제 2 교시

왕왕털공통 모의고사 문제지

수학 영역

홀수형

성명	

수험 번호					—				

○ 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 대충 쓰시오.

○ 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하시오.

밍승 재수해서 충남대

○ 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하시오.

○ 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.

○ 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.

○ 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

※ 공통과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기든지 말든지

오르비 왕왕털제작

제 2 교시

수학 영역

홀수형

5지선다형

1. $\left(\frac{27}{4}\right)^{\frac{1}{2}} \times \left(\frac{3}{4}\right)^{-\frac{1}{2}} + \log_2 8$의 값은? [2점]

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

$\frac{3\sqrt{3}}{2} \times \frac{2}{\sqrt{3}} + 3$

2. 함수 $f(x)=x^3+4x-3$에 대하여 $\lim_{h\to 0}\frac{f(1+h)-f(1-h)}{h}$의 값은? [2점]

실수전체 미·가

$2f'(1)$

① 14 ② 13 ③ 12 ④ 11 ⑤ 10

$f'(x)=3x^2+4$

3. 첫째항과 공차가 같은 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_1+a_8=a_1a_3$일 때, a_4의 값은? (단, $a_n \neq 0$) [3점]

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

$r+8r=3r^2$

$r=3$

4. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가

$$\lim_{x\to k} f(x)=6+2k-f(k)$$

을 만족시킨다. k가 3일 때, $f(3)$의 값은? [3점]

① -3 ② 0 ③ 3 ④ 6 ⑤ 9

$2f(3)=12$

5. $\sin\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)=\frac{1}{4}\tan(\pi+\theta)\sin\theta$일 때, $\cos^2\theta$의 값은? [3점]

① $\frac{3}{25}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{7}{25}$ ④ $\frac{9}{25}$ ⑤ $\frac{11}{25}$

$\cos\theta=\frac{1}{4}\tan\theta\times\sin\theta$

$\cos\theta=\frac{1}{4}\frac{\sin^2\theta}{\cos\theta}$

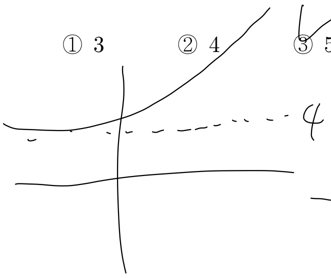
$\cos^2\theta=\frac{1}{4}\sin^2\theta$

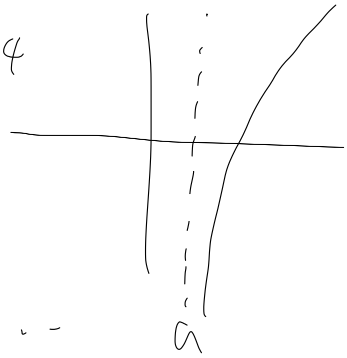
$\cos^2\theta=\frac{1}{4}(1-\cos^2\theta)$

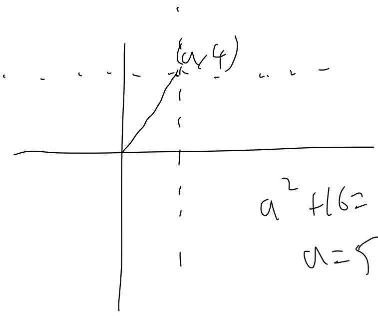
$\cos^2\theta=\frac{1}{5}$

6. 상수 $a(a>0)$에 대하여 함수 $y=3^{x-3}+4$의 그래프의 점근선과 함수 $y=\log_3(x-a)+a$의 그래프의 점근선이 만나는 점이 원점과의 거리가 $\sqrt{41}$일 때, a의 값은? [3점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7





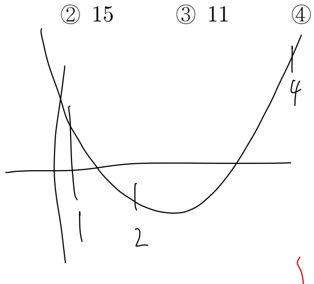


$a^2+16=41$

$a=5$

7. 최고차항의 계수가 3인 이차함수 $f(x)$에 대하여, $\int_1^t f(x)dx=0$ 를 만족하는 t가 2와 4일 때, $f(1)$의 값은? [3점]

