



2024학년도 i-SQUARED 모의고사 0회 문제지

수학 영역

홀수형

성명

수험 번호

- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하시오.

나는 재수가 좋아

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

※ 공통과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하시오.

- **공통과목** ..... 1~8쪽
- **선택과목**
  - 확률과 통계 ..... 9~12쪽
  - 미적분 ..... 13~16쪽
  - 기하 ..... 17~20쪽

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.



제 2 교시

수학 영역

출수형

5지선다형

1.  $2^{\log_3 3+2} \times 2^{\log_3 3-2}$  의 값은? [2점]

- ① 3      ②  $3\sqrt{3}$       ③ 9      ④  $9\sqrt{3}$       ⑤ 27

2. 함수  $f(x) = \int_0^x 3t^2 - 12t - 15 dt$  의 극댓값은? [2점]

- ① 8      ② 9      ③ 10      ④ 11      ⑤ 12

3. 공비가 양수인 등비수열  $\{a_n\}$  이

$$\frac{a_1 a_5}{a_3} = 9, \quad S_3 = 13$$

을 만족시킬 때,  $a_2$  의 값은? (단,  $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ ) [3점]

- ① 2      ②  $\frac{5}{2}$       ③ 3      ④  $\frac{7}{2}$       ⑤ 4

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x^3 - 6x^2 + 7x + 6 & (x \geq k) \\ x^2 - x - 10 & (x < k) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 미분가능이 되도록 하는 실수  $k$  의 값은? [3점]

- ① -1      ②  $\frac{2}{3}$       ③  $\frac{7}{3}$       ④ 4      ⑤  $\frac{17}{3}$

5. 두 곡선  $y = x^3 - 3x^2 + 2$ 와  $y = -x^2 + 2$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ① 1      ②  $\frac{4}{3}$       ③  $\frac{5}{3}$       ④ 2      ⑤  $\frac{7}{3}$

6.  $\frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \pi$  이고  $\sin\theta \cos\theta = \frac{1}{8}$  일 때,  $\cos\theta - \sin\theta$ 의 값은? [3점]

- ①  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$       ②  $-\frac{1}{2}$       ③ 0  
 ④  $\frac{1}{2}$       ⑤  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

7. 공차가 양수인 등차수열  $\{a_n\}$ 이

$$\sum_{n=1}^{10} \frac{1}{a_n a_{n+1}} = \frac{3}{5}, \quad 3S_3 = S_6$$

를 만족시킬 때,  $a_{17}$ 의 값은? [3점]

- ① 15      ② 20      ③ 25      ④ 30      ⑤ 35

8. 함수  $\int_1^x f(x) = x^3 - 2ax^2 \int_1^2 f(t)dt + x \int_1^2 f(t)dt - 1$ 에  
 대하여  $f(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

9. 1보다 큰 실수  $a$ 에 대하여  $f(x) = a^{|x-k|}$ ,  $g(x) = \log_a|x-k|$   
 라고 하자.  $f(x) = g(x)$ 의 모든 실근이 공차가  $\alpha$ 인 등차수열을  
 이루고 그 합이  $2k+6$ 일 때,  $k \times a^{2\alpha}$ 의 값은? (단,  $\alpha > 0$ ) [4점]

- ① 18      ② 21      ③ 24      ④ 27      ⑤ 30

10. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각  $t (t \geq 0)$ 에서의 속도를  
 $v(t) = a(t-2)(t-b)$  라고 하자.  $t = 2$ 일 때와  $t = 8$ 일 때의 점 P의  
 위치가 같고  $t = 6$ 에서의 가속도가 12일 때, 시각  $t = 0$ 에서  
 $t = 10$ 까지 점 P의 위치변화량의 크기는? [4점]

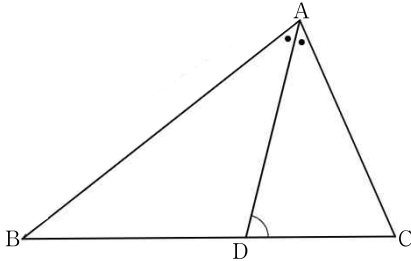
- ① 128      ② 136      ③ 144      ④ 152      ⑤ 160

