

수학 영역

홀수형

성명

수험 번호

- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

미적분

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 공통과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하십시오.

- 공통과목 1~8쪽
- 선택과목
 미적분 9~12쪽

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

제 2 교시

수학 영역

홀수형

5지선다형

1. $\left(\frac{4}{2\sqrt{2}}\right)^{2+\sqrt{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

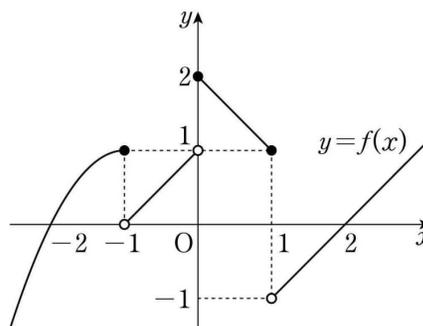
2. 다항함수 $f(x)$ 가 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{3h} = 5$ 를 만족시킬 때, $f'(2)$ 의 값은? [2점]

- ① 9 ② 12 ③ 15 ④ 18 ⑤ 21

3. $\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi$ 인 θ 에 대하여 $\tan\theta = \frac{12}{5}$ 일 때, $\sin\theta + \cos\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{17}{13}$ ② $-\frac{7}{13}$ ③ 0 ④ $\frac{7}{13}$ ⑤ $\frac{17}{13}$

4. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음과 같다. [3점]



$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

5. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_2 = 4, \frac{(a_3)^2}{a_1 \times a_7} = 2$$

일 때, a_4 의 값은? [3점]

- ① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② 1 ③ $\sqrt{2}$ ④ 2 ⑤ $2\sqrt{2}$

6. 함수 $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + ax + b$ 는 $x = 1$ 에서 극대이고, $x = b$ 에서 극소이다. $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

7. 두 양수 a, b ($b \neq 1$)가 다음 조건을 만족시킬 때, $a^2 + b^2$ 의 값은? [3점]

(가) $(\log_2 a)(\log_b 3) = 0$

(나) $\log_2 a + \log_b 3 = 2$

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

8. 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x) = x^3 - 4x \int_0^1 |f(t)| dt$$

를 만족시킨다. $f(1) > 0$ 일 때, $f(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

9. 상수 $k(0 < k < 1)$ 에 대하여 $0 \leq x < 2\pi$ 일 때, 방정식

$$\sin x = k$$

의 두 근을 $\alpha, \beta(\alpha < \beta)$ 라 하자. $\sin \frac{\beta - \alpha}{2} = \frac{5}{7}$ 일 때,

k 의 값은? [4점]

- ① $\frac{2\sqrt{6}}{7}$ ② $\frac{\sqrt{26}}{7}$ ③ $\frac{2\sqrt{7}}{7}$ ④ $\frac{\sqrt{30}}{7}$ ⑤ $\frac{4\sqrt{2}}{7}$

10. 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(0, 0)$ 에서의 접선과 곡선 $y=xf(x)$ 위의 점 $(1, 2)$ 에서의 접선이 일치할 때, $f'(2)$ 의 값은? [4점]

- ① -18 ② -17 ③ -16 ④ -15 ⑤ -14

11. 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도는

$$v(t) = |at - b| - 4 \quad (a > 0, b > 4)$$

이다. 시간 $t=0$ 에서 점 $t=k$ 까지 점 P가 움직인 거리를 $s(k)$, 시간 $t=0$ 에서 $t=k$ 까지 점 P의 위치의 변화량을 $x(k)$ 라 할 때, 두 함수 $s(k)$, $x(k)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $0 \leq k < 3$ 이면 $s(k) - x(k) < 8$ 이다.

(나) $k \geq 3$ 이면 $s(k) - x(k) = 8$ 이다.