① 19 ② 15 ③ 11 ④ 7 ⑤ 3



$3x^2+ax+b$

$\int_1^2 f(x)\,dx=0$

$\int_1^4 f(x)\,dx=0$

$\left(\therefore \int_2^4 f(x)\,dx=0\right)$

$\left[x^3+\frac{1}{2}ax^2+bx\right]_1^2=0$

$8+2a+2b-1-\frac{1}{2}a-b=0$

$7+\frac{3}{2}a+b=0$

$\left[x^3+\frac{1}{2}ax^2+bx\right]_2^4=0$

$64+8a+4b-8-2a-2b=0$

$56+6a+2b=0$

$14+3a+2b=0$

$56+6a+2b=0$

$3a=-42$

$a=-14$

$b=14$

$\therefore 3x^2-14x+14$

8. 함수 $f(x)\begin{cases} x^3-5x^2+4x+3 & (x>k) \\ x-6 & (x \le k) \end{cases}$가 실수 전체집합에서 연속이 되게 하는 모든 k값의 합은? [3점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

$x^3-5x^2+4x+3=x-6$

$x^3-5x^2+3x+9=0$

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & -5 & 3 & 9 \\ & & -1 & 6 & -9 \\ \hline & 1 & -6 & 9 & 0 \end{array}$$

$(x+1)(x-3)^2$

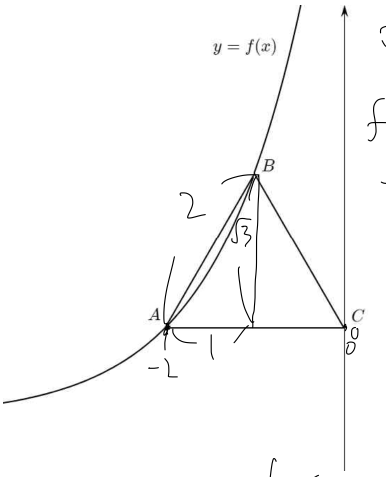
$\Rightarrow -1,\ 3$

$\Rightarrow$ 근과 계수의 관계에 의하여 모든 근의 합은 5이지만, 선지에 5가 없으니 근이 두개 이하

눈치

9. 함수 $f(x)=a^{x+2}+b\ (a>1)$ 위의 두 점 $A=(-2, f(-2))$, $B=(-1, f(-1))$와 점 A를 x축으로 k만큼 평행이동한 점 C가 있다. 삼각형 ABC가 정삼각형일 때, $f(0)-f(-1)+k$의 값은? [4점]

2



$f(-2)=1+b$

$f(-1)=f(-2)+\sqrt{3}$

$=1+\sqrt{3}+b=a+b$

$\Rightarrow a=\sqrt{3}+1$

① $8+\sqrt{3}$ ② $8+2\sqrt{3}$ ③ $5+\sqrt{3}$ ④ $5+2\sqrt{3}$ ⑤ $2+\sqrt{3}$

$(\sqrt{3}+1)^2+b-(\sqrt{3}+1)-b+2$

$=4+2\sqrt{3}-\sqrt{3}-1+2$

$=5+\sqrt{3}$

10. 원점에서 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \ge 0)$에서의 속도 $v(t)$가

$$v(t)=t^3+at^2+bt$$

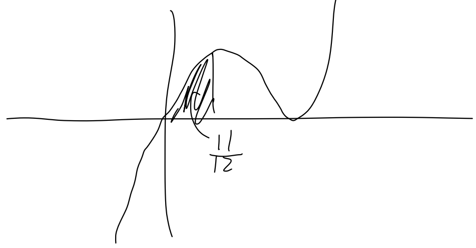
$t\ge0$에서 근 두개

이다. $v(t)=0$을 만족하는 시각 $t=k$가 두개 존재하고, 시각 $t=0$에서 $t=1$까지 위치의 변화량이 $\frac{11}{12}$일 때, $t=3$에서의 위치는? (단, a와 b는 0이 아닌 정수이다.) [4점]