11. 그림과 같이  $\overline{AB}=8$ ,  $\cos(\angle BAD)=\frac{\sqrt{10}}{4}$  인

삼각형 ABC가 있다. 선분 BC 위의 점 D에 대하여

$$\angle BAD = \angle DAC = \frac{1}{2} \angle ADC$$

일 때, 선분 AC의 길이는? (단,  $\overline{AB} > \overline{AC}$ ) [4점]



- ① 5    ②  $\frac{16}{3}$     ③  $\frac{17}{3}$     ④ 6    ⑤  $\frac{19}{3}$

12. 최고차항의 계수가 4이고  $f(5)=0$ 인 삼차함수  $f(x)$ 가  $\alpha, 5, \beta$  가 이 순서대로 공차가 양수인 등차수열을 이루고  $\alpha\beta=19$  인  $\alpha$ 와  $\beta$ 에 대해 다음 조건을 만족시킨다.

$$f'(\alpha) = f'(\beta), \int_5^\beta f(x) dx = 0$$

$f(x)$ 의 한 부정적분  $F(x)$ 에 대해  $F(5) = 9$ 일 때,  $F(x)$ 와  $x$ 축으로 둘러싸인 넓이는? [4점]

- ①  $\frac{42\sqrt{3}}{5}$     ②  $9\sqrt{3}$     ③  $\frac{48\sqrt{3}}{5}$   
 ④  $\frac{51\sqrt{3}}{5}$     ⑤  $\frac{54\sqrt{3}}{5}$

13.  $[1, 5]$ 에서 정의된 함수  $f(x) = \sin n\pi x$ 에 대하여  
 방정식  $f(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ 의 모든 실근의 합을  $g(n)$ 이라고

할 때,  $\sum_{n=1}^{10} g(n)$ 의 값은? (단,  $n$ 은 자연수이다.) [4점]

- ① 600    ② 620    ③ 640    ④ 660    ⑤ 680

14. 최고차항의 계수가  $-1$ 인 삼차함수  $f(x)$ 에 대하여  $g(x)$ 를  
 다음과 같이 정의한다.

$$g(x) = \begin{cases} f'(x) & (x < 3) \\ 2 & (x = 3) \\ -f'(6-x) + 4 & (x > 3) \end{cases}$$

방정식  $g(x) = t$ 의 실근의 개수를  $h(t)$ 라고 할 때,  
 <보기>에 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

- ㄱ.  $g(x)$ 가 연속이고  $g'(2) = 0$ 이면  $g(2) = 5$ 이다.  
 ㄴ.  $h(t) = 3$ 이면  $g(x)$ 는 실수 전체 집합에서 미분가능하다.  
 ㄷ.  $h(t) = 5$ 이고  $g'(1) = f(2) = 0$ ,  
 $\{s \mid \lim_{t \rightarrow s^+} h(t) \neq \lim_{t \rightarrow s^-} h(t)\} = \{\alpha, 2, \beta\}$  ( $\alpha < 2 < \beta$ ) 이면  
 $f(3) = 1$ 이다.

- ① ㄱ                      ② ㄱ, ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15.  $a_1 + a_2 \neq 0$ 인 수열  $\{a_n\}$ 은 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n a_k = \frac{1}{4}(a_n + 1)^2 \text{ 이다. } a_m = 1 \text{ 을 만족시키는 } 100 \text{ 이하의}$$

자연수  $m$ 의 개수가 48개가 되도록 하는 모든  $\sum_{k=1}^{100} a_k$ 의 값의

합은? [4점]

- ① 4      ② 8      ③ 12      ④ 16      ⑤ 20

단답형

16. 방정식  $\log_2(x-5)^2 = 2\log_2(x-2) + 2$ 를 만족시키는 실수  $x$ 의 값을 구하시오. [3점]