시간 $t=1$ 에서 $t=6$ 까지 점 P의 위치의 변화량은?
(단, a , b 는 상수이다.) [4점]

- ① 14 ② 16 ③ 18 ④ 20 ⑤ 22

12. 첫째항이 짝수인 수열 $\{a_n\}$ 은 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 3 & (a_n \text{이 홀수인 경우}) \\ \frac{a_n}{2} & (a_n \text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. $a_5 = 5$ 일 때, 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항이 될 수 있는 모든 수의 합은?

- ① 150 ② 148 ③ 146 ④ 144 ⑤ 142

13. 사차함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 가

$$f'(x) = (x+1)(x^2 + ax + b)$$

이다. 함수 $y = f(x)$ 가 구간 $(-\infty, 0)$ 에서 감소하고 구간 $(2, \infty)$ 에서 증가하도록 하는 실수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 에 대하여 $a^2 + b^2$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하자. $M+m$ 의 값은?

- ① $\frac{9}{2}$ ② 5 ③ $\frac{11}{2}$ ④ 6 ⑤ $\frac{13}{2}$

14. 두 곡선 $y = 2^x$ 과 $y = -2x^2 + 2$ 가 만나는 두 점을 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ 라 하자. $x_1 < x_2$ 일 때, <보기>에서 옳은 것만을 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. $x_2 > \frac{1}{2}$

ㄴ. $y_2 - y_1 < x_2 - x_1$

ㄷ. $\frac{\sqrt{2}}{2} < y_1 y_2 < 1$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) f(1) = f(3) = 0$$

(나) 집합 $\{x \mid x \geq 1 \text{이고 } f'(x) = 0\}$ 의 원소의 개수는 1이다.

상수 a 에 대하여 함수 $g(x) = |f(x)f(a-x)|$ 가 실수 전체의

집합에서 미분가능할 때, $\frac{g(4a)}{f(0) \times f(4a)}$ 의 값은? [4점]

- ① 101 ② 102 ③ 103 ④ 104 ⑤ 105

단답형

16. $\log_3 x = 3$ 일 때, x 의 값을 구하시오. [3점]

17. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10} a_k = 3, \quad \sum_{k=1}^{10} a_k^2 = 7$$

일 때, $\sum_{k=1}^{10} (2a_k^2 - a_k)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = (x^3 - 2x)f(x)$$

라 하자. $f(2) = -3$, $f'(2) = 4$ 일 때, 곡선 $y = g(x)$ 위의 점 $(2, g(2))$ 에서의 접선의 y 절편을 구하시오. [3점]

19. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 $f(0) = 0$ 이고, 모든 실수 x 에 대하여 $f(1-x) = -f(1+x)$ 를 만족시킨다. 두 곡선 $y = f(x)$ 와 $y = -6x^2$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S 라 할 때, $4S$ 의 값을 구하시오. [3점]

20. $\angle BAC = \theta$ ($\frac{2}{3}\pi \leq \theta < \frac{3}{4}\pi$)인 삼각형 ABC 의 외접원의 중심을 O , 세 점 B, O, C 를 지나는 원의 중심을 O' 이라 하자. 다음은 점 O' 이 선분 AB 위에 있을 때, $\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$ 의 값을 θ 에 대한 식으로 나타내는 과정이다.

삼각형 ABC 의 외접원의 반지름의 길이를 R 라 하면 사인법칙에 의하여

$$\frac{\overline{BC}}{\sin \theta} = 2R$$

세 점 B, O, C 를 지나는 원의 반지름의 길이를 r 라 하자.