양수이므로

① $\frac{11}{4}$ ② $\frac{9}{4}$ ③ $\frac{7}{4}$ ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

$\Rightarrow$ $v(t)$는 무조건 0을 근으로 가짐 (중근X)



$\therefore v(t)=t(t-c)^2$

$=t^3-2ct^2+c^2t$

$\int_0^1 t^3-2ct^2+c^2t = \frac{11}{12}$

$\left[\frac{1}{4}t^4-\frac{2}{3}ct^3+\frac{1}{2}c^2t^2\right]_0^1=\frac{11}{12}$

$\frac{1}{4}-\frac{2}{3}c+\frac{1}{2}c^2=\frac{11}{12}$

$3c^2-4c-4=0$

$\begin{array}{cc} 3 & 2 \\ 1 & -2 \end{array}$

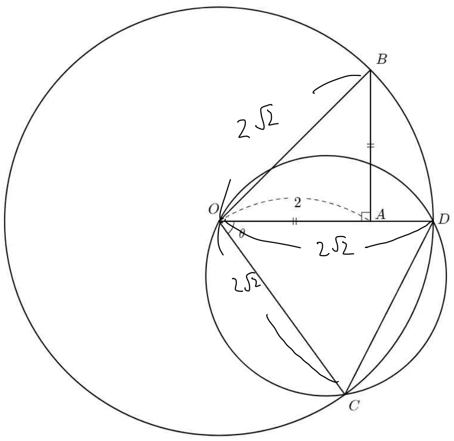
$c=2\ (c>0)$

$\therefore \frac{1}{4}t^4-\frac{4}{3}t^3+2t^2$

$\frac{81}{4}-18=\frac{9}{4}$

11. 빗변이 아닌 한 변의 길이가 2인 직각이등변 삼각형 OAB의 빗변을 반지름으로 하는 원 O_1이 있다. $\angle AOC$의 각도가 θ가 되게 원 O_1위의 점 C를 잡고, $\overline{OA}$의 연장선이 O_1과 만나는 점을 D라고 하자. $\sin\theta = \frac{4}{5}$일 때, 삼각형 ODC의 외접원 O_2의 넓이를 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) [4점]

$\cos\theta = \frac{3}{5}$



① $\frac{5\pi}{2}$ ② $\frac{7\pi}{2}$ ③ $\frac{9\pi}{2}$ ④ $\frac{11\pi}{2}$ ⑤ $\frac{13\pi}{2}$

$\overline{CD}^2 = 8+8-16\times\frac{3}{5} = \frac{32}{5}$

$\overline{CD} = \sqrt{\frac{32}{5}}$

$\frac{\overline{CD}}{\sin\theta} = 2R_2$

$\frac{\sqrt{10}}{2} = R_2$

$R_2^2\pi = \frac{5\pi}{2}$

12. 모든 항이 정수인 등차수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $8 < a_7 + a_8 < 27$
(나) $\lvert a_4 \rvert + 2 = a_7$
(다) 수열 $\{\lvert a_n \rvert\}$은 모든 자연수 n에 대하여 $\{\lvert a_n \rvert\}$이 소수가 되는 $n = k$의 개수는 한 개이다.

a_9의 값은? [4점]

① 7 ② 8 ③ 15
④ 22 ⑤ 29

(가),(나)에 의하여

	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	
	-2	0	2	4	6	
	-5	-1	3	7	11	
-8	-2	4	10	16	22	

— 절댓값이 소수

13. 함수 $f(x)$와 삼차함수 $g(x)=x(x-1)(x-2)$가 다음 조건을 만족시킨다.