17.  $f(x) = x^3 + 6x^2 - 8$ 에 대하여  $f(x)$ 에 접하고  $(0, f(0))$ 을 지나는 두 직선이  $f(x)$ 와 만나는 점을 각각  $A(\alpha, f(\alpha))$ ,  $B(\beta, f(\beta))$ 라고 할 때, A부터 B까지의 평균변화율을 구하시오. (단,  $\alpha \neq \beta$ ,  $\alpha \neq 0$ ,  $\beta \neq 0$ ) [3점]



18. 수열  $\{a_n\}$ 이

$$\sum_{n=1}^{10} \{(a_n)^3 - (a_n)^2 + 7a_n + 2\} = 159, \quad \sum_{n=1}^{10} (a_n - 1)^3 = 27$$

을 만족시킬 때,  $\sum_{n=1}^{10} (a_n + 1)^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 역함수를 가지는 삼차함수  $f(x)$ 에 대하여  $f(3) = 1$ ,

$f'(1) = f'(3) = -1$ 일 때,  $f(1)$ 의 최솟값은  $\frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의

값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [3점]

20. 이차함수  $f(x)$ 에 대하여 함수  $g(x)$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$g(x) = \begin{cases} x^4 + ax^3 & (x \leq 0) \\ f(x) & (x > 0) \end{cases}$$

$g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,  $g(2)$ 의 값을 구하시오. [4점]

(가)  $g(5) = 40$

(나)  $g'(x) = 0$ 의 모든 실근의 합은 0이다.

(다) 실수  $m$ 에 대하여  $g(x) = mx$ 의 교점의 개수가

최대가 되도록 하는  $m$ 값의 범위는 오직  $8 < m < 32$ 이다.

21. 함수

$$f(x) = \begin{cases} |2^x - 4| & (x \leq 3) \\ |\log_3(x-a)| + b & (x > 3) \end{cases}$$

에 대하여  $f(x) = t$  ( $t > 0$ )의 실근의 개수가 항상 2개이다.  
 $a$ 의 최솟값을  $k$ 라고 할 때,  $k+b$ 의 값을 구하시오. [4점]

22. 삼차함수  $f(x)$ 에 대하여 <조건>을 만족시키는  $f(x)$ 위의

점 A의  $x$ 좌표를  $a_1, a_2, \dots, a_7$ 이라고 할 때,  $\sum_{n=1}^7 a_n = 42$ 이다.

$f(8) = 16, f'(8) = 1$ 일 때,  $f(0)$ 의 값을 구하시오. [4점]

&lt;조 건&gt;

점 A를 중심으로 하고 반지름의 길이가 4인 원을  $x$ 축으로  $m$ 만큼,  $y$ 축으로  $m$ 만큼 평행이동시켰을 때,  $x$ 축과  $y$ 축에 동시에 접하도록 하는 실수  $m$ 이 존재한다.

\* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(미적분)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

## 수학 영역(미적분)

출수형

5지선다형

23.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4^x - 1}{e^{3x} - 1}$ 의 값은? [2점]

- ①  $\frac{\ln 2}{3}$     ②  $\frac{2 \ln 2}{3}$     ③  $\ln 2$     ④  $\frac{4 \ln 2}{3}$     ⑤  $\frac{5 \ln 2}{3}$

24.  $a_1 = b_1 = 1$ 인 등비수열  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$ 이

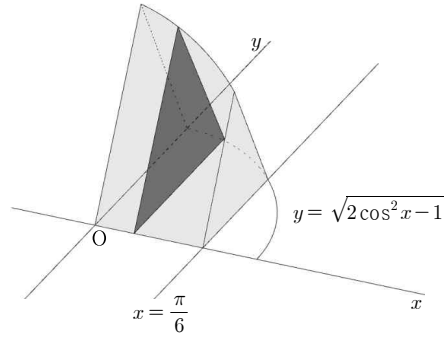
$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{2}{3}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} b_n = \frac{7}{6}$$