선분 $O'O$ 는 선분 BC 를 수직이등분하므로 이 두 선분의 교점을 M 이라 하면

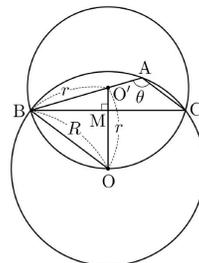
$$\overline{O'M} = r - \overline{OM} = r - |R \cos \theta|$$

직각삼각형 $O'MB$ 에서 $R = \boxed{\text{(가)}} \times r$ 이므로

$$\sin(\angle O'BM) = \boxed{\text{(나)}}$$

따라서 삼각형 ABC 에서 사인법칙에 의하여

$$\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \boxed{\text{(다)}}$$



위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(\theta)$, $g(\theta)$, $h(\theta)$ 라 하자. $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$, $\cos \beta = -\frac{\sqrt{10}}{5}$ 인 α, β 에 대하여

$$f(\alpha) + g(\beta) + \left\{ h\left(\frac{2}{3}\pi\right) \right\}^2 = \frac{q}{p}$$

이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

21. 등차수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다

$$(가) a_6 + a_7 = -\frac{1}{2}$$

(나) $a_l + a_m = 1$ 이 되도록 하는 두 자연수 $l, m (l < m)$ 의 모든 순서쌍 (l, m) 의 개수는 6이다.

등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제14항까지의 합을 S 라 할 때, $2S$ 의 값을 구하시오. [4점]

22. 최고차항의 계수가 1이고 $f(0) = \frac{1}{2}$ 인 삼차함수 $f(x)$ 에

대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x < -2) \\ f(x) + 8 & (x \geq -2) \end{cases}$$

라 하자. 방정식 $g(x) = f(-2)$ 의 실근이 2뿐일 때, 함수 $f(x)$ 의 극댓값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(미적분)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

홀수형

5지선다형

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n^2 + n}{n^2 + 5}$ 의 값은? [2점]

- ① 5
- ② 6
- ③ 7
- ④ 8
- ⑤ 9

24. 매개변수 $t(t > 0)$ 으로 나타내어진 함수

$$x = t^2 + \ln t, y = t^3 + 6t$$

에서 $t = 1$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$ 의 값은? [3점]

- ① 7
- ② 6
- ③ 5
- ④ 4
- ⑤ 3

25. $\int_3^6 \frac{2}{x^2-2x}$ 의 값은? [3점]

- ① $\ln 2$ ② $2\ln 2$ ③ $3\ln 2$ ④ $4\ln 2$ ⑤ $5\ln 2$

26. 두 등비수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여 $a_1 = b_1 = 1$ 이고

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 4, \quad \sum_{n=1}^{\infty} b_n = 2$$

일 때, $\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{7}{5}$ ② $\frac{8}{5}$ ③ $\frac{9}{5}$ ④ 2 ⑤ $\frac{11}{5}$

27. $x=0$ 에서 $x=\ln 2$ 까지의 곡선 $y = \frac{1}{2}e^{2x} + \frac{1}{2}e^{-2x}$ 의 길이는?

[3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

28. 함수

$$f(x) = \begin{cases} e^x & (0 \leq x < 1) \\ e^{2-x} & (1 \leq x \leq 2) \end{cases}$$

에 대하여 열린구간 $(0, 2)$ 에서 정의된 함수

$$g(x) = \int_0^x |f(x) - f(t)| dt$$

의 극댓값과 극솟값의 차는 $ae + b\sqrt[3]{e^2}$ 이다. $(ab)^2$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 유리수이다.) [4점]

- ① 33 ② 34 ③ 35 ④ 36 ⑤ 37

29. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = 1, a_2 = 4$ 이고 모든 자연수 n 에 대하여

$a_{n+2} - a_{n+1} = a_{n+1} - a_n$ 을 만족시킬 때,

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a_n a_{n+1}}{1+2+3+\dots+n}$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. $x = a$ 에서 극댓값을 갖는 사차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 가

$$g(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos \pi x}{f(x)} & (f(x) \neq 0) \\ \frac{7}{128} \pi^2 & (f(x) = 0) \end{cases}$$

일 때, 함수 $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g'(0) \times g'(2a) \neq 0$

(나) 함수 $g(x)$ 는 $x = a$ 에서 극값을 갖는다.

$g(1) = \frac{2}{7}$ 일 때, $g(-1) = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)