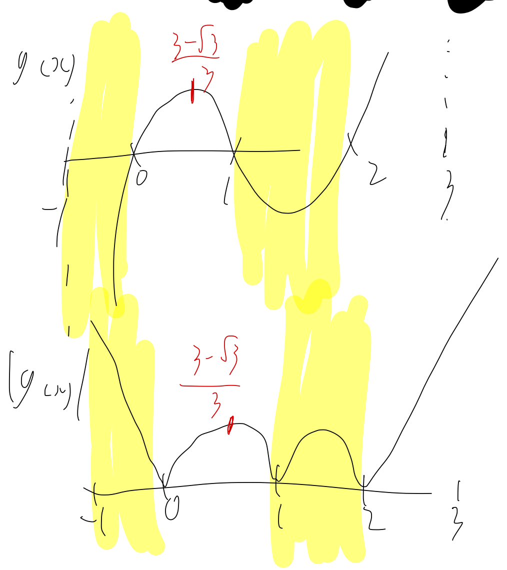
> (가) $(f(x))^2=\sqrt{8(f(x))^2-(f(x))^4}$ $2f(x)^4=8f(x)^2$
> (나) $f(x)g(x)$는 연속함수이다. $f(x)=-2$ or 0 or 2
> (다) $\lim\limits_{x\to t}\dfrac{f(x)g(x)-f(t)g(t)}{x-t}$ 의 값이 존재하지 않는 t의 개수는 세 개이고, $\lim\limits_{x\to t}\dfrac{f(x)\,|\,g(x)\,|\,-f(t)\,|\,g(t)\,|}{x-t}$ 의 값이 존재하지 않는 t의 개수는 두 개이다.

$\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=2$ 이고, 닫힌구간 $[-1,3]$에서 함수 $f(x)g(x)+f(x)\,|\,g(x)\,|$ 는 $x=\dfrac{3-\sqrt{3}}{3}$에서 유일한 최솟값을 가진다.

문제 수정됨

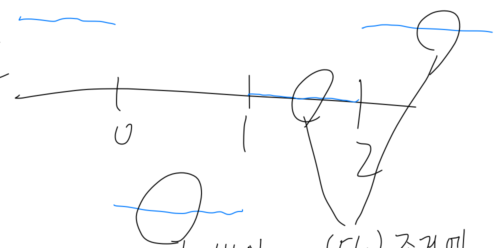
[redacted]의 값을 구하시오. [4점]

① [redacted] ② [redacted] ③ [redacted] ④ [redacted] ⑤ [redacted]



닫힌구간의 $f(x)g(x)+f(x)|g(x)|$ 값은 무조건 0 (나)조건

i) $f(x)$는



(나)에 의하여 최솟값 조건

(다) 조건에 의하여

14. 실수 t와 함수 $f(x)$가 식

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^3-3x}{t+1} & (\sqrt{3}\le x,\ -\sqrt{3}\le x<0)\\[2mm] \dfrac{x^3-3x}{t-1} & (0\le x<\sqrt{3},\ x<\sqrt{3})\end{cases}$$

을 만족시킨다. $f(x)$와 $y=t$가 만나는 점의 개수를 $g(t)$라고 하자. $(t\neq 1,\ -1)$

<보기>의 각 명제에 대하여 다음 규칙에 따라 A, B, C의 값을 정할 때, $A+B+C$의 값을 구하시오. [4점]

> · 명제 ㄱ이 참이면 $A=100$, 거짓이면 $A=0$이다.
> · 명제 ㄴ이 참이면 $B=10$, 거짓이면 $B=0$이다.
> · 명제 ㄷ이 참이면 $C=1$, 거짓이면 $C=0$이다.