를 만족시킬 때,  $\sum_{n=2}^{\infty} a_n b_n$ 의 값은? [3점]

- ①  $-\frac{14}{13}$     ②  $-\frac{1}{13}$     ③  $-\frac{1}{15}$     ④  $\frac{1}{15}$     ⑤  $\frac{14}{15}$

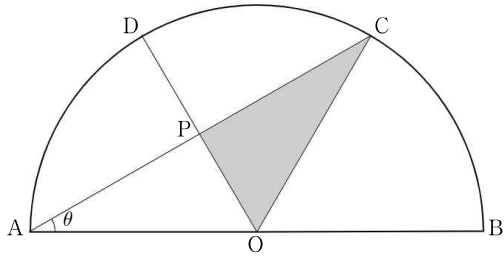
25.  $\frac{\pi}{3} \leq \theta \leq \frac{5}{6}\pi$  일 때, 좌표평면 위의 점  $P(\sin 2\theta + \cos 3\theta, \sin 3\theta - \cos 2\theta)$ 에 대하여  $\overline{OP}^2$ 의 최댓값과 최솟값의 합은? (단, O는 원점이다.) [3점]
- ① 1    ②  $2 - \frac{\sqrt{3}}{2}$     ③ 2    ④  $2 + \frac{\sqrt{3}}{2}$     ⑤ 4

26. 그림과 같이 곡선  $y = \sqrt{2\cos^2 x - 1}$  ( $0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$ )와 x축, y축 및 직선  $x = \frac{\pi}{6}$ 로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을 x축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정삼각형일 때, 이 입체도형의 부피는? [3점]



- ①  $\frac{1}{16}$     ②  $\frac{1}{8}$     ③  $\frac{3}{16}$     ④  $\frac{1}{4}$     ⑤  $\frac{5}{16}$

27. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원과 호 AB 위의 점 C가 있다. 호 AC 위의 점 D를  $\overline{CD} = \overline{BC}$ 가 되도록 잡고  $\angle CAB = \theta$ 라고 하자. 선분 AB의 중점 O에 대하여 선분 OD와 선분 AC의 교점을 점 P라고 하고 삼각형 CPO의 넓이를  $S(\theta)$ 라고 할 때,  $S'(\frac{\pi}{6})$ 의 값은? [3점]



- ①  $\frac{1}{8}$     ②  $\frac{1}{4}$     ③  $\frac{3}{8}$     ④  $\frac{1}{2}$     ⑤  $\frac{5}{8}$

28.  $x > 0$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = \frac{\int_1^x (\ln t)^3 dt - 6}{x} - 15 \ln x$$

에 대하여  $f(x)$ 의 극댓값은? [4점]

- ① -3    ② -1    ③ 1    ④ 3    ⑤ 5

**단답형**

29.  $x > -2$  에서 정의된 함수  $f(x) = \frac{(x+5)(x-1)^2}{(x+2)^4}$  에 대하여

$f(x) = 0$  을 만족시키는  $x$  의 값을  $a$  라고 하자. 함수  $g(x)$  에

대하여  $\lim_{x \rightarrow \infty} (a + f(x))^{g(x)} = e^2$  일 때,  $\lim_{x \rightarrow \infty} g'(x)$  의 값을

구하시오. [4점]

30. 실수 전체 집합에서 연속인 함수  $f(x)$  가 닫힌구간  $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

에서  $f(x) = 6 \sin^5 x + a \sin^3 x + b \sin x$  이고 모든 실수  $x$  에

대하여  $f(x + \pi) = f(x) + 2b + 2$  를 만족시킨다.  $f(x)$  의

역함수를  $g(x)$  라 하고,  $b$  의 최솟값을  $m$  이라 하자.  $b = m$  일 때,

$\int_0^{4(m+1)} g(x) dx = \frac{q}{p} \pi$  이다.  $p + q$  의 값을 구하시오.

(단,  $p$  와  $q$  는 서로소인 자연수이다.) [4점]

\* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

※시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.