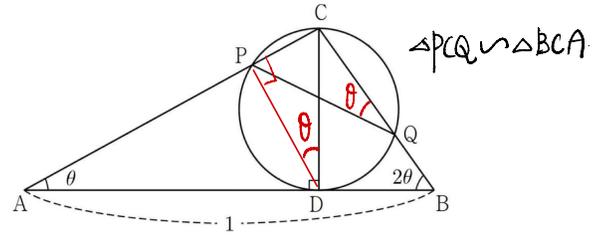
28. [문항코드]

그림과 같이 $\overline{AB}=1$ 이고 $\angle A=\theta$, $\angle B=2\theta$ 인 삼각형 ABC가 있다. 점 C에서 선분 AB에 내린 수선의 발을 점 D라 할 때, 선분 CD를 지름으로 하는 원이 선분 AC와 만나는 점을 점 P, 선분 BC와 만나는 점을 점 Q라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{\overline{PQ}}{\theta^2}$ 의 값은?



- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ 2 ⑤ 3

[4점]



$$\frac{\overline{PC}}{\sin \theta} = \frac{\overline{AC}}{\sin 2\theta} = \frac{1}{\sin(\pi-2\theta)} \rightarrow \overline{AC} = \frac{\sin 2\theta}{\sin 2\theta}, \overline{PC} = \frac{\sin \theta}{\sin 2\theta}$$

$$\overline{CD} = \frac{\sin \theta \sin 2\theta}{\sin 2\theta}, \overline{PC} = \frac{\sin^2 \theta \sin 2\theta}{\sin 2\theta}$$

$$\overline{PC} : \overline{PC} = \overline{AB} : \overline{PQ}, \overline{PQ} = \sin \theta \sin 2\theta$$

$$\therefore \lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{\overline{PQ}}{\theta^2} = \lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin \theta \cdot \cos \theta}{\theta^2} = 2$$

29. [문항코드]

실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x) = e^{(x-1)^2}$ 와
 열린구간 $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ 에서 정의된 함수 $g(x)$ 가

$$g(x) \cos^2 x = \int_0^{\tan x} f(t) dt$$

을 만족시킬 때 $\int_0^{\frac{\pi}{4}} g(x) dx = ae - b$ 이다. 이때 $\frac{1}{ab}$ 의 값을
 구하시오. (단, a, b 는 유리수이다.)

4

[4점]

$$\int_0^x f(t) dt = F(x), \quad g(x) = F(\tan x) \cdot \sec^2 x$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} g(x) dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} F(\tan x) \times \sec^2 x dx$$

$$= \int_0^1 F(p) dp$$

$$= p F(p) \Big|_0^1 - \int_0^1 p F(p) dp$$

$$= \left(\int_0^1 e^{(x-1)^2} dx \right) - 0 - \int_0^1 x e^{(x-1)^2} dx$$

$$= -\frac{1}{2} x \int_0^1 2(x-1) e^{(x-1)^2} dx$$

$$= -\frac{1}{2} \left[e^{(x-1)^2} \right]_0^1 = \frac{e-1}{2}$$

$$\therefore \frac{1}{ab} = \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)} = 4$$

30. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수와 양의 상수 a 가 있다.

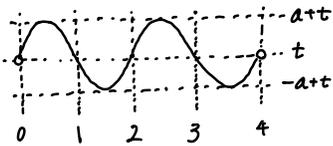
실수 t 에 대하여 구간 $(0, 4)$ 에서 함수 $f(t+a\sin\pi x)$ 가 극대 또는 극소가 되도록 하는 x 의 개수를 $g(t)$ 라 할 때, 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $\lim_{t \rightarrow 3} \{g(t) - g(3)\} = k$ (단, $k > 1$)
- (나) $\lim_{t \rightarrow k} g(t) > g(k)$

$f(a+k) = 7$ 일 때, $f(10)$ 의 값을 구하시오. [4점] **327**

$h(x) = a \sin \pi x + t$ 라 하자.

$(0, 4)$ 에서 $h(x)$ 의 그래프를 대략적으로 그려보자



$f(h(x)) = p(x)$ 라 하자.

$p'(x) = f'(h(x)) \times h'(x)$ 이므로, $p'(x)$ 가 극값을 가지는 위치는 다음과 같다

- ① $h'(x) = 0$ 인 $t \rightarrow h(x)$ 가 극값을 가지는 지점 t
- ② $f'(h(x)) = 0$ 인 $t \rightarrow f(x)$ 가 극값을 가지는 지점 S 에 대하여, $h(x) = S$ 인 t ($g(t)$ 의 불연속점이 생기는 아티)

$f'(x) = 0$ 의 근이 없는 개형이라면, $g(t)$ 의 불연속점은 발생하지 않을 것이다. $\rightarrow f'(x)$ 의 근이 존재하는 개형

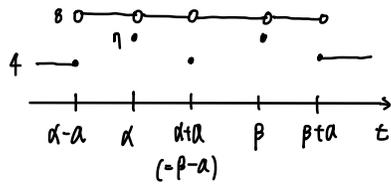
$f'(x) = 0$ 의 근이 1개일 때도, $g(t)$ 의 불연속점은 발생하지 않을 것이다. $\rightarrow f'(x)$ 는 서로 다른 두 근을 가짐

$f'(x)$ 가 서로 다른 두 근 α, β ($\alpha < \beta$)를 가질 때 용태를 그려보자.

i) $\beta - \alpha > 2a \rightarrow$ (가) 조건을 만족시키는 k 존재 안 함



ii) $\beta - \alpha = 2a \rightarrow$ 가능



이 경우 $\alpha + a = \beta - a = 3$, $k = 4$ 이다.

(나) 조건을 만족시키려면 $k = \beta$ 여야 한다.

$\therefore \alpha = 2, \beta = 4, a = 1, k = 4$

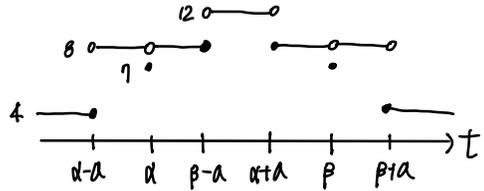
$f'(x) = 3(x-2)(x-4)$, $f(5) = 7$ 이므로

$f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x - 13$ 이다.

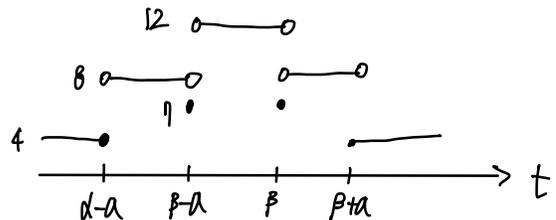
$\therefore f(10) = 327$

답은 327지만 다른 상황들도 살펴보자.

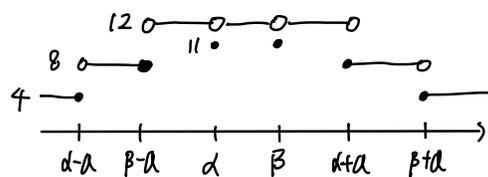
iii) $a < \beta - \alpha < 2a \rightarrow$ (가) 조건을 만족시키는 k 존재 안 함



iv) $\beta - \alpha = a \rightarrow$ (가) 조건을 만족시키는 k 존재 안 함



v) $0 < \beta - \alpha < a \rightarrow$ (가) 조건을 만족시키는 k 존재 안 함



\therefore 가능한 상황은 ii) $\beta - \alpha = 2a$ 인 상황밖에 없다. 미리 예제했듯이 $f(10) = 327$ 이다.