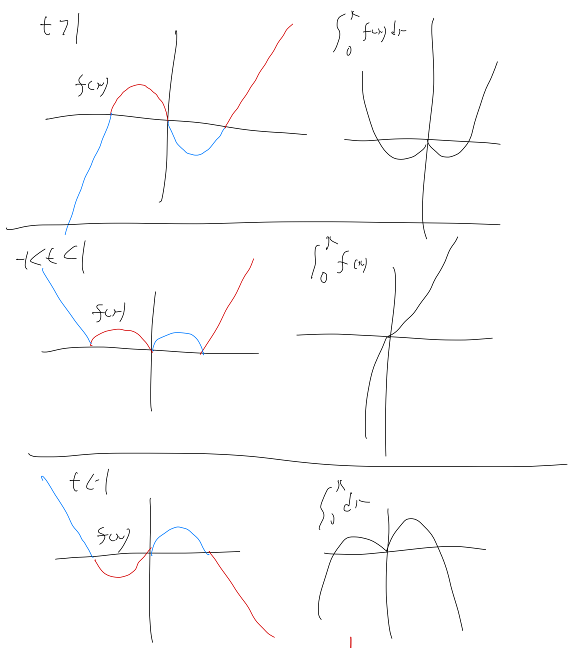
$3+6$

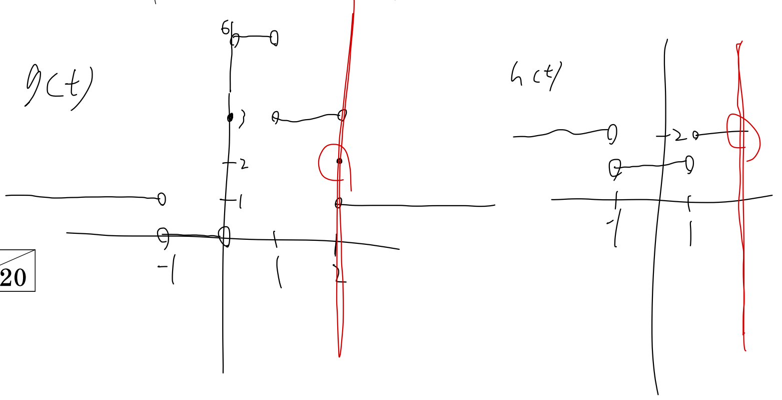
<보 기>

> ㄱ. $g(0)+\lim\limits_{t\to 0+}g(t)=9$
> ㄴ. $\displaystyle\int_0^x f(x)\,dx$와 $y=t$가 만나는 점의 개수를 $h(t)$라고 하면, $h(t)$의 최댓값과 최솟값의 합은 3이다. 2 1
> ㄷ. $g(t)=h(t)$를 만족하는 t는 존재하지 않는다.

$\dfrac{x^3-3x}{t+1}$ $\dfrac{x^3-3x}{t-1}$

① 11 ② 100 ③ 101 ④ 110 ⑤ 111





15. 모든 항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$은 모든 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

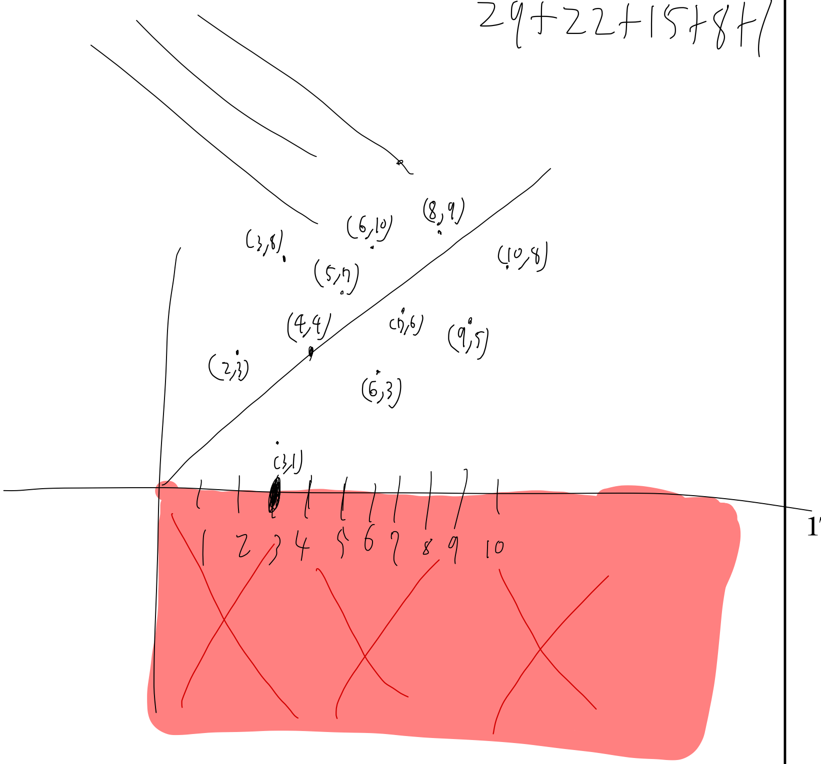
$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 3 & (n \geq a_n) \\ a_n - 4 & (n < a_n) \end{cases}$$

5+8

$a_9 + a_{10} = 13$을 만족하는 수열의 모든 a_3의 값의 합을 구하시오. [4점]

① 73 ② 74 ③ 75 ④ 76 ⑤ 77

29+22+15+8+1



단답형

16. 부등식 $\log_2(x-3) < 3$을 만족시키는 정수 x의 개수는? [3점]

$11 > x > 3$

7

17. 함수 $f(x)$에 대하여 $f'(x) = 8x + 2$이고, $f(1) = 4$일 때, $f(2)$의 값을 구하시오. [3점]

$f(x) = 4x^2 + 2x - 2$

$16 + 4 - 2$

18

18. 이차함수 $f(x)$에 대하여 $y=3^{f(x)}$의 최솟값의 좌표가 $(2, \frac{1}{3})$이고, $\log_3 f(x)$이 $x=3$을 점근선으로 가질 때, $f(4)$의 값을 구하시오. [3점]

ㄱ

ㄴ

ㄱ $\Rightarrow f(2)=-1,\ f'(2)=0$

최고차항 양수

ㄴ $\Rightarrow f(3)=0$

$\therefore (x-2)^2-1$

$f(4)=3$

19. 함수 $y=\cos a\pi x+b$가 구간 $[t, t+n]$에서 가지는 최댓값을 $f(t)$라고 하자. $f(t)=4$를 만족시키는 n의 최솟값이 1일 때, $a+b$를 구하시오. [3점]

상수함수, 최댓값이 4

$\cos a\pi x$의 주기일때

$\therefore a=2$

$b=3$

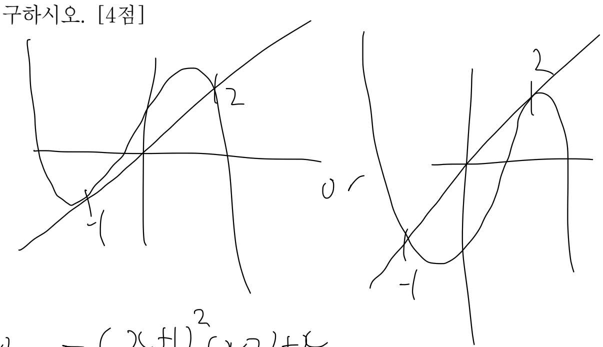
5

20. 최고차항의 절댓값이 1인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $f(x)$는 세 실근을 가진다.
>
> (나) $\displaystyle\lim_{x\to k}\frac{f(x)-k}{x-k}$의 값이 존재하도록 하는 실수 k의 값은 -1과 2뿐이다.
>
> (다) $\displaystyle\lim_{x\to k}\frac{f(x)-k-f(0)}{x-k}$의 값이 존재하도록 하는 실수 k의 값은 0과 3뿐이다.

$f(-2)$의 값을 구하시오. [4점]

(가), (나)에 의하여



$f(x) = ① -(x+1)^2(x-2)+x$ or $② -(x+1)(x-2)^2+x$

(다) $f(3)-f(0)=3$

① ~~$-1+2\neq 3$~~

② $-1+4=3$

$f(x)=-(x+1)(x-2)^2+x$

$f(-2)=16-2=14$

21. 수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $|a_{5+k}| = \left|\dfrac{1}{a_{5-k}}\right|$ $(k=0,1,2,3,4)$
>
> (나) $|a_1|, |a_2|, |a_3|, |a_4|, |a_5|$는 순서대로 공비가 2인 등비수열을 이룬다.
>
> (다) $\sum_{n=1}^{4} a_n > 0$, $\sum_{n=1}^{9} a_n = \dfrac{25}{16}$

$|a_1+a_2+a_5+a_6+a_7+a_8|$의 값을 m이라고 할 때, $16m$을 구하시오.[4점]

a_4가 무조건 양수

a_9 가 무조건 양수

a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9
$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8	16
$-\frac{1}{16}$	$-\frac{1}{8}$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{2}$	-1	-2	-4	-8	-16

- 1st
- 3rd
- 2nd

$\frac{25}{16} = 1 + \frac{9}{16}$

$a_5 \sim a_9$가 영향을 줌

$a_1 \sim a_4$가 영향을 줌

$\sum_{k=1}^{n} 2^k = 2^{n+1}-1$ 이므로

$a_5 \sim a_8$은 음수

$\sum_{k=1}^{3} a_k = \frac{9}{16} - \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$

$a_3 > 0$

$a_2 < 0$

$a_1 < 0$

$m = \frac{243}{16}$

답: 243

22. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$와 실수 t에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x < t) \\ f'(t)(x-t)+f(t) & (x \geq t) \end{cases}$$

라 할 때, $g(x)=0$을 만족하는 가장 큰 근을 α라고 하자. 함수 $h(t)$를 다음과 같이 정의하자.

$$h(t) = \begin{cases} \alpha & (g(x)\text{의 실근이 존재할 때}) \\ 0 & (g(x)\text{의 실근이 없을 때}) \end{cases}$$

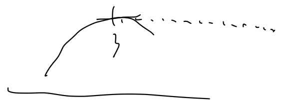
함수 $h(t)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $\lim_{t \to 3+} (t-3)h(t) = \dfrac{9}{4}$ $\Rightarrow h(3^+) = \infty$ ... ⓐ
>
> (나) $\lim_{t \to 0-} \dfrac{h(t)}{tf(t)} = -\dfrac{1}{54}$ $\Rightarrow h(0) = 0$ ... ⓑ

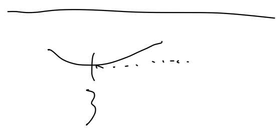
$f(5)$의 값을 구하시오. [4점]

답: 10

ⓐ조건에 의하여 $f'(3)=0$



or



ⓑ조건에 의하여 $f(0)=0$

$f(x) = ax^3+bx^2-(6b+27a)x$

제일 큰 근이 t보다 클 때

$0 = \{3at^2+2bt-(6b+27a)\}(x-t)$

$+ at^3+bt^2-(6b+27a)t$

$h(t) = \dfrac{2at^3+bt^2}{3at^2+2bt-(6b+27a)}$

(가) 조건 $\lim_{t\to3^+} \dfrac{(2at^3+bt^2)\cancel{(t-3)}}{\cancel{(t-3)}(3at+2b+9a)}$ $\quad \dfrac{6a+b}{9a+b} = \dfrac{1}{2}$ $\quad b=-3a$

(나) 조건 $\lim_{t\to0^-} \dfrac{2at+b}{3at^2+2bt-(6b+27a)} \times \dfrac{1}{at^2+bt-(6b+27a)}$ $\quad \dfrac{b}{(6b+27a)^2} = -\dfrac{1}{54}$

$\Downarrow$

$\dfrac{-1}{3a} = -\dfrac{1}{6}$

$a=2$

$b=-6$

> ※ 확인 사항
>
> ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
>
> ○ 이어서, 「~~선택과목(기하)」 문제가 제시되오니,~~ 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.
>
> ㅋㅋ

$f(x) = 2x^3-6x^2-18x$

$f(5) = 250-150-90 = 10$

※시